

Московский Авиационный Институт  
(Национальный Исследовательский Университет)  
Институт № 8 информационных технологий и прикладной математики  
Кафедра вычислительной математики и программирования

**Лабораторная работа №3 по курсу  
«Дискретный анализ»**

**Словарь**

Студент: Пермяков Никита Александрович  
Группа: М80 – 208Б-19  
Вариант: 1  
Преподаватель: *Кухтичев Антон Алексеевич*  
Оценка: \_\_\_\_\_  
Дата: \_\_\_\_\_  
Подпись: \_\_\_\_\_

Москва, 2020

## **Содержание**

1. Постановка задачи
2. Метод и алгоритм решения
3. Описание программы
4. Тесты производительности
5. Вывод

## Постановка задачи

Необходимо создать программную библиотеку, реализующую указанную структуру данных, на основе которой разработать программу словарь. В словаре каждому ключу, представляющему из себя регистронезависимую последовательность букв английского алфавита длиной не более 256 символов, поставлен в соответствие некоторый номер, от 0 до 264.

Тип дерева: AVL-дерево.

## Метод и алгоритм решения

AVL-дерево — сбалансированное двоичное дерево поиска, в котором справедливо свойство:

- Для любой вершины высота двух поддеревьев различается не более чем на 1.

Данное дерево представлено на основе двух структур *TAvl* и *TAvlNode*.

В структуре дерева хранится только указатель на корень дерева.

Структура узла:

1. Ключ
2. Значение
3. Высоту узла
4. Указатель на левого сына
5. Указатель на правого сына

Балансировка вершины - операция, которая в случае разницы высоты левого и правого поддеревьев  $abs(h(L) - h(R)) = 2$ , изменяет связи предок-потомок в поддереве данной вершины так, чтобы восстановилось свойство дерева  $abs(h(L) - h(R)) < 1$ , иначе — связи не меняет.

Типы вращений для балансировки:

1. Малое левое вращение.
2. Малое правое вращение.
3. Большое левое вращение.
4. Большое правое вращение.

Вставка элемента

Добавим ключ  $t$ . Спускаемся по дереву в поиске ключа  $t$ . Если мы стоим в вершине  $a$  и нам надо идти в поддереву, которого нет, то делаем ключ  $t$  листом, а вершину  $a$  его корнем.

Далее поднимаемся вверх по пути поиска и пересчитываем баланс вершин. Если мы поднялись в вершину  $i$  из левого поддерева, то  $diff[i]$  увеличивается на единицу, если из правого, то уменьшается на единицу. Если пришли в вершину и её баланс стал равным  $+2$  или  $-2$ , то делаем одно из четырёх вращений.

Так как в процессе добавления вершины мы рассматриваем не более, чем  $O(h)$  вершин дерева, и для каждой делаем балансировку один раз, то суммарное количество операций при включении новой вершины в дерево будет  $O(\log n)$ .

Удаление элемента (рекурсивный алгоритм удаления)

Если вершина — лист, то удалим её, иначе найдём самую близкую по значению вершину  $a$ , переместим её на место удаляемой вершины и удалим вершину  $a$ . От удалённой вершины будем подниматься вверх к корню и пересчитывать баланс у вершин. Если мы поднялись в вершину  $i$  из левого поддерева, то  $diff[i]$  уменьшается на единицу, если из правого, то увеличивается на единицу. Если баланс стал равным  $+2$  или  $-2$ , следует выполнить одно из четырёх вращений.

Удаление вершины и балансировка -  $O(h)$  операций.

Требуемое количество действий -  $O(\log n)$ .

Также был реализован тип *TVector* для удобной работы с ключами.

## Описание программы

Проект состоит из 4 файлов:

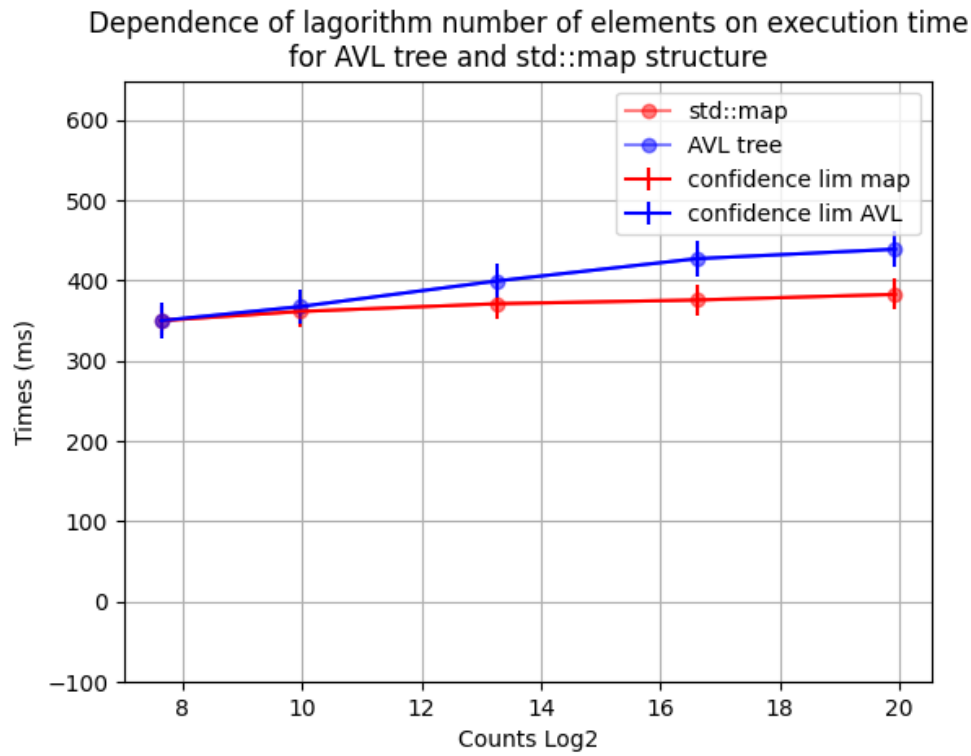
- main.cpp
- TAvl.h - само AVL-дерево
- ActionTAvl.h - операции с AVL-деревом
- TVector.h - реализация строкового типа данных.

Дневник отладки

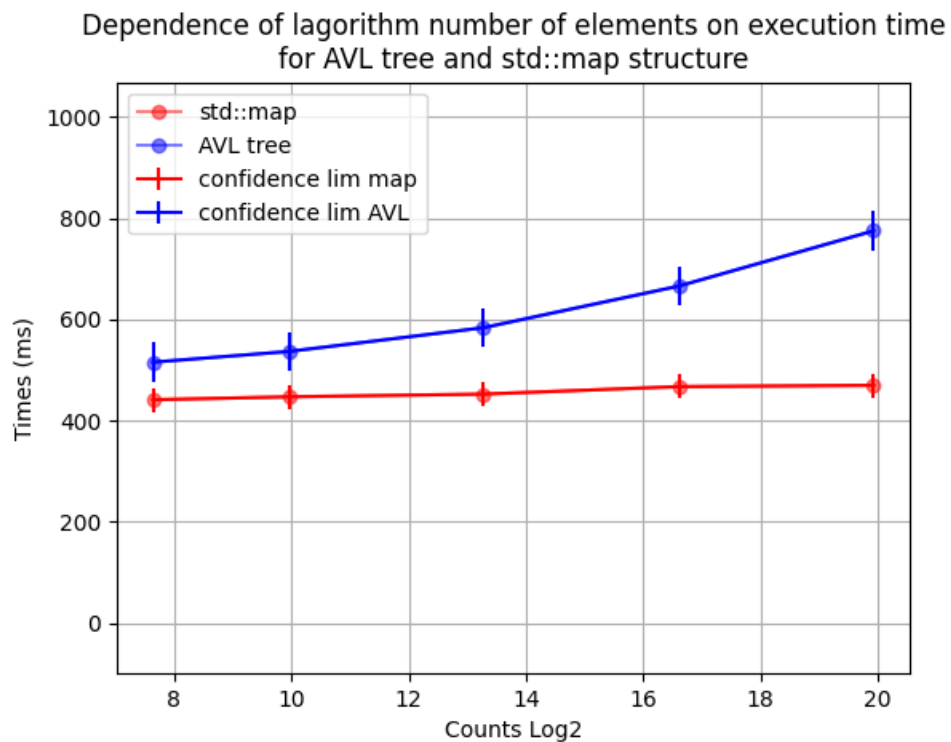
№	Время	Проблема	Описание
1	23:10		Тест принимающей системы
2-6		Утечка ?	Неправильно работали функции вставки и удаления
7		Выход за границу (отрицательное число)	Исправлены типы данных
8			Написание тестов производительности

## Тесты производительности

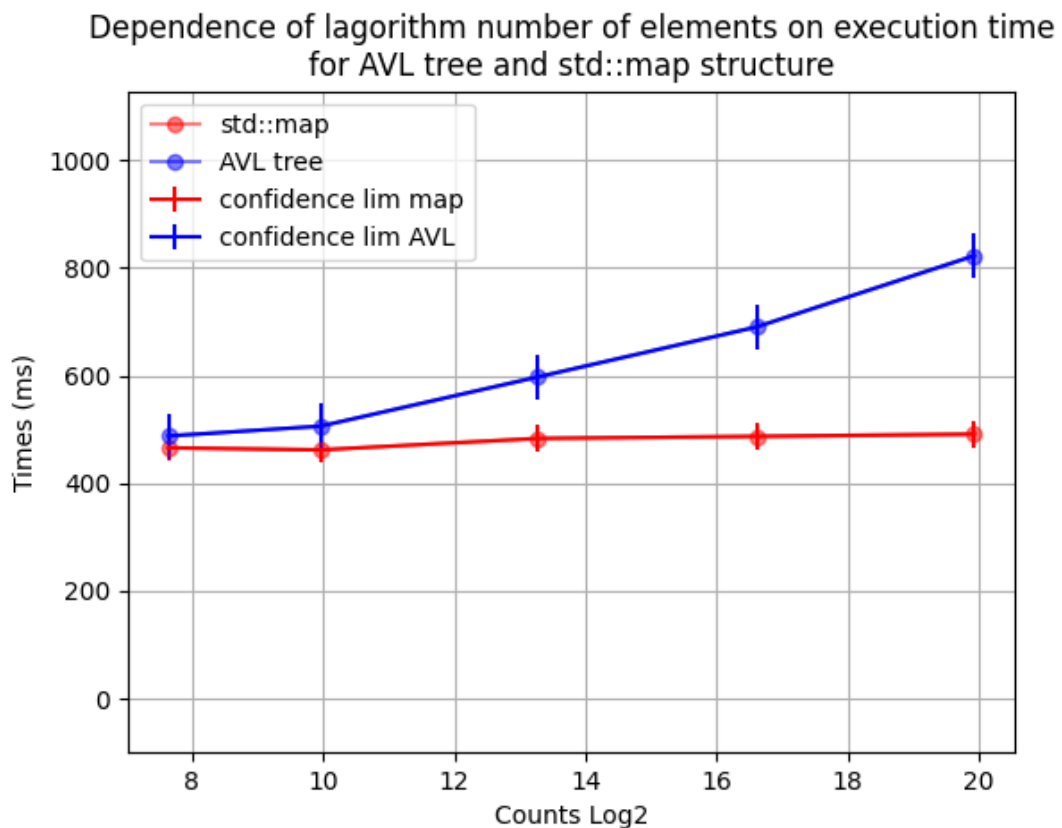
testFind.cpp – тестирование функции поиска



testInsert.cpp – тестирование функции вставки



testRemove.cpp – тестирование функции удаления



graph.py – скрипт формирования графиков

## Выводы

В лабораторной работе была реализована структура данных AVL-дерево.

Сложность вставки, поиска и удаления  $O(\log(n))$ .

AVL-дерево применяется реже, чем хэш-таблица, где те же операции работают за  $O(1)$ . Они требуют дополнительных затрат на поддержание сбалансированности при вставке или удалении узлов. Если в дереве постоянно происходят вставки и удаления элементов, эти операции могут значительно снизить быстродействие. С другой стороны, если данные превращают бинарное дерево поиска в вырожденное, то теряется поисковая эффективность и тогда используется AVL-дерево.

Для AVL-дерева не существует наихудшего случая, так как оно является почти полным бинарным деревом.

