Московский Авиационный Институт
(Национальный Исследовательский Университет)
Институт № 8 информационных технологий и прикладной математики
Кафедра вычислительной математики и программирования

Лабораторная работа №7 по курсу
«Дискретный анализ»

задача о рюкзаке

Студент: Пермяков Никита Александрович
Группа: М80 – 208Б-19
Вариант: 1
Преподаватель: *Кухтичев Антон Алексеевич*
Оценка: _____
Дата: _____
Подпись: _____

Москва, 2020

Содержание

Постановка задачи

Задача: При помощи метода динамического программирования разработать алгоритм решения задачи, определяемой своим вариантом; оценить время выполнения алгоритма и объем затрачиваемой оперативной памяти. Перед выполнением задания необходимо обосновать применимость метода динамического программирования.

Разработать программу на языке C или C++, реализующую построенный алгоритм. Формат входных и выходных данных описан в варианте задания.

Вариант: У вас есть рюкзак, вместимостью m, а также n предметов, у каждого из которых есть вес wi и стоимость ci . Необходимо выбрать подмножество I. |I| – мощность множества I.

Метод и алгоритм решения

Динамическое программирование — метод решения задачи - разбиение на несколько одинаковых подзадач, рекуррентно связанных между собой. Задача о рюкзаке является NP-полной задачей комбинаторной оптимизации, которая не решается за полиномиальное время.

total — максимальная стоимость j вещей из первых i, таких, что их суммарный вес не превышает k. То есть алгоритм будет перебирать количество предметов, которые будут в рюкзаке.

В рекуррентной формуле рассматривается два варианта: взять вещь j + 1 или нет. Решение будет иметь $n^2 * m$ состояния, в каждое можно перейти из двух других.

Так временная сложность алгоритма $O(n^2 * m)$.

Хранение таблицы состояний дорого по памяти, но необходимо для восстановления ответа. Поэтому сохраняем total[i] и total[i+1] и битовые множества предметов, которые оптимальны для решения подзадачи. Сложность $O(n * m)$ по памяти.

Описание программы

struct thing - структура хранит параметры предмета

class TrickyBackpack - класс объединяющий методы решения задачи, и поля ответа с маской.

void PutData(struct thing& thing_item) - забор данных

void GenerateMatrix(struct thing& thing_item) - генерация матрицы решений

void PrintResponse() - вывод ответа

поля weight, count - заданы начальными условиями задачи

Дневник отладки

1-5) Понимание формата входных данных

6-10) Написание представление данных с помощью двух структур - векторов

11-15) Написание представление данных с помощью одной структуры и двух векторов в классе

15-30) Перепись алгоритма подсчета

30-40) Использование bitset - по другому никакак

Тестирование производительности

генератор: gen_tests.py

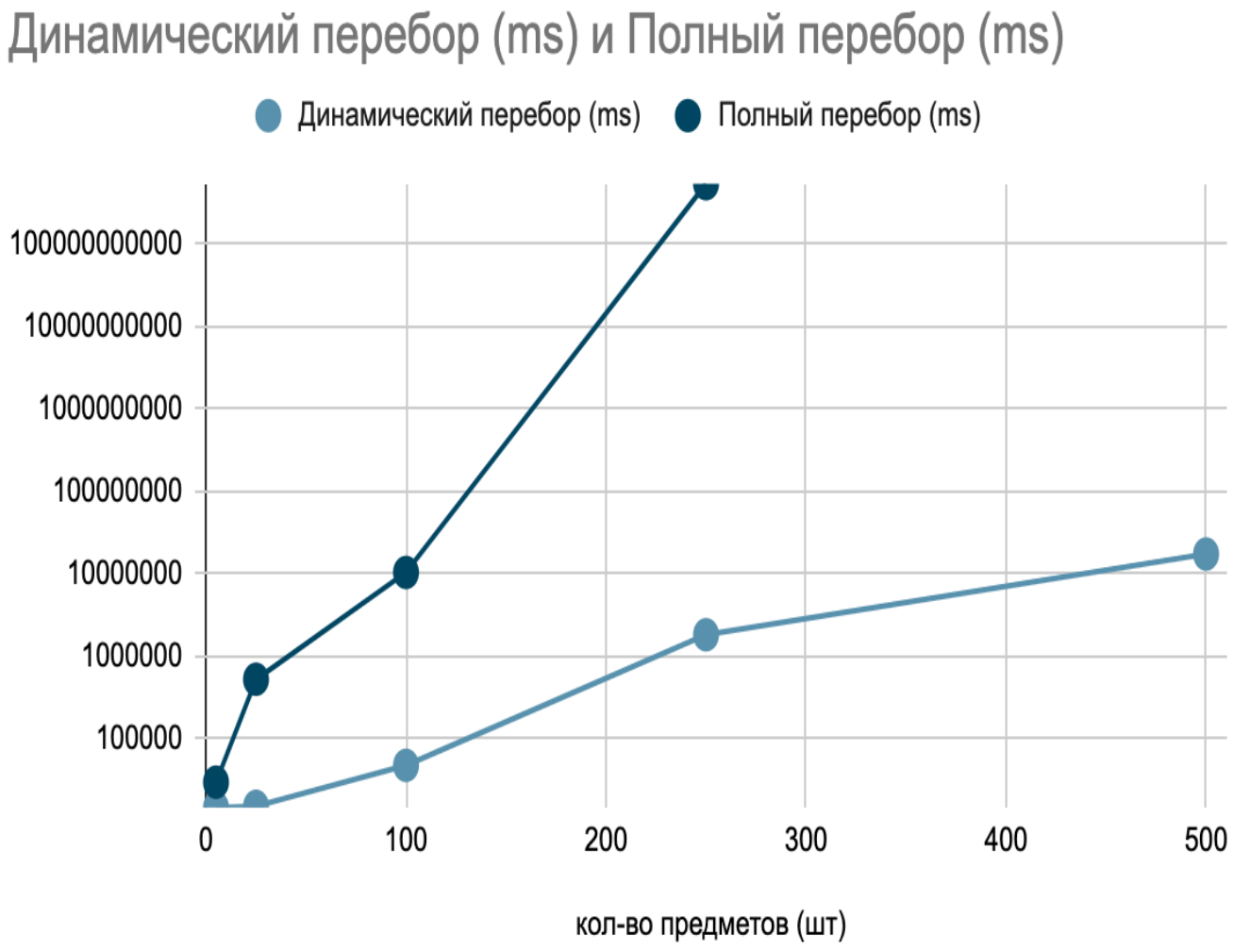
Формат входных данных

В первой строке заданы $1 \leq n \leq 100, 1000, 10000, 100000, 1000000$ и $1 \leq m \leq 5000$. В последующих n строках через пробел заданы параметры предметов: w_i и c_i.

Между методами реализации тестовый набор не менялся

Таблица 1. Зависимость величины тестовых данных от времени работы программы, с разделением на два метода реализации

кол-во предметов (шт)	Динамический перебор (ms)	Полный перебор (ms)
5	14502	29433
25	14990	523245
100	47092	10366599
250	1816575	543484923445
500	17357519	25303643534676599



Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы были изучены задачи динамического программирования, реализован алгоритм задачи о неограниченном рюкзаке.

Существуют другие методы решения:

Точные:

- Полный перебор $O(2^N)$
- Метод ветвей и границ (отбрасываем заведомо проигрышные варианты)
- Задача о рюкзаке 0-1 (каждый предмет в единственном экземпляре)

Приближенные:

- Жадный алгоритм (отсортировать вещи по их удельной ценности)
- Генетические алгоритмы (функция приспособляемости - отсев лишних)
- Приближенные схемы за полиномиальное время (разбиение на классы)

Освоил на практике std::bitset для уменьшении потребляемой программой памяти. Написал генератор тестовых данных, протестировал производительность в зависимости от объема входных данных и соотношения малых дорогих - больших дешевых предметов.