Московский Авиационный Институт
(Национальный Исследовательский Университет)
Институт № 8 информационных технологий и прикладной математики
Кафедра вычислительной математики и программирования

Лабораторная работа №9 по курсу
«Дискретный анализ»

Алгоритм Форда-Фалкерсона

Студент: Пермяков Никита Александрович
Группа: М80 – 208Б-19
Вариант: 7
Преподаватель: *Кухтичев Антон Алексеевич*
Оценка: _____
Дата: _____
Подпись: _____

Москва, 2020

Содержание

Постановка задачи

Задан взвешенный ориентированный граф, состоящий из n вершин и m ребер. Вершины пронумерованы целыми числами от 1 до n.

Необходимо найти величину максимального потока в графе при помощи алгоритма Форда-Фалкерсона.

Для достижения приемлемой производительности в алгоритме рекомендуется использовать поиск в ширину, а не в глубину.

Истоком является вершина с номером 1, стоком – вершина с номером n. Вес ребра равен его пропускной способности. Граф не содержит петель и кратных ребер.

Метод и алгоритм решения

Задача состоит в минимизации необходимого пропускного значения ребер графа. Задача о максимальном потоке сводится к задаче линейного программирования.

Изначально величине потока присваивается значение 0: f (u, v) = 0 для всех u, v из V. Затем величина потока увеличивается на каждой итерации, происходит поиск пути от источника s к стоку t, вдоль которого можно послать ненулевой поток.

Шаг алгоритма состоит в выборе пути из истока в сток в остаточной сети и увеличении потока вдоль него, при этом ограничивает ребро с наименьшей пропускной способностью в остаточной сети. Процесс повторяется, пока можно найти увеличивающий путь.

1) Обнуляем все потоки, остаточная сеть совпадает с исходной сетью.
2) В остаточной сети находим кратчайший путь из источника в сток. Если такого пути нет, останавливаемся.
3) Пускаем через пройденный путь максимально возможный поток, ищем в нем ребро с минимальной пропускной способностью, для каждого ребра на найденном пути увеличиваем потока на это число, а в противоположном ему уменьшаем.
4) Модифицируем остаточную сеть. Для всех рёбер на найденном пути, а также для противоположных им рёбер, вычисляем новую пропускную способность. Если она стала ненулевой, добавляем ребро к остаточной сети. Если обнулилась, стираем ребро.

Описание программы

int from, to - номера вершин, соединенных ребром

graph[from][to] - вес данного ребра

uint64_t FordFulkerson(std::vector<std::vector<int> > &graph, uint64_t&& start, uint64_t& end) - функция с циклом для поиска в ширину, записывает и возвращает максимальный поток

bool BFS(std::vector<std::vector<int> > &graph, uint64_t& start, uint64_t& end, std::vector<int> &parent) - функция поиска в ширину

bool DFS(std::vector<std::vector<int> > &graph, std::vector<int> &parent, std::vector<bool>& visited, uint64_t& x, uint64_t& t) - функция поиска в глубину для сравнения

Дневник отладки

1) Кодирование программы

2) Удаление лишних библиотек

Тестирование производительности

генератор: gen_tests.py

Формат входных данных

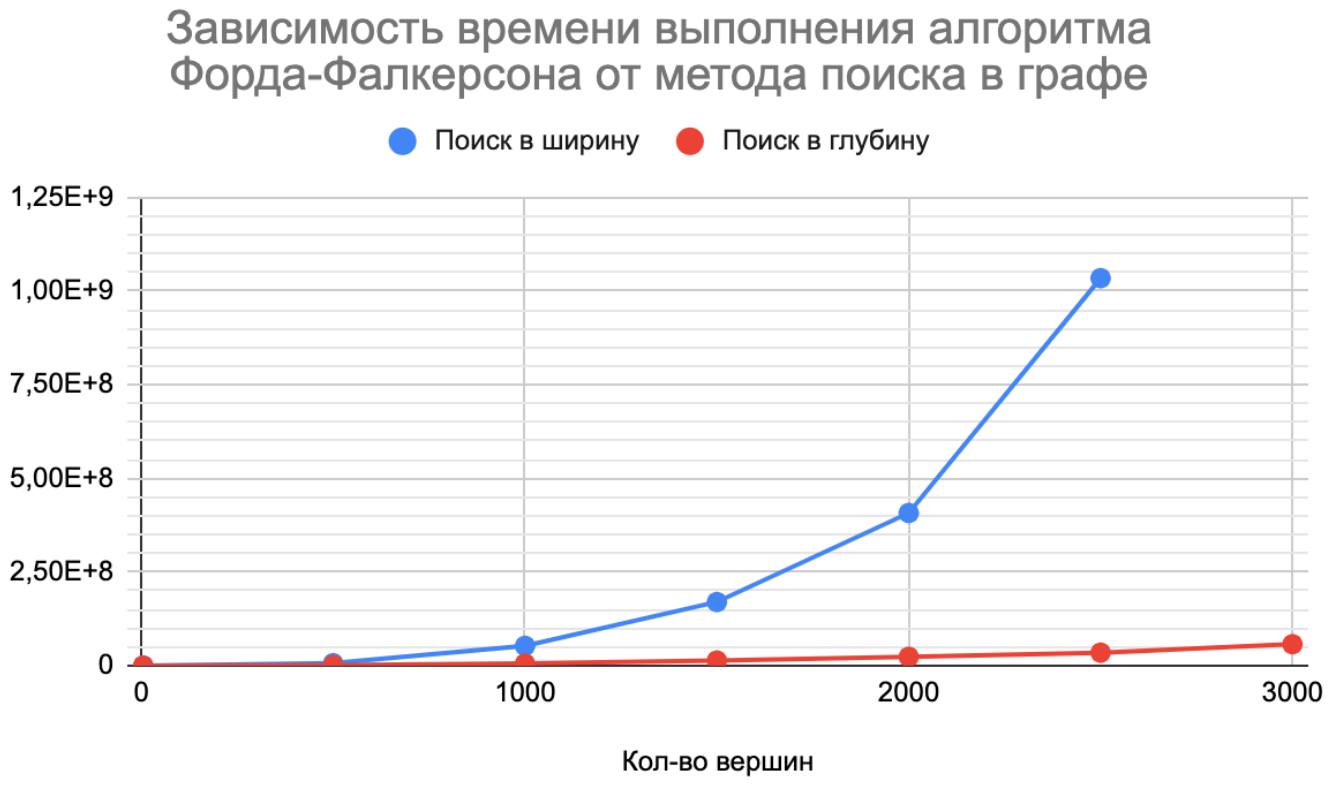
В первой строке задано n = N, m = N * N, где N – количество вершин

В последующих n строках через пробел заданы три случайных числа

from, to, weight, таких, что from < to, 1 < weight < 20

Таблица 1. Зависимость времени выполнения алгоритма Форда-Фалкерсона от метода поиска в графе

Кол-во вершин	Поиск в ширину	Поиск в глубину
5	484	497
500	6537544	1503381
1000	52655260	5599458
1500	169789801	13591139
2000	407439842	23495470
2500	1034432434	34597154
3000	none	57140525



Вывод

В работе был реализован алгоритм Форда-Фалкерсона.

Было проведено тестирование производительности с поиском в ширину и поиском в глубину. Усвоена на практике разница между двумя способами поиска в графе.

- BFS - использует структуру данных очереди для поиска кратчайшего пути. DFS - использует структуру данных стек.
- BFS можно использовать для поиска кратчайшего пути из одного источника в невзвешенном графе, потому что в BFS мы достигаем вершины с минимальным количеством ребер из исходной вершины.
- BFS больше подходит для поиска вершин, которые находятся ближе к заданному источнику. DFS больше подходит, когда есть решения вдали от источника.
- Временная сложность BFS и DFS составляет O(V + E), когда используется список смежности, и O (V^2), когда используется матрица смежности, где V обозначает вершины, а E обозначает ребра.