9. A_0 – кол-во цифр „0", ~~...~~ записанных наблюдателем в качестве десятых долей при 100 незав. изм-ях.

...

A_9 – кол-во цифр „9".

$n = 100$.

	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9
m_i	5	8	6	12	14	18	11	6	13	7

а) H_0: данные согласуются с законом равномерного распр-я $\xi \sim R(0;9)$.

$H_1: \overline{H_0}$

Проверим гипотезу с помощью критерия χ^2:

$$p_i = P(A_i) = \frac{1}{10}; \quad \tilde{P}(A_i) = \nu_i = \frac{m_i}{n}.$$

$$\tilde{\Delta} = \sum_{i=0}^{k=9} \frac{(m_i - np_i)^2}{np_i} = \frac{(5 - 100\cdot\frac{1}{10})^2}{100\cdot\frac{1}{10}} +$$

$$+ \frac{(8-10)^2}{10} + \frac{(6-10)^2}{10} + \frac{(12-10)^2}{10} + \frac{(14-10)^2}{10} +$$

$$+ \frac{(18-10)^2}{10} + \frac{(11-10)^2}{10} + \frac{(6-10)^2}{10} + \frac{(13-10)^2}{10} +$$

$$+ \frac{(7-10)^2}{10} = 2,5 + 0,4 + 1,6 + 0,4 + 1,6 +$$

$$+ 6,4 + 0,1 + 1,6 + 0,9 + 0,9 = 16,4$$

$$\Delta \sim \chi^2(10-1) = \chi^2(9)$$

$$p\text{-value} = P(\Delta \geq \tilde{\Delta} \mid H_0) = \int_{16,4}^{+\infty} q_{\chi^2(9)}(t)\,dt =$$

$$= \int_{16,4}^{+\infty} \frac{(1/2)^{9/2}}{\Gamma(\frac{9}{2})} t^{7/2} e^{-t/2}\,dt =$$

$$\int_0^{\infty} t^{7/2} e^{-t}\,dt = \frac{105\sqrt{\pi}}{16} \approx 11,63$$

$$= 0,059 > \alpha = 0,05$$

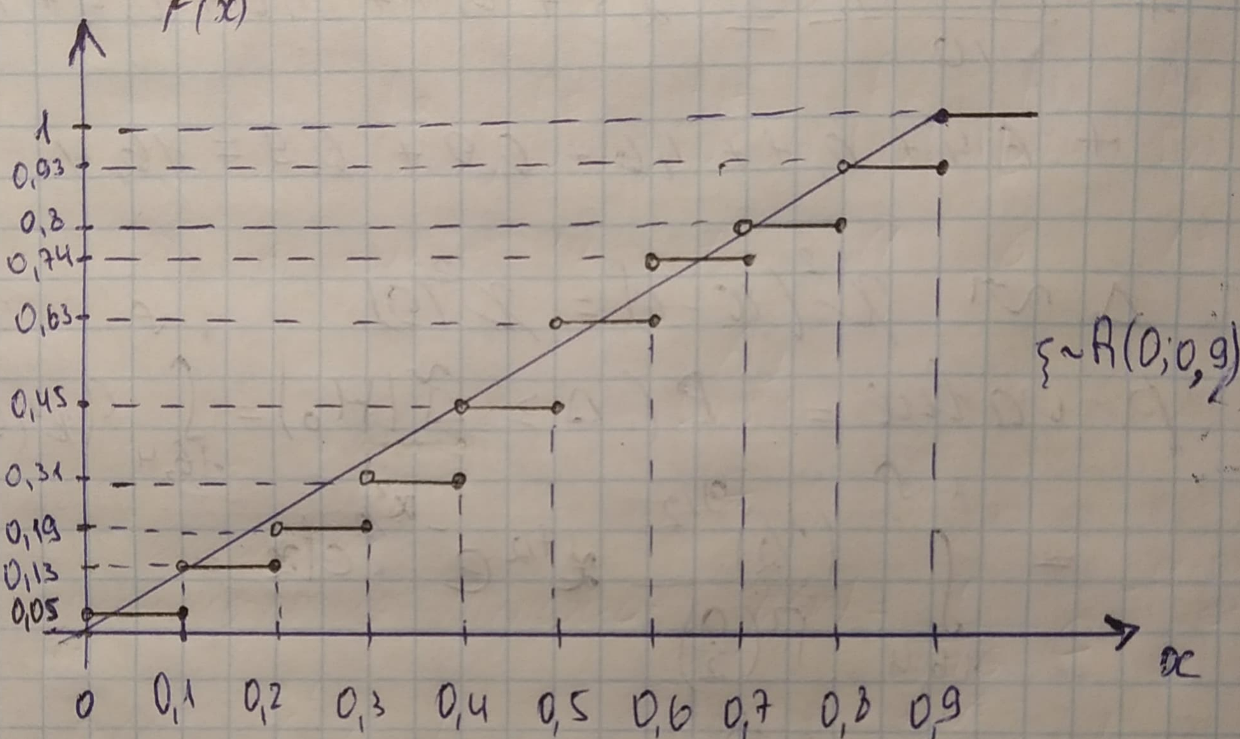
нет оснований

отвергнуть H_0

Проверим гипотезу с помощью критерия Колмогорова:

$\tilde{F}_n$ - эмпир. ф-я распр.

$\Delta = \sqrt{n} \sup |\tilde{F}(x) - F(x)| \rightsquigarrow K(x)$



$\tilde{\Delta} = \sqrt{100} \cdot \max(0{,}05;\ 0{,}39;\ 0{,}092;\ 0{,}14;\ 0{,}13;$
$0{,}106;\ 0{,}04;\ 0{,}04;\ 0{,}09;\ 0{,}07) =$
$= 1{,}4$

$p\text{-value} = P(\Delta \geq \tilde{\Delta} | H_0) = 1 - P(\Delta < \tilde{\Delta} | H_0) =$
$= 1 - K(\tilde{\Delta}) = -2 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{-2k^2 \cdot 0{,}14^2} =$
$= 0{,}0396 < \alpha = 0{,}05$

Вывод:
с помощью кр. χ^2
не отвергли,
с помощью кр. Колмогорова
смогли отвергнуть.

H_0 отвергаем.

б) H_0: данные согласуются с законом нормального распределения $\xi \sim N(a, \sigma^2)$

H_1: $\overline{H_0}$

Проверим гипотезу с помощью критерия χ^2:

$n=100$

	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8
	$[0;0,1)$	$[0,1;0,2)$	$[0,2;0,3)$	$[0,3;0,4)$	$[0,4;0,5)$	$[0,5;0,6)$	$[0,6;0,7)$	$[0,7;0,8)$	$[0,8;0,9)$
m_i	5	8	6	12	14	18	11	6	13

A_9
$[0,9;1)$
7

использует

крит. согласия Пирсона: $p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$

$P(A_0) = \int_0^{0,1} p(x)dx, \ldots, P(A_9) = \int_{0,9}^{+\infty} p(x)dx$

$L = p_0^5 \cdot p_1^8 \cdot p_2^6 \cdot p_3^{12} \cdot p_4^{14} \cdot p_5^{18} \cdot p_6^{11} \cdot p_7^6 \cdot p_8^{13} \cdot p_9^7$

$\ln L = 5\ln p_0 + 8\ln p_1 + 6\ln p_2 + 12\ln p_3 +$
$+ 14\ln p_4 + 18\ln p_5 + 11\ln p_6 +$
$+ 6\ln p_7 + 13\ln p_8 + 7\ln p_9 \to \max$

$\tilde{a} = 5,3$ $\tilde{\sigma} = 2,7$. (ОМПГ)

$\tilde{\Delta} \neq$

$\tilde{\Delta} = 9{,}8 \qquad \left(\tilde{\Delta} = \sum_{i=0}^{k=9} \frac{(m_i - np_i)^2}{np_i} \right)$

$\Delta \sim \chi^2(9-1-2) = \chi^2(6)$

$p\text{-value} = P(\Delta \geq \tilde{\Delta} | H_0) = \int_{9,8}^{+\infty} g_{\chi^2(6)}(t)\,dt =$

$= \int_{9,8}^{\infty} \frac{(1/2)^6}{\Gamma(3)} t^2 e^{-\frac{t}{2}} dt \approx 0{,}13 > \alpha = 0{,}05.$

нет оснований отвергнуть H_0.

Проверим гипотезу с помощью критерия Колмогорова:

$\tilde{a} = \tilde{\alpha}_1 = M[\xi] = \overline{x}$

$\tilde{\sigma} = S^2 = \frac{n}{n-1} \hat{\mu}_2$

$\tilde{\Delta} = \ldots = 1{,}002$

$p\text{-value} = P(\Delta \geq \tilde{\Delta} | H_0) = 0{,}798 > \alpha = 0{,}05.$

нет оснований отвергнуть H_0.