№1

Разложить функцию в ряд Тейлора в окрестности точки. Указать область сходимости полученного ряда.
Указание. Использовать разложения элементарных функций в степенные ряды.

1. a) $f(x)=\sin 3x,\ x_0=\pi;$ b) $f(x)=xe^{3+x},\ x_0=1.$	16. a) $f(x)=\cos(\pi x/3),\ x_0=-3/2;$ b) $f(x)=x\ln(1+3x),\ x_0=1.$
2. a) $f(x)=e^{2+3x},\ x_0=2;$ b) $f(x)=6\sin x^3+x^2(6-x^4),\ x_0=0.$	17. a) $f(x)=e^{-3(x^2+5)},\ x_0=0;$ b) $f(x)=x(x+3)^{-1},\ x_0=1.$
3. a) $f(x)=\ln(6+3x),\ x_0=-1;$ b) $f(x)=2-3(x^5-x)+3\cos x^2,\ x_0=0.$	18. a) $f(x)=x^3\cos^2 3x,\ x_0=0;$ b) $f(x)=(x+1)(x-2)^{-1},\ x_0=1.$
4. a) $f(x)=5(2-x)^{-1/3},\ x_0=1;$ b) $f(x)=x^2\cos(x+1),\ x_0=-1.$	19. a) $f(x)=e^x+x+3,\ x_0=2;$ b) $f(x)=(1+x)\ln(3+x),\ x_0=-2.$
5. a) $f(x)=\cos(x/4),\ x_0=\pi;$ b) $f(x)=x^2(1+x)^{-2},\ x_0=0.$	20. a) $f(x)=x^2+3+1/x,\ x_0=1;$ b) $f(x)=\mathrm{ch}2x,\ x_0=-1.$
6. a) $f(x)=2^{3(x+1)},\ x_0=-2;$ b) $f(x)=x(x+2)^{-1},\ x_0=1.$	21. a) $f(x)=\ln(x^2+6x+5),\ x_0=0;$ b) $f(x)=xe^{1-x},\ x_0=1.$
7. a) $f(x)=e^{x^2-4x},\ x_0=2;$ b) $f(x)=1+x^2-\ln(2-x),\ x_0=1.$	22. a) $f(x)=e^{2-x}+3x,\ x_0=4;$ b) $f(x)=(7-2x)(x^2-x-2)^{-1},\ x_0=0$
8. a) $f(x)=(4-3x)^{-1},\ x_0=-1;$ b) $f(x)=(x+2)(e^{x^2}-1),\ x_0=0.$	23. a) $f(x)=x^2+\cos 2x,\ x_0=-\pi;$ b) $f(x)=x\ln(4+3x),\ x_0=-1.$
9. a) $f(x)=(5-2x)^{1/3},\ x_0=2;$ b) $f(x)=x\sin(x+1),\ x_0=-1.$	24. a) $f(x)=(x^2+x)^{-1},\ x_0=-2;$ b) $f(x)=(2x+3)(e^{x^2}-1),\ x_0=0.$
10. a) $f(x)=(x^2-3x+2)^{-1},\ x_0=0;$ b) $f(x)=xe^{2x},\ x_0=1.$	25. a) $f(x)=x^2e^{-6x},\ x_0=0;$ b) $f(x)=x^3+\ln(2-x),\ x_0=1.$
11. a) $f(x)=\ln(2-5x),\ x_0=-3;$ b) $f(x)=\mathrm{sh}2x,\ x_0=1.$	26. a) $f(x)=x^2\cos(x^3+\pi/4),\ x_0=0;$ b) $f(x)=(x^2-3x+2)^{-1},\ x_0=-3.$
12. a) $f(x)=(7+3x)^{-1/4},\ x_0=-1;$ b) $f(x)=\mathrm{ch}3x,\ x_0=2.$	27. a) $f(x)=(2+7x^5)^{-1/2},\ x_0=0;$ b) $f(x)=\mathrm{sh}x,\ x_0=2.$
13. a) $f(x)=e^{x^2-6x+7},\ x_0=3;$ b) $f(x)=x(x^2-2x+5)^{-1},\ x_0=1.$	28. a) $f(x)=(4x)^{1/3},\ x_0=-1;$ b) $f(x)=x^2+\sin(1-x),\ x_0=1.$
14. a) $f(x)=(5+x^2)^{-1/2},\ x_0=0;$ b) $f(x)=x^2e^x,\ x_0=1.$	29. a) $f(x)=\sin(x^2+\pi/4),\ x_0=0;$ b) $f(x)=x\ln(3+x),\ x_0=-1.$
15. a) $f(x)=(2x-5)^{-1},\ x_0=-3;$ b) $f(x)=x+2+xe^x,\ x_0=1.$	30. a) $f(x)=(2x+3)^{-2/3},\ x_0=-2;$ b) $f(x)=\mathrm{ch}x,\ x_0=1.$

№2

Доопределяя необходимым образом, разложить функцию $y = f(x)$, заданную на полупериоде $(0;\ a)$, в ряд Фурье по косинусам и по синусам. В обоих случаях нарисовать график суммы ряда Фурье и вычислить значение суммы ряда Фурье в указанной точке x_0.

№	$f(x)$	a	x_0	№	$f(x)$	a	x_0
1	$y = 1 - 3x$	1	-50,3	16	$y = 4x + 1$	2	56,2
2	$y = 4 + 4x$	2	103	17	$y = 3x - 1$	1	-57,4
3	$y = 1 + 2x$	3	-121	18	$y = 3x + 3$	2	28,3
4	$y = 1 - x$	4	65	19	$y = 2 - 2x$	2	-28,3
5	$y = 4 - 4x$	2	-142	20	$y = 3 - 3x$	1	49,5
6	$y = 3x + 2$	3	364	21	$y = 3x + 1$	2	-49,5
7	$y = 4 - 2x$	1	-531	22	$y = 2 - 4x$	1	93,6
8	$y = 1 - 2x$	4	100	23	$y = 2 + 2x$	4	-153
9	$y = 4x - 1$	4	-100	24	$y = 4x + 3$	1	79,6
10	$y = 2 - 3x$	3	425	25	$y = 2x - 2$	2	-143
11	$y = 4x - 3$	2	-163	26	$y = 3x - 2$	2	143
12	$y = 1 + x$	1	57,4	27	$y = 4x + 2$	1	525,2
13	$y = 2x - 1$	2	-163	28	$y = 4x - 2$	2	85,5
14	$y = 1 - 4x$	1	69,5	29	$y = 3 - 4x$	1	-85,5
15	$y = x - 1$	4	-84,2	30	$y = 3x - 3$	2	103,2

№3

Изобразить на комплексной плоскости множество, заданное неравенствами.

1. $\mathcal{D}=\{z:|z-4|\le 5,\quad |z+i|>2\}$.
2. $\mathcal{D}=\{z:|z-1-i|>\sqrt{2},\quad |z-2-2i|\le 2\sqrt{2}\}$.
3. $\mathcal{D}=\{z:2\le|z+2|<3,\quad -\pi/2<\arg z\le\pi/2\}$.
4. $\mathcal{D}=\{z:1<|z+1-2i|\le 3,\quad \pi\le\arg z<2\pi\}$.
5. $\mathcal{D}=\{z:1\le|z+3-2i|<4,\quad |\arg z|\le 3\pi/4\}$.
6. $\mathcal{D}=\{z:2<|z+2+4i|\le 5,\quad |\arg z|>\pi/2\}$.
7. $\mathcal{D}=\{z:|z|>3+\operatorname{Re}z,\quad \pi/2\le\arg z<2\pi/3\}$.
8. $\mathcal{D}=\{z:|z+2+3i|<3,\quad \pi\le\arg z\le 3\pi/2\}$.
9. $\mathcal{D}=\{z:|z|\le 5,\quad |3\pi/2-\arg z|<\pi/3\}$.
10. $\mathcal{D}=\{z:|z|<6-\operatorname{Re}z,\quad |\operatorname{Im}z|\le 4\}$.
11. $\mathcal{D}=\{z:|z|\ge 3-\operatorname{Re}z,\quad |\operatorname{Im}z|>4\}$.
12. $\mathcal{D}=\{z:|z|>3, |z-4|\le 2,\quad -\pi/2\le\arg z<0\}$.
13. $\mathcal{D}=\{z:|z-1|<1,\quad \operatorname{Re}z+\operatorname{Im}z\le 1\}$.
14. $\mathcal{D}=\{z:|z+i|\le 1,\quad |3\pi/2-\arg z|<\pi/3\}$.
15. $\mathcal{D}=\{z:|z-3+2i|\le 2,\quad 0<\operatorname{Re}(iz)\le 1\}$.
16. $\mathcal{D}=\{z:|z|\le 4-\operatorname{Im}z,\quad 0<\arg z<\pi\}$.
17. $\mathcal{D}=\{z:|z|>1+\operatorname{Im}z,\quad |z-i|\le 2\}$.
18. $\mathcal{D}=\{z:1<|z-1|\le 2,\quad \pi/4\le\arg z<\pi/3\}$.
19. $\mathcal{D}=\{z:|z|\le 4+\operatorname{Re}z,\quad |z-0{,}5|<4\}$.
20. $\mathcal{D}=\{z:|z-4-3i|\ge 2,\quad \operatorname{Re}z+\operatorname{Im}z<1\}$.
21. $\mathcal{D}=\{z:\pi/4\le\arg z\le 3\pi/4,\quad |\operatorname{Re}(iz)|<1\}$.
22. $\mathcal{D}=\{z:|z+1-i|>\sqrt{2},\quad |\operatorname{Im}(iz)|\le 1\}$.
23. $\mathcal{D}=\{z:1\le|z-3+2i|<3,\quad \operatorname{Im}(z^2)\ge 2\}$.
24. $\mathcal{D}=\{z:2<|z-3+4i|\le 4,\quad \operatorname{Re}z+\operatorname{Im}z>1\}$.
25. $\mathcal{D}=\{z:-3\pi/4\le\arg z\le-\pi/4, -6\le\operatorname{Im}z\le-3\}$.
26. $\mathcal{D}=\{z:|z|<2-\operatorname{Re}z,\quad |z+1|\le 2\}$.
27. $\mathcal{D}=\{z:|z+i|\ge 1,\quad |z-3i|<5\}$.
28. $\mathcal{D}=\{z:|z+2-2i|>3,\quad \pi/2\le\arg z<\pi\}$.
29. $\mathcal{D}=\{z:|7\pi/4-\arg z|<\pi/4,\quad |z-1|\le 2\}$.
30. $\mathcal{D}=\{z:0<\operatorname{Re}(iz)<2,\quad |\arg z|\ge\pi/4\}$.

№4

Решить уравнение. Корни уравнения изобразить на комплексной плоскости.

№		№	
1	$z^6 - 4z^3 + 3 = 0$	16	$z^4 + 8iz^2 - 16 = 0$
2	$e^{2z} + 2e^z - 3 = 0$	17	$\sin z = -3i$
3	$z^4 - 4z^2 + 5 = 0$	18	$z^4 + 2z^2 + 4 = 0$
4	$e^{4z} + 2e^{2z} + 4 = 0$	19	$\cos z = 2i$
5	$e^{8z} + 8ie^{4z} - 16 = 0$	20	$\mathrm{sh}\, z = -4i$
6	$e^{2z} + 3e^z - 4 = 0$	21	$z^8 + 10iz^4 - 25 = 0$
7	$z^6 + 16z^3 + 64 = 0$	22	$tg\ z = -2i$
8	$\sin z = 2$	23	$e^{6z} + 14ie^{3z} - 49 = 0$
9	$z^8 + \left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)^2 = 0$	24	$\mathrm{th}\, z = 3$
10	$\cos\ z = -3$	25	$z^4 - 2iz^2 - 1 = 0$
11	$z^6 + i\dfrac{2+i}{1-2i} = 0$	26	$z^6 - 2iz^3 + 2 = 0$
12	$\mathrm{sh}\, z = -5$	27	$\sin 3z \cos 3z = 4$
13	$z^4 - z^2 + 1 = 0$	28	$\cos^2 3z - \sin^2 3z = 2$
14	$chz - 6 = 0$	29	$\mathrm{sh}^2 z - \mathrm{ch}^2 z = 3$
15	$\cos 8z = 2$	30	$ch9z = 6$

№5

Исследовать функцию на аналитичность.

№	$f(z)$	№	$f(z)$
1	$f(z) = ie^{3z-i^2}$	16	$f(z) = z^2 + 5\overline{z} - 7i$
2	$f(z) = ie^{2z} - (z-i)^2$	17	$f(z) = i\overline{z} \cdot \mathrm{Im}(2z)$
3	$f(z) = \mathrm{sh} 2z + i$	18	$f(z) = \frac{i}{z} + z^2$
4	$f(z) = (iz)^2 + 5z + 3i$	19	$f(z) = \lvert z \rvert z + i$
5	$f(z) = ie^{(iz-1)}$	20	$f(z) = \overline{z}e^{z} + iz^2$
6	$f(z) = \mathrm{ch}\, 3z - i$	21	$f(z) = z\overline{z} + z^2 + 4$
7	$f(z) = 3z^2 - 4z + 2i$	22	$f(z) = \mathrm{sh}\, iz + \mathrm{Re}\, z$
8	$f(z) = ie^{5z} + z$	23	$f(z) = i\lvert z \rvert - z^2$
9	$f(z) = iz \cdot \mathrm{Re}\, 5z$	24	$f(z) = -iz^3 + 2i$
10	$f(z) = (z+2) \cdot \mathrm{Im}\, 3z$	25	$f(z) = \frac{\mathrm{Re}\, 2z}{z}$
11	$f(z) = i(z+i)^2 - 4z$	26	$f(z) = \frac{\mathrm{Im}(5z+3)}{z}$
12	$f(z) = ze^{-3z} - i$	27	$f(z) = \frac{4}{z} - \mathrm{Im}\, z$
13	$f(z) = (3z - 2i)\, \mathrm{Im}(z+i)$	28	$f(z) = (2z + 5i)\, \mathrm{Re}\, z$
14	$f(z) = \cos iz - \mathrm{ch}\, z$	29	$f(z) = \frac{z}{\lvert z \rvert} i$
15	$f(z) = 6z^3 - iz^2 + 6z$	30	$f(z) = z\, \mathrm{Im}(iz^2 + 3z)$

№6

Восстановить аналитическую в окрестности точки z_0 функцию $f(z)$ по известной действительной или мнимой части.

1. $v(x,y) = 2\cos x \ \mathrm{ch}\, y - x^2 + y^2, \quad f(0) = 2i.$
2. $v(x,y) = -2\sin(2x) \ \mathrm{sh}\,(2y) + y, \quad f(0) = 2.$
3. $v(x,y) = \exp\left(-\dfrac{y}{2}\right) \cos\dfrac{x}{2} - \dfrac{y^3}{3} + x^2 y.$
4. $u(x,y) = \mathrm{sh}\,\dfrac{y}{2} \sin\dfrac{x}{2} + 4(x^2 - y^2) - 4x + 1.$
5. $u(x,y) = \mathrm{ch}\,\dfrac{y}{2} \cos\dfrac{x}{2} - 2xy - 2x.$
6. $v(x,y) = \exp(-2y) \sin(2x) - \dfrac{x^3}{3} + xy^2.$
7. $v(x,y) = -\dfrac{y}{x^2+y^2}, \ f(\pi) = \dfrac{1}{\pi}.$
8. $u(x,y) = \exp(2y) \sin(2x) + 3xy^2 - x^3.$
9. $u(x,y) = \dfrac{x}{x^2+y^2}.$
10. $v(x,y) = \dfrac{x}{x^2+y^2}.$
11. $u(x,y) = 2\sin x \ \mathrm{ch}\, y - x.$
12. $v(x,y) = 2(\mathrm{ch}\, x \sin y - xy), \quad f(0) = 0.$
13. $u(x,y) = x^2 + 2x - y^2, \quad f(i) = 2i - 1.$
14. $v(x,y) = \mathrm{ch}\,\dfrac{y}{3} \sin\dfrac{x}{3} + 2xy + 4y.$
15. $u(x,y) = \mathrm{sh}\,(2x) \cos(2y) + x^2 - y^2 + 4y - 4.$
16. $v(x,y) = \mathrm{sh}\,\dfrac{y}{3} \cos\dfrac{x}{3} + 4(x^2 - y^2) - 4x + 1.$
17. $u(x,y) = \mathrm{sh}\, 3y \cos 3x + 4(x^2 - y^2) + 4y - 1.$
18. $v(x,y) = 2(2\,\mathrm{sh}\, x \sin y + xy), \quad f(0) = 3.$
19. $v(x,y) = \mathrm{sh}\,\dfrac{x}{2} \sin\dfrac{y}{2} - 8xy + 4x.$
20. $u(x,y) = \mathrm{ch}\,(3y) \sin(3x) - 8xy + 4y.$

21. $v(x,y) = \operatorname{ch}(2y)\,\cos(2x) + x^2 - y^2 - 2y + 1.$

22. $u(x,y) = 3x^2y - y^3 + x + 5.$

23. $v(x,y) = \operatorname{arctg}\dfrac{y}{x}, \quad f(1) = 0.$

24. $u(x,y) = x^2 - y^2 - x.$

25. $v(x,y) = \log(x^2 + y^2) + x - 2y.$

26. $u(x,y) = 2\exp x\,\cos y + x^2y^2 - \dfrac{x^4 + y^4}{6}.$

27. $v(x,y) = 3 + x^2 - y^2 - \dfrac{y}{2(x^2 + y^2)}.$

28. $u(x,y) = x^2 - y^2 + 5x + y - \dfrac{y}{x^2 + y^2}.$

29. $v(x,y) = \operatorname{sh}(2y)\,\sin(2x) + x^2 - y^2 + 2x - 1.$

30. $u(x,y) = x^3 + 6x^2y - 3xy^2 - 2y^3.$