ЗАДАНИЕ

на лабораторную работу №9

по дисциплине «Теория вычислительных процессов и структур»

Тема «Применение продукционных систем»

Время: 2 часа (90 минут).

Учебные цели:

1. Выработать практические умения в использовании продукционных систем.
2. Формировать способность:

применять компьютерные/суперкомпьютерные методы, современное программное обеспечение, в том числе отечественного происхождения, для решения задач профессиональной деятельности (ОПК-2);

применять в профессиональной деятельности современные языки программирования и методы параллельной обработки данных, операционные системы, электронные библиотеки и пакеты программ, сетевые технологии (ПК-5).

Сведения из теории

Продукционной системой (системой Поста) называется четверка $P = \langle A, B, V, \Pi \rangle$, в которой A и B – основной и вспомогательный алфавиты, V – алфавит переменных, а Π – конечная совокупность продукций в этих алфавитах.

Продукционные системы используются также для описания правил построения элементов множеств по заданным свойствам.

Рассмотрим, на**пример (№1)**, задачу построения продукционной системы, в которой выводятся множества симметричных слов в алфавите $\{0,\ 1\}$.

Построим аксиомы: $\pi_1 = \frac{}{\lambda}$ (пустое слово симметрично), $\pi_2 = \frac{}{1}$, $\pi_3 = \frac{}{0}$,

Построим далее продукции – не аксиомы, описывающие построение симметричных слов из симметричных, построенных ранее, по соответствующим правилам: $\pi_4 = \frac{x}{1x1}$, $\pi_5 = \frac{x}{0x0}$.

Таким образом, необходимая система Поста может иметь следующий вид

$$P = \langle A, B, V, \Pi \rangle,$$

где $A = \{1,0\}$, $B = \{\varnothing\}$, $V = \{x\}$, $\Pi = \{\pi_1, \ldots, \pi_5\}$.

Рассмотрим **пример (№2)** системы Поста, в которой представлены знания о сложении неотрицательных целых десятичных чисел.

Смысл продукции системы поясняется по мере их перечисления.

АКСИОМЫ

1. Правила получения значения младшего разряда суммы одноразрядных десятичных чисел:

$$\pi_1 = \frac{}{0+0=0}, \pi_{11} = \frac{}{0+1=1}, \ \ldots, \pi_{91} = \frac{}{0+9=9},$$

$$\pi_2 = \frac{}{1+0=1}, \pi_{12} = \frac{}{1+1=2}, \ \ldots, \pi_{92} = \frac{}{1+9=0},$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots \qquad \ldots \qquad \vdots$$

$$\pi_{10} = \frac{}{9+0=9}, \pi_{20} = \frac{}{9+1=0}, \ldots, \pi_{100} = \frac{}{9+9=8}.$$

2. Правила получения значения переноса в старший разряд при сложении двух одноразрядных чисел (если сумма таких чисел одноразрядная, то считаем его равным **0**):

$$\pi_{101} = \frac{}{0+0=0s}, \pi_{111} = \frac{}{0+1=0s}, \ \ldots, \pi_{191} = \frac{}{0+9=0s},$$

$$\pi_{102} = \frac{}{1+0=0s}, \pi_{112} = \frac{}{1+1=0s}, \ \ldots, \pi_{192} = \frac{}{1+9=1s},$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots \qquad \ldots \qquad \vdots$$

$$\pi_{110} = \frac{}{9+0=0s}, \pi_{120} = \frac{}{9+1=1s}, \ldots, \pi_{200} = \frac{}{9+9=1s}.$$

Символ ***s*** используется в приведенных продукциях для указания на то, что они определяют величину переноса.

3. Специальные аксиомы:

$$\boldsymbol{x} + \mathbf{0} = \boldsymbol{x};$$
$$\boldsymbol{x} + \boldsymbol{y} = \boldsymbol{y} + \boldsymbol{x}.$$

Эти аксиомы формулируются в предположении, что ***x*** и ***y*** представляют собой числа.

4. Продукция-не аксиома

Правило сложения двух десятичных чисел:

$$\pi_{203} = \frac{\boldsymbol{x} + y = t \quad x + y = z\mathbf{s} \quad u + z = v \quad v + w = k}{ux + wy = kt}.$$

Нетрудно видеть, что приведенные правила воспроизводят знания, используемые в общеизвестной процедуре поразрядного сложения десятичных чисел справа–налево.

Тогда соответствующая система Поста имеет вид $P = \langle A, B, V, \Pi \rangle$, где Π – это совокупность приведенных продукций, а

A = { +, =, **s**, **0**, . . . , **9**}, $B = \{\varnothing\}$ и V = {***x***, ***y***, ***z***, ***v***, ***w***, ***k***, ***t***, ***u***}.

Задача №1.

Построить продукционные системы, в которых выводятся следующие множества слов в алфавите {0, 1, S}:

a) слов, в которых никакие два соседних символа не являются одинаковыми;

b) пар двоичных слов (α,β), таких что β является обращением α (т.е. $\beta = \alpha^{-1}$), например, $\alpha = 10111, \beta = 11101$;

c) пар слов, в которых первое слово произвольное, а второе получается из первого удалением всех нулей;

d) пар слов (α, β), содержащих поровну единиц;

e) пар слов (α,β), содержащих поровну и нулей и единиц.

Задача №2.

Постройте систему Поста, описывающую сложение неотрицательных целых чисел в троичной системе счисления.

Задача №3.

Постройте систему Поста, описывающую сложение неотрицательных целых чисел в четверичной системе счисления.

Задача №4.

Постройте систему Поста, описывающую вычитание неотрицательных целых чисел в троичной системе счисления.