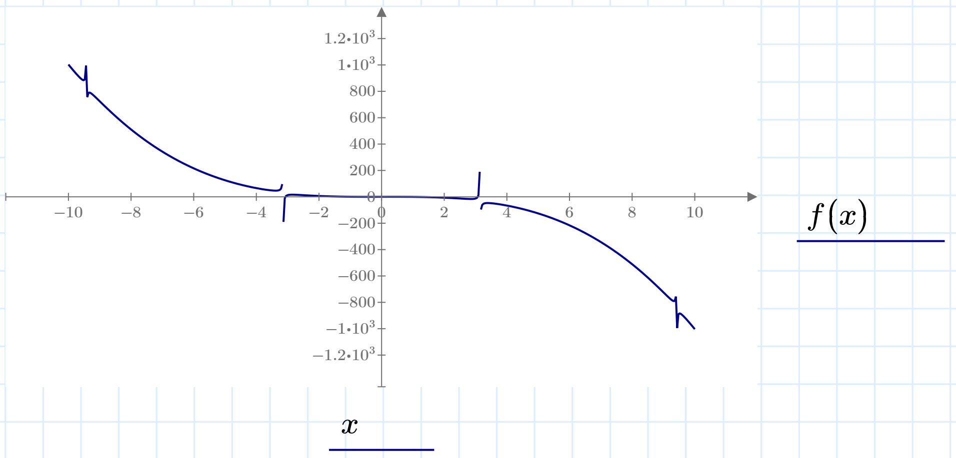
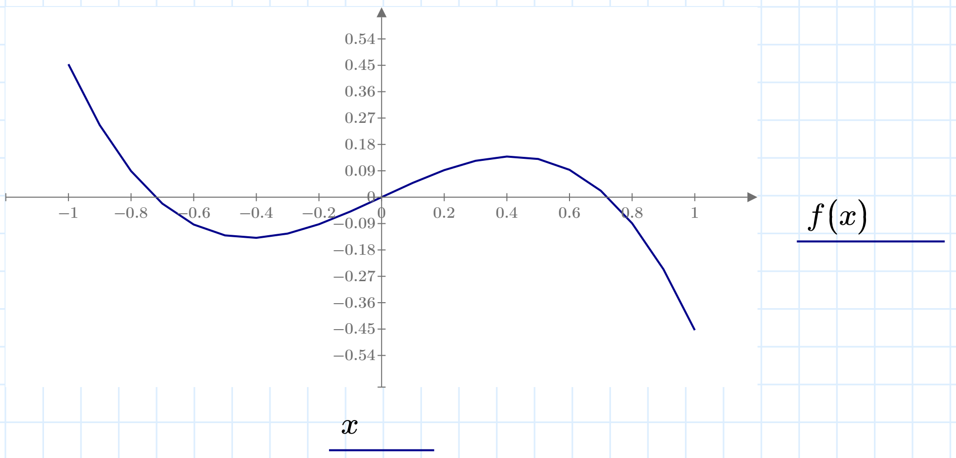
Лабораторная работа 1 "Приближённые методы решения нелинейных скалярных уравнений"
Гордеев Никита, группа 22307, вариант 7

1) График f(x), окрестности корня

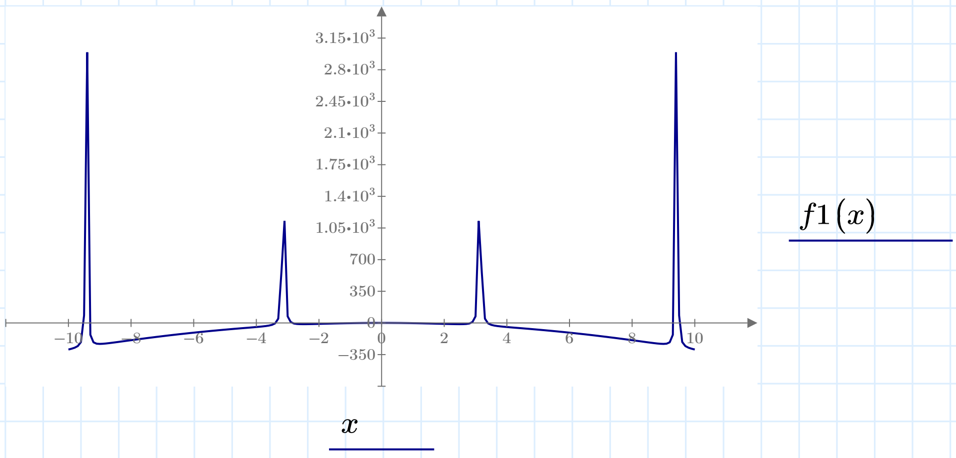
$$f(x) := \tan\left(\frac{x}{2}\right) - x^3$$



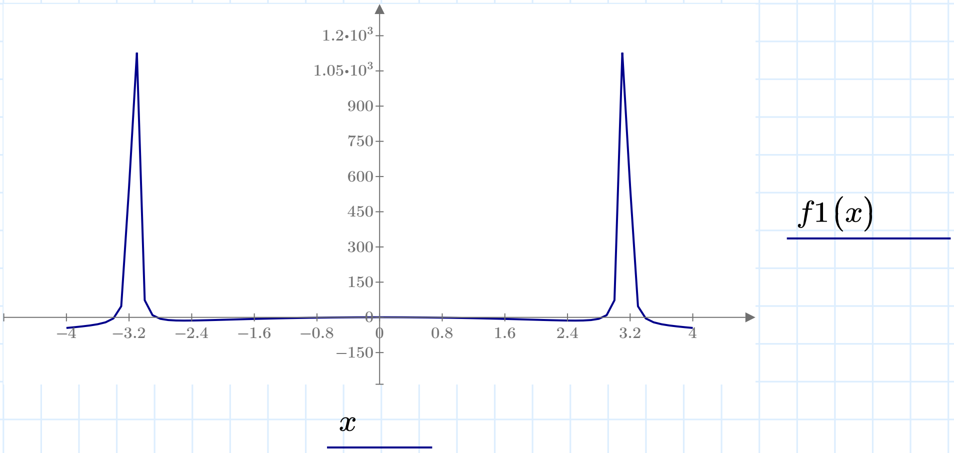
$f(x) := \tan\left(\frac{x}{2}\right) - x^3$ $\qquad a := -1 \qquad b := 1 \qquad x := a, a+0.1 .. b$



$f1(x) := \frac{d}{dx} f(x)$ $\qquad a := -10 \qquad b := 10 \qquad x := a, a+0.1 .. b$



$f1(x) := \frac{d}{dx} f(x)$ $a := -4$ $b := 4$ $x := a, a+0.1 .. b$



2) Приближенное решение, функцией root

$t := 1$

$t := \mathbf{root}(f(t), t)$

$t = 0.723$

3) Приближённое решение итерационным методом

Метод простых итераций

$M := 13$ $m := 2$

$\tau := \frac{2}{M}$ $n := 9$

$k := 0 .. n$ $y_0 := 1$

$y_{k+1} := y_k - \tau \cdot f(y_k)$

$$y = \begin{bmatrix} 1 \\ 1.07 \\ 1.167 \\ 1.31 \\ 1.538 \\ 1.948 \\ 2.859 \\ 5.373 \\ 29.307 \\ 3.902 \cdot 10^3 \\ 9.141 \cdot 10^9 \end{bmatrix}$$

метод Ньютона

Для решения данной задачи методом Ньютона необходимо задать начальное приближение x0 = 1.

$$x_0 := 1$$

Вычисляем значение функции и ее производной в точке x_0:

$$f1(x) := \frac{d}{dx} f(x) \rightarrow \frac{\tan\left(\frac{x}{2}\right)^2 + 1}{2} - 3 \cdot x^2$$

Вычисляем следующую точку x1 по формуле метода Ньютона

$$x_1 := x_0 - \frac{f(x_0)}{f1(x_0)} \rightarrow -\frac{2 \cdot \tan\left(\frac{1}{2}\right) - 2}{\tan\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 5} + 1$$

Итеративно вычисляем следующие точки x2, x3, ..., пока не достигнем заданной точности

$$x_2 := x_1 - \frac{f(x_1)}{f1(x_1)} \rightarrow \frac{\tan\left(\frac{\frac{2 \cdot \tan\left(\frac{1}{2}\right) - 2}{\tan\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 5} - 1}{2}\right) + \left(-\frac{2 \cdot \tan\left(\frac{1}{2}\right) - 2}{\tan\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 5} + 1\right)^3}{\frac{\tan\left(\frac{\frac{2 \cdot \tan\left(\frac{1}{2}\right) - 2}{\tan\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 5} - 1}{2}\right)^2 + 1}{2} - 3 \cdot \left(-\frac{2 \cdot \tan\left(\frac{1}{2}\right) - 2}{\tan\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 5} + 1\right)^2} + \left(1 - \frac{2 \cdot \tan\left(\frac{1}{2}\right) - 2}{\tan\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 5}\right) \cdots$$

$$x_3 := x_2 - \frac{f(x_2)}{f1(x_2)} \rightarrow 0.7234442679477520752111 = 0.723$$

$$x_4 := x_3 - \frac{f(x_3)}{f1(x_3)} \rightarrow 0.72318394886146951132515 2 = 0.723$$

$$x_5 := x_4 - \frac{f(x_4)}{f1(x_4)} \rightarrow 0.7231838087750324596138 = 0.723$$

Используя итерационный метод Ньютона, нашли приближенное решение уравнения x = 0.723

4) Демонстрация отсутствия сходимости при ненадлежащем выборе начального приближения

$M1 := 13$

$m1 := 1$

$\tau 1 := \dfrac{2}{M}$

$n1 := 9$

$k1 := 0 .. n$

$y1_0 := 10$

$y1_{k+1} := y1_k - \tau \cdot \boxed{f\left(y1_k\right)}$

$\boxed{y1} = ?$

5) Модуль разности приближённых значений п.2 и 3

$$s_k := \left|y_k - t\right| = \begin{bmatrix} 0.277 \\ 0.347 \\ 0.444 \\ 0.587 \\ 0.814 \\ 1.225 \\ 2.136 \\ 4.649 \\ 28.584 \\ 3.901 \cdot 10^3 \end{bmatrix}$$

6) Оценка погрешности приближённых решений

$$z_k := \left|\frac{f\left(y_k\right)}{m}\right| = \begin{bmatrix} 0.227 \\ 0.316 \\ 0.465 \\ 0.74 \\ 1.334 \\ 2.96 \\ 8.169 \\ 77.787 \\ 1.259 \cdot 10^4 \\ 2.971 \cdot 10^{10} \end{bmatrix}$$

7) Сравнение результатов п.5 и 6.

$k := 0 .. 6$