

Лабораторная работа 5 "Среднеквадратичные приближения".  
Гордеев Никита, группа 22307, вариант 7

ДАНО:

$$x := \begin{bmatrix} 0.25 \\ 0.31 \\ 0.36 \\ 0.39 \\ 0.43 \\ 0.47 \\ 0.52 \\ 0.56 \\ 0.64 \\ 0.66 \\ 0.71 \end{bmatrix} \quad y := \begin{bmatrix} 0.255 \\ 0.320 \\ 0.376 \\ 0.411 \\ 0.458 \\ 0.508 \\ 0.572 \\ 0.626 \\ 0.584 \\ 0.576 \\ 0.559 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{Таблично заданная} \\ \text{функция на промежутке} \end{array} \quad n := 10$$

ЭТАП 1: РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДА НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

$$s(j) := \sum_{i=0}^n (x_i)^j \quad \text{Определение функции } s(j) - \text{суммы степеней } x \text{ от } 0 \text{ до } n \text{ включительно.}$$

$$b(j) := \sum_{i=0}^n y_i \cdot (x_i)^j \quad \text{Определение функции } b(j) - \text{суммы произведений } y \text{ и степеней } x \text{ от } 0 \text{ до } n \text{ включительно}$$

$$A2 := \begin{bmatrix} s(0) & s(1) & s(2) \\ s(1) & s(2) & s(3) \\ s(2) & s(3) & s(4) \end{bmatrix} \quad \text{Создание матрицы } A2 \text{ размером } 3 \times 3, \text{ используя функцию } s(j) \text{ для заполнения элементов}$$

$$B2 := \begin{bmatrix} b(0) \\ b(1) \\ b(2) \end{bmatrix} \quad \text{Создание матрицы } B2 \text{ размером } 3 \times 1, \text{ используя функцию } b(j) \text{ для заполнения элементов}$$

$$a2 := \text{lsolve}(A2, B2) = \begin{bmatrix} -0.377 \\ 2.986 \\ -2.317 \end{bmatrix} \quad \text{Вектор коэффициентов многочлена, который аппроксимирует заданные данные, вычисление системы линейных уравнений } A2 * a2 = B2$$

$$p2(t) := \sum_{k=0}^2 (a2_k \cdot t^k) \quad \text{Аппроксимирующий многочлен } p2(t) - \text{суммы произведений коэффициентов } a2 \text{ и степеней } t \text{ от } 0 \text{ до } 2 \text{ включительно}$$

---


$$A3 := \begin{bmatrix} s(0) & s(1) & s(2) & s(3) \\ s(1) & s(2) & s(3) & s(4) \\ s(2) & s(3) & s(4) & s(5) \\ s(3) & s(4) & s(5) & s(6) \end{bmatrix} \quad B3 := \begin{bmatrix} b(0) \\ b(1) \\ b(2) \\ b(3) \end{bmatrix} \quad a3 := \text{lsolve}(A3, B3) = \begin{bmatrix} 0.424 \\ -2.695 \\ 10.289 \\ -8.81 \end{bmatrix}$$

$$p3(t) := \sum_{k=0}^3 (a3_k \cdot t^k)$$

$$A4 := \begin{bmatrix} s(0) & s(1) & s(2) & s(3) & s(4) \\ s(1) & s(2) & s(3) & s(4) & s(5) \\ s(2) & s(3) & s(4) & s(5) & s(6) \\ s(3) & s(4) & s(5) & s(6) & s(7) \\ s(4) & s(5) & s(6) & s(7) & s(8) \end{bmatrix} \quad B4 := \begin{bmatrix} b(0) \\ b(1) \\ b(2) \\ b(3) \\ b(4) \end{bmatrix} \quad a4 := \text{lsolve}(A4, B4) = \begin{bmatrix} 1.134 \\ -9.464 \\ 33.323 \\ -42.144 \\ 17.398 \end{bmatrix}$$

$$p4(t) := \sum_{k=0}^4 (a4_k \cdot t^k)$$

*Абсолютная погрешность*

$$i := 0 .. n$$

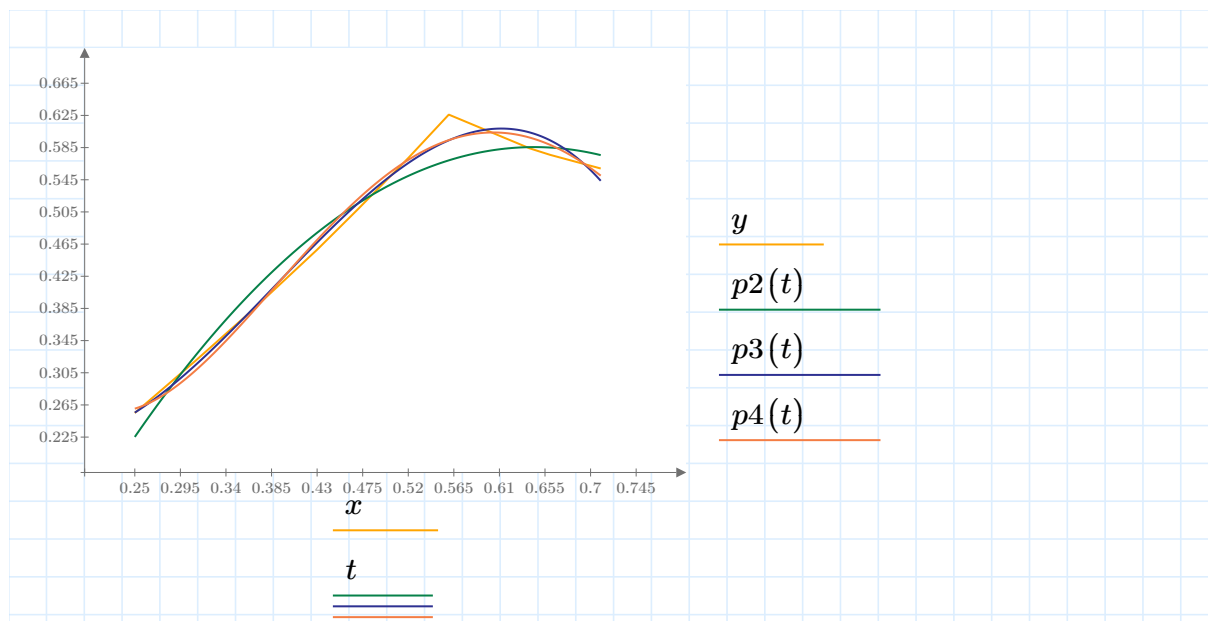
$ar2_i :=  y_i - p2(x_i) $	Вычисление абсолютной погрешности для каждой точки	$\max(ar2) = 0.057$	Нахождение максимальной абсолютной погрешности
$ar3_i :=  y_i - p3(x_i) $		$\max(ar3) = 0.032$	
$ar4_i :=  y_i - p4(x_i) $		$\max(ar4) = 0.032$	

*Среднеквадратичная погрешность*

$$sr2 := \frac{1}{n+1} \cdot \left( \sqrt{\sum_i (ar2_i)^2} \right) = 0.007$$

$$sr3 := \frac{1}{n+1} \cdot \left( \sqrt{\sum_i (ar3_i)^2} \right) = 0.00426$$

$$sr4 := \frac{1}{n+1} \cdot \left( \sqrt{\sum_i (ar4_i)^2} \right) = 0.004$$

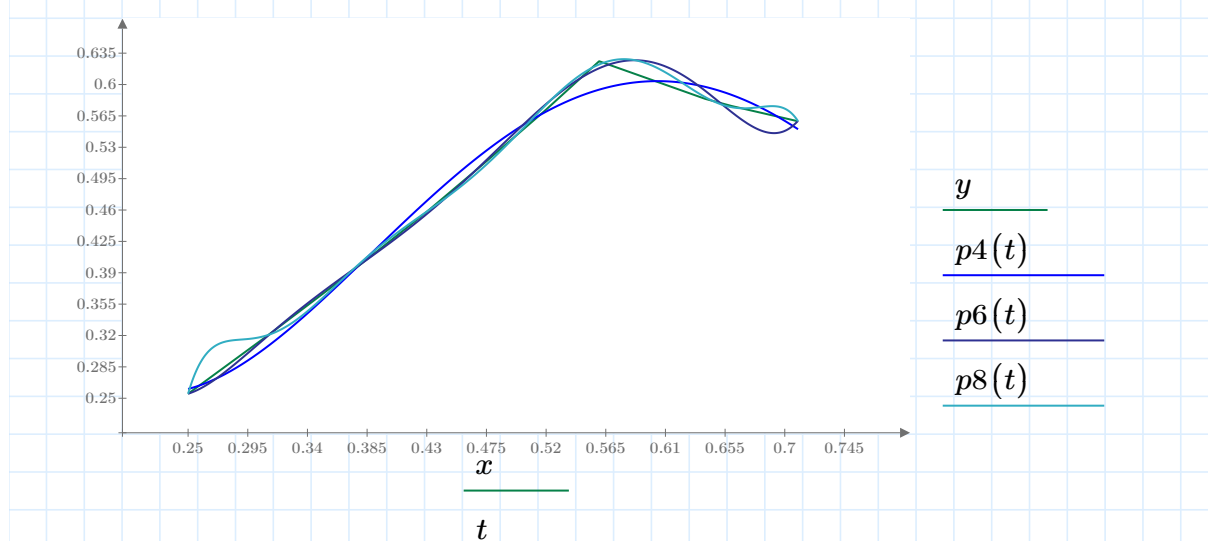


## ЭТАП 2: ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ФУНКЦИЙ MATHCAD REGRESS И INTERP

Строим многочлены различных степеней ( $m=4, 5, 6, 7, 8$ )

$a4 := \text{regress}(x, y, 4)$	аппроксимация:	$p4(t) := \text{interp}(a4, x, y, t)$	интерполяция данных с использованием полученных коэффициентов многочлена
$a5 := \text{regress}(x, y, 5)$	вычисления	$p5(t) := \text{interp}(a5, x, y, t)$	
$a6 := \text{regress}(x, y, 6)$	коэффициентов	$p6(t) := \text{interp}(a6, x, y, t)$	
$a7 := \text{regress}(x, y, 7)$	многочлена по методу	$p7(t) := \text{interp}(a7, x, y, t)$	
$a8 := \text{regress}(x, y, 8)$	наименьших квадратов	$p8(t) := \text{interp}(a8, x, y, t)$	

графики исходной функции и полученных многочленов



## ЭТАП 3: СРАВНЕНИЕ И АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

### Абсолютная погрешность

$$i := 0 \dots n$$

$ar4_i :=  y_i - p4(x_i) $	Вычисление абсолютной погрешности для каждой точки	$\max(ar4) = 0.032$	Нахождение максимальной абсолютной погрешности
$ar5_i :=  y_i - p5(x_i) $		$\max(ar5) = 0.016$	
$ar6_i :=  y_i - p6(x_i) $		$\max(ar6) = 0.009$	
$ar7_i :=  y_i - p7(x_i) $		$\max(ar7) = 0.008$	
$ar8_i :=  y_i - p8(x_i) $		$\max(ar8) = 0.005$	

### Среднеквадратичная погрешность

$$sr4 := \frac{1}{n+1} \cdot \left( \sqrt{\sum_i (ar4_i)^2} \right) = 0.004$$
$$sr5 := \frac{1}{n+1} \cdot \left( \sqrt{\sum_i (ar5_i)^2} \right) = 0.00224$$
$$sr6 := \frac{1}{n+1} \cdot \left( \sqrt{\sum_i (ar6_i)^2} \right) = 0.00141$$
$$sr7 := \frac{1}{n+1} \cdot \left( \sqrt{\sum_i (ar7_i)^2} \right) = 0.0014$$
$$sr8 := \frac{1}{n+1} \cdot \left( \sqrt{\sum_i (ar8_i)^2} \right) = 0.0008$$