

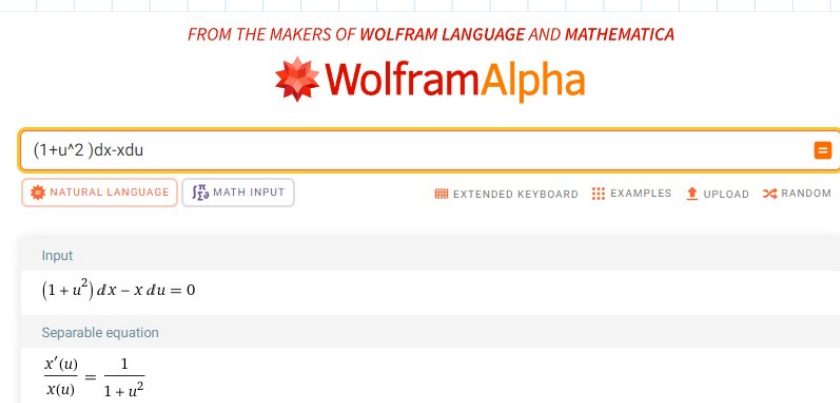
Лабораторная работа 7 "Решение задачи Коши для ОДУ 1-го порядка".
Гордеев Никита, группа 22307, вариант 7

ДАНО:

$$(1 + u^2)dx - xdu \quad \text{уравнение} \quad a := \frac{\pi}{4} \quad \text{начальная точка интервала}$$

$$b := 1 \quad \text{конечная точка интервала} \quad X_0 := 1 \quad \text{начальное условие приближенного решения}$$

ЭТАП 1: ПРИВЕДЕНИЕ УРАВНЕНИЯ К НОРМАЛЬНОЙ ФОРМЕ



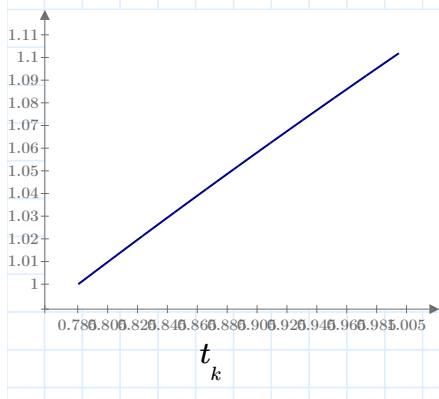
$$F(t, u) := \frac{1}{1 + u^2}$$

ЭТАП 2: ЯВНАЯ РАЗНОСТНАЯ СХЕМА ЭЙЛЕРА

$$n := 5000 \quad \text{Количество шагов} \quad k := 0 \dots n - 1 \quad \text{Итерационная переменная}$$

$$h := \frac{b - a}{n} \quad \text{Шаг метода} \quad t_k := a + k \cdot h$$

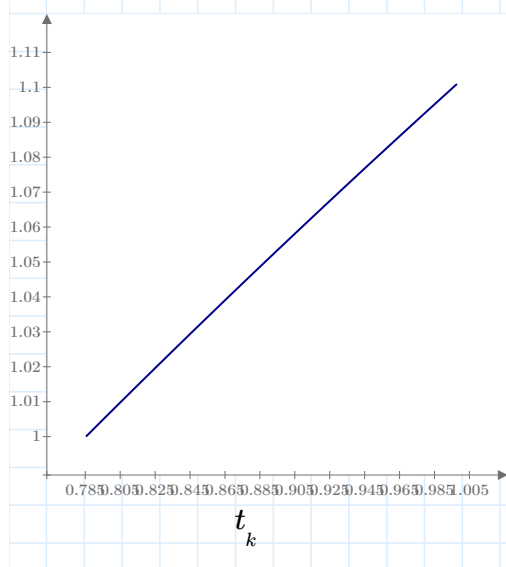
$$X_{k+1} := X_k + h \cdot F(t_k, X_k) \quad \text{Значение правой части уравнения в текущей точке}$$



$Y_0 := 1$	Начальное условие для приближенного решения	$n := 2 \cdot n$	Удвоенное количество шагов для оценки погрешности
$h := \frac{b-a}{n}$	Новый шаг метода после удвоения шага	$k := 0 \dots n-1$	Итерационная переменная для нового числа шагов
$t_k := a + k \cdot h$			
$Y_{k+1} := Y_k + h \cdot F(t_k, Y_k)$	Реализация явной разностной схемы Эйлера		
$m := 0 \dots \frac{n}{2}$	Итерационная переменная для оценки погрешности	$Z1_m := X_m - Y_{2m} $	Разность между значениями приближенного решения на двух шагах для оценки погрешности
$\max(Z1) = 4.932 \cdot 10^{-7}$	Оценка погрешности метода Рунге		

ЭТАП 3: РАЗНОСТНАЯ СХЕМА ЭЙЛЕРА-КОШИ

$n := 100$	Количество шагов разбиения интервала	$h := \frac{b-a}{n}$	Шаг метода
$k := 0 \dots n-1$	Итерационная переменная	$t_k := a + k \cdot h$	$\delta := \frac{1}{2}$
$X1_0 := 1$	Начального условия приближенного решения		
$X1_{k+1} := X1_k + \frac{h}{2} \left(F(t_k, X1_k) + F(t_{k+1}, X1_k + h \cdot F(t_k, X1_k)) \right)$	явной разностной схемы Эйлера		



$X1_k$

$$X1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1.001 \\ 1.002 \\ 1.003 \\ 1.004 \\ 1.005 \\ 1.006 \\ 1.007 \\ 1.009 \\ 1.01 \\ 1.011 \\ 1.012 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

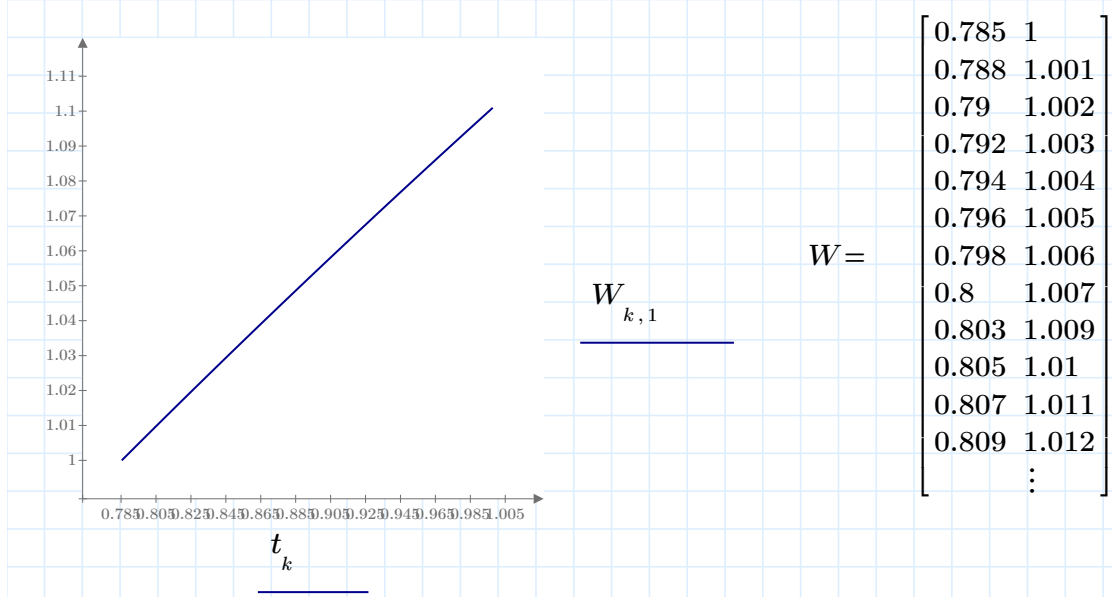
ЭТАП 4: ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ФУНКЦИИ MATHCAD RKFIXED

$j := 0 \dots n$ Итерационная переменная

$s := 1$ Текущее значение $n := 100$ Количество шагов разбиения

$D(t, s) := F(t, s)$ Функция, описывающая изменение переменной s

$W := \text{rkfixed}(s, a, b, n, D)$ Результат численного решения уравнения с использованием функции



ЭТАП 5: ВЫЧИСЛЕНИЕ РАЗНОСТИ И СРАВНЕНИЕ С ОЦЕНКОЙ ПОГРЕШНОСТИ

$R1_j := |X1_j - W_{j,1}|$

$\max(R1) = 7.991 \cdot 10^{-9}$

