## Лабораторная работа 7 "Решение задачи Коши для ОДУ 1-го порядка". Гордеев Никита, группа 22307, вариант 7 <mark>ДАНО:</mark> $a = \frac{\pi}{4}$ $(1+u^2)dx - xdu$ уравнение начальная точка интервала $X_0 \coloneqq 1$ начальное условие b = 1конечная точка интервала приближенного решения ЭТАП 1: ПРИВЕДЕНИЕ УРАВНЕНИЯ К НОРМАЛЬНОЙ ФОРМЕ FROM THE MAKERS OF **WOLFRAM LANGUAGE** AND **MATHEMATICA Wolfram**Alpha (1+u<sup>2</sup>)dx-xdu NATURAL LANGUAGE ST MATH INPUT $\left(1+u^2\right)dx - x\,du = 0$ $\frac{x'(u)}{x(u)}=\frac{1}{1+u^2}$ $F(t,u) = \frac{1}{1+u^2}$ ЭТАП 2: ЯВНАЯ РАЗНОСТНАЯ СХЕМА ЭЙЛЕРА n = 5000Количество шагов $k \coloneqq 0 \dots n-1$ Итерационная переменная $h \coloneqq \frac{b-a}{n}$ Шаг метода $t_{_{\!k}}\!\coloneqq\!a\!+\!k\!\cdot\!h$ $X_{k+1} := X_k + h \cdot F\left(t_k, X_k\right)$ Значение правой части уравнения в текущей точке 1.11-1.1 1.09 1.08 1.07 1.06 1.05 $X_{_{k}}$ 1.04 1.03 1.02 1.01 $0.78 \\ \mathbf{5}.80 \\ \mathbf{5}.82 \\ \mathbf{5}.84 \\ \mathbf{5}.86 \\ \mathbf{5}.88 \\ \mathbf{5}.90 \\ \mathbf{5}.92 \\ \mathbf{5}.94 \\ \mathbf{5}.96 \\ \mathbf{5}.98 \\ \mathbf{5}.005$ $t_{_k}$

| $Y_0 \coloneqq 1$                                 | Начальное условие для<br>приближенного решения                                     | $n\!\coloneqq\! 2\!ullet n$     | Удвоенное количество шагов<br>для оценки погрешности |
|---|--|---------------------------------|--|
| $h := \frac{b-a}{n}$                              | Новый шаг метода после<br>удвоения шага  | $k \coloneqq 0 \dots n -$       | 1 Итерационная переменная<br>для нового числа шагов  |
| $t_k = a + k \cdot h$                             |  |                                 |  |
| $Y_{k+1} \coloneqq Y_k + I$                       | $hullet F\Bigl(t_{_k},Y_{_k}\Bigr)$ Реализация явно                                | ой разностной                   | й схемы Эйлера                                       |
| $m \coloneqq 0 \dots \frac{n}{2}$                 | перепенная для   | $:= \left  X_m - Y_2 \right _m$ | прислиженного решения на                             |
|   | оценки погрешности   |                                 | двух шагах для оценки<br>погрешности                 |
| $\max(Z1) = 4$                                    | .932•10 <sup>-7</sup> Оценка погре   | шности метод                    | да Рунге   |
| ЭТАП 3: РАЗ                                       | <mark>НОСТНАЯ СХЕМА ЭЙЛЕРА-КО</mark>   | ШИ                              |  |
| n = 100   | Количество шагов<br>разбиения интервала  | $h \coloneqq \frac{b-a}{n}$     | Шаг метода   |
| $k \coloneqq 0 \dots n-1$                         | Итерационная переменная  | $t_{k} \coloneqq a + k \cdot b$ | $\delta := \frac{1}{2}$                              |
| X1 := 1 Начального условия приближенного решения  |  |                                 |  |
| $X1_{k+1} \coloneqq X1_k$                         | $+\frac{h}{2}\left(F\left(t_{k},X1_{k}\right)+F\left(t_{k+1},X1_{k}\right)\right)$ | $t_k + h \cdot F(t_k, X1)$      | $\binom{k}{2}$ явной разностной схемы Эйлера         |
| 1.11-   |  |                                 |  |
| 1.1-  |  |                                 | $\begin{bmatrix} 1 \\ 1.001 \end{bmatrix}$           |
| 1.08 -<br>1.07 -                                  |  |                                 | 1.002  |
| 1.06-   |  |                                 | 1.004  |
| 1.05  | X1   | k                               | $X1 = \begin{bmatrix} 1.005 \\ 1.006 \end{bmatrix}$  |
| 1.03  |  |                                 | 1.007  |
| 1.01-   |  |                                 | 1.009  |
| 1-  |  |                                 | 1.01   |
| 0.78D.80D.82D.84D.86D.88D.90D.92D.94D.96D.98D.005 |  |                                 | 1.012  |
|   |  |                                 |  |
|   |  |                                 |  |
|   |  |                                 |  |

## ЭТАП 4: ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ФУНКЦИИ MATHCAD RKFIXED $j \coloneqq 0 \dots n$ Итерационная переменная s = 1Текущее значение n = 100Количество шагов разбиения $D(t,s) \coloneqq F(t,s)$ Функция, описывающая изменение переменной s W = rkfixed(s, a, b, n, D)Результат численного решения уравнения с использованием функции 0.785 1 $0.788 \ 1.001$ 1.11 $0.79 \quad 1.002$ 1.1 $0.792 \ 1.003$ 1.09 $0.794 \ 1.004$ 1.08 $0.796 \ 1.005$ 1.07 1.06 0.798 1.006W = $W_{k,1}$ 0.81.0071.04 $0.803 \ 1.009$ 1.03 $0.805 \ 1.01$ 1.02 $0.807 \ 1.011$ 1.01 $0.809 \ 1.012$ 0.785.805.825.845.865.885.905.925.945.965.985.005 ЭТАП 5: ВЫЧИСЛЕНИЕ РАЗНОСТИ И СРАВНЕНИЕ С ОЦЕНКОЙ ПОГРЕШНОСТИ $R1_{j} \coloneqq \left| X1_{j} - W_{j,1} \right|$ $1.027\boldsymbol{\cdot} 10^{-10}$ $2.048 \cdot 10^{-10}$ $\max(R1) = 7.991 \cdot 10^{-9}$ $3.064 \cdot 10^{-10}$ $4.074 \cdot 10^{-10}$ $5.079 \cdot 10^{-10}$ 10-9 $6.079 \cdot 10^{-10}$ 10-R1 =10- $7.073 \cdot 10^{-10}$ 10- $8.062 \cdot 10^{-10}$ 10- $9.046 \cdot 10^{-10}$ 10-9 $X1_k - W_{k,1}$ 10-9 $1.002 \cdot 10^{-9}$ 10- $1.1 \cdot 10^{-9}$ 10- $0^{-10}$ $0.78 \pm 0.80 \pm 0.82 \pm 0.84 \pm 0.86 \pm 0.88 \pm 0.90 \pm 0.92 \pm 0.94 \pm 0.96 \pm 0.98 \pm 0.005$ $t_{_k}$

