

Лабораторная работа № 4

Интерполяция

Тема: Интерполяция функции многочленом Лагранжа и линейным сплайном.

Задание:

Для заданной функции $y = f(x)$ на промежутке $[a, b]$:

1. Написать формулу интерполяционного многочлена Лагранжа в случае равноотстоящих узлов. Вычислить погрешность интерполяции при различном количестве узлов.
2. Написать формулу интерполяционного многочлена Лагранжа в случае, когда узлами являются корни многочлена Чебышева. Вычислить погрешность интерполяции при различном количестве узлов.
3. Графически сравнить полученные в 1-м и 2-м пунктах величины погрешности интерполяции в зависимости от количества узлов. Сделать вывод о сходимости интерполяционного процесса.
4. Выполнить интерполяцию линейным сплайном, используя функцию *linterp*. Определить погрешность интерполяции линейным интерполяционным сплайном, определенным по равноотстоящей системе узлов для различного числа узлов. Построить график зависимости погрешности от числа узлов.
5. Сформулировать конкретные выводы на основании результатов, полученных в пунктах 3, 4.-

Варианты функций и промежутков для интерполяции

Но- мер вари- анта	$f(x)$	a	b	Но- мер вари- анта	$f(x)$	a	b
1	$\ln x - \frac{1}{x^2}$	1	6	2	$\ln x - \frac{7}{2 \cdot x + 6}$	1	7
3	$2 \cdot \ln x - \frac{x}{2} + 1$	1	7	4	$e^{-x} - (x-1)^2$	-3	3
5	$\frac{1-x}{x} - \pi \cdot \cos(\pi \cdot x)$	1	5	6	$e^x + x^2 - 10$	0	3
7	$\cos(2x) - x^2$	0.5	2.4	8	$e^x - 2 \cdot (x-2)^2$	0	3
9	$3 \sin(\frac{\pi}{4} \cdot x) - x - 2$	-0.5	4.5	10	$e^x + 2 \cdot x^2 - 3$	-2	2
11	$\sqrt{x} - 2 \cdot \sin \frac{\pi}{2} \cdot x$	1	6	12	$e^{-x} - \sqrt{x-1}$	2	6
13	$\sqrt{x} - \cos \frac{x}{2}$	1	8	14	$2 \cdot \sin(3 \cdot x) - 1,5 \cdot x$	-1	2
15	$2 \cdot \ln x - \frac{1}{x}$	1	6	16	$2 \cdot e^{-x} - \frac{x}{2}$	-3	3
17	$x - 3 \cdot \cos^2 x$	-2	3	18	$\ln(2x) - 0,5 \cdot x + 2$	1	10

19	$x^4 - \sqrt{x+1} - 3$	0.5	2.5	20	$x \cdot \ln x - \frac{3}{x}$	1	5
21	$\sin(\frac{3}{4} \cdot x) - x^2 - 4$	0.2	4	22	$e^{-x} + 5(x-1)^2$	-2	3
23	$e^{1-x} + x^2 - 5$	-2	3	24	$\sqrt{x+1} - 2 \cos \frac{x}{2}$	0	5
25	$2 \cdot \sin(2 \cdot x) - x^2$	0	3	26	$\sqrt{2x} - \cos \frac{x}{3}$	1.5	6
27	$e^{x-1} + 2x^2 - 7$	-3	2	28	$2e^{-x} - (x+1)^2$	-3	3
29	$\cos(x) - 2 \cdot (x+1)$	-1	3	30	$\sin(2,5 \cdot x) - 5 \cdot x$	-0.2	20.5

Примечания

1. Примерные значения числа узлов интерполяции для пунктов задания **1, 2, 4**
 $n = 5, 10, 15, 20, 25, 30, 40, 50, 60, 70$

Для вычисления погрешности интерполяции и построения графиков использовать фиксированный набор порядка 100 точек, не совпадающих с узлами интерполяции. Например,

$$t_j = a + \frac{b-a}{137} \cdot j \quad j = 0, \dots, 137$$

2. Для указанного набора точек можно определить примерную величину погрешности интерполяции при заданной величине n как $\max |f(t_j) - L(t_j)|$, где $L(t)$ – интерполяционный многочлен или сплайн. Полученное значение погрешности можно сохранить, поместив его в качестве первой координаты заданного для этой цели вектора. Затем можно поменять значение n и получить новое значение погрешности, сохранив его как следующую компоненту того же заданного вектора и т. д. Аналогичным образом можно сформировать вектора, содержащие погрешности интерполяции для каждого пункта задания.
3. Записав в качестве координат еще одного вектора использованные для интерполяции количества узлов, по компонентам этого вектора и векторов с сохраненными величинами погрешностей можно построить графики зависимости погрешностей интерполяции от числа узлов.

В приложении 4 содержится архив с html-образом Mathad-документа с основными фрагментами одного из возможных вариантов выполнения заданий лабораторной работы № 4

ПРИВЕДЕННЫЕ В ПРИЛОЖЕНИИ ГРАФИКИ ИНТЕРПОЛЯЦИОННОГО МНОГОЧЛЕНА И ПОГРЕШНОСТЕЙ ИНТЕРПОЛЯЦИИ ЯВЛЯЮТСЯ **ИЛЛЮСТРАЦИЯМИ** ПО ТЕМЕ ИНТЕРПОЛЯЦИЯ, А НЕ ОБРАЗЦАМИ ДЛЯ ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ В ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТАХ!