

ЗАДАНИЕ на лабораторную работу №5

Тема: Программно- алгоритмическая реализация методов решения нелинейных уравнений, в том числе больших систем уравнений разностных схем, аппроксимирующих дифференциальные уравнения при построении вычислительных моделей.

Цель работы. Получение навыков разработки алгоритмов решения нелинейных уравнений и систем таких уравнений, в том числе больших систем специального вида с трехдиагональной матрицей.

Постановки задач.

1. Найти решение системы уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1, \\ 2x^2 + y^2 - 4z = 0, \\ 3x^2 - 4y + z^2 = 0 \end{cases}$$

2. При заданном значении функции Лапласа $\Phi(x)$ найти ее аргумент x

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x \exp(-t^2 / 2) dt .$$

Замечание. В данной задаче удобно применить метод половинного деления. Интеграл вычислять численно, например, методом трапеций, средних или Симпсона.

3. Решить численно краевую задачу для дифференциального уравнения

$$\begin{cases} y'' - y^3 = x^2, \\ 0 \leq x \leq 1, \\ x = 0, y = 1, \\ x = 1, y = 3. \end{cases}$$

Замечание 1. Порядок решения.

Вводим разностную сетку, как множество равноотстоящих точек на оси x (узлов)

$$\omega_h = \{x_n : x_n = nh, n = 0, 1, \dots, N, h = 1/N\}$$

Аппроксимируем вторую производную разностным аналогом

$$\begin{cases} \frac{y_{n-1} - 2y_n + y_{n+1}}{h^2} - y_n^3 = x_n^2, & n = 1, 2, \dots, N-1, \\ y_0 = 1, \\ y_N = 3 \end{cases} \quad (1)$$

Замечание 2. Полученную систему нелинейных уравнений решаем методом Ньютона. В качестве начального приближения $y_n^{(0)}$, $n = 0, 1, N$ целесообразно принять функцию, удовлетворяющую краевым условиям.

Результаты работы.

1. Алгоритмы и реализующие их программы.
2. По п.1 и 2 найденные решения уравнений.
3. По п.3 график зависимости $y(x)$

Методика оценки работы.

Модуль 3, срок - 17-я неделя..

1. Задание полностью выполнено - 11 баллов (минимум).
2. В дополнение к п.1 даны исчерпывающие ответы на вопросы – до 17 баллов (максимум).