

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

5.1. Закон распределения дискретного случайного вектора (X, Y) задан таблицей:

$X \backslash Y$	10	20	30	40
0.5	0.05	0.12	0.08	0.04
2.5	0.09	0.3	0.11	0.21

Требуется:

- а) найти ряды распределения случайных величин X и Y ;
- б) найти значения совместной функции распределения $F(x, y)$ в точках $(2.5, 25)$ и $(9, 11)$;
- в) найти вероятность события $\{2 \leq X < 9, 10 \leq Y \leq 30\}$;
- г) проверить, являются ли X и Y независимыми.

5.2. Совместная плотность распределения случайных величин X и Y имеет вид

$$f(x, y) = \begin{cases} C(x^2 + y^2), & x^2 + y^2 < 4; \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Требуется:

- а) найти постоянную C ;
- б) найти маргинальные плотности распределения случайных величин X и Y ;
- в) найти вероятность события $\{X^2 + Y^2 < 1\}$;
- г) проверить, являются ли X и Y независимыми.

5.3. Совместная плотность распределения случайных величин X и Y имеет вид

$$f(x, y) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \text{ или } y \leq 0; \\ Ce^{-4x-2y}, & x > 0, y > 0. \end{cases}$$

Требуется:

- а) найти постоянную C ;
- б) совместную функцию распределения случайных величин X и Y ;
- в) найти маргинальные плотности распределения случайных величин X и Y ;
- г) найти вероятность попадания случайного вектора (X, Y) в область, ограниченную прямыми $y = x$, $x + y = 2$, $x = 0$.
- д) проверить, являются ли X и Y независимыми.

5.4. Закон распределения дискретного случайного вектора (X, Y) задан таблицей: Требуется:

$X \backslash Y$	0.1	0.15	0.20
0.3	0.25	0.15	0.32
0.6	0.10	0.05	0.13

- а) найти условное распределение случайной величины X при условии, что случайная величина Y приняла значение $y_j, j = \overline{1;3}$;
- б) найти условное распределение случайной величины Y при условии, что случайная величина X приняла значение $x_i, i = \overline{1;2}$;
- в) с использованием найденных условных распределений сделать вывод о независимости случайных величин X и Y .

5.5. Двумерный случайный вектор (X, Y) равномерно распределен в прямоугольнике с вершинами в точках $(-3, -10), (-3, 10), (3, 10), (3, -10)$. Требуется:

- а) условную плотность распределения случайной величины X при условии, что случайная величина Y приняла значение y ;
- б) условную плотность распределения случайной величины Y при условии, что случайная величина X приняла значение x ;
- в) с использованием найденных условных плотностей сделать вывод о независимости случайных величин X и Y .

5.6. Непрерывный случайный вектор (X, Y) имеет плотность распределения

$$f(x, y) = \begin{cases} Cy, & (x, y) \in D; \\ 0, & (x, y) \notin D, \end{cases}$$

где D – область, ограниченная кривыми $y = x^2$ и $y = 1$. Требуется:

- а) найти постоянную C ;
- б) условную плотность распределения случайной величины X при условии, что случайная величина Y приняла значение y ;
- в) условную плотность распределения случайной величины Y при условии, что случайная величина X приняла значение x ;
- г) с использованием найденных условных плотностей исследовать независимость случайных величин X и Y .