Теория вероятностей

Домашнее задание №2 (модуль 1)

специальность ИУ7, 3-й курс, 5-й семестр

Лосцев Никита Дмитриевич

ИУ7-53Б

Вариант 14

1	2	Σ
0	2	2

1. Из урны, содержащей 20 белых и 10 черных шаров, извлекаются 3 шара (вынутый шар в урну не возвращается) Определите вероятность того, что среди вынутых шаров будет:

   а) ровно 2 белых (событие A),

   б) не меньше, чем 2 белых (событие B),

   в) не больше, чем 2 белых шара (событие C)

<u>Решение:</u> $x_i \in \{1, \ldots 30\}$ – номер вынутого шара

1) Исход: (x_1, x_2, x_3) – размещения без повторений из 30 по 3, где $x_i \in$ {"Б", "Ч"} – цвет вынутого шара; "Б" – белый цвет, "Ч" – черный цвет.

   ] N – общее число исходов.   не стыкуется

$$N = A_{30}^{3} = \frac{30!}{(30-3)!} = \frac{30!}{27!} = \frac{28 \cdot 29 \cdot 30}{1} = 24360$$

2)] N_A – число исходов события A

$$A: \left. \begin{array}{l} \overset{20\ 19\ 10}{(Б, Б, Ч)} \quad 20 \cdot 19 \cdot 10 \\ (Б, Ч, Б) \quad 20 \cdot 10 \cdot 19 \\ (Ч, Б, Б) \quad 10 \cdot 20 \cdot 19 \end{array} \right\} \Rightarrow N_A = 3 \cdot 20 \cdot 19 \cdot 10 = 11400$$

3) $P(A) = ?$

$$P(A) = \left\{ \begin{array}{l} \text{использ.} \\ \text{классич.} \\ \text{опред-е вер-ти} \end{array} \right\} = \frac{N_A}{N} = \frac{11400}{24360} = \frac{95}{203} \approx 0,468$$

4) $P(B) = ?$

   ] N_B – число исходов события B

$$B: \left. \begin{array}{l} \overset{20\ 19\ 10}{(Б, Б, Ч)} \quad 20 \cdot 19 \cdot 10 \\ (Б, Ч, Б) \quad 20 \cdot 10 \cdot 19 \\ (Ч, Б, Б) \quad 10 \cdot 20 \cdot 19 \\ \underset{20\ 19\ 18}{(Б, Б, Б)} \quad 20 \cdot 19 \cdot 18 \end{array} \right\} \Rightarrow N_B = 3 \cdot 20 \cdot 19 \cdot 10 + 20 \cdot 19 \cdot 18 = 18240$$

$$\Rightarrow P(B) = \left\{ \begin{array}{l} \text{классич} \\ \text{опред-е} \\ \text{вер-ти} \end{array} \right\} = \frac{N_B}{N} = \frac{18240}{24360} = \frac{152}{203} \approx 0,7488$$

5) $P(C) = ?$

F — и событие $F = \overline{C} = \{$среди трех вытянутых шаров все будут белые$\}$

$\Rightarrow P(C) = \begin{bmatrix} \text{исп. св-во } 1° \\ \text{св-мн} : P(\overline{A}) = 1 - P(A) \end{bmatrix} = 1 - P(\overline{C}) = 1 - P(F)$

$F: \underset{20\ 19\ 18}{(\underline{B},\underline{B},\underline{B})} \Rightarrow N_F$ — число исходов события F, $N_F = 20 \cdot 19 \cdot 18 = 6840$

$\Rightarrow P(F) = \begin{bmatrix} \text{исп. классич.} \\ \text{опред-е вер-ти} \end{bmatrix} = \dfrac{N_F}{N} = \dfrac{6840}{24360} = \dfrac{57}{203}$

$\Rightarrow P(C) = 1 - P(F) = 1 - \dfrac{57}{203} = \dfrac{146}{203} \approx 0,7192$

Ответ: a) $P(A) = 0,468$

     б) $P(B) = 0,7488$

     в) $P(C) = 0,7192$

2. При параллельном включении реле надежность блока из реле повышается. Сколько реле нужно взять, чтобы надежность блока (т.е. вероятность его безотказной работы) была равной 0,999, если надежность отдельного реле 0,9?

Решение:

1) Используем схему Бернулли для:

"успех" — реле отработал безотказно $p = 0,9$

"неудача" — реле вышло из строя $q = 1 - p = 1 - 0,9 = 0,1$

$n = ?$ — объем испытаний

2) $\exists \ A = \{$хотя бы 1 реле отработало безотказно$\}$

Требуется:

$$P(A) = P_n(k \geq 1) = 1 - q^n = 0,999$$

$$1 - 0,1^n = 0,999$$

$$0,1^n = 0,001$$

$$\Rightarrow n = 3$$

Ответ: $n = 3$

Работа над ошибками

Задача 1.   Решение:

1) Исход : (x_1, x_2, x_3), где $x_i \in \{1, \dots, 30\}$ — номер шара, вытащенного при i-м извлечении, $i = \overline{1, 3}$ — размещение без повторений из 30 по 3.

$]\,N$ — общее число исходов:

$$N = A_{30}^3 = \frac{30!}{(30-3)!} = \frac{30!}{27!} = 28 \cdot 29 \cdot 30 = 24360$$

2) $P(A) = ?$

$]\,N_A$ — число исходов события A

$$A: \quad \begin{array}{l} \overset{20}{(\overset{}{\text{Б}}}, \overset{19}{\overset{}{\text{Б}}}, \overset{10}{\overset{}{\text{Ч}}}) \quad 20 \cdot 19 \cdot 10 \\ \overset{20}{(\overset{}{\text{Б}}}, \overset{10}{\overset{}{\text{Ч}}}, \overset{19}{\overset{}{\text{Б}}}) \quad 20 \cdot 10 \cdot 19 \\ \overset{10}{(\overset{}{\text{Ч}}}, \overset{20}{\overset{}{\text{Б}}}, \overset{19}{\overset{}{\text{Б}}}) \quad 10 \cdot 20 \cdot 19 \end{array} \right\} \Rightarrow N_A = 3 \cdot 20 \cdot 19 \cdot 10 = 11400$$

где Ч — один из десяти возможных номеров чёрных шаров

Б — один из возможных номеров белых шаров

$$\Rightarrow P(A) = \left\{ \begin{array}{l} \text{исп-е} \\ \text{классич опред-е} \\ \text{вероятности} \end{array} \right\} = \frac{N_A}{N} = \frac{11400}{24360} = \frac{95}{203} \approx 0,468$$

3) $P(B) = ?$

$]\,N_B$ = число исходов события B

$$B: \quad \begin{array}{l} \overset{20}{(\overset{}{\text{Б}}}, \overset{19}{\overset{}{\text{Б}}}, \overset{10}{\overset{}{\text{Ч}}}) \quad 20 \cdot 19 \cdot 10 \\ \overset{20}{(\overset{}{\text{Б}}}, \overset{10}{\overset{}{\text{Ч}}}, \overset{19}{\overset{}{\text{Б}}}) \quad 20 \cdot 10 \cdot 19 \\ \overset{10}{(\overset{}{\text{Ч}}}, \overset{20}{\overset{}{\text{Б}}}, \overset{19}{\overset{}{\text{Б}}}) \quad 10 \cdot 20 \cdot 19 \\ \overset{20}{(\overset{}{\text{Б}}}, \overset{19}{\overset{}{\text{Б}}}, \overset{18}{\overset{}{\text{Б}}}) \quad 20 \cdot 19 \cdot 18 \end{array} \right\} \Rightarrow N_B = 3 \cdot 20 \cdot 19 \cdot 10 + 20 \cdot 19 \cdot 18 = 18240$$

где Ч — один из десяти возможных номеров чёрных шаров

Б — один из возможных номеров белых шаров

$$\Rightarrow P(B) = \left\{ \begin{array}{l} \text{исп-е} \\ \text{классич опр-е} \\ \text{вероятности} \end{array} \right\} = \frac{N_B}{N} = \frac{18240}{24360} = \frac{152}{203} \approx 0,7488$$

4) $P(C) = ?$

§ событие $F = \bar{C} = \{$все 3 вытянутых шара белого цвета$\}$

$\Rightarrow P(C) = \begin{vmatrix} \text{иск св-во } 1^\circ \\ \text{буф-мы: } P(A) = 1 - P(\bar{A}) \end{vmatrix} = 1 - P(\bar{C}) = 1 - P(F)$

] N_F - число исходов события F.

$$\overset{20\ \ 15\ \ 18}{F: (\overline{Б, Б, Б})} \quad 20 \cdot 19 \cdot 18 \quad \Rightarrow N_F = 20 \cdot 19 \cdot 18 = 6840$$

где Б - один из возможных номеров белых шаров

$\Rightarrow P(F) = \begin{vmatrix} \text{исп} \\ \text{классич. опр-е} \\ \text{вероятности} \end{vmatrix} = \dfrac{N_F}{N} = \dfrac{6840}{24360} = \dfrac{57}{203}$

$\Rightarrow P(C) = 1 - P(F) = 1 - \dfrac{57}{203} = \dfrac{146}{203} \approx 0{,}7192$

Ответ: a) $P(A) = \dfrac{95}{203} \approx 0{,}468$

б) $P(B) = \dfrac{152}{203} \approx 0{,}7488$

в) $P(C) = \dfrac{146}{203} \approx 0{,}7192$