

Решение задач для экзамена по дисциплине «Теория
вероятностей»

Лысцев Никита ИУ7-53Б

3 января 2024 г.

СОДЕРЖАНИЕ

1	Комплект №1. Случайные события	2
---	--------------------------------	---

1 Комплект №1. Случайные события

Задача с решениями

1.1) 10 рублей, 15 рублей. Чекан изгл. рубля.

~~A = {бронз. монеты изгл. чекан}~~

P(A) = ?

Решение:

1) $\nsubseteq \text{ПГС}, H_1 = \{\text{нечеканые изгл. рубли - бронза}\}, P(H_1) = \frac{15}{25}$

$H_2 = \{ \text{бронз. изгл. рубли} \} \quad P(H_2) = \frac{10}{25}$

2) $P(A) = ?$

$$P(A) = \left\{ \begin{array}{l} \text{если } H_1 \\ \text{если } H_2 \end{array} \right\} = P(A|H_1)P(H_1) + P(A|H_2)P(H_2) = 0,6$$

$\frac{15}{25}$	$\frac{15}{25}$	$\frac{10}{25}$
-----------------	-----------------	-----------------

Ответ: $P(A) = 0,6$

Рисунок 1.1 – Решение задачи 1.1

1.2) 9 элементов, 5 классов
 $A = \{ \text{беск. битов из перм. элем.} \}$
 $P(A) = ?$

Решение:

1) ~~Несколько~~ $\left(\cancel{x_1}, \cancel{x_2}, \cancel{x_3}, \cancel{x_4}, \cancel{x_5}, \cancel{x_6}, \cancel{x_7}, \cancel{x_8}, \cancel{x_9} \right)$, ~~нек.~~
 1) Несколько: $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$, где x_i — конф. элем. из классов. — размещение из 8 по 5 с повторами решения
 2) $P(A) = ?$

множество элеменов: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

$$A = \begin{pmatrix} & & \\ 8 & 7 & 6 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow N_A = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = A_8^5 = \frac{8!}{3!} = 6720$$

$$N = 8^5 = 32768$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{N_A}{N} = \frac{6720}{32768} = \frac{105}{512}$$

Коэффициент
уравнения

$$\underline{\text{Решение:}} \quad P(A) = \frac{105}{512}$$

Рисунок 1.2 – Решение задачи 1.2

1.3) Бакет, 5 яблок . Коприм один из которых

Делимся!

$$1) \text{ не бакет} , H_1 = \{ \text{яблоко, не из первых 4 яблок - бакет} \} , P(H_1) = \frac{6}{11}$$

$$H_2 = \{ \text{из первых 4 яблок - бакет} \} , P(H_2) = \frac{5}{11}$$

$$2) A = \{ 2 \text{ яблока из первых 4 яблок}\}$$

~~Решение~~

Формула Банеца:

$$P(H_1 | A) = \frac{P(A|H_1) P(H_1)}{P(A)} \Leftrightarrow$$

$$P(A) = P(A|H_1) \underbrace{P(H_1)}_{\frac{6}{11}} + P(A|H_2) \underbrace{P(H_2)}_{\frac{5}{11}} = \frac{10}{45} \cdot \frac{6}{11} + \frac{15}{45} \cdot \frac{5}{11} = \frac{3}{11}$$

$$P(A|H_1) = \frac{\frac{10}{45}}{\frac{6}{11}} = \frac{10}{45}$$

$$P(A|H_2) = \frac{\frac{15}{45}}{\frac{6}{11}} = \frac{15}{45}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\frac{10}{45} \cdot \frac{6}{11}}{\frac{3}{11}} = \frac{4}{9}$$

Ответ: $\frac{4}{9}$

Рисунок 1.3 – Решение задачи 1.3

$$1.4 \quad \begin{array}{l} \text{36 nefm l. knowle} \\ A = \{ \text{ubr. 3 kafpm agut. matem.} \} \end{array}$$

a) узыка-е напом ие брюзга-чи;
избран-чи.

$$P(A) = ?$$

Ten-e.

a) 1) Wenn $\{x_1, x_2, x_3\}$ - neue Lorenzkurve auf der 36 NO 3, ge + -

$$\text{Degree new enough}, N = \frac{P^3}{36} = 2140$$

$$2) P(A) = ?$$

$$N_A = \frac{P^3}{4} \cdot \frac{P^0}{9} = 84$$

$$\Rightarrow P(A) = \left\{ \begin{array}{l} \text{Kuece.} \\ \text{off e} \\ \text{if nm} \end{array} \right\} = \frac{N_A}{N} = \frac{84}{140} = \frac{1}{85}$$

8) 1) План: (x_1, x_2, x_3) - имена разногл. с пятью-лии № 3, где x_1 -

$$\text{Для } n_{\text{кр}} \text{ метод : } N = \tilde{A}_{36}^3 = 46656$$

$$2) P(A) = ?$$

$$N_H = \tilde{A}_g^3 = g^3 = 22g$$

$$\Rightarrow P(A) = \left\{ \begin{array}{l} \text{maior}, \\ \text{off-l} \\ \text{off-nnu} \end{array} \right\} = \frac{N_D}{N} = \frac{729}{46656} = \frac{1}{64}$$

Omform: a) $\frac{1}{85}$; d) $\frac{1}{64}$

Рисунок 1.4 – Решение задачи 1.4

- (15) ~~у негативного~~ ~~следовательно~~ ~~левое~~ ~~нога~~ ~~когда~~ ~~в~~ ~~человек~~ ~~4-х~~
~~бронхита~~ ~~ребра~~ ~~0,9744~~
- Решение:
- 1) Уч. сущ. Всегдаши гнил чеснок - нога. в челе., $P_q = 1-p$
 - 2) $P_q(k \geq 1) = 0,9744$ - но это ошибочно. Т.к. не сущ. Всегдаши, $P_q(k \geq 1)$ есть левое ноги, это в серии из 4-х одновременно. возможно однажды. $P_q(k \geq 1) = 1 - q^4$ (*)
 - 3) Адв. не нога. Чел ноги бывают, сущ. сущ. Всегдаши, ребра

$$P_1(z) = P, P'q^z = \frac{1}{(1-p)1!} = P$$

$$\text{Уз} (*) : 1 - q^4 = 0,9744$$

$$1 - (1-p)^4 = 0,9744$$

$$(1-p)^4 = 0,0256$$

$$(1-p) = 0,4$$

$$P = 0,6$$

Ответ: $P = 0,6$

Рисунок 1.5 – Решение задачи 1.5

1.6) 100 билетов, 50 информационных, 3 лотерейные награды
 $A = \{$ все 3 лотерейные награды $\}$
 $B = \{$ хотя бы 1 билет информационный $\}$

$$P(A) = ?, P(B) = ?$$

Решение:

1) Число: (x_1, x_2, x_3) — число различных из 100 по 3, где 1-й — лотерейный билет, 2-й и 3-й информационные.

$$\text{Общее число чисел: } N = A_{100}^3 = 970\ 200$$

$$2) P(A) = ?$$

$A : \left(\frac{B}{50}, \frac{B}{49}, \frac{B}{48} \right)$, где B — один из лотерейных номеров информационных билетов

$$\Rightarrow N_A = 50 \cdot 49 \cdot 48 = 117\ 600$$

$$\Rightarrow P(A) = \begin{Bmatrix} \text{номер} \\ \text{лотерейн.} \\ \text{билета} \end{Bmatrix} = \frac{N_A}{N} = \frac{117\ 600}{970\ 200} = \boxed{\frac{4}{33}}$$

$$3) P(B) = ?$$

\nexists лотерейный, $C = \overline{B} = \{$ есть 3-я лотерейная — x билетов нет информационных

$$\Rightarrow P(\overline{B}) = \begin{Bmatrix} \text{нет 3-й} \\ \text{лотерейн.} \\ \text{билета} \end{Bmatrix} = 1 - P(\overline{B}) = 1 - P(C)$$

$C : \left(\frac{D}{50}, \frac{D}{49}, \frac{D}{48} \right)$, где D — один из информационных номеров лотерейных билетов

$$\Rightarrow N_C = 50 \cdot 49 \cdot 48 = 117\ 600$$

$$\Rightarrow P(C) = \begin{Bmatrix} \text{номер} \\ \text{инфо-} \\ \text{билета} \end{Bmatrix} = \frac{N_C}{N} = \frac{117\ 600}{970\ 200} = \frac{4}{33}$$

$$\Rightarrow P(B) = 1 - P(C) = 1 - \frac{4}{33} = \boxed{\frac{29}{33}}$$

Рисунок 1.6 – Решение задачи 1.6

(1.7)

$p = 0,9$. Для попадания цель нужно ≥ 2 попаданий

$A = \{ \text{цель попадает при } \geq 2 \text{ попаданиях} \}$

$$P(A) = ?$$

Решение:

1) Исп-н ор. Бернулли для условия - попадание в цель, $p = 0,9$, $q = 1 - p = 0,1$

$$n = 3$$

$$P(A) = P_3(k \geq 2) = C_3^2 p^2 q^1 + C_3^3 p^3 q^0 = \dots \text{решение}$$

Рисунок 1.7 – Решение задачи 1.7

(1.8)

1-е число: 5 белых и 4 черных шара
2-е число: 4 белых и 2 черных шара

Чуть. 1-е. шар из 1-й упак. оказался черным.

$A = \{ \text{известно, что 1-й шар был белым из 1-й упак.} \}$

$$P(A) = ?$$

Решение:

1) ~~1-е~~ исп-н МРС $U_i = \{ \text{шар бел. 1-й упак. из } i\text{-й упак.} \}$, $i = 1, 2$ $P(U_i) = \frac{1}{2}$

2) ~~2-е~~ исп-н МРС $B = \{ \text{бел. шар оказался черным} \}$

~~1-е~~ исп-н МРС u_3

$$P(B) = P(B|U_1)P(U_1) + P(B|U_2)P(U_2) = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{18}$$

2-е исп-н МРС

$$P(U_3 | B) = \frac{P(B|U_3)P(U_3)}{P(B)} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{2}{18}} = \boxed{\frac{4}{7}}$$

Рисунок 1.8 – Решение задачи 1.8

(1.9) 18 спичек

5 шт	18	полов	в упак с лог-ю, рабоч	0,8
7 шт	18	"	"	0,7
4 шт	18	"	"	0,6
2 шт	18	"	"	0,5

Нашли к какой группе принадлежит 18 спичек, если она принадлежит 1-й

последн.

1) \leftarrow м НРС. $H_i = \{$ 18 спичек из i -й группы $\}, i=1,4$

$$P(H_1) = \frac{5}{18}, P(H_2) = \frac{2}{18}, P(H_3) = \frac{4}{18}, P(H_4) = \frac{3}{18}$$

2) 1 вид-е $A = \{$ 18 спичек из 1-й группы $\}$

Р-ра Банка:

$$P(H_1 | A) = \frac{P(H_1) P(A|H_1)}{P(A)} = \left\{ \begin{array}{l} P(A|H_1) = \\ = 0,2 \end{array} \right\} = \frac{0,2 \cdot \frac{5}{18}}{P(A)} = \frac{\frac{1}{18}}{P(A)}$$

$$P(H_2 | A) = \frac{P(H_2) P(A|H_2)}{P(A)} = \left\{ \begin{array}{l} P(A|H_2) = \\ = 0,3 \end{array} \right\} = \frac{0,3 \cdot \frac{2}{18}}{P(A)} = \frac{\frac{2}{60}}{P(A)}$$

$$P(H_3 | A) = \frac{P(H_3) P(A|H_3)}{P(A)} = \left\{ \begin{array}{l} P(A|H_3) = \\ = 0,4 \end{array} \right\} = \frac{0,4 \cdot \frac{4}{18}}{P(A)} = \frac{\frac{4}{45}}{P(A)}$$

$$P(H_4 | A) = \frac{P(H_4) P(A|H_4)}{P(A)} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} P(A|H_4) = \\ = 0,5 \end{array} \right\} = \frac{0,5 \cdot \frac{3}{18}}{P(A)} = \frac{\frac{1}{18}}{P(A)}$$

$$\frac{1}{18} = \frac{10}{180} \cdot \frac{1}{60} = \frac{21}{180} \cdot \frac{4}{45} = \frac{16}{180}; \frac{1}{18} = \frac{10}{180}$$

\Rightarrow 18 спичек из 1-й группы принадлежит 1-й виду

Рисунок 1.9 – Решение задачи 1.9

1.10 Студент знает 20 из 25 вопросов. Наименее вероятно, что студент знает 20 из 25 вопросов. ~ под A

Решение:

1) Число (x_1, x_2, x_3) — число правильных из 25 на 3, где x_i — номер вопроса.

$$\text{Общее число способов: } N = A_{25}^3 = 13800$$

2) $P(A) = ?$

$A = A_1 \cup A_2 \cup A_3$, где $A_i = \{\text{студент знает } i \text{ вопросов из } 3\}$

$A_1: \begin{pmatrix} 20 \\ 3, 10, 12 \end{pmatrix}, \text{ где } \frac{3}{20} = \text{оценка из } 3 \text{ вопросов, кому знает студент}\}$

$$\Rightarrow N_{A_1} = 3 \cdot 20 \cdot 19 \cdot 5 = 5700$$

$$A_2: \begin{pmatrix} 3, 3, 3 \\ 20, 19, 18 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow N_{A_2} = 20 \cdot 19 \cdot 18 = 6840$$

$$\Rightarrow P(A) = P(A_1 + A_2) = \left[\begin{array}{l} \text{одинак.} \\ A_1 \cap A_2 \text{ и} \\ \text{крайний} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{одинак.} \\ \text{лев.-мин} \end{array} \right] = P(A_1) + P(A_2) =$$

$$= \frac{N_{A_1}}{N} + \frac{N_{A_2}}{N} = \frac{5700 + 6840}{13800} = \frac{209}{230}$$

$$\text{Ответ: } P(A) = \frac{209}{230}$$

Рисунок 1.10 – Решение задачи 1.10

1.11) 96% выпускаемой продукции удов. стандарту
 труда. стандартной издукции пригодной с вер. 0,98
оставшегося. Каждое из 4% издукции пригодной с вер. 0,05
 имеет издукцию, не отвечающую стандарту,
контроль.

Решение:

$$1) \text{ не} \quad U_1 = \{ \text{удов.} \quad \text{издукции} \quad \text{стандарту} \}, \\ U_2 = \{ \text{неудов.} \quad \text{издукции} \quad \text{стандарту} \}$$

$$P(U_1) = 0,96, \quad P(U_2) = 0,04$$

$$2) \text{ из} \quad A = \{ \text{издукция} \quad \text{неудов.} \quad \text{контроль} \}$$

$$P(A) = \left[\begin{array}{l} \text{неудов.} \\ \text{издукции} \\ \text{контроль} \end{array} \right] = P(U_1) P(A|U_1) + P(U_2) P(A|U_2) =$$

$$= 0,96 \cdot 0,98 + 0,04 \cdot 0,05 = 0,9428$$

3) Д-ра Бенеса:

$$P(U_1 | A) = \frac{P(U_1) P(A|U_1)}{P(A)} = \frac{0,96 \cdot 0,98}{0,9428} = \frac{2352}{2357} \approx \boxed{0,998}$$

Рисунок 1.11 – Решение задачи 1.11

1.13

Досаждом 3 монеты.
 $A = \{ \text{результат} \text{ да на } \text{всех} \text{ монетах} \text{ биномия} \text{ разброс} \}$
 $P(A) = ?$ (разбр ти сюда)

Решение:

1) Мног: (x_1, x_2, x_3) — число разброса из 2-х из 3, где $x_i \in \{0, 1\}$, разбр — 0-результат, P — вероятность.

Общее число исходов: $N = \frac{3}{2}^3 = 2^3 = 8$

2) $P(A) = ?$

$\exists A = A_1 + A_2 + A_3$, где $A_i = \{ \text{разбр на } i\text{-м исходе} \}$

$$\begin{aligned} \Rightarrow P(A) &= P(A_1 + A_2 + A_3) = \left| \begin{array}{l} \text{т.е. сюда} \\ \text{без мин} \end{array} \right| = \\ &= \overbrace{P(A_1)}^{0,5} + \overbrace{P(A_2)}^{0,5} + \overbrace{P(A_3)}^{0,5} - \overbrace{P(A_1 A_2)}^{0,25} - \overbrace{P(A_1 A_3)}^{0,25} - \overbrace{P(A_2 A_3)}^{0,25} + \\ &+ \overbrace{P(A_1 A_2 A_3)}^{0,125} = 0,5 \cdot 3 - 0,25 \cdot 3 + 0,125 = \boxed{0,875} \end{aligned}$$

Рисунок 1.12 – Решение задачи 1.13

(1.14) $A = \{$ изделие качество 1-е центра
 $B = \{$ изделие качество 2-е
 $C = \{$ изделие качество 3-е

$P(A) = 0,1$
 $P(B|A) = 0,3$
 $P(C|AB) = 0,2$

$D = \{$ изделие качество не исповелено $\}$

$P(D) = ?$

Решение:

1) $P(D) = ?$

$P(D) = P(A \cdot B \cdot C) = \left\{ \begin{array}{l} \text{1-е оправе} \\ \text{качес} \\ \text{2-е} \\ \text{качес} \\ \text{3-е} \\ \text{качес} \end{array} \right\} = P(A) \cdot P(B|A) \cdot P(C|AB) \Leftrightarrow$

$P(B|A) = \left\{ \begin{array}{l} \text{1-е качес} \\ \text{2-е} \\ \text{качес} \\ \text{3-е} \\ \text{качес} \end{array} \right\} = 1 - P(\bar{B}|A) = 1 - 0,3 = 0,7$

$P(C|AB) = \left\{ \begin{array}{l} \text{1-е качес} \\ \text{2-е} \\ \text{качес} \\ \text{3-е} \\ \text{качес} \end{array} \right\} = 1 - P(\bar{C}|AB) = 1 - 0,2 = 0,8$

$P(A) = \left\{ \begin{array}{l} \text{1-е качес} \\ \text{2-е} \\ \text{качес} \\ \text{3-е} \\ \text{качес} \end{array} \right\} = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0,1 = 0,9$

$\Leftrightarrow 0,9 \cdot 0,7 \cdot 0,8 = \boxed{0,504}$

Рисунок 1.13 – Решение задачи 1.14

(1.15)

Решение:

1) \exists -и H_1, H_2 , $H_1 = \{$ 1-е качество белой шар $\}$, $H_2 = \{$ 2-е качество белой шар $\}$,

$P(H_1) = 0,5$, $P(H_2) = 0,5$

2) $A = \{$ гостини белой шар $\}$

$P_{\text{на 1-е качес}} \text{ 1-е качес}$

$P(A) = P(H_1) \underbrace{P(A|H_1)}_{0,5} + P(H_2) \underbrace{P(A|H_2)}_{0,5} = 0,5 \cdot 1 + 0,5 \cdot 0,5 = 0,5 + 0,25 = 0,75$

3) $P_{\text{на белое}}$

$P(H_1|A) = \frac{P(H_1) P(A|H_1)}{P(A)} = \frac{0,5 \cdot 1}{0,75} = \boxed{\frac{2}{3}}$

Рисунок 1.14 – Решение задачи 1.15

1.16) Всі $A \cup B$, $P(B) = 0,4$, $P(A|B) = 0,3$, $P(A|\bar{B}) = 0,2$
 $P(A) = ?$, $P(\bar{A}\bar{B}) = ?$, $P(\bar{A} + \bar{B}) = ?$

Решение:

1) \exists всі $B \cup \bar{B}$ — нрс (уточн. факт відповідної нрс)
 $\Rightarrow P(A) = \begin{cases} \text{відповідно} \\ \text{нрс} \\ \text{відповідно} \end{cases} = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B}) \Leftrightarrow$

$$P(\bar{B}) = \begin{cases} \text{відповідно} \\ \text{нрс} \\ \text{відповідно} \end{cases} = 1 - P(B) = 1 - 0,4 = 0,6$$

$$\Rightarrow 0,4 \cdot 0,3 + 0,6 \cdot 0,2 = \boxed{0,24}$$

2) $P(\bar{A}\bar{B}) = ?$

$$P(\bar{A}\bar{B}) = \begin{cases} \text{відповідно} \\ \text{нрс} \\ \text{відповідно} \end{cases} = P(\bar{B}) \cdot P(\bar{A}|\bar{B}) \Leftrightarrow$$

$$P(\bar{A}|\bar{B}) = \begin{cases} \text{відповідно} \\ \text{нрс} \\ \text{відповідно} \end{cases} = 1 - P(A|\bar{B}) = 1 - 0,2 = 0,8$$

$$\Rightarrow 0,6 \cdot 0,8 = \boxed{0,48}$$

3) $P(\bar{A} + \bar{B}) = ?$

$$P(\bar{A} + \bar{B}) = \begin{cases} \text{відповідно} \\ \text{нрс} \\ \text{відповідно} \end{cases} = P(A) + P(\bar{B}) - P(\bar{A}\bar{B}) \Leftrightarrow$$

$$P(\bar{A}) = \begin{cases} \text{відповідно} \\ \text{нрс} \\ \text{відповідно} \end{cases} = 1 - P(A) = 1 - 0,24 = 0,76$$

$$\Rightarrow 0,76 + 0,6 - 0,48 = \boxed{0,88}$$

Рисунок 1.15 – Решение задачи 1.16

(1.17) 7 квадраток из 3х кирпичей. Квадраток сеч. кубик „бум“.
 $A = \{ \text{из } 3\text{x кирпичей квадраток сеч. кубик „бум“} \}$
 8) Квадраток из 3х кирпичей в 6 группах: $\{O \text{ NO } 10 \text{ ВЕЧИ}\}$
 9) Квадраток из 3х кирпичей в 6 группах: $\{O \text{ NO } 10 \text{ ВЕЧИ}\}$
 $P(A) = ?$

Решение:

а) 1) Ищем: (x_1, x_2, x_3) — число различных из 7 по 3, где x_i — квадраток, имеющий на i-й группе 3 кирпича. Общее число ищемых: $N = A_7^3 = 210$

$$2) P(A) = ?$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ \cancel{\begin{array}{ccccccc} & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \end{array}} & & & & & & \\ A = \left(\begin{array}{c} B \\ C \\ D \end{array} \right) & & & & & & \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} & & & & & & \end{array}$$

$$\Rightarrow N_A = 1 \cdot 2 \cdot 1 = 2$$

$$\Rightarrow P(A) = \left| \begin{array}{c} \text{число} \\ \text{орг.-с} \\ \text{лев.-н} \end{array} \right| = \frac{N_A}{N} = \frac{2}{210} = \boxed{\frac{1}{105}}$$

б) Ищем: (x_1, x_2, x_3) — число различных с квадратом из 7 по 3, где x_i — квадраток, имеющий на i-й группе 2 кирпича. Общее число ищемых: $N = \tilde{A}_7^3 = 7^3 = 343$

$$2) P(A) = ?$$

$$N_A = \tilde{A}_1^3 \cdot \tilde{A}_2^1 \cdot \tilde{A}_3^1 = 2$$

$$\Rightarrow P(A) = \left| \begin{array}{c} \text{число} \\ \text{орг.-с} \\ \text{лев.-н} \end{array} \right| = \frac{N_A}{N} = \boxed{\frac{2}{343}}$$

Рисунок 1.16 – Решение задачи 1.17

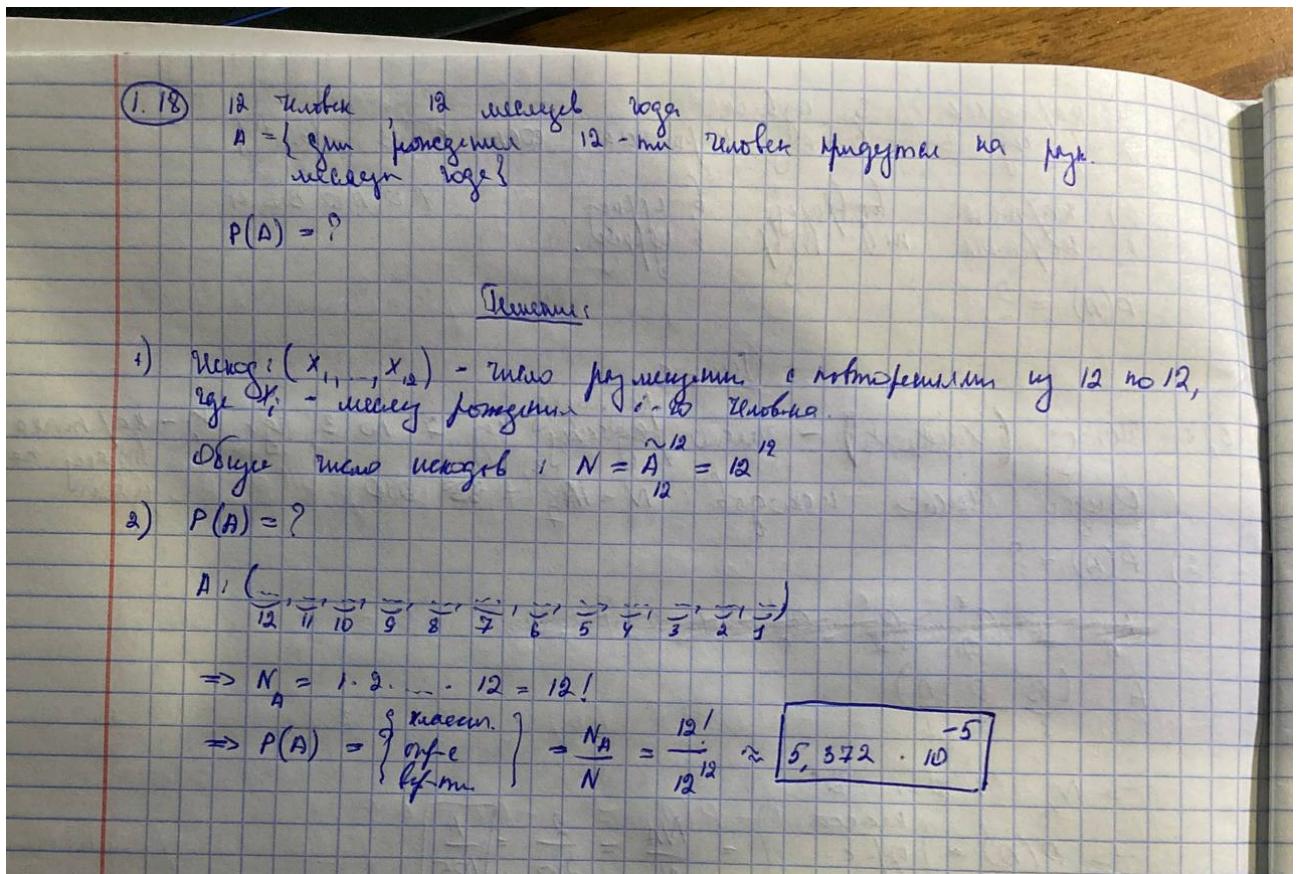


Рисунок 1.17 – Решение задачи 1.18

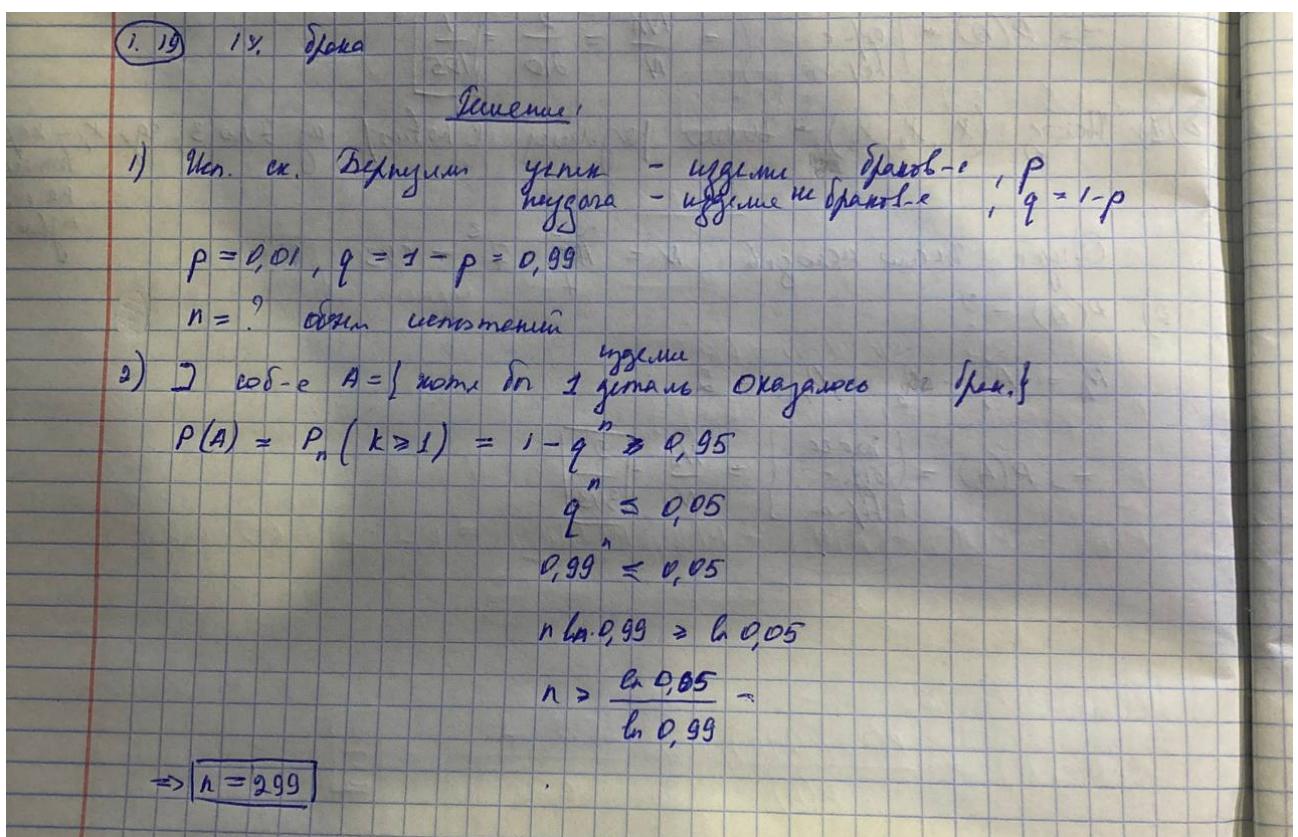


Рисунок 1.18 – Решение задачи 1.19

- (1.20) Наимен: а) $P(A_1, A_2)$, если $P(\bar{A}_2 | A_1) = 0,1$,
 $P(A_1) = 0,4$
б) $P(A_1, A_2)$, если $P(A_1) = 0,4$,
 $P(\bar{A}_2) = 0,6$, $P(A_1, \bar{A}_2) = 0,2$

Решение:

а) $P(A_1, A_2) = ?$

По th. умнож. лsf-mn 2-x cos-h:

$$P(A_1, A_2) = P(A_1) P(A_2 | A_1) \quad \square$$

$$P(A_1) = \begin{cases} \text{лsf-mn } 1^\circ \\ \text{лsf-mn } 5^\circ \end{cases} = 1 - P(\bar{A}_1) = 1 - 0,4 = 0,6$$

$$P(A_2 | A_1) = \begin{cases} \text{лsf-mn } 5^\circ \\ \text{лsf-mn } 1^\circ \end{cases} = 1 - P(\bar{A}_2 | A_1) = 1 - 0,1 = 0,9$$

$\square 0,6 \cdot 0,9 = \boxed{0,54}$

б) $P(A) = P(A_1 + A_2) = ?$

$$P(A) = P(A_1 + A_2) = \begin{cases} \text{лsf-mn } 5^\circ \\ \text{лsf-mn } 1^\circ \end{cases} = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1, A_2) \quad \square$$

$$P(A_2) = \begin{cases} \text{лsf-mn } 1^\circ \\ \text{лsf-mn } 5^\circ \end{cases} = 1 - P(\bar{A}_2) = 1 - 0,6 = 0,4$$

$\square 0,4 + 0,4 - 0,2 = \boxed{0,6}$

Рисунок 1.19 – Решение задачи 1.20

(1. 21)

5 б) 10 т, 15 к куб. метр 3 шара
 $A = \{$ куб. метр 3 шара, бруск. 30 куб. м.
 $B = \{$ бруск. 3 шара, куб. метр 30 куб. м.

a) куб. метр 3 шара б) бруск. 30 куб. м.

$$P(A) = ?, P(B) = ?$$

Решение:

1) Числ. (x_1, x_2, x_3) - число размещений в 30 по 3, где x_i - куб. метр, бруск. 30 куб. м.

$$\text{Общее число способов: } N = \tilde{A}_{30}^3 = 30^3 = 27000$$

$$2) P(A) = ?$$

$$N_A = \tilde{A}_5^3 = 5^3 = 125$$

$$\Rightarrow P(A) = \left\{ \begin{array}{l} \text{какое-} \\ \text{такое-} \\ \text{и т.д.} \end{array} \right\} = \frac{N_A}{N} = \frac{125}{27000} = \boxed{\frac{1}{216}}$$

$$3) P(B) = ?$$

Б.: $(B, 4, k)$, где B - один из трех брусков
 $(B, k, 4)$

$(4, B, k)$

$(4, k, B)$

$(k, B, 4)$

$(k, 4, B)$

$$\Rightarrow N_B = 6 \cdot \tilde{A}_5^1 \cdot \tilde{A}_5^1 \cdot \tilde{A}_{15}^1 = 6 \cdot 10 \cdot 5 \cdot 15 = 4500$$

$$\Rightarrow P(B) = \left\{ \begin{array}{l} \text{какое-} \\ \text{такое-} \\ \text{и т.д.} \end{array} \right\} = \frac{N_B}{N} = \frac{4500}{27000} = \boxed{\frac{1}{6}}$$

2) Числ. (x_1, x_2, x_3) - число размещений в 30 по 3, где x_i - куб. метр, бруск. 30 куб. м.

$$\text{Общее число способов: } N = \tilde{A}_{30}^3 = 24360$$

$$2) P(A) = ?$$

$$A: \left(\begin{matrix} B & B & B \\ 5 & 4 & 3 \end{matrix} \right)$$

$$\Rightarrow N_A = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$$

$$\Rightarrow P(A) = \left\{ \begin{array}{l} \text{какое-} \\ \text{такое-} \\ \text{и т.д.} \end{array} \right\} = \frac{N_A}{N} = \frac{60}{24360} = \boxed{\frac{1}{406}}$$

$$3) P(B) = ?$$

Б.: \dots , где B - один из трех брусков.

$$\Rightarrow N_B = 6 \cdot 10 \cdot 15 \cdot 5 = 4500$$

$$\Rightarrow P(B) = \left\{ \begin{array}{l} \text{какое-} \\ \text{такое-} \\ \text{и т.д.} \end{array} \right\} = \frac{N_B}{N} = \frac{4500}{24360} = \boxed{\frac{75}{406}}$$

1.22) 50% Ногукуен шв. санагаформы

$$\begin{array}{l} \text{без симп.} \\ \text{без нее симп.} \end{array} \begin{array}{l} \text{желуд.} \\ \text{желуд.} \end{array} \begin{array}{l} \text{брюк.} \\ \text{брюк.} \end{array} \begin{array}{l} \text{брюк.} \\ \text{брюк.} \end{array} = 0,98 \\ = 0,05 \end{math>$$

Решение:

$$1) \text{ нет симп., } H_1 = \left\{ \begin{array}{l} \text{желуд.} \\ \text{брюк.} \end{array} \right. \text{ симп.} \\ H_2 = \left\{ \begin{array}{l} \text{--} \\ \text{--} \end{array} \right. \text{ не симп.} \quad \text{--} \quad \text{--}$$

$$P(H_1) = 0,9, \quad P(H_2) = 0,1$$

$$2) \text{ задача } A = \left\{ \begin{array}{l} \text{ногука} \\ \text{брюк.} \end{array} \right. \text{ брюк.} \text{ ногука} \right\}$$

$$P(A) = \left(\begin{array}{l} \text{ногука} \\ \text{брюк.} \end{array} \right) = \underbrace{P(H_1)}_{0,9} \underbrace{P(A|H_1)}_{0,98} + \underbrace{P(H_2)}_{0,1} \underbrace{P(A|H_2)}_{0,05} =$$

$$= 0,9 \cdot 0,98 + 0,1 \cdot 0,05 = 0,887$$

P-ва бол. оса:

$$P(H_1 | A) = \frac{P(H_1) P(A|H_1)}{P(A)} = \frac{0,9 \cdot 0,98}{0,887} = \boxed{\frac{882}{887}}$$

Рисунок 1.21 – Решение задачи 1.22

1.23

20 демонстрируют 4 физ-ка и 5 науц.
 $A = \{$ физика, 2 гум. профилей }
 $B = \{$ химия, да 2 гум. окнам. физика }

$$P(A) = ?, P(B) = ?$$

Решение.

1) Числ. $\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ - числ. гум. из 20 но 5, где x_i - набор предметов, предметы. Каждый из них избран.

$$\text{Общее число исходов: } N = C_{20}^5 = 15504$$

$$2) P(A) = ?$$

$$N_A = C_9^2 \cdot C_{16}^3 = 6 \cdot 960 = 3360$$

$$\Rightarrow P(A) = \left| \begin{array}{l} \text{како.} \\ \text{объектов} \end{array} \right| = \frac{N_A}{N} = \frac{3360}{15504} = \boxed{\frac{70}{323}}$$

$$3) P(B) = ?$$

\neq если $C = \bar{B} = \{$ кроме 5 выб. демонстрирующие 2-х физ-ка {

$$\Rightarrow P(\bar{B}) = \left| \begin{array}{l} \text{объектов,} \\ \text{без-к.} \end{array} \right| = 1 - P(B) \Rightarrow 1 - P(C)$$

$\exists C = C_0 + C_1$, где $C_i = \{$ кроме 5 выб. гум. показ в гум. гум. {

$$P(C) = P(C_0 + C_1) = \left| \begin{array}{l} \text{како.} \\ \text{объектов,} \\ \text{без-к.} \end{array} \right| = P(C_0) + P(C_1) \quad \text{⊗}$$

$$N_{C_0} = C_{16}^5 \cdot C_4^0 = 4368 \cdot 1 = 4368$$

$$N_{C_1} = C_4^1 \cdot C_{16}^4 = 4 \cdot 1820 = 7280$$

$$\text{⊗} \quad \left| \begin{array}{l} \text{како.} \\ \text{объектов,} \\ \text{без-к.} \end{array} \right| = \frac{N_{C_0}}{N} + \frac{N_{C_1}}{N} = \frac{4368 + 7280}{15504} = \boxed{\frac{728}{969}}$$

$$\Rightarrow P(B) = 1 - P(C) = 1 - \frac{728}{969} = \boxed{\frac{241}{969}}$$

Рисунок 1.22 – Решение задачи 1.23

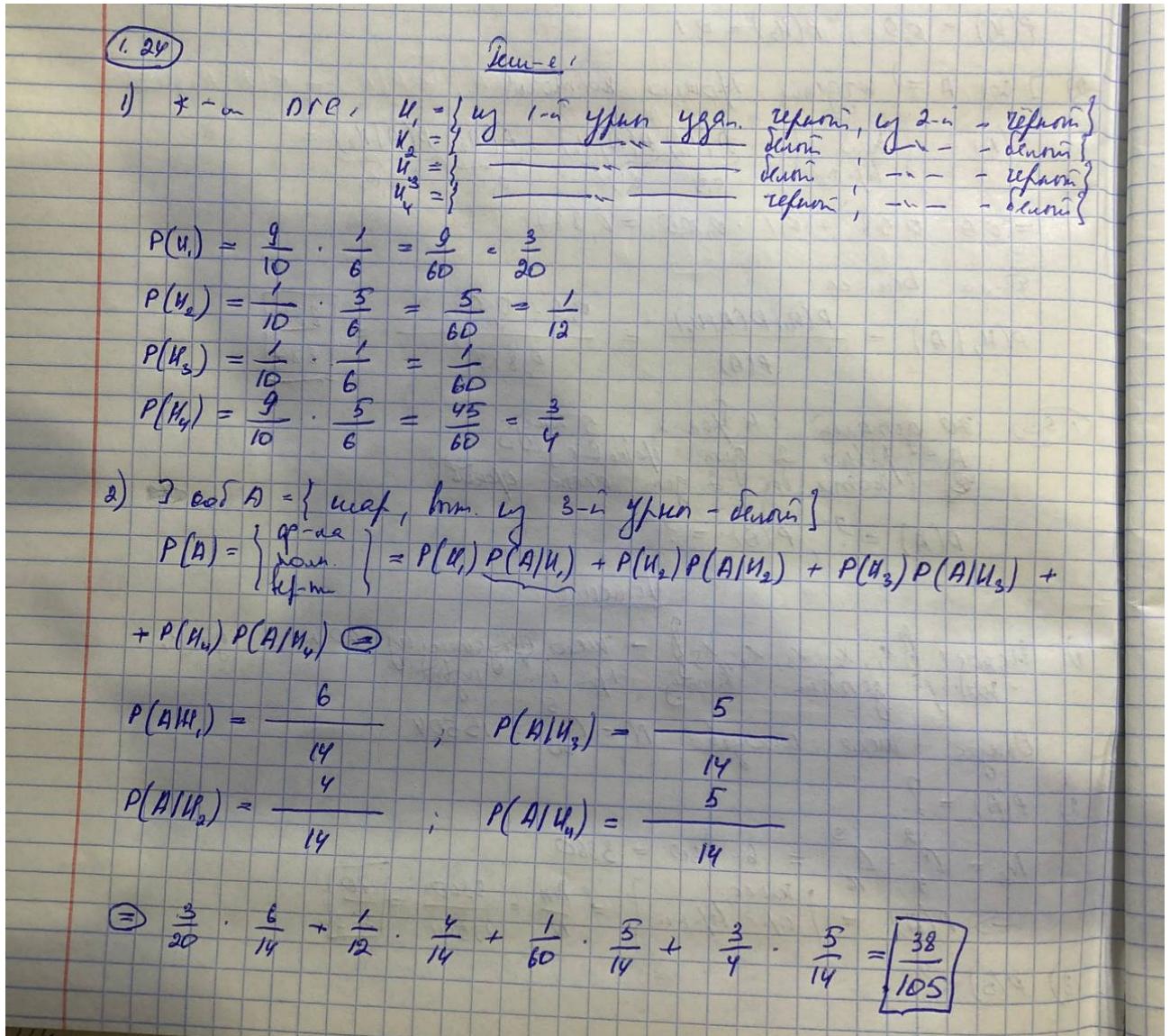


Рисунок 1.23 – Решение задачи 1.24

1.25

52 кефм, 4 кефм чубек.

$$A = \{ \text{кефм барын кефм жадын} \in \text{зерткішкел} \}$$

$$B = \{ \text{кефм} \}$$

$$P(C) = ?$$

Решение:

1) Кесе: $\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ - жалғыз сөзмән үз 52 және 4, алар x_i - кефм, яғни үзбекшем.

2) $P(C) = P(A + B) = ?$

Ойнаже кесе шартынан, $N = P_{52}^4 = 270725$

2) $P(C) = P(A + B) = ?$

Есептей: $D = \bar{C} = \{ \text{кефм барын кефм жадын} \in \text{зерткішкел} \}$

$$D = \bar{C} = \overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$$

$$\Rightarrow P(D) = \left| \begin{array}{c} \text{кесе} \\ \text{офф-офф-офф-офф} \\ \text{кеф-кеф-кеф-кеф} \end{array} \right| = 1 - P(\bar{C}) = 1 - P(D) = 1 - P(\bar{A} \cdot \bar{B})$$

$$N_{\bar{A} \cdot \bar{B}} = P_{20}^4 = 14950$$

$$P(\bar{A} \cdot \bar{B}) = \left| \begin{array}{c} \text{кесе} \\ \text{офф-о} \\ \text{кеф-о} \end{array} \right| = \frac{N_{\bar{A} \cdot \bar{B}}}{N} = \frac{14950}{270725} = \frac{46}{833}$$

$$\Rightarrow P(C) = P(A + B) = 1 - P(\bar{A} \cdot \bar{B}) = 1 - \frac{46}{833} = \boxed{\frac{787}{833}}$$

Рисунок 1.24 – Решение задачи 1.25

1.26

4 задача. Ряд. наим.

$$\begin{array}{l} \text{1-й ряд} \\ \hline \text{2-й} \\ \hline \text{3-й} \\ \hline \text{4-й} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{1-й элемент} = 0,1 \\ \text{2-й} = 0,2 \\ \text{3-й} = 0,3 \\ \text{4-й} = 0,4 \end{array}$$

Потом 2 элемент откладем - кол. A

~~A = отклад 2-й эл. наим с наклоном 1 на 2~~

$$P(A) = ?$$

Решение:

1) 4-ий НГС:

$U_1 = \{$	отклад 1 на 2	некотор., осн. непрерывн?
$U_2 = \{$	— “ 2	— “ —
$U_3 = \{$	— “ 3	— “ —
$U_4 = \{$	— “ 4	— “ —
$U_5 = \{$	— “ 3	— “ —
$U_6 = \{$	— “ 4	— “ —
		— “ —

$$\begin{array}{l} U_7 = \{ \text{отклад. можно 1 и 2 или 3}\} \\ U_8 = \{ \text{отклад. можно 3 и 4 или 1}\} \\ U_9 = \{ \text{отклад. все 4 можно}\} \\ U_{10} = \{ \text{все 4 можно непрерывн}\} \end{array}$$

2) $P(A) = \sum_{U_i} P(U_i) P(A|U_i)$

$$= P(U_1) \underbrace{P(A|U_1)}_{\leq 1} + P(U_2) \underbrace{P(A|U_2)}_{\geq 3} + P(U_3) \underbrace{P(A|U_3)}_{\leq 1} +$$

$$+ P(U_4) \underbrace{P(A|U_4)}_{\geq 1} + P(U_5) \underbrace{P(A|U_5)}_{\geq 1} + P(U_6) \underbrace{P(A|U_6)}_{\geq 1} + P(U_7) \underbrace{P(A|U_7)}_{\geq 1} + \dots +$$

$$+ P(U_{10}) \underbrace{P(A|U_{10})}_{\geq 0} \quad \Leftrightarrow$$

$$P(U_1) = 0,1 \cdot 0,2 \cdot 0,7 \cdot 0,6 = 0,0084 \quad (\text{наим. ряд. края})$$

$$P(U_2) = 0,1 \cdot 0,8 \cdot 0,3 \cdot 0,6 = 0,0144$$

$$P(U_3) = 0,1 \cdot 0,8 \cdot 0,7 \cdot 0,4 = 0,0224$$

$$P(U_4) = 0,9 \cdot 0,2 \cdot 0,3 \cdot 0,6 = 0,0384$$

$$P(U_5) = 0,9 \cdot 0,2 \cdot 0,7 \cdot 0,4 = 0,0504$$

$$P(U_6) = 0,9 \cdot 0,8 \cdot 0,3 \cdot 0,4 = 0,0864$$

$$\Leftrightarrow 0,2144$$

P-ия Решение:

$$P(U_1 | A) = \frac{P(U_1) P(A|U_1)}{P(A)} = \frac{0,0084}{0,2144} = \boxed{\frac{21}{536}}$$

Рисунок 1.25 – Решение задачи 1.26

1.27

Решение:

- 1) \hat{A} - итоги, $H_1 = \{\text{обратим софт-пикин}\}$, $H_2 = \{\text{обратим не софт-пикин}\}$
- $P(H_1) = p$, $P(H_2) = \begin{cases} \text{обратим} \\ \text{не обратим} \end{cases} \} = 1 - P(H_2) = 1 - p$
- 2) \hat{A} под $A = \{\text{обратим обратимен}\}$
- $P(A) = \begin{cases} \text{обратим} \\ \text{не обратим} \end{cases} \} \Rightarrow P(H_1)P(A|H_1) + P(H_2)P(A|H_2) =$
- $= p \cdot p_1 + (1-p) \cdot p_2$
- 3) Построим биф-диаграмму обратима в одном члене не
затрачено. Он биф-меньше обратим в другом члене, то есть
меньше член - обратим обратимен
меньше - обратим не обратимен
- \hat{A} биф-меньше членка обратима, $P_{\text{обратим}} = P(A) = p \cdot p_1 + (1-p)p_2$, $P_{\text{не обратим}} = 1 - P_{\text{обратим}} = 1 - p \cdot p_1 - (1-p)p_2$
- \hat{A} под $B = \{\text{обратим обратимен}\}$ хотят як и членов
- $\Rightarrow P(B) = P_n (k \geq 1) = 1 - P_{\text{не обратим}} = \boxed{1 - [1 - p \cdot p_1 - (1-p)p_2]^n}$

Рисунок 1.26 – Решение задачи 1.27

Решение

1. 28

1) Число си трех-мер. (x_1, x_2, x_3) — ~~имеющее~~ бывающих на 3-х коорд. с итогом $\sum x_i = 6$ но 3, где $x_i \in \{1, \dots, 6\}$ — число трехмер. бывающих на 3-х коорд.

Одн. чисо чисел: $N = \frac{6^3}{3!} = \frac{6^3}{6} = 216$

2) $\text{]cod } A = \{ \text{на 3 коорд. линия 3 единичн}\}$

$$N_A = 1$$

$$\Rightarrow P(A) = \left| \begin{array}{c} \text{на 3е} \\ \text{лини} \\ \text{единичн} \end{array} \right| = \frac{N_A}{N} = \frac{1}{216} = \frac{1}{216}$$

3) Чис. си. Всущущий длии ческих — на 3х коорд. лин. 3 ег. неуд — единичн

Лиф-мо числа $P = P(A) = \frac{1}{216}$, а лиф-мо неуд. $q = 1 - p = 1 - \frac{1}{216} = \frac{215}{216}$

$\text{]cod } B = \{ \text{6 серий из 5 издаче. Эксп-мов робко 2 раза}\}$

$$\Rightarrow P(B) = P(2) = \binom{2}{5} p^2 q^3 = 10 \cdot \left(\frac{1}{216}\right)^2 \cdot \left(\frac{215}{216}\right)^3 \approx [2, 1235 \cdot 10]$$

Рисунок 1.27 – Решение задачи 1.28

1. 29

Решение

1) Чис. си. Всущущий длии ческих — gefeho прирабо, $p = 0,8$ неуд — gefeho не прирабо, $q = 1 - p = 0,2$

$\text{]cod } A = \{ \text{на 5ах 5 ошика прирастут ки числе 4-е gefehob}\}$

$$\Rightarrow P(A) = P(5) = \binom{4}{5} p^4 q^1 + \binom{5}{5} p^5 q^0 =$$

$$= 5 \cdot 0,8^4 \cdot 0,2 + 1 \cdot 0,8^5 \cdot 1 = \frac{2304}{3125}$$

2) $\text{]cod } B = \{ \text{на 5ах 5 ошика прирабо хоме до одно gefeho}\}$

$$\Rightarrow P(B) = P(1) = 1 - q^5 = 1 - 0,2^5 = \boxed{\frac{3124}{3125}}$$

Рисунок 1.28 – Решение задачи 1.29

1.30) 5% брака, 5% других изъянов

$$A = \{ \text{стекло} \text{ браком} \text{ изъяном} \text{ и т.д. 2 браков-2} \}$$

$$B = \{ \text{стекло} \text{ браком} \text{ изъяном} \text{ и т.д. 1 брак} \}$$

$$P(A) = ? \quad P(B) = ?$$

Решение:

- 1) Исп. косн. Бернулли где успех = детали браков-2, $p = 0,05$
неуд - детали не брак-2, $q = 1-p = 0,95$
- 2) $P(A) = P_5(2) = \binom{2}{5} p^2 q^3 = 10 \cdot 0,05^2 \cdot 0,95^3 \approx 0,021$
- 3) $P(B) = P_5(0) = \binom{0}{5} p^0 q^5 = 1 \cdot 1 \cdot 0,95^5 \approx 0,774$

Рисунок 1.29 – Решение задачи 1.30

1.31) 20 стаканов : 10 - шарик A 6 - шарик B 4 - шарик C

<u>1)</u>	<u>2)</u>	<u>3)</u>	<u>4)</u>	<u>5)</u>
<u>шарик A</u>	<u>шарик B</u>	<u>шарик C</u>	<u>шарик A</u>	<u>шарик B</u>

Решение:

- 1) 3-е вр. нрс : $\frac{U_1}{U_2} = \left\{ \begin{array}{l} \text{детали шарик A} \\ \text{и т.д.} \end{array} \right\}$ $\frac{U_2}{U_3} = \left\{ \begin{array}{l} \text{детали шарик B} \\ \text{и т.д.} \end{array} \right\}$ $\frac{U_3}{U_1} = \left\{ \begin{array}{l} \text{детали шарик C} \\ \text{и т.д.} \end{array} \right\}$
- 2) $\exists \cos A = \{ \text{детали отсутствуют изъяны} \}$
- 3) $P(A) = \left\{ \begin{array}{l} \text{шарик A} \\ \text{и т.д.} \end{array} \right\} = P(U_1) P(A|U_1) + P(U_2) P(A|U_2) + P(U_3) P(A|U_3) =$

$$= \frac{10}{20} \cdot 0,9 + \frac{6}{20} \cdot 0,8 + \frac{4}{20} \cdot 0,7 \approx 0,83$$

Рисунок 1.30 – Решение задачи 1.31

1.32

20 членов:	7 геометрическ.	1	бес-мн. члены	в корзину	0,85
"	11 спрингеров	1			0,8
2 китайца	3				0,7

Решение:1) \rightarrow 3-и ареа. $H_i = \{ \text{бр-ж-и из } i-\text{го членов} \}, i=1,2,3$

$$P(H_1) = \frac{7}{20}, \quad P(H_2) = \frac{11}{20}, \quad P(H_3) = \frac{2}{20}$$

2) \exists сор A - 3 ареа. бр-ж-и из трех членов 2 раза из 3-х

$$\Rightarrow P(A) = \sum_{H_i} P(H_i) P(A|H_i) = P(H_1) P(A|H_1) + P(H_2) P(A|H_2) + P(H_3) P(A|H_3) \quad \text{③}$$

$$A|H_i : \begin{pmatrix} (A, n, K) \\ (n, n, n) \end{pmatrix} \text{ фикс. члены} \Rightarrow P(A|H_i) = 3 \cdot 0,95 \cdot 0,95 \cdot 0,05 = \frac{1083}{8000}$$

$$\text{Аналогично } P(A|H_2) = 0,384 \text{ и } P(A|H_3) = 0,441$$

$$\text{③ } \frac{7}{20} \cdot \frac{1083}{8000} + \frac{11}{20} \cdot 0,384 + \frac{2}{20} \cdot 0,441 = 0,339$$

3) \rightarrow 12-е ванко

$$P(H_2 | A) = \frac{P(H_2) P(A|H_2)}{P(A)} = \frac{\frac{11}{20} \cdot 0,384}{0,339} \approx \boxed{0,623}$$

Рисунок 1.31 – Решение задачи 1.32

1.33

52 крафт бумаги содержит 4 крафта
 $A = \{ \text{бр-ж-и 4 крафта будут разн. цветами} \}$
 $P(A) = ?$

Решение:1) Испод: $\{x_1, \dots, x_4\}$ – совр. из 52 но 4, т.е. x_i – крафтОдные лишились исподов? $N = \binom{4}{22} = 220725$ 2) $P(A) = ?$

$$= \binom{1}{13} \cdot \binom{1}{13} \cdot \binom{1}{13} \cdot \binom{1}{13} = 13^4 = 28561$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{\binom{1}{13}}{\binom{4}{22}} = \frac{N_A}{N} = \frac{28561}{220725} = \frac{2197}{20825} \approx \boxed{0,11}$$

Рисунок 1.32 – Решение задачи 1.33