Билет 140.

1. Понятие статистической гипотезы и параметрической статистической гипотезы. Простая и сложная гипотезы. Построить критерий Неймана-Пирсона для проверки двух простых гипотез.

2. В результате измерения обхвата грудной клетки 120 случайно выбранных женщин города N получены значения 96.9 см выборочного среднего и 18.9 см^2 исправленной выборочной дисперсии. В результате измерения обхвата грудной клетки 75 случайно выбранных мужчин этого же города аналогичные показатели соответственно составили 101.72 см и 34.81 см^2. С использованием одностороннего критерия при уровне значимости 0.1 проверить гипотезу о том, что в городе N величины среднего обхвата груди мужчин и женщин совпадают. Принять, что обхват груди для обоих полов имеет нормальное распределение с одинаковой дисперсией.

№ вопроса	1	2	$\Sigma = \max$	min
Баллы	12	16	28	18

X – с.в., равная обхвату груди женщины

$X \sim N(m_1, \sigma^2)$

$n_1 = 120$

$\overline{x} = 96{,}9$

$S^2(\vec{x}) = 18{,}9$

Y – с.в., равная обхвату груди мужчины

$Y \sim N(m_2, \sigma^2)$

$n_2 = 75$

$\overline{y} = 101{,}72$

$S^2(\vec{y}) = 34{,}81$

$\alpha = 0{,}1$

Проверить гипотезу о том, что величины среднего обхвата груди мужчин и женщин совпадают.

Выдвинем гипотезы:

$H_0 = \{m_1 = m_2\}$

$H_1 = \{m_1 < m_2\}$

С использованием статистики:

$$T(\vec{X}_{n_1}, \vec{Y}_{n_2}) = \frac{\overline{X}_{n_1} - \overline{Y}_{n_2}}{\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \sqrt{\frac{n_1 + n_2 - 2}{(n_1 - 1) S^2(\vec{Y}_{n_1}) + (n_2 - 1) S^2(\vec{Y}_{n_2})}} \sim$$

$$\sim St(n_1 + n_2 - 2)$$

Определим критическое мн-во:

$$W_\alpha = \{(\vec{x}_{n_1}, \vec{y}_{n_2}) : T(\vec{x}_{n_1}, \vec{y}_{n_2}) \le -t_{1-\alpha}^{(n_1+n_2-2)}\}$$

Найдем значения из условия, определяющего критическое мн-во:

$$T(\vec{x}_{n_1}, \vec{y}_{n_2}) = \frac{96{,}9 - 101{,}72}{\sqrt{\frac{1}{120} + \frac{1}{75}}} \sqrt{\frac{120 + 75 - 2}{119 \cdot 18{,}9 + 74 \cdot 34{,}81}} \approx -6{,}549$$

$$-t_{0,9}^{(193)} \approx -1{,}286$$

Таким образом:

$$-6{,}549 \le -1{,}286 \Rightarrow (\vec{x}_{n_1}, \vec{y}_{n_2}) \in W_\alpha \Rightarrow \text{принимаем } H_1$$

Ответ: величины среднего обхвата груди мужчин и женщин не совпадают.

Билет 1.

1. Понятие статистической гипотезы и параметрической статистической гипотезы. Простая и сложная гипотезы. Построить критерий Неймана-Пирсона для проверки двух простых гипотез.

2. После отстрела 5 однотипных патронов из гладкоствольного ружья ТОЗ-34 (Тульский оружейный завод) калибра 12/70 на дистанции 100 м было получено значение 67.4 мм среднеквадратичного отклонения точки попадания пули от центра мишени. После отстрела 7 патронов того же типа из гладкоствольного ружья Royal (Holland&Holland) того же калибра значение этого же признака составило 8.41 мм. С использованием двустороннего критерия при уровне значимости 0.05 проверить гипотезу о том, что различия среднеквадратичного отклонения вызваны случайными обстоятельствами и не зависят от производителя оружия. Распределение контролируемого признака считать нормальным.

№ вопроса	1	2	$\Sigma = \max$	min
Баллы	12	16	28	18

X – с.в, равная расстоянию от центра

$X \sim N(m_1, \sigma_1^2)$

$n_1 = 7$

$S(\vec{x}) = \cancel{67,4}\ 8,41$

$\alpha = 0,05$

Y – с.в, равная расстоянию от центра

$n_2 = 5$

$S(\vec{y}) = \cancel{8,41}\ 67,4$

$\cancel{Y \sim N(\sigma_2)}\ Y \sim N(m_2, \sigma_2^2)$

Выдвинем гипотезы:

$H_0 = \{\sigma_1 = \sigma_2\}$

$H_1 = \{\sigma_1 \neq \sigma_2\}$

Рассмотрим статистику

$$T(\vec{X}_{n_1}, \vec{Y}_{n_2}) = \frac{S^2(\vec{X}_{n_1})}{S^2(\vec{Y}_{n_2})} \sim F(n_1 - 1, n_2 - 1)$$

Тогда критическое мн-во:

$$W_\alpha = \left\{ (\vec{x}_{n_1}, \vec{y}_{n_2}) : \left(T(\vec{x}_{n_1}, \vec{y}_{n_2}) \geq F_{1-\frac{\alpha}{2}, n_1-1, n_2-1}\right) \vee \left(T(\vec{x}_{n_1}, \vec{y}_{n_2}) \leq \frac{1}{F_{1-\frac{\alpha}{2}, n_1-1, n_2-1}}\right) \right\}$$

Вычислим эту статистику:

$$T(\vec{x}_7, \vec{y}_5) = \cancel{\frac{67,4^2}{8,41^2}} = \frac{8,41^2}{67,4^2} = \frac{70,7281}{4542,76} \approx 0,0156$$

Значение квантиля:

$$F_{0,975, 6, 4} \approx 9,1973 \qquad \frac{1}{F_{0,975, 6, 4}} \approx 0,1087$$

Таким образом:

$0,0156 \leq 0,1087 \Rightarrow (\vec{x}_7, \vec{y}_5) \in W_\alpha \Rightarrow$ принимаем H_1

Ответ: различия среднеквадратичного отклонения вызваны неслучайными обстоятельствами