

Задача 5623. В Москве рождается каждый день в среднем 335 детей, т.е. в год около 122500 детей. Считая вероятность рождения мальчика 0,51, найти вероятность того, что число мальчиков, которые родятся в Москве в текущем году, превысит число девочек не менее, чем на 1500.

Решение. Пусть x - число рожденных мальчиков, тогда $122500 - x$ - число рожденных девочек. Запишем условие «число мальчиков, которые родятся в Москве в текущем году, превысит число девочек не менее, чем на 1500»:

$$x - (122500 - x) \geq 1500,$$

$$x \geq 62000.$$

Итак, необходимо найти вероятность, что число мальчиков будет от 62000 и больше. Получаем схему Бернулли с параметрами: $n = 122500, p = 0,51$. Так как n достаточно велико, будем использовать интегральную формулу Муавра-Лапласа:

$$P_n(m1, m2) \approx \Phi\left(\frac{m2 - np}{\sqrt{npq}}\right) - \Phi\left(\frac{m1 - np}{\sqrt{npq}}\right), \text{ где } \Phi - \text{нормированная функция Лапласа}$$

(значения берутся из таблиц).

Получаем:

$$\begin{aligned} P_{122500}(62000, 122500) &\approx \Phi\left(\frac{122500 - 122500 \cdot 0,51}{\sqrt{122500 \cdot 0,51 \cdot 0,49}}\right) - \Phi\left(\frac{62000 - 122500 \cdot 0,51}{\sqrt{122500 \cdot 0,51 \cdot 0,49}}\right) = \\ &= \Phi(343,07) - \Phi(-2,71) = \Phi(343,07) + \Phi(2,71) = 0,5 + 0,4967 = 0,9967. \end{aligned}$$

Ответ: 0,9967.