Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н. Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н. Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

ОТЧЕТ

по лабораторной работа №3

по курсу «Моделирование»

на тему: «Функции распределения и плотности распределения»

Студент ИУ7-73Б (Группа) _______ (Подпись, дата) Лысцев Н. Д. (И. О. Фамилия)

Преподаватель _______ (Подпись, дата) Рудаков И. В. (И. О. Фамилия)

2025 г.

СОДЕРЖАНИЕ

1 Техническое задание

Написать программу с графическим интерфейсом, которая позволяет строить графики функции распределения вероятностей и функции плотности распределения вероятностей, а также выводить математическое ожидание и дисперсию случайных величин, распределенных по следующим законам:

- равномерное распределение;
- распределение Эрланга;
- распределение Пуассона;
- экспоненциальное распределение;
- нормальное распределение.

2 Равномерное распределение

Говорят, что непрерывная случайная величина X имеет *равномерное распределение* на отрезке $[a,\ b]$ $(a, b \in (-\infty, +\infty))$, если ее функция плотности распределения $f(x)$ равна:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a}, & x \in [a, b]; \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases} \tag{2.1}$$

При этом функция распределения $F(x)$ равна:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < a; \\ \dfrac{x-a}{b-a}, & x \in [a, b]; \\ 1, & x > b. \end{cases} \tag{2.2}$$

Обозначение: $X \sim R[a, b]$.

Математическое ожидание:

$$M[X] = \frac{a+b}{2} \tag{2.3}$$

Дисперсия:

$$D[X] = \frac{(b-2)^2}{12} \tag{2.4}$$

3 Распределение Эрланга

Говорят, что непрерывная случайная величина X имеет *распределения Эрланга* с параметрами λ и k $(\lambda > 0; k = 0, 1, 2, ...)$ если ее плотность распределения $f_k(x)$ равна:

$$f_k(x) = \begin{cases} \frac{\lambda^k \cdot x^{k-1}}{(k-1)!} \cdot e^{-\lambda \cdot x}, & x \geq 0; \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases} \tag{3.1}$$

При этом функция распределения $F_k(x)$ равна:

$$F_k(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda \cdot x} \cdot \sum_{i=0}^{k-1} \frac{(\lambda \cdot x)^i}{i!}, & x \geq 0; \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases} \tag{3.2}$$

Физический смысл распределения — вероятность того, что в пуассоновском процессе k-е событие произойдёт через заданный промежуток времени.

Физический смысл параметров:

– λ — среднее количество событий за фиксированный промежуток времени (интенсивность);

– k — количество событий.

Математическое ожидание:

$$M[X] = \frac{k}{\lambda} \tag{3.3}$$

Дисперсия:

$$D[X] = \frac{k}{\lambda^2} \tag{3.4}$$

4 Распределение Пуассона

Говорят, что дискретная случайная величина X имеет *распределение Пуассона* с параметром $\lambda > 0$, если X принимает значения $0, 1, 2, \ldots$ с вероятностями:

$$P\{X = k\} = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, k \in \mathbb{N}_0. \tag{4.1}$$

Функция распределения:

$$F(x) = \sum_{i=0}^{x} \frac{\lambda^i}{i!} e^{-\lambda} \tag{4.2}$$

Физический смысл распределения — вероятность наступления заданного числа событий, произошедших за фиксированное время, при условии, что данные события происходят с некоторой фиксированной средней интенсивностью и независимо друг от друга.

Физический смысл параметра λ — среднее количество событий за фиксированный промежуток времени (интенсивность).

Обозначение: $X \sim \Pi(\lambda)$.

Математическое ожидание:

$$M[X] = \lambda \tag{4.3}$$

Дисперсия:

$$D[X] = \lambda \tag{4.4}$$

5 Экспоненциальное распределение

Говорят, что непрерывная случайная величина X имеет *экспоненциальное (показательное) распределение* с параметром $\lambda > 0$, если ее функция плотности распределения $f(x)$ имеет вид:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda \exp(-\lambda x), & x \geq 0; \\ 0, & \text{иначе}. \end{cases} \tag{5.1}$$

Функция распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \exp(-\lambda x), & x > 0; \\ 0, & \text{иначе}. \end{cases} \tag{5.2}$$

Физический смысл распределения — вероятность того, что в пуассоновском процессе следующее событие произойдёт через заданный промежуток времени.

Физический смысл параметра λ — среднее количество событий за фиксированный промежуток времени (интенсивность).

Обозначение: $X \sim \mathrm{Exp}(\lambda)$.

Математическое ожидание:

$$M[X] = \frac{1}{\lambda} \tag{5.3}$$

Дисперсия:

$$D[X] = \frac{1}{\lambda^2} \tag{5.4}$$

6 Нормальное распределение

Говорят, что непрерывная случайная величина X имеет *нормальное распределение* с параметром μ и σ^2, если ее функция плотности распределения $f(x)$ имеет вид:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(- \frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2} \right), x \in \mathbb{R}_0 \tag{6.1}$$

Функция распределения:

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}}\, dt \tag{6.2}$$

Геометрический смысл параметров:

– μ — отвечает за локализацию точки максимума функции $f(x)$ (и оси симметрии);

– σ — отвечает за концентрацию значений в районе точки $X = \mu$. Чем меньше σ, тем выше концентрация.

Обозначение: $X \sim \mathrm{N}(\mu, \sigma^2)$.
Математическое ожидание:

$$M[X] = \mu \tag{6.3}$$

Дисперсия:

$$D[X] = \sigma^2 \tag{6.4}$$