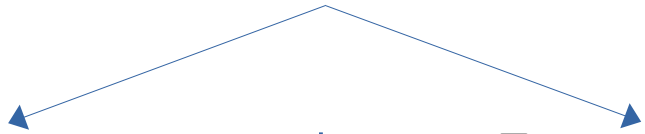
Вопросы

Вопрос 55. Большая О Нотация. Асимптотика.

Вычислительная сложность алгоритма — функция, определяющая зависимость объёма работы, выполняемой некоторым алгоритмом, от свойств входных данных.



Временная

— время, которое нужно алгоритму для обработки входных данных.

Пространственная

— объём оперативной памяти, который потребуется алгоритму для работы.

- Когда говорят о *Time Complexity* или просто *Time*, то речь идёт именно о количестве элементарных операций, осуществляемых алгоритмом.

Замечание. В теории алгоритмов разница в скорости выполнения между операциями обычно опускается. Поэтому сложение простых чисел и деление чисел с плавающей точкой считаются равными по сложности операциями.

- Когда говорят о *Space Complexity* или просто *Space* (редко *Memory*), то речь идёт именно о количестве ячеек памяти, необходимых для выполнения алгоритма.

Замечание. В теории алгоритмов все ячейки считаются равноценными. Например, int на 4 байта и double на 8 байт имеют один вес.

- *In-place* алгоритмы (*на месте*) — алгоритмы, которые используют исходный массив как рабочее пространство.

- *Out-of-place* алгоритмы (*вне места*) — алгоритмы, требующие дополнительной памяти: копии исходного массива или дополнительные структуры данных.
- Таким образом, *оптимальным* называется алгоритм, решающий поставленную задачу за наименьшее возможное время и использующий минимальное возможное количество памяти.

Большая О Нотация (Big O Notation) — способ описания асимптотического поведения функций (поведение функции, когда её аргумент стремится к бесконечности | вспоминаем О-большое и о-маленькое из матанализа : D), который используется для анализа временной и пространственной сложности алгоритмов.

Примеры описания вычислительной сложности алгоритмов через «О»:

Временная:

•O(1) — константное время. Например, определение размера массива, сложение чисел и т.п.

•O(loglogn) — двойное логарифмическое время. Например, интерполяционный поиск

•O(logn) — логарифмическая сложность. Например, бинарный поиск, бинарное возведение в степень.

•O(n) — линейное время. Например, линейный поиск.

•O(n^c) — полиномиальное время (квадратичное, кубическое и т.д.)

•O(c^n) — экспоненциальное время. Например, рекурсивная реализация последовательности Фибоначчи.

•O(n!) — факториальное время. Например, задача о коммивояжёре или задача полного перебора.

Пространственная:

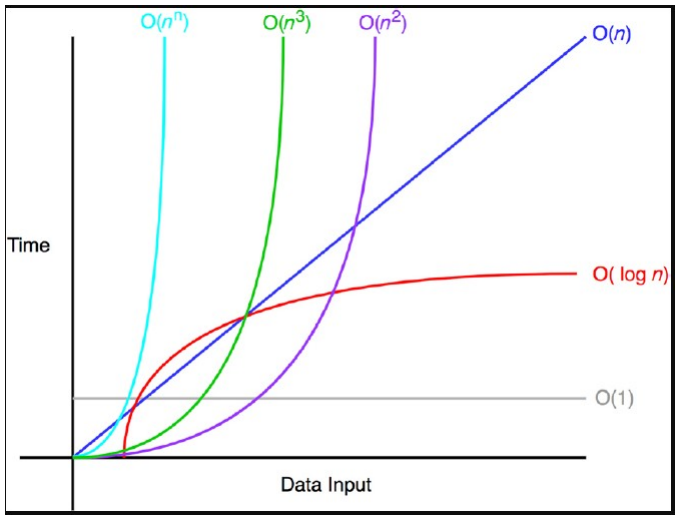
•O(1) — константное пространство. Например, алгоритм с фиксированным количеством переменных.

•O(n) — линейное пространство. Например, одномерный массив.

•O(n^c) — полиномиальное пространство. Например, многомерный массив.

Лирическое отступление:
экспоненциальное и факториальное пространства тоже существуют, но я не уверен, что их стоит упоминать (например, массив из всех возможных перестановок элементов массива длиной n).

*при наличии времени и желания, можете нарисовать для Вадима график



Правила определения сложности алгоритма:

- При расчете «О» используется два правила:
  1. Константы откидываются:

     $O(3n) = O(n)$
     $O(10000n^2) = O(n^2)$
     $O(2nlogn) = O(nlogn)$

Важное замечание. Из-за того, что в большой О нотации константы откидываются, алгоритмы с большей асимптотической сложностью могут работать быстрее алгоритмов с меньшей асимптотической сложностью. Так, например, алгоритм Штрассена с асимптотикой ≈ $O(n^{2,81})$ (кстати, асимптотика этого алгоритма посчитана с использованием мастер-теоремы) (вопрос об оптимизированном перемножении матриц) работает быстрее алгоритма Копперсмита-Винограда с асимптотикой ≈ $O(n^{2,37})$ на малых и средних матрицах из-за очень высоких скрытых констант в алгоритме Копперсмита-Винограда.

  2. Если в «О» есть сумма, то записывается только самое *быстрорастущее* слагаемое (это называется асимптотической сложностью).

     $O(n^2+n) = O(n^2)$
     $O(n^3+100nlogn) = O(n^3)$
     $O(1.1^n+n^{100}) = O(1.1^n)$

- Циклы и вложенные циклы:
  1. Временная сложность цикла, в котором n раз повторяется функция с временной сложность $O(m)$, равна: $n*O(m) = O(n*m)$.
  2. При добавлении вложенных циклов сложность растёт экспоненциально: в цикл с $O(n)$ добавили еще один цикл → общая сложность $O(n^2)$.
- Мастер-теорема

Используется для оценки сложности рекурсивных алгоритмов.

Общая форма [править | править код]

Основная теорема рассматривает следующие рекуррентные соотношения:

$T(n) = aT\left(\frac{n}{b}\right) + f(n), \quad$ где $a \geqslant 1,\ b > 1.$

В применении к анализу алгоритмов константы и функции обозначают:

- n — размер задачи.
- a — количество подзадач в рекурсии.
- n/b — размер каждой подзадачи. (Предполагается, что все подзадачи на каждом этапе имеют одинаковый размер.)
- $f(n)$ — оценка сложности работы, производимой алгоритмом вне рекурсивных вызовов. В неё также включается вычислительная стоимость деления на подзадачи и объединения результатов решения подзадач.

*возможно, не стоит эту теорему расписывать, т. к. на степике Вадим Денисович даёт только: «По сути, это набор правил по оценке сложности. Он учитывает, сколько новых ветвей рекурсии создаётся на каждом шаге и на сколько частей дробятся данные в каждом шаге рекурсии. Это если вкратце.»

- Метод Монте-Карло
  1. Применяется, только если невозможно оценить сложность через вложенность циклов или с помощью мастер-теоремы.
  2. Алгоритм проверяется на данных разного размера. Затем строятся графики зависимости затраченных времени и памяти от размера данных. Затем по этим графикам вычисляется функция, которая лучше всего описывает полученное облако точек.

P.S. (возможно, это что-то важное). Не помню, в каком вопросе Вадим просил написать Quick Sort, поэтому пусть будет здесь:

Реализация для вектора.

Time Complexity:
Средний случай: O(nlogn)
Худший случай: $O(n^2)$

Настоятельно рекомендуется написать qsort самостоятельно. Этот говнокод использовать лишь в качестве подсказки

```
int partition(vector<int> &vec, int low, int high) {
    // Selecting last element as the pivot
    int pivot = vec[high];
    // Index of elemment just before the last element
    // It is used for swapping
    int i = (low - 1);
    for (int j = low; j <= high - 1; j++) {

        // If current element is smaller than or
        // equal to pivot
        if (vec[j] <= pivot) {
            i++;
            swap(vec[i], vec[j]);
        }
    }
    // Put pivot to its position
    swap(vec[i + 1], vec[high]);
    // Return the point of partition
    return (i + 1);
}

void quickSort(vector<int> &vec, int low, int high) {
    // Base case: This part will be executed till the starting
    // index low is lesser than the ending index high
    if (low < high) {
        // pi is Partitioning Index, arr[p] is now at
        // right place
        int pi = partition(vec, low, high);
        // Separately sort elements before and after the
        // Partition Index pi
        quickSort(vec, low, pi - 1);
        quickSort(vec, pi + 1, high);
    }
}
```

Вопрос 56. Поиск элемента в массиве. Асимптотика.

> ***Поиск элемента в массиве*** — алгоритм, который находит индекс элемента в массиве или определяет, что элемент отсутствует.

Поиск элемента в массиве разделяют на две большие категории:

- *поиск в несортированном массиве* (например, линейный поиск)
- *поиск в сортированном массиве* (например, бинарный поиск, интерполирующий поиск)

Замечание. Для облегчения работы с элементами массива, в том числе для облегчения поиска элемента в массиве, нелишним бывает отсортировать массив.

Линейный поиск:

- Подходит для поиска элемента в небольших несортированных массивах.

```
int linSearch(int arr[], int requiredKey, int arrSize) {
    for (int i = 0; i < arrSize; i++) {
        if (arr[i] == requiredKey)
            return i;
    }
    return -1;
}
```

Замечание. Если массив большой, то рекомендуется его отсортировать и применять более эффективные алгоритмы поиска.

- Перебираются все элементы массива и проверяются на совпадение с заданными критериями или ключами.
- Time Complexity: $O(n)$. В массиве миллион элементов → миллион операций (в худшем случае).

Бинарный (двоичный) поиск:

- Подходит для поиска элемента в отсортированном массиве.
- На каждом шаге алгоритма выбирается средний элемент массива и сравнивается с искомым элементом. Если элементы

```
int SearchingAlgorithm(int arr[], int left, int right, int keys) {

    int middle = 0;

    while (true) {
        middle = (left + right) / 2;

        if (keys < arr[middle])
            right = middle - 1;
        else if (keys > arr[middle])
            left = middle + 1;
        else
            return middle;
        if (left > right)
            return -1;
    }
}
```

совпадают, то алгоритм завершает работу: элемент найден. Иначе половина элементов массива «отбрасывается» и поиск продолжается в другой половине массива.

- Time Complexity: *O(logn)*. В отсортированном массиве миллион элементов → 20 операций (в худшем случае).

Интерполирующий поиск:

- Подходит для поиска элемента в отсортированном массиве.
- Вместо того, чтобы брать средний элемент, как в бинарном поиске, интерполирующий поиск вычисляет позицию искомого элемента по формуле:

$$pos = lo + \frac{(x - arr[lo]) * (hi - lo)}{(arr[hi] - arr[lo])}$$

```
int interpolationSearch(int arr[], int lo, int hi, int x)
{
    int pos;
    if (lo <= hi && x >= arr[lo] && x <= arr[hi]) {
        pos = lo
              + (((double)(hi - lo) / (arr[hi] - arr[lo]))
                 * (x - arr[lo]));
        if (arr[pos] == x)
            return pos;
        if (arr[pos] < x)
            return interpolationSearch(arr, pos + 1, hi, x);
        if (arr[pos] > x)
            return interpolationSearch(arr, lo, pos - 1, x);
    }
    return -1;
}
```

где lo, hi — нижняя и верхняя границы поиска соответственно, arr[] — заданный массив, x — искомый элемент, pos — позиция, на которой предположительно находится искомый элемент. Далее, как и в бинарном поиске, элемент на позиции pos сравнивается с искомым элементом.

- Time Complexity: *O(loglogn)*.

  Важное замечание. При плохих исходных данных (например, при экспоненциальном возрастании элементов) время работы может ухудшиться до O(n).

  Еще одно важное замечание.

Эксперименты показали, что интерполяционный поиск не настолько снижает количество выполняемых сравнений, чтобы компенсировать требуемое для дополнительных вычислений время (пока таблица не очень велика). Кроме того, типичные таблицы недостаточно случайны, да и разница между значениями $\log\log n$ и $\log n$ становится значительной только при очень больших n. На практике при поиске в больших файлах оказывается выгодным на ранних стадиях применять интерполяционный поиск, а затем, когда диапазон существенно уменьшится, переходить к двоичному.

Вопрос 57. Пользовательские типы данных в C++.

> ***Пользовательские типы данных*** — типы данных, определяемые пользователем для организации данных и управления ими в программе.

Основные пользовательские типы данных:

1. ***Структуры (struct):***
   - пользовательский тип данных, который позволяет объединить различные типы данных в одну логическую единицу.
   - Полем в структуре могут быть: переменные базовых типов C++, вложенные структуры, объединения (о них дальше), классы (тоже дальше), функции.
   - Для определения структуры применяется ключевое слово struct, а сам формат структуры выглядит так:

```
struct имя_структуры {
    компоненты_структуры
};
```

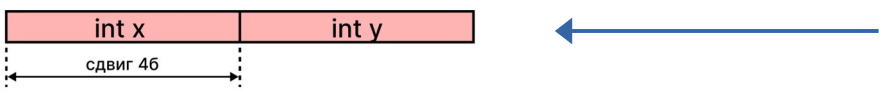
- Для определения нового типа используется ключевое слово typedef:

```
#include <conio.h>
#include <stdio.h>

//Определяем новую структуру
struct point_t {
    int x;
    int y;
};

//Определяем новый тип
typedef struct point_t Point;

void main() {
    //Обращение через имя структуры
    struct point_t p = {10, 20};
    //Обращение через новый тип
    Point px = {10, 20};

    getch();
}
```

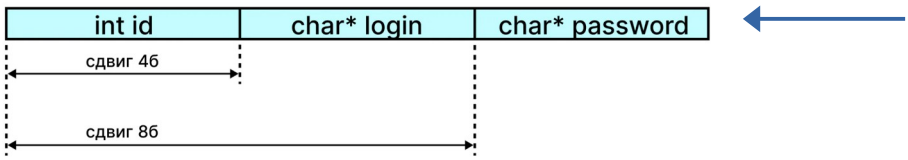
- Для обращения к элементу структуры через указатель на структуру используется операция «стрелка»: ->

```
Point p = {10, 20};
Point* ptr = &p;

ptr->x += 1;   //  x = 11
ptr->y += 2;   //  y = 22
```

- Устройство структуры в памяти: размер структуры не всегда равен сумме размеров её полей, т.к. компилятор оптимизирует расположение структуры в памяти, подгоняя некоторые поля до четных адресов.



Размер структуры: 8 байт



Размер структуры: 24 байт (выравнивание под char* - 8 байт)

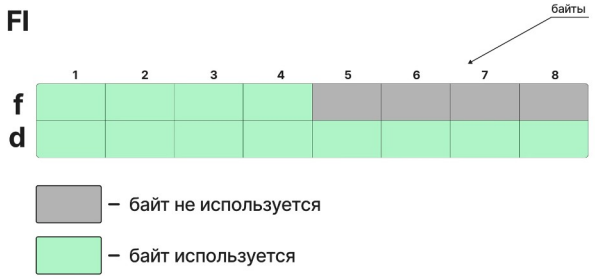
Замечание. Есть возможность изменить упаковку структур в памяти: *#pragma pack(n)*. По умолчанию n = 8. Допустимыми значениями являются 1, 2, 4, 8 и 16. Выравнивание поля происходит по адресу, кратному n или сумме нескольких полей объекта, в зависимости от того, какая из этих величин меньше.

Замечание к замечанию. Использование #pragma pack не приветствуется: логика работы программы не должна зависеть от внутреннего представления структуры (если, конечно, вы не занимаетесь системным программированием или ломаете чужие программы и сети).

P.S. Нигде не указал: к полям структуры обращаемся через точку «.»: Point.x += 1;

2. ***Объединения (union):***
   - Объединение — группирование элементов, разделяющих одну и ту же область памяти (т.е. все переменные, что включены в объединение, начинаются с одной границы).

```
union Floats {
    float f; // рассматривается 4 байта
    double d; // рассматривается 8 байт
};
```



В данном случае sizeof(Floats) = 8.

   - Типом переменной в объединении может быть: базовый тип в C++, структура, объединение, класс.
   - С указателями на объединение работаем так же, как со структурами «->». К полям обращаемся через точку. Вложенность работает так же, как со структурами.

3. ***Битовые поля:***
   - Позволяют формировать объекты с длиной, не кратной байту:

```
struct Example {
    unsigned int field1 : 3; // 3 бита
    unsigned int field2 : 5; // 5 бит
    unsigned int field3 : 1; // 1 бит
};
```

- Ширина поля не может превышать длину машинного слова.

4. ***Перечисления (enum):***
   - Перечисления позволяют задавать переменные, принимающие определенный набор значений:
   - Пример работы с перечислением:

```
enum Color {
    Red,
    Green,
    Blue
};
```

```
#include <iostream>

enum Season{
    Winter,
    Spring,
    Summer,
    Autumn
};

int main() {
    Season currentSeason = Summer;
    if (currentSeason == Summer) {
        std::cout << "+вайб" << std::endl;
    }
    else {
        std::cout << "-вайб" << std::endl;
    }

    return 0;
}
```

P.S. Выведет +вайб

5. ***Ключевое слово typedef:***
   - Используется для создания псевдонимов (синонимов) для существующих типов данных.
   -
```
typedef unsigned long ulong;
ulong a = 1000;
//Теперь можно использовать ulong вместо unsigned long
```

6. ***Классы (class):***

Лирическое отступление. В семестре их не было, так что я не уверен, что их надо писать, но пусть что-то будет.

- Класс в C++ — это шаблон для создания объектов, который объединяет данные и функции, работающие с этими данными.
- Объявление класса позволяет описать не только данные представления объекта, но и аспекты использования таких данных:

1. список функций доступа к объектам;
2. правила наследования объектов производными классами;
3. различная степень защиты элементов объектов.

- Пример:

```
class ClassName {
public:
    // Конструктор
    ClassName();

    // Методы
    void method();

private:
    // Поля данных
    int data;
};
```

Вопрос 58. Нечёткий поиск. Расстояние Левенштейна.

Нечёткий поиск — это метод поиска, который позволяет находить совпадения, даже если вводимые данные содержат ошибки, опечатки или незначительные различия от искомого значения.

Расстояние Левенштейна — минимальное количество операций вставки одного символа, удаления одного символа и замены одного символа на другой, необходимых для превращения одной строки в другую.

Пример:

x = “привет”

y = “приает”

расстояние Левенштейна L(x, y) = 1 – одна замена символа. Можно привести и другие примеры:

L(“test”, “ttext”) = 2;

L(“ОАиП”, “н”) = 4.

Алгоритм нечёткого поиска:

- Для каждой строки словаря найдем, сколько у нее отличий с заданной строкой. Ответом будут те строки из словаря, отличий с которыми не больше заданного числа k.
- Алгоритм нахождения расстояния Левенштейна — алгоритм Вагнера-Фишера:

1. Пусть s1 и s2 - строки, между которыми нужно найти расстояние. Их размеры соответственно n и m
2. D(i, j) будет означать расстояние между префиксом длины i строки s1 и префиксом длины j строки s2.
3. Тогда ответ на задачу - D(n, m).
4. Будем считать, что нумерация символов в строке с единицы
5. Базовые значения:
6. D(0, 0) = 0,
7. D(i, 0) = i, D(0, j) = j
8. Для i, j != 0:
   - D(i, j) = D(i - 1, j - 1), если s1[i] = s2[j]
   - min(D(i, j − 1) +1, D(i − 1, j) + 1, D(i − 1, j − 1) + 1), иначе
9. (последней операцией могли приписать символ к строке, удалить, или заменить символ)

Реализация на C++:

```
int diff(string a, string b) {
        int n = (int)a.size(), m = (int)b.size();
        int d[n + 1][m + 1];
        for (int i = 0; i <= n; i++)
                d[i][0] = i;
        for (int j = 0; j <= m; j++)
                d[0][j] = j;
        for (int i = 1; i <= n; i++)
                for (int j = 1; j <= m; j++)
                if (a[i - 1] == b[j - 1])
                        d[i][j] = d[i - 1][j - 1];
                else
                        d[i][j] = min({d[i - 1][j] + 1, d[i][j - 1] + 1, d[i - 1][j - 1] + 1});
        return d[n][m];
}
```

Time Complexity: $O(n*m)$, где n – размер введённой строки, m — сумма длин всех строк словаря.

Плюсы использования:

- Работает довольно быстро, если длина искомой строки и суммарная длина словаря небольшие.
- Алгоритм довольно прост в понимании и реализации.

Минусы использования:

- Работает довольно медленно при большой длине искомой строки и/или суммарной длине словаря

Вопрос 59. Оптимизированное перемножение матриц. Асимптотика.

Замечание. Будем говорить, что размеры матриц A порядка m*n и B порядка p*k *согласованы относительно умножения*, если n = p.

Виды алгоритмов перемножения матриц:

1. *Стандартный алгоритм:*
   - сумма произведений элементов i-ой строки матрицы A на элементы j-ой строки матрицы B (рассмотрим подробнее чуть дальше).
2. *Алгоритмы, основанные на блокировании:*
   - матрицы разбиваются на блоки, что уменьшает время доступа к данным и позволяет лучше использовать кэш-память процессора.
   - Time Complexity: $O(n^3)$, но на практике может работать быстрее за счёт уменьшения накладных расходов на память.
3. *Алгоритмы с использованием параллельных вычислений:*
   - Для ускорения умножения матриц используются многоядерные процессоры и распределенные системы для параллельных вычислений.
4. *Алгоритм Штрассена:*
   - Матрица разбивается на 4 подматрицы и используется 7 рекурсивных умножений вместо 8, что уменьшает количество операций.
   - Time Complexity: $O(n^{\log_2 7}) \approx O(n^{2.81})$.

5. *Алгоритм Копперсмита-Винограда:*
   - *Используются ассоциативные правила перемножений и требуются сложные математические выкладки.*
   - Time Complexity: $O(n^{2.376})$. На практике он медленнее, чем алгоритм Штрассена, на матрицах маленького и среднего размера, из-за огромной скрытой константы. Поэтому чаще используют алгоритм Штрассена.

Стандартное перемножение матриц:

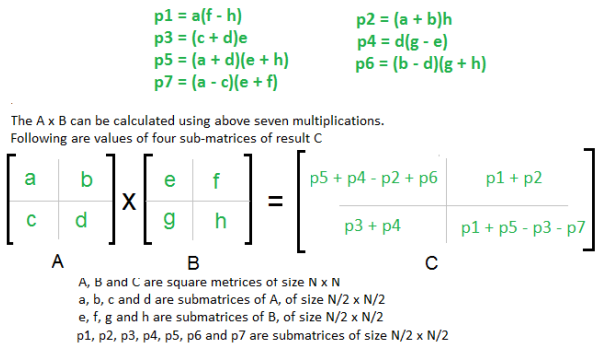
- Работает за $O(n^3)$.
- Ниже представлен код, реализующий стандартное перемножение матриц.

```
void mulMat(vector<vector<int>>& m1, vector<vector<int>>& m2,
            vector<vector<int>>& res) {
    int r1 = m1.size();
    int c1 = m1[0].size();
    int r2 = m2.size();
    int c2 = m2[0].size();
    if (c1 != r2) {
        cout << "Invalid Input" << endl;
        exit(EXIT_FAILURE);
    }

    // Resize result matrix to fit the result dimensions
    res.resize(r1, vector<int>(c2, 0));

    for (int i = 0; i < r1; i++) {
        for (int j = 0; j < c2; j++) {
            for (int k = 0; k < c1; k++) {
                res[i][j] += m1[i][k] * m2[k][j];
            }
        }
    }
}
```

Замечание. Рекомендуется написать код самостоятельно и запустить на своей машине.

Алгоритм Штрассена:

- Используется методика *разделяй и властвуй*: делим исходную матрицу на 4 подматрицы порядка *(N/2)*(N/2)*, после чего выполняется 7 рекурсивных перемножений подматриц (вместо стандартных 8, как в алгоритмах, основанных на блокировании):



- Временная асимптотическая сложность посчитана с помощью мастер-теоремы: $O(n^{\log_2 7}) \approx O(n^{2.81})$. Если запомните формулу, то можете написать: $T(N) = 7T(N/2) + O(N^2)$.
- *Пример кода (Да пребудет с вами сила!):*

```
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;

#define ROW_1 4
#define COL_1 4

#define ROW_2 4
#define COL_2 4

void print(string display, vector<vector<int> > matrix,
           int start_row, int start_column, int end_row,
           int end_column)
{
    cout << endl << display << " =>" << endl;
    for (int i = start_row; i <= end_row; i++) {
        for (int j = start_column; j <= end_column; j++) {
            cout << setw(10);
            cout << matrix[i][j];
        }
        cout << endl;
    }
    cout << endl;
    return;
}

vector<vector<int> >
add_matrix(vector<vector<int> > matrix_A,
           vector<vector<int> > matrix_B, int split_index,
           int multiplier = 1)
{
    for (auto i = 0; i < split_index; i++)
```

```
        for (auto j = 0; j < split_index; j++)
            matrix_A[i][j]
                = matrix_A[i][j]
                  + (multiplier * matrix_B[i][j]);
    return matrix_A;
}

vector<vector<int> >
multiply_matrix(vector<vector<int> > matrix_A,
                vector<vector<int> > matrix_B)
{
    int col_1 = matrix_A[0].size();
    int row_1 = matrix_A.size();
    int col_2 = matrix_B[0].size();
    int row_2 = matrix_B.size();

    if (col_1 != row_2) {
        cout << "\nError: The number of columns in Matrix "
                "A  must be equal to the number of rows in "
                "Matrix B\n";
        return {};
    }

    vector<int> result_matrix_row(col_2, 0);
    vector<vector<int> > result_matrix(row_1,
                                       result_matrix_row);

    if (col_1 == 1)
        result_matrix[0][0]
            = matrix_A[0][0] * matrix_B[0][0];
    else {
        int split_index = col_1 / 2;

        vector<int> row_vector(split_index, 0);

        vector<vector<int> > a00(split_index, row_vector);
        vector<vector<int> > a01(split_index, row_vector);
        vector<vector<int> > a10(split_index, row_vector);
        vector<vector<int> > a11(split_index, row_vector);
        vector<vector<int> > b00(split_index, row_vector);
        vector<vector<int> > b01(split_index, row_vector);
        vector<vector<int> > b10(split_index, row_vector);
        vector<vector<int> > b11(split_index, row_vector);

        for (auto i = 0; i < split_index; i++)
            for (auto j = 0; j < split_index; j++) {
                a00[i][j] = matrix_A[i][j];
                a01[i][j] = matrix_A[i][j + split_index];
                a10[i][j] = matrix_A[split_index + i][j];
```

```
            a11[i][j] = matrix_A[i + split_index]
                                [j + split_index];
            b00[i][j] = matrix_B[i][j];
            b01[i][j] = matrix_B[i][j + split_index];
            b10[i][j] = matrix_B[split_index + i][j];
            b11[i][j] = matrix_B[i + split_index]
                                [j + split_index];
        }

    vector<vector<int> > p(multiply_matrix(
        a00, add_matrix(b01, b11, split_index, -1)));
    vector<vector<int> > q(multiply_matrix(
        add_matrix(a00, a01, split_index), b11));
    vector<vector<int> > r(multiply_matrix(
        add_matrix(a10, a11, split_index), b00));
    vector<vector<int> > s(multiply_matrix(
        a11, add_matrix(b10, b00, split_index, -1)));
    vector<vector<int> > t(multiply_matrix(
        add_matrix(a00, a11, split_index),
        add_matrix(b00, b11, split_index)));
    vector<vector<int> > u(multiply_matrix(
        add_matrix(a01, a11, split_index, -1),
        add_matrix(b10, b11, split_index)));
    vector<vector<int> > v(multiply_matrix(
        add_matrix(a00, a10, split_index, -1),
        add_matrix(b00, b01, split_index)));

    vector<vector<int> > result_matrix_00(add_matrix(
        add_matrix(add_matrix(t, s, split_index), u,
                   split_index),
        q, split_index, -1));
    vector<vector<int> > result_matrix_01(
        add_matrix(p, q, split_index));
    vector<vector<int> > result_matrix_10(
        add_matrix(r, s, split_index));
    vector<vector<int> > result_matrix_11(add_matrix(
        add_matrix(add_matrix(t, p, split_index), r,
                   split_index, -1),
        v, split_index, -1));

    for (auto i = 0; i < split_index; i++)
        for (auto j = 0; j < split_index; j++) {
            result_matrix[i][j]
                = result_matrix_00[i][j];
            result_matrix[i][j + split_index]
                = result_matrix_01[i][j];
            result_matrix[split_index + i][j]
                = result_matrix_10[i][j];
            result_matrix[i + split_index]
                         [j + split_index]
```

```
                = result_matrix_11[i][j];
        }

        a00.clear();
        a01.clear();
        a10.clear();
        a11.clear();
        b00.clear();
        b01.clear();
        b10.clear();
        b11.clear();
        p.clear();
        q.clear();
        r.clear();
        s.clear();
        t.clear();
        u.clear();
        v.clear();
        result_matrix_00.clear();
        result_matrix_01.clear();
        result_matrix_10.clear();
        result_matrix_11.clear();
    }
    return result_matrix;
}

int main()
{
    vector<vector<int> > matrix_A = { { 1, 1, 1, 1 },
                                      { 2, 2, 2, 2 },
                                      { 3, 3, 3, 3 },
                                      { 2, 2, 2, 2 } };

    print("Array A", matrix_A, 0, 0, ROW_1 - 1, COL_1 - 1);

    vector<vector<int> > matrix_B = { { 1, 1, 1, 1 },
                                      { 2, 2, 2, 2 },
                                      { 3, 3, 3, 3 },
                                      { 2, 2, 2, 2 } };

    print("Array B", matrix_B, 0, 0, ROW_2 - 1, COL_2 - 1);

    vector<vector<int> > result_matrix(
        multiply_matrix(matrix_A, matrix_B));

    print("Result Array", result_matrix, 0, 0, ROW_1 - 1,
          COL_2 - 1);
}

// Time Complexity: T(N) = 7T(N/2) +  O(N^2) => O(N^Log7)
```

Замечание. Думаю, писать алгоритм Штрассена на экзамене не надо. Просто надо озвучить идею и рассказать про асимптотику алгоритма, а также написать про скрытые константы в алгоритмах Штрассена и Копперсмита-Винограда. Также рекомендую запустить код на своей машине (если он вообще запустится w :)

Вопрос 60. Флаги компиляций приложений.

> ***Флаги компиляции приложения*** — параметры, которые передаются компилятору для изменения поведения процесса компиляции. (Что такое *компилятор*? 😧)

1. ***Флаги оптимизаций (англ. буква O):***
   - используются для улучшения производительности сгенерированного кода, уменьшая его размер или время выполнения.
   - -O0 — без оптимизаций (по умолчанию).
   - -O1 — основная оптимизация (уменьшает размер кода и улучшает производительность).
   - -O2 — более агрессивная оптимизация (включает все оптимизации из -O1 и добавляет новые).
   - -O3 — максимальная оптимизация (включает все оптимизации из -O2 и добавляет новые (может даже увеличить размер кода)).
   - -Os — оптимизация для уменьшения размера кода.
   - -Ofast — включает все оптимизации из -O3 и добавляет агрессивные оптимизации, которые могут нарушать стандартное поведение.
2. ***Флаги отладки:***
   - позволяют включить информацию для отладки (что такое *отладка*? 😧)
   - -g — включает отладочную информацию в сгенерированный код.
   - -ggdb — включает отладочную информацию, специфичную для GDB (GNU Debugger).
   - Замечание. -g и -ggdb во многом схожи, однако, если интересно, вот небольшие отличия:

`-g` and `-ggdb` are similar with some *slight* differences, I read this here:

> `-g` produces debugging information in the OS[1]'s native format (stabs, COFF, XCOFF, or DWARF 2).
>
> `-ggdb` produces debugging information specifically intended for gdb.
>
> `-ggdb3` produces extra debugging information, for example: including macro definitions.
>
> `-ggdb` by itself without specifying the level defaults to `-ggdb2` (i.e., gdb for level 2).

3. ***Флаги предупреждений:***
   - помогают выявить потенциальные ошибки и проблемы в программе.
   - -Wall — включает общие предупреждения.
   - -Wextra — включает дополнительные предупреждения.
   - -Werror — превращает предупреждения в ошибки, останавливая компиляцию при их наличии.
   - -fsanitize=address — указывает на сложные ошибки несоответствия типов, переполнения кучи, переполнения стека, ошибки выравнивания и т. п.
   - -fsanitize=thread — указывает на конфликты потоков.
   - -fsanitize=undefined — указывает на возможное неопределенное поведение.

4. ***Флаги стандартов:***
   - Позволяют указать версию языка, используемого при компиляции.
   - -std=c11 — стандарт C11 для компиляции на C.
   - -std=c++17 — стандарт C++17 для C++.
5. ***Флаги связывания:***
   - используются для связывания объектных файлов и библиотек.
   - -l<library> — указывает компилятору подключить библиотеку (например, -lgtest).
   - -L<Path> — указывает путь к пользовательской библиотеке.

Пример:

```
gcc -O2 -g -Wall -std=c11 my_program.c -o my_program
```

Вопрос 61. Компилирование с использованием статических библиотек.

> ***Статическая библиотека*** — это коллекция объектных файлов, которые присоединяются к программе во время компоновки.
>
> На Windows у статических библиотек расширение .lib, на Unix/Linux расширение .a

Создание статической библиотеки на Windows в Visual Studio:

Например создадим статическую библиотеку для подсчёта площадей фигур:

- **Создание проекта статической библиотеки в Visual Studio**

1. в строке меню выберите **файл создать Project** , чтобы открыть диалоговое окно **создание нового Project** .
2. в верхней части диалогового окна задайте для параметра **Language** значение **C++**, задайте для параметра **Platform** значение **Windows** и задайте для параметра **Project тип** значение **Library**.
3. В отфильтрованном списке типов проектов выберите пункт **Мастер классических приложений Windows**, а затем нажмите кнопку **Далее**.
4. На странице **Настроить новый проект** введите *SquareLibrary* в поле **Имя проекта**. В поле **Имя решения** введите *SquareMath*. Нажмите кнопку **Создать**, чтобы открыть диалоговое окно **Проект классического приложения Windows**.
5. В диалоговом окне **Проект классического приложения Windows** в разделе **Тип приложения** выберите **Статическая библиотека (.lib)** .
6. В разделе **Дополнительные параметры** снимите флажок **Предварительно откомпилированный заголовок**, если он установлен. Установите флажок **Пустой проект**.
7. Нажмите кнопку **ОК**, чтобы создать проект.

- Затем создайте несколько .cpp файлов и в них разместите определения функций.
- В едином заголовочном файле разместите все прототипы созданных функций.
- Запустите проект

В папке Debug вашего проекта должен появится *SquareLibrary.lib* - это и есть ваша библиотека.

Чтобы подключить вашу библиотеку к проекту, необходимо переместит .lib в файл в папку Debug вашего проекта и в IDE с помощью команды "Добавить/Add" контекстного меню вашего проекта добавить библиотеку.

Вам осталось лишь прописать в необходимом месте в коде `#include` к вашей библиотеке.

Создание статической библиотеки на Linux/Unix системах:

- Компиляция объектных файлов библиотеки:
  $gcc\ \ -c\ \ my\_library.c\ \ -o\ \ my\_library.o$
- Создание статической библиотеки (создается с помощью утилиты ar):
  $ar\ \ rcs\ \ \ mylibrary.a\ \ my\_library.o$
- Компилирование программы с линковкой статической библиотеки:
  $gcc\ \ main.c\ \ -L.\ \ -lmylibrary\ \ -o\ a.out$

Замечание. -L. флаг связывания здесь указывает на то, что наша библиотека находится в текущем каталоге (при желании её можно разместить в другой директории и указать к ней путь через -L<Path>).

- Запуск:
  ./a.out

Замечание. При желании проверьте, работает ли этот способ. Я вообще через CMake всегда билдил и не жаловался.

Вопрос 62. Компилирование с использованием динамических библиотек.

> ***Динамическая библиотека*** — коллекция скомпилированных файлов, которая загружается в память и связывается с программой во время выполнения.

- На Windows динамические библиотеки имеют расширение .dll, а на Unix-подобных системах — .so
- Особенностью динамической библиотеки является то, что загрузившему её процессу доступны только экспортируемые функции, а функции, предназначенные для «внутреннего мира» библиотеки не выгружаются, чтобы не замедлять скорость загрузки библиотеки.
- Для экспортирования функции из динамической библиотеки следует указывать ключевое слово *__declspec(dllexport)*, а также *extern "C"*, чтобы отключить перегрузку функций (иначе в название функции будут кодироваться типы аргументов функции, что усложнит процесс обращения к экспортируемым функциям во внешних файлах).
- В Windows для загрузки динамической библиотеки используется *дескриптор* (указатель на область памяти) HINSTANCE или HMODULE. Переменная HINSTANCE load = LoadLibrary(L"ПУТЬ/К/БИБЛИОТЕКЕ"); (load — название переменной) является указателем на начало динамической библиотеки в памяти компьтера.
- Доступ к функциям динамической библиотеки получаем с помощью функции GetProcAddres(load, "Название функции"); которая возвращает указатель типа (void*) на место начала функции в памяти компьютера.

Создание динамической библиотеки на Linux:

- Компиляция исходного файла в библиотеку:
  - *gcc -fPIC -shared -o mylibrary.so my_library.c*
  - -fPIC указывает компилятору генерировать код, который может быть использован в динамической библиотеке.
  - -shared указывает на создание динамической библиотеки.
- Компилирование программы с подключением динамической библиотеки:
  - *gcc -o a.out main.c -L. -lmylibrary*
  - -L. указывает компилятору искать библиотеку в текущем каталоге (при желании можно разместить библиотеку в другой директории и указать путь к ней).
  - -lmylibrary — линкуем динамическую библиотеку.
- Запуск программы:
  - Для запуска программы, использующей динамическую библиотеку, необходимо убедиться, что библиотека доступна в системном пути. Для этого устанавливается *переменная окружения* (хранит информацию о среде выполнения) LD_LIBRARY_PATH.
  - *export LD_LIBRARY_PATH=.:&LD_LIBRARY_PATH*
  - *./a.out*

Замечание. Чтобы освежить знания о создании динамических библиотек на Windows в Visual Studio, рекомендую пересмотреть гайд на Stepik.