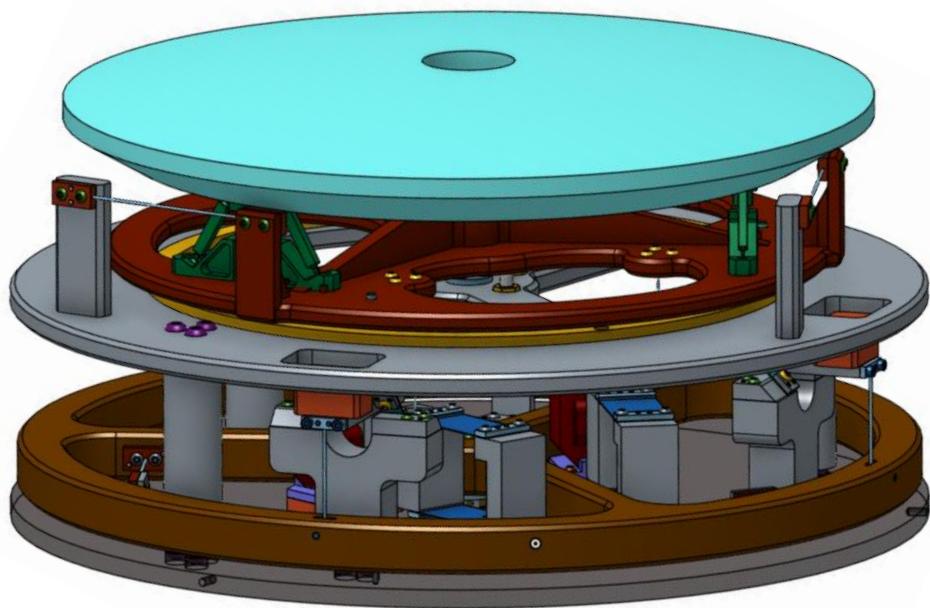


Projet de conception de mécanisme

Mécanisme à deux degrés de liberté en rotation pure équilibré
dynamiquement pour observatoire stratosphérique



Groupe 34 :

Anaël Perruchoud Nikita Rudin Lucas Basile Gutknecht Stanislas Furrer

Table des matières

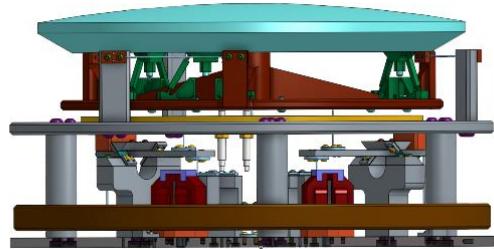
1	Introduction.....	3
1.1	Description du projet.....	3
1.2	Cahier des charges.....	3
2	Mouvement du miroir	4
2.1	Schéma cinématique du mécanisme.....	4
2.2	Implémentation des guidages flexibles.....	5
2.2.1	Tiges latérales.....	5
2.2.2	Tige centrale	8
3	Système d'actionnement.....	9
3.1	Description	9
3.2	Calculs des Forces.....	10
3.3	Dimensionnement des guidages flexibles	11
3.3.1	Table à deux lames parallèles.....	11
3.3.2	Tige entre l'actionneur et le levier	11
3.3.3	Tige entre le levier et le contrepoids.....	12
3.3.4	Tige entre le levier et le miroir	12
3.3.5	Pivot à lames croisées	13
3.4	Exemple de référencement des pièces	14
3.5	Equilibrage du centre de masses.....	14
4	Contrepoids et système d'équilibrage dynamique	15
4.1	Implémentation des guidages flexibles.....	16
4.1.1	Tiges latérales.....	16
4.1.2	Tige centrale	16
5	Calculs auxiliaires.....	17
5.1	Positionnement des capteurs et résolution angulaire	17
5.2	Calcul de l'inertie réduite	18
5.3	Calcul de la rigidité équivalente	19
5.4	Loi de mouvement.....	20
5.5	Performances clés	21
6	Construction	22
6.1	Argumentation des choix faits pour la construction.....	22
6.1.1	Guidage flexible tige	22

6.1.2	Pivot à lames croisées	23
6.1.3	Table à deux lames	23
6.2	Argumentation des choix des matériaux	24
7	Possibilité d'amélioration.....	24
8	Conclusion	25
9	Annexes	25

1 Introduction

1.1 Description du projet

Le projet consiste à créer un système afin d'assurer la rotation biaxiale du miroir secondaire d'un télescope stratosphérique. Afin d'assurer les prises de vue, le miroir doit osciller entre deux positions avec une fréquence entre 1 et 20 Hz. Il faut également éviter toute vibration du système. Aucune force ou moment de force dans le mécanisme ne doit donc être exportés vers le télescope. Ce projet va donc nous amener à créer un système dynamique de haute précision, afin de parfaire nos connaissances en guidages flexibles.



1.2 Cahier des charges

Beaucoup de précisions sont apportées concernant le projet dans le cahier des charges, parmi celles-ci, les plus importantes sont (le cahier des charges complet est en annexe) :

- I. La course angulaire doit être de $-2^\circ < \alpha < 2^\circ$
- II. Le volume alloué pour le mécanisme est un cylindre d'un diamètre de 40cm et d'une hauteur de 20cm
- III. Le mécanisme d'actionnement est composé de deux moteurs offrant une force allant de $-40N < F < 40N$ et une course de $-4 mm < x < 4mm$.
- IV. Les moteurs sont contrôlés par deux capteurs DMS110
- V. L'accélération est limitée à un jerk $j < 200 * 10^3 rad/s^2$
- VI. Aucun frottement n'est toléré en raison des risques de libération de particules sur le miroir principal. Le mécanisme doit donc être construit sur la base de guidages flexibles
- VII. Le système doit avoir deux degrés de liberté en rotation pure dénué d'hyperstatisme et dénué de degrés de liberté internes

Au vu de la complexité du projet, nous nous sommes très vite rendu compte qu'il fallait diviser le problème en plusieurs sous-problèmes. Voici la division proposée :

- Trouver la cinématique pour le déplacement du miroir, puis l'adapter à un système réalisable en guidage flexible
- Créer un système permettant de compenser le moment de force du miroir lors de sa rotation
- Trouver un système d'actionnement intégrant les deux moteurs magnétiques

Nous vous proposons donc une présentation du système selon ce découpage.

2 Mouvement du miroir

2.1 Schéma cinématique du mécanisme

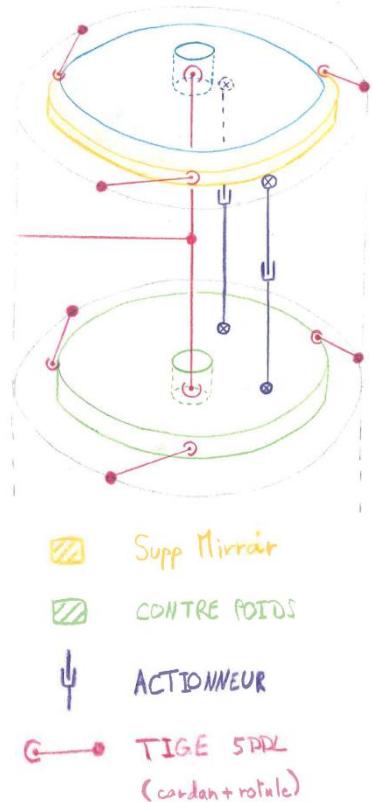
La cinématique du mécanisme est présentée sur le schéma de droite. Le système se compose de trois articulations à 5 degrés de liberté disposé sur le même plan que le centre de masse du miroir et tangentielle au pourtour du miroir. Ce système bloque le déplacement selon l'axe x et l'axe y, ainsi que la rotation autour de l'axe z.

Le mécanisme est donc complété d'une articulation à 5 degrés de liberté sous le miroir et perpendiculaire à sa surface permettant de bloquer le déplacement selon l'axe z. Il nous reste alors les deux degrés de liberté souhaités : rotation autour des axes x et y. La rotation s'effectue autour du centre de gravité du système 'miroir + support'. Ainsi, il n'y a aucune force exportée.

On peut réaliser l'analyse selon Grubler qui nous confirme que la cinématique fonctionne bien :

- $DOF = 2$
- Nbre de boucles = 3
- $M = 4*5 - 3*6 = 2$
- $DOH = DOF - M = 0$

Pour l'implémentation en guidage flexible, il a été choisi de mettre des tiges flexibles pour chaque articulation à 5 degrés de liberté.



La solution proposée pour la partie miroir :

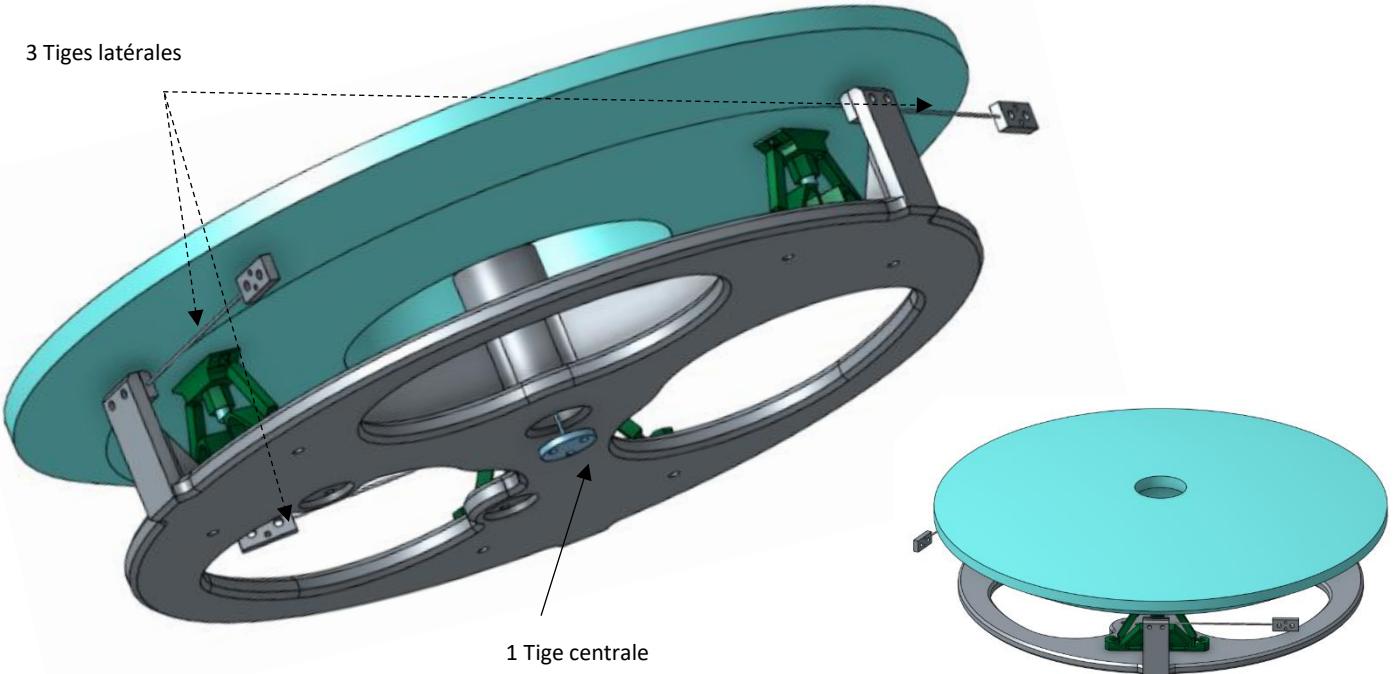


Figure 1 : Miroir, support du miroir et guidages flexibles

Les trois bipieds du miroir ont été fixés sur un support, ce qui permet de solidariser l'ensemble du miroir et d'offrir un point de fixation aux 4 tiges. De plus, ce dispositif de soutien descend le centre de gravité du système, ce qui nous permet de fixer les tiges plus proches du centre et de les prolonger ainsi de quelques précieux centimètres.

2.2 Implémentation des guidages flexibles

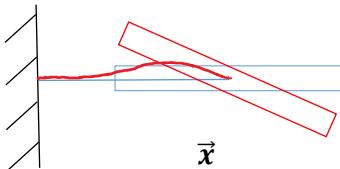
2.2.1 Tiges latérales

Contraintes subies

Pour mieux visualiser les déformations que subissent les guidages latéraux, la déformation d'une tige a été analysée en fonction du déplacement du miroir. On différencie deux déformations différentes selon la rotation du miroir autour de x ou autour de y :

Si le miroir tourne selon l'axe x, on constate que le bout de la tige reste au même endroit tout en subissant une rotation de même angle que le miroir, entraînant une forme en S. Cette déformation suit les équations suivantes :

- Moment sans déplacement



$$\theta_{adm} = \frac{\sigma_{adm}}{2dE}$$

$$K_0 = \frac{4EI_y}{l}$$

$$I_y = \frac{\pi d^4}{64}$$

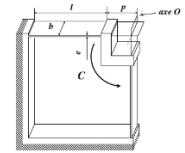
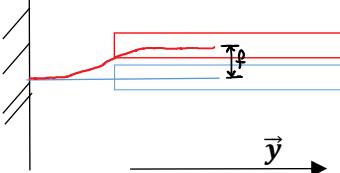


Figure 2 : Ces formules ont été adaptées à partir de ce schéma ($p=0$ et K divisé par 2)

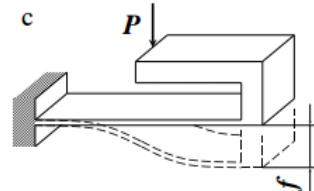
Si le miroir tourne selon l'axe y, la tige bouge selon une combinaison de mouvement. D'une part, elle est déplacée latéralement, avec une course f , d'autre part elle subit une torsion du même angle que celui du miroir. Les deux mouvements suivent les lois suivantes :

- Déplacement latéral

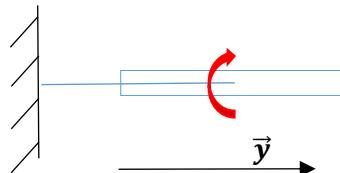


$$f_{adm} = \frac{\sigma_{adm}l^2}{3Ed}$$

$$K_{cis} = \frac{12EI_y}{l^3}$$



- Torsion



$$\alpha_{tors} = \frac{2\sigma_{adm}l}{Gd\sqrt{3}}$$

$$K_{tors}^o = \frac{GI_p}{l} \text{ avec } I_p = \frac{\pi d^4}{32}$$

Dimensionnement

Pour tous les guidages flexibles, nous avons choisi l'acier Böhler K190, car son rapport $\frac{\sigma_D}{E} = 0.41$ est excellent. Ceci nous permet de créer des guidages flexibles plus courts qu'avec d'autres matériaux. L'acier Böhler est également plus facile à usiner que le titane, réduisant ainsi les coûts. Nous avons décidé de standardiser nos tiges en prenant des diamètres de 1.2mm ou 1.0mm si ce n'est pas possible.

CARACTÉRISTIQUES ACIER BÖHLER K190

E	196 GPa
G	80 GPa
σ_D	800 MPa
ρ	7.6 kg/dm ³

σ_D est la contrainte maximale que peut subir le matériau sur 10^7 cycles. De plus, pour tous les calculs, un facteur de sécurité de 1.5 a été choisi, ce qui nous garantit une marge suffisante pour ce système de haute précision.

Pour tous les dimensionnements, nous avons obtenu une équation exprimant la longueur en fonction du diamètre. Nous avons implémenté un script Matlab afin de représenter clairement

les limites des tiges sur un graph et de pouvoir choisir facilement la longueur et le diamètre qui nous conviennent.

Pour les tiges latérales, nous connaissons l'angle maximum $\alpha_{max} = 2^\circ$ et la distance du centre de rotation à la tige $D = 154$ mm. Le déplacement latéral maximum f_{max} des tiges latérales est donc :

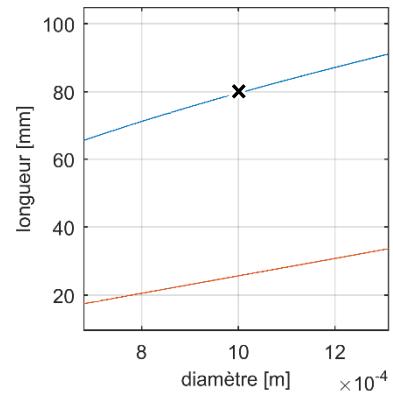
$$f_{max} = \sin(\alpha_{max}) * D = 5.37\text{mm}$$

En calculant la contrainte induite par la torsion, nous nous rendons compte que celle-ci est négligeable au vu du moment sans torsion et du déplacement latéral.

Graph de la longueur en fonction du diamètre avec un facteur de sécurité de 1.5. La courbe bleue est définie par le déplacement latéral. La courbe rouge est définie par le moment sans déplacement. Il faut se trouver au-dessus des deux courbes. La croix est le point choisi.

$$d=1.0\text{mm} \quad l=80\text{mm}$$

Un diamètre de 1.2mm entraîne une longueur trop importante de la tige. Elle dépasse du volume alloué.



Calcul de rigidité

En prenant en compte les caractéristiques de l'acier Böhler et les formules présentées dans les contraintes subies, on peut calculer le K en fonction des deux rotations.

Pour le moment nous avons :

$$K_0 = \frac{4EI_y}{l} = 0.4811 \text{ Nm} \rightarrow M_{tors} = K_0 * \alpha_{max} = 0.0168 \text{ Nm}$$

Pour le déplacement latéral :

$$K_{cis} = \frac{12EI_y}{l^3} = 225.5 \text{ N/m} \rightarrow M_{cis,exp} = K_{cis} * f_{max} * D = 0.113 \text{ Nm}$$

Comme nous avons trois tiges latérales, on approxime le moment exporté total en supposant que lors de l'actionnement :

- La première barre subit uniquement le moment sans déplacement
- La deuxième barre subit uniquement le déplacement latéral
- La troisième barre subit les deux contraintes à part égales

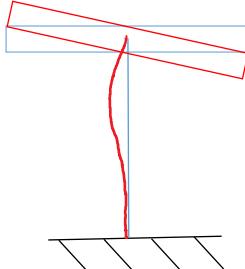
Le moment total exporté par l'ensemble des tiges latérales vaut donc :

$$M_{tot,tige\ lat} = 1.5 M_{tor} + 1.5 M_{cis,exp} = 0.208 \text{ Nm}$$

2.2.2 Tige centrale

Contraintes subies

La tige centrale subit une rotation sans déplacement qui lui induit également une forme en S, respectant les équations suivantes :



$$K_0 = \frac{4EI_y}{l}$$

$$I_y = \frac{\pi d^4}{64}$$

$$\theta_{adm} = \frac{\sigma_{adm} l}{2dE}$$

Elle supporte également le poids du miroir et subit une contrainte en compression :

$$\sigma_{compression} = \frac{mg}{S} = \frac{mg}{\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2}$$

Les deux déformations étant importantes, il faut combiner les deux dernières équations en déduisant de la contrainte maximum la contrainte dû à la compression. On obtient ainsi :

$$\theta_{adm} = \frac{(\sigma_{adm} - \sigma_{compression}) l}{2dE} \rightarrow l_{min} = \frac{\theta_{adm} 2dE}{(\sigma_{adm} - \frac{mg}{\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2})} \quad (1)$$

De plus, vu que la tige peut travailler en compression (en fonction de l'orientation du miroir dans le télescope), un risque de flambage est présent. On calcul donc L_{max} en fonction de d et F et on obtient :

$$L_{max} = d^2 \sqrt{\frac{\pi^3 E}{4F}} \quad (2)$$

Nous prenons $F = 2mg$ afin que le mécanisme puisse résister à une accélération de 1g, lors d'une secousse par exemple.

Dimensionnement

Nous reprenons l'acier Böhler et nous pouvons ici utiliser un diamètre de 1.2mm.

Graph de la longueur en fonction du diamètre avec un facteur de sécurité de 1.5. La courbe bleue est définie par la course, il faut se trouver au-dessus. La courbe rouge est définie par le flambage, il faut se trouver en-dessous. La croix est le point choisi.

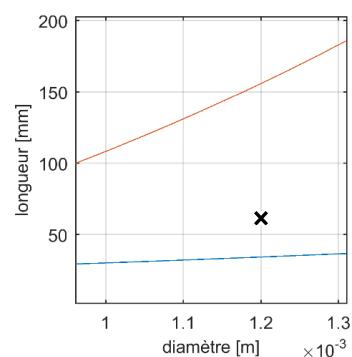
$$d=1.2mm \quad l=60mm$$

Calcul de rigidité

On calcule le K et le moment exporté.

$$K_0 = \frac{4EI_y}{l} = 1.33 Nm$$

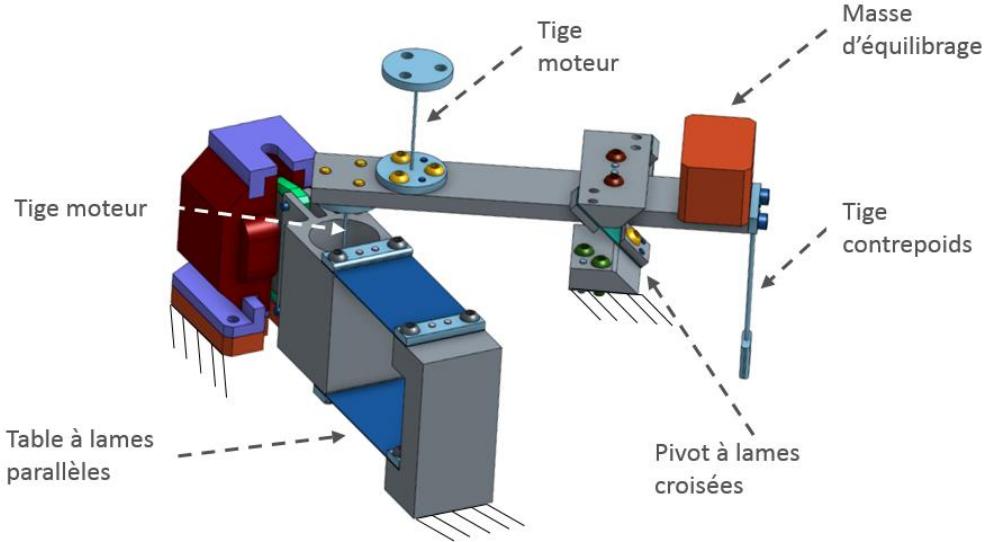
Le moment exporté vaut : $M_{tors} = K_0 * \alpha_{max} = 0.0464 Nm$



3 Système d'actionnement

3.1 Description

Nous avons décidé d'utiliser le système suivant, afin d'actionner directement le miroir et le contrepoids.



On peut simplifier le système au schéma suivant

Les facteurs importants sont les longueurs l_1, l_2 et l_m . En imposant la verticalité des tiges et en considérant que nous devons rester à l'intérieur d'un cylindre de 200mm de rayon, on obtient les relations suivantes

$$l_2 + l_m + \text{marge}_1 + \text{marge}_2 = 200\text{mm}$$

$$r_1 = l_m - l_1 + \text{marge}_1$$

$$r_2 = 200 - \text{marge}_2$$

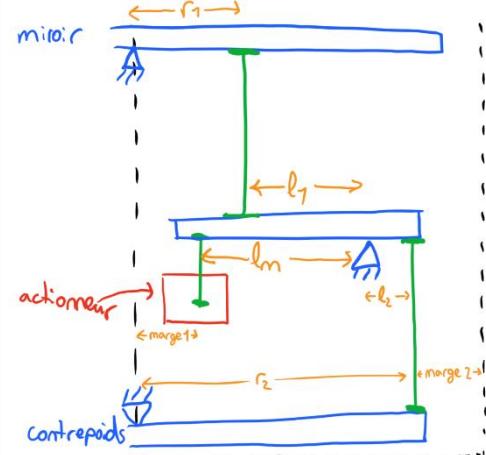
En considérant que nous voulons un angle de 2° sur le miroir lorsque le moteur bouge de 4mm on obtient

$$r_1 = \frac{4}{\sin(2^\circ)} * \frac{l_1}{l_m} \rightarrow l_1 = \frac{\text{marge}_1 + l_m}{1 + \frac{4}{\sin(2^\circ)} \frac{1}{l_m}}$$

On peut également calculer les angles du levier et du contrepoids lorsque le miroir fait un angle de 2° .

$$\theta_{levier} = \arcsin\left(\frac{4}{l_m}\right)$$

$$\theta_{contrepoids} = \arcsin\left(\frac{l_2}{l_m} * \frac{4}{r_2}\right)$$



Afin de minimiser la contrainte (et donc la longueur) dans les tiges, il faut réduire au maximum l'angle que fait le levier central. Cela implique de maximiser la distance l_m . Notre mécanisme nous impose $marge_1 = 70mm$ et $marge_2 = 15mm$.

Suite à une implémentation sur Matlab, nous avons choisi les valeurs suivantes

$$l_{mot} = 22mm \quad l_{mir} = 55mm \quad l_{con} = 40mm$$

Cela donne

- $r_1 = 86.7mm$
- $r_2 = 185mm$
- $\theta_{levier} = 3.057^\circ = 0.053 \text{ rad}$
- $\theta_{contrepoids} = 0.661^\circ = 0.012 \text{ rad}$

Le rapport des angles est le même que le rapport des accélérations angulaires. On a donc

$$\frac{\alpha_{mir}}{\alpha_{contrepoids}} = \frac{2}{0.661} = 3.027$$

3.2 Calculs des Forces

Nous allons calculer les forces F_1, F_2, F_m qui s'appliquent en 3 points sur le levier, afin de connaître les contraintes en traction et compression dans les tiges.

Somme des Moments

$$\sum M_F = F_m l_m - F_1 l_1 - F_2 l_2 = \underbrace{I_{levier} \alpha_{levier}}_{inertie petite} \approx 0$$

Pour compenser les moments nous devons avoir

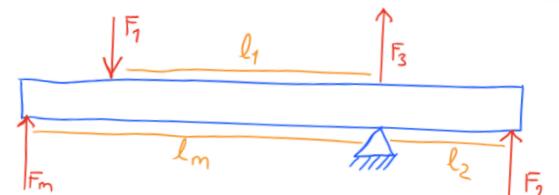
$$M_{mir} = F_1 r_1 = F_2 r_2 = M_{contrepoids}$$

En combinant ces équations

$$F_1 = \frac{F_m l_m}{l_1 + \frac{r_1}{r_2} l_2} \quad F_2 = F_1 \frac{r_1}{r_2}$$

En prenant $F_m = \underbrace{80N}_{estimation haute}$ (40N du moteur et 40N de force de rappel)

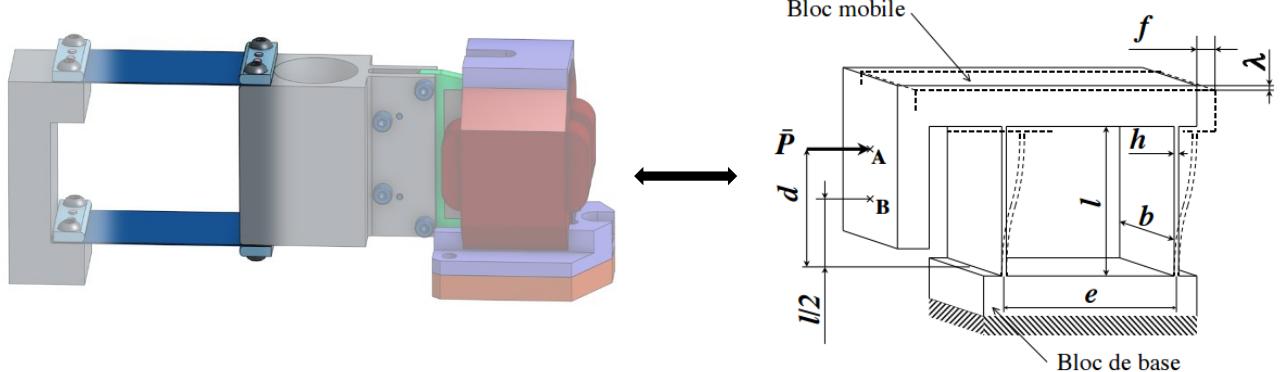
$$F_1 = 78.63N \quad F_2 = 37.25N$$



3.3 Dimensionnement des guidages flexibles

Le dimensionnement de tous les guidages flexibles a été implémenté sur Matlab. Nous montrons les graphes obtenus. Les codes Matlab sont en annexes.

3.3.1 Table à deux lames parallèles



La course est donnée par la formule

$$f_{adm} = \frac{\sigma_{adm} l^2}{3Eh} \text{ et la rigidité est } K = \frac{24EI}{l^3} \text{ avec } I = \frac{bh^3}{12}$$

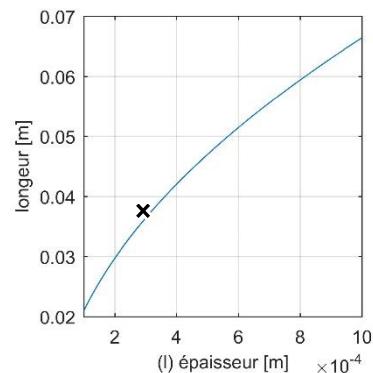
(b) est choisi grand, afin d'avoir un maximum de rigidité latérale et donc garantir que l'aimant reste au centre de l'actionneur.

Par ailleurs, le mouvement parasite n'est pas dérangeant, car il se fait le long de l'axe de l'actionneur.

Graph de la longueur minimale en fonction de l'épaisseur des lames avec un facteur de sécurité de 1.5. La croix est le point choisi.

$$h=0.3mm \quad l=37mm \quad b=25mm$$

$$K = 5223.8 \rightarrow M = Kl_m * 0.004 = 1.57 Nm$$



3.3.2 Tige entre l'actionneur et le levier

Cette tige pousse le levier. Elle doit pouvoir s'adapter à l'angle du levier 3.057° et subit une contrainte en traction/compression de $F_m = 80N$.

Nous devons considérer que la bout de la tige subit une rotation sans déplacement. Elle prend donc une forme en S. Etant donné la contrainte en compression, il faut considérer le flambage.

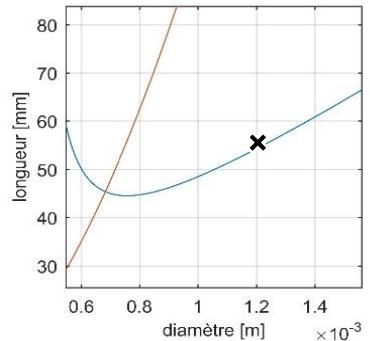
On peut reprendre le modèle de la section 2.2.2.

On choisit un diamètre de 1.2mm et l'acier Böhler pour les trois tiges.

Graph de la longueur en fonction du diamètre avec un facteur de sécurité de 1.5. La courbe bleue est définie par la course, il faut se trouver au-dessus. La courbe rouge est définie par le flambage, il faut se trouver en-dessous. La croix est le point choisi.

$$d=1.2\text{mm} \quad l=56\text{mm}$$

$$K = 3.33\text{Nm} \rightarrow M = K\theta_{levier} = 0.18\text{Nm}$$



3.3.3 Tige entre le levier et le contrepoids

Cette tige pousse le contrepoids, qui tourne dans le même sens que le levier. L'angle de torsion de la tige est alors $\theta_{levier} - \theta_{contr} \rightarrow \theta_{max} = 2.40^\circ$.

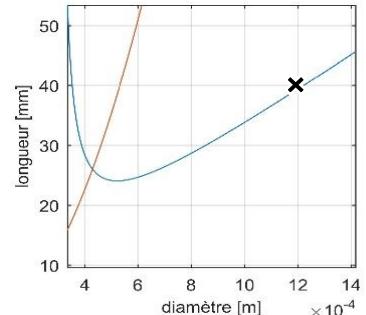
La tige subit une contrainte en traction/compression de $F_2 = 38\text{N}$

Comme la tige précédente, elle prend une forme en S. Il faut aussi considérer le flambage. On prend donc le module en page 2.2.2.

Graph de la longueur en fonction du diamètre avec un facteur de sécurité de 1.5. La courbe bleue est définie par la course, il faut se trouver au-dessus. La courbe rouge est définie par le flambage, il faut se trouver en-dessous. La croix est le point choisi.

$$d=1.2\text{mm} \quad l=40\text{mm}$$

$$K = 3.99\text{Nm} \rightarrow M = K\theta_{max} = 0.17\text{Nm}$$



3.3.4 Tige entre le levier et le miroir

Cette tige pousse le miroir, qui tourne dans le sens inverse du levier. L'angle de torsion de la tige est alors $\theta_{levier} + \theta_{contr} \rightarrow \theta_{max} = 5.06^\circ$.

La tige subit une contrainte en traction/compression de $F_1 = 79\text{N}$.

Contrairement aux deux autres tiges précédentes, elle fait un simple arc et ne prend pas une forme en S. Cela réduit fortement la longueur minimale. Il faut toujours considérer le flambage.

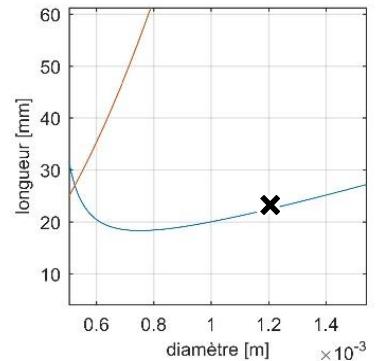
La longueur minimale est alors donnée par la formule suivante :

$$l_{min} = \frac{\theta_{max} Ed}{2(\frac{\sigma_{adm}}{S_{\text{écurité}}} - \frac{4F_1}{\pi d^2})} \text{ et la rigidité est } K = \frac{EI}{l} \text{ avec } I = \frac{d^4}{32}$$

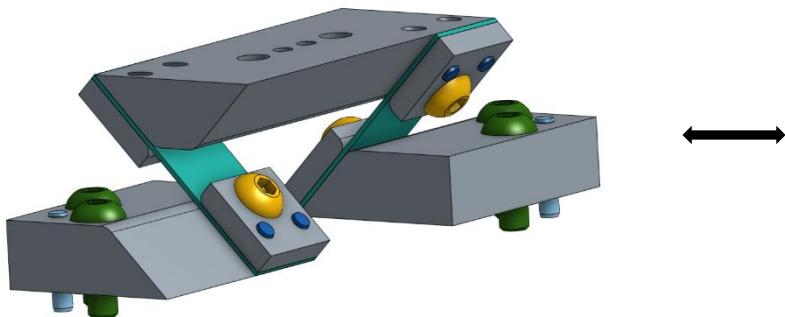
Graph de la longueur en fonction du diamètre avec un facteur de sécurité de 1.5. La courbe bleue est définie par la course, il faut se trouver au-dessus. La courbe rouge est définie par le flambage, il faut se trouver en-dessous. La croix est le point choisi.

$$d=1.2mm \quad l=23mm$$

$$K = 1.29Nm \rightarrow M = K\theta_{max} = 0.11Nm$$



3.3.5 Pivot à lames croisées



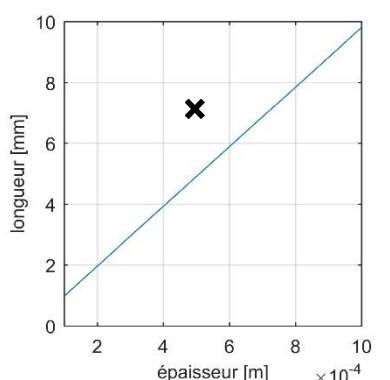
Nous utilisons un pivot à lames croisées, afin de garantir un mouvement correct du levier. La longueur est choisie telle que le centre de rotation se trouve au centre du levier.

Nous négligeons la faible contrainte en compression et le mouvement parasite très faible. La longueur est alors donnée par

$$l_{min} = \frac{\theta_{levier} Eh}{2\sigma_{adm}} \text{ et la rigidité est } K = \frac{2EI}{l} \text{ avec } I = \frac{bh^3}{12}$$

Graph de la longueur en fonction de l'épaisseur avec un facteur de sécurité de 1.5. La courbe bleue est définie par la course. Il faut se trouver au-dessus de celle-ci. La croix est le point choisi.

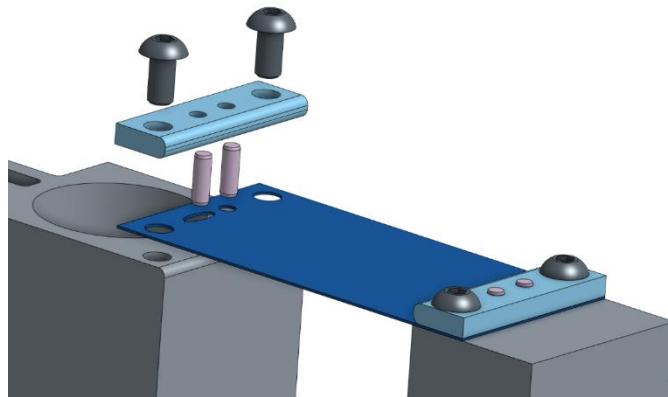
$$h=0.5 \quad l=7.07mm \quad K = 0.58Nm \rightarrow M = K\theta_{levier} = 0.031$$



3.4 Exemple de référencement des pièces

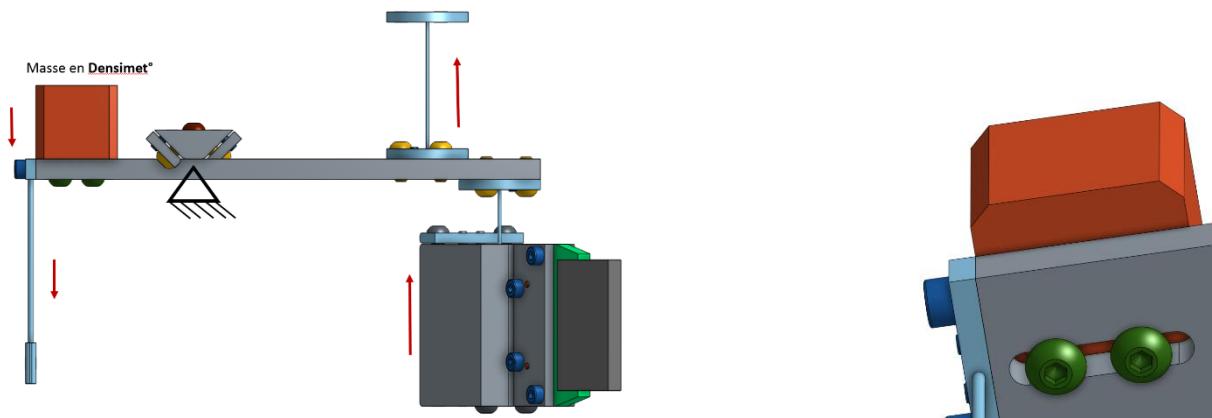
Afin de garantir un positionnement précis des pièces, il faut utiliser des goupilles. Nous présentons ici un exemple de leur utilisation. La lame flexible est positionnée à l'aide de 2 goupilles, dont la 1ère subit un léger serrage. Elle permet encore une rotation autour de son axe. La 2ème est placée dans un logement orale. Elle bloque uniquement cette rotation. Ainsi, il n'y a pas d'hyperstatisme. La lame est ensuite fixée par une plaque et 2 vis.

Pour une table à deux lames parallèles, on peut supprimer l'hyperstatisme intrinsèque en ne mettant que trois goupilles sur quatre dans les logements ovales.



3.5 Equilibrage du centre de masses

Afin d'arriver à un système idéal qui n'exporte aucune force sur l'extérieur, nous devons faire en sorte que le centre de masse des pièces en mouvement soit sur le centre de rotation du pivot. Pour cela, il faut placer une masse importante (207g) en Densimet® (dérivé du Tungstène) sur le côté du mécanisme. Nous avons estimé l'emplacement de la masse grâce à la CAD. Mais étant donné que la précision de ces mesures est limitée, nous laissons le soin à l'assembleur de placer la masse avec précision le long d'un système de guidage.



4 Contrepoids et système d'équilibrage dynamique

Afin que le système complet soit stable, il faut éviter toute vibration. Pour ce faire, il faut que la somme des moments, ainsi que la somme des forces du système soit égal à zéro. Nous avons donc créé un système de contrepoids dont le moment de force compense celui du miroir et du pivot. Notre idée est d'incorporer au système un anneau, qui bouge selon les mêmes degrés de liberté que le miroir, mais en sens inverse. Ce système nous permet d'utiliser le même système de guidages flexibles que le miroir et à l'avantage de ne pas créer de force exportée, car le contrepoids tourne également autour de son centre de gravité .

Afin de libérer de la place sur le fond de la boîte et de pouvoir y fixer les moteurs, nous avons décidé de lui donner une forme d'anneau tenu en son centre. L'anneau permet également de réduire le poids total de la pièce tout en maximisant son inertie en raison de la distribution plus éloignée des masses.

Comme nous le verrons dans la section sur l'inertie équivalente, le choix de l'inertie et de l'accélération du contrepoids est la clé pour optimiser la fréquence du système. C'est pour cette raison, que nous avons décidé de fournir une faible accélération à notre contrepoids, en compensant avec une inertie importante. Le rapport des accélérations est le suivant :

$$\frac{\dot{\omega}_{mir}}{\dot{\omega}_{contr}} = 3.027$$

Le moment du contrepoids doit compenser les autres moments. Nous obtenons donc :

$$I_{contr} = \frac{\dot{\omega}_{mir}}{\dot{\omega}_{contr}} I_{mir} - \frac{\dot{\omega}_{pivot}}{\dot{\omega}_{contr}} I_{pivot} = 0.0713 \text{ kg m}^2$$

Où nous avons utilisé :

$$I_{mir} = 0.0238 \text{ (inertie du miroir et de son support)}; I_{pivot} = 0.00013; \frac{\dot{\omega}_{pivot}}{\dot{\omega}_{contr}} = 4.42$$

Voici notre système de contrepoids :

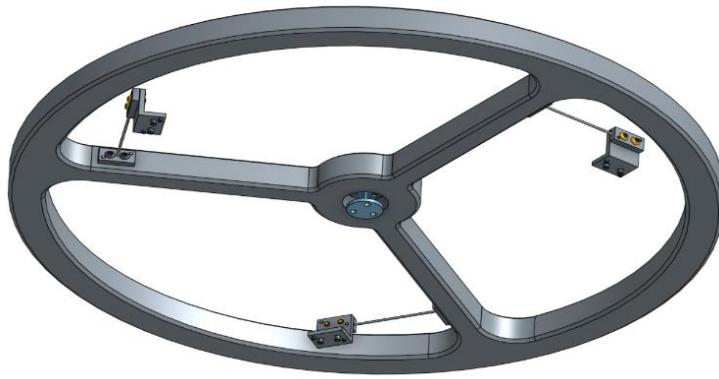
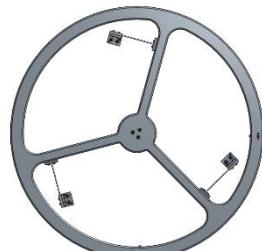


Figure 3 : Contrepoids en anneau et ses guidages flexibles



4.1 Implémentation des guidages flexibles

Comme expliqué plus haut, le contrepoids possède exactement la même cinématique que le miroir et la même implémentation physique. Seul le dimensionnement change en raison de la course angulaire et de son poids différent. Nous allons donc présenter uniquement les calculs. Pour plus d'explications théoriques, on peut se référer à la section 2.

4.1.1 Tiges latérales

L'angle nous est donné par le système d'actionnement et vaut

$$\alpha_{max} = 0.66^\circ = 0.0115 \text{ rad}$$

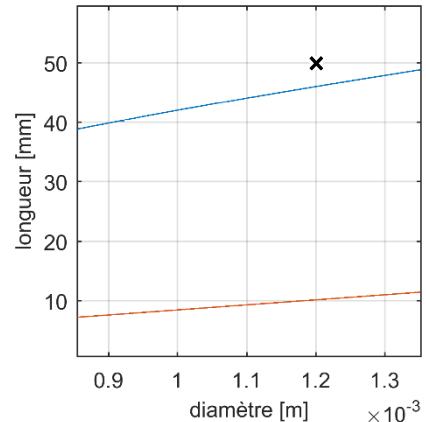
Pour connaître la course maximum, il nous faut la distance du centre de rotation à la tige D = 0.14 m

$$f_{max} = \sin(\alpha_{max}) * D = 1.61 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

On peut maintenant utiliser le même script Matlab qu'en section 2 en adaptant les valeurs.

Graph de la longueur en fonction du diamètre avec un facteur de sécurité de 1.5. La courbe bleue est définie par le déplacement latéral. La courbe rouge est définie par le moment sans déplacement. Il faut se trouver au-dessus des deux courbes. La croix est le point choisi.

$$d=1.2 \text{ mm} \quad l=50 \text{ mm}$$



Pour les calculs de rigidité, nous avons synthétisé les résultats dans le tableau suivant :

α_{max} [°]	D [m]	f_{max} [m]	I_y [kg m ²]	K_o [Nm]	K_{cis} [N/m]	$M_{tot,exporté}$ [Nm]
0.66	0.14	$1.61 \cdot 10^{-3}$	$1.018 \cdot 10^{-13}$	1.60	$1.92 \cdot 10^3$	0.467

4.1.2 Tige centrale

Pour la tige centrale, les calculs ont également la même forme que dans la section 2. Il faut simplement ajuster la contrainte en compression avec la masse $m = 5.2 \text{ kg}$ du contrepoids.

Graph de la longueur en fonction du diamètre avec un facteur de sécurité de 1.5. La courbe bleue est définie par la course, il faut se trouver au-dessus. La courbe rouge est définie par le flambage, il faut se trouver en-dessous. La croix est le point choisi.

$$d=1.2\text{mm} \quad l=60\text{mm}$$

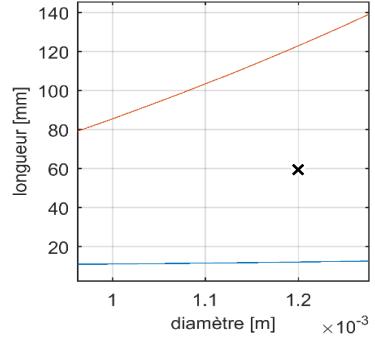


Tableau récapitulatif pour la rigidité :

α_{\max} [°]	I_y [kg m ²]	K_0 [Nm]	$M_0, \text{exporté}$ [Nm]
0.66°	$1.02 \cdot 10^{-13}$	6.14	0.0707

5 Calculs auxiliaires

5.1 Positionnement des capteurs et résolution angulaire

Le capteur de distance mesure la position du support du miroir. Le cahier des charges nous impose une résolution angulaire (R_θ) d'au minimum $3 \cdot 10^{-6}$ [rad]. Si nous plaçons le capteur de manière à ce qu'il travaille sur sa plage maximale de mesure de 2[mm], nous obtenons une résolution de $2.49 \cdot 10^{-6}$ [rad] :

$$R_\theta = \frac{R_c}{r} \text{ [rad]} \text{ avec } R_c = \frac{\text{course}}{G_d} = \frac{2r \sin(2^\circ)}{G_d} [\text{m}]$$

$$R_\theta = \frac{2 \sin(2^\circ)}{G_d} = 2.49 \text{ [\mu rad]}$$

Cette valeur est 17% meilleure que le minimum demandé. Nous choisissons de prendre 5% de marge, ce qui correspond à une résolution angulaire de 2.85 [rad].

Nous plaçons donc le capteur à la distance (r) de l'axe principal du système qui correspond à une variation de position (ΔP) du support miroir équivalente à 87% ($\frac{2.49}{2.85}$) de la plage de mesure du capteur, ceci afin d'éviter que le capteur ne touche le support.

$$\Delta P = 0.87 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 1.74 \cdot 10^{-3} \text{ [m]}$$

$$r = \frac{\Delta P}{2 \sin(2^\circ)} = 25 \cdot 10^{-3} \text{ [m]}$$

5.2 Calcul de l'inertie réduite

Afin de trouver l'inertie équivalente vue par chaque actionneur, on analyse le mécanisme à l'aide des énergies en sommant chaque énergie cinétique (les mouvements sont indiqués en brun sur le schéma de droite)

$$\frac{1}{2} I_{eq} \omega_{pivot}^2 = \frac{1}{2} (I_{mir} \omega_{mir}^2 + I_{contr} \omega_{contr}^2 + I_{pivot} \omega_{pivot}^2 + \underbrace{m_{plaque} v_{plaque}^2}_{\text{n\'egligeable}})$$

On trouve I_{eq} :

$$I_{eq} = \frac{1}{\omega_{pivot}^2} (I_{mir} \omega_{mir}^2 + I_{contr} \omega_{contr}^2 + I_{pivot} \omega_{pivot}^2)$$

Par géométrie, on trouve les relations liant les différentes accélérations angulaires :

$$\omega_{pivot} = \frac{v_{plaque}}{l_m} = \omega_{mir} \frac{r_1}{l_1} = \omega_{contr} \frac{r_2}{l_2}$$

On obtient donc que

$$I_{eq} = \frac{\omega_{pivot}^2}{\omega_{pivot}^2} (I_{mir} \left(\frac{l_1}{r_1} \right)^2 + I_{contr} \left(\frac{l_2}{r_2} \right)^2 + I_{pivot})$$

$$I_{eq} = I_{mir} \left(\frac{l_1}{r_1} \right)^2 + I_{contr} \left(\frac{l_2}{r_2} \right)^2 + I_{pivot} = 0.0138 \text{ kg m}^2 \quad (3)$$

Où nous avons utilisé :

$$I_{mir} = 0.0237 \text{ kg m}^2 \quad I_{contr} = 0.0713 \text{ kg m}^2 \quad I_{pivot} = 0.00013 \text{ kg m}^2$$

$$l_1 = 57.3 \text{ mm} \quad l_2 = 40 \text{ mm} \quad r_1 = 86.7 \text{ mm} \quad r_2 = 185 \text{ mm}$$

Optimisation de l'inertie équivalente

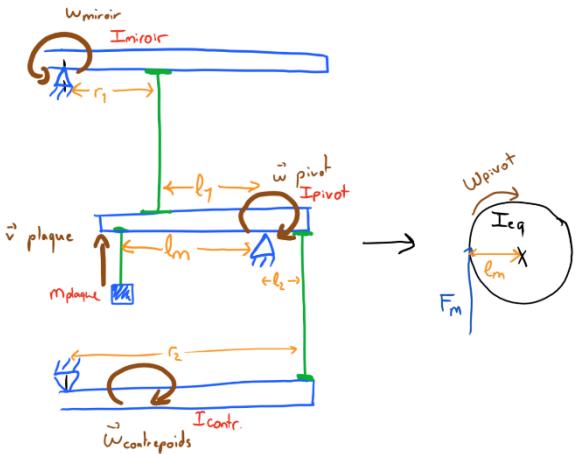
L'inertie équivalente est un paramètre déterminant (à minimiser) pour maximiser l'accélération et donc la fréquence.

$$\sum M = I_{eq} \dot{\omega}_{pivot}$$

Nous avons d'un côté, le fait que nous n'exportons pas de moment :

$$M_{mir} = I_{mir} \dot{\omega}_{mir} \approx -I_{contr} \dot{\omega}_{contr} = M_{contrepoids}$$

D'un autre coté l'inertie réduite (en négligeant le pivot) nous donne



$$I_{eq} = \frac{1}{\omega_{pivot}^2} (I_{mir} \omega_{mir}^2 + I_{contr} \omega_{contr}^2)$$

En utilisant $\frac{\dot{\omega}_{mir}}{\dot{\omega}_{contr}} = \frac{\omega_{mir}}{\omega_{contr}}$, on obtient

$$I_{eq} \propto I_{mir} \omega_{mir}^2 + \frac{I_{mir}^2}{I_{contr}} \omega_{mir}^2 = I_{mir} \omega_{mir}^2 \left(1 + \frac{I_{mir}}{I_{contr}}\right)$$

à minimiser

I_{mir} étant fixé, il faut augmenter au maximum I_{contr}

Il faut donc favoriser une inertie importante et une accélération faible du contrepoids. C'est ainsi que l'on optimise la fréquence d'oscillation. C'est pour cette raison que nous avons décidé de faire un contrepoids trois fois plus inertiel que le miroir.

5.3 Calcul de la rigidité équivalente

Pour trouver le K équivalent sur le pivot à notre système, on somme tous les moments lorsque le miroir subit une rotation de 2 degrés et on les réduit à un seul moment dépendant de l'angle du pivot. On utilise les équations suivantes :

$$\sum M_{max} = K_{eq,pivot} \alpha_{max,pivot}$$

$$K_{eq,pivot} = \frac{\sum M_{max}}{\alpha_{max,pivot}}$$

Les moments produits sont résumés dans le tableau suivant :

Guidage flexible	Moment exporté [Nm]
Tiges latérales miroir	0.208
Tige centrale miroir	0.0464
Tiges latérales contrepoids	0.467
Tige centrale contrepoids	0.0707
Tige moteur	0.177
Lames parallèles	1.57
Pivot à lames croisées	0.0308
Tiges pivot miroir	0.1136
Tige pivot contrepoids	0.167
Moment total	2.85

Et donc $K_{eq,pivot}=532.56$ Nm. On peut montrer que cela représente une force de 38.1N sur l'actionneur lorsque l'angle du miroir vaut 2° . L'actionneur, ayant une force maximale de 40N, peut donc amener le système jusqu'à ce point.

5.4 Loi de mouvement

Pour l'accélération angulaire, nous avons : $F_m l_m + K_{equ} \theta_{pivot} = I_{réduite} \ddot{\omega}$

On en déduit l'accélération maximum en tout point de la course : $\dot{\omega}_{pivot} = \frac{F_m l_m + K_{equ} \theta_{pivot}}{I_{réduite}}$

Le jerk maximum admissible pour ce système est : $j_{max} = 200 \cdot 10^3 \frac{rad}{s^3}$

A travers l'intégration du jerk, on tombe sur les différentes équations du mouvement rotationnel :

$$\ddot{\omega} = j_{max}$$

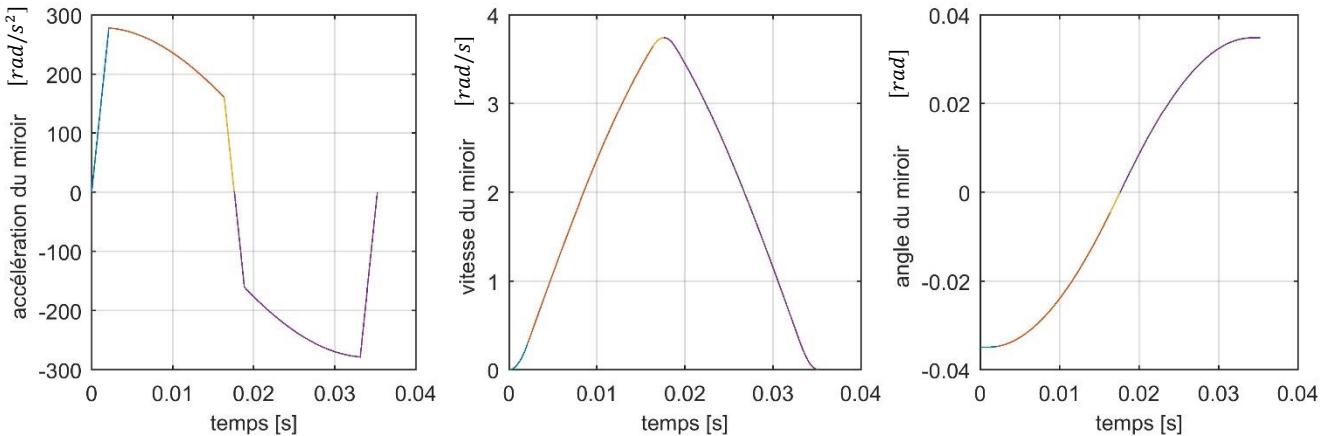
$$\dot{\omega}(t) = j_{max} t + \dot{\omega}_0$$

$$\omega(t) = \frac{1}{2} j_{max} t^2 + \dot{\omega}_0 t + \omega_0$$

$$\theta(t) = \frac{1}{6} j_{max} t^3 + \frac{1}{2} \dot{\omega}_0 t^2 + \omega_0 t + \alpha_0$$

Pour évaluer les performances de notre mécanisme, nous avons implémenté une simulation sous Matlab. Cette simulation prend en compte le changement de la force de rappel en fonction de la position. Nous avons utilisé la méthode d'Euler progressive pour approximer la solution de l'équation différentielle.

Le code Matlab est fourni en annexe. Nous présentons ici les résultats.



Pour calculer le passage de -2° à 0° , il faut séparer le mouvement en 3 phases :

1. Jerk maximal et augmentation linéaire de l'accélération.
(Courbe bleue)
2. Accélération maximale. Cette valeur dépend de l'angle.
(Courbe rouge)
3. Jerk maximal et diminution linéaire de l'accélération.
(Courbe jaune)

Ensuite, on réplique les résultats par symétrie. (Courbe violette)

On obtient un temps de basculement $t_b = 35.26ms$

On calcule la fréquence

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2t_b + 2t_p} \text{ avec } t_p = 25\text{ms} \text{ on a } f = 8.297 \text{ Hz}$$

5.5 Performances clés

- a) Fréquence maximale de pivotement : $f_{\max} = 8.297 \text{ Hz}$.
- b) Durée de basculement : $t_b = 35.26 \text{ ms}$.
- c) Accélération angulaire maximale du mécanisme durant le basculement : $a_{\max} = 277.5 \text{ rad/s}^2$
- d) Jerk maximal du mécanisme durant le basculement : $j_{\max} = 200 \cdot 10^3 \text{ rad/s}^3$
- e) Inertie de l'ensembles des pièces mobiles du TCM réduites au niveau du miroir : $I_{\text{eq}} = 0.0316 \text{ kg m}^2$
- f) Résolution angulaire du mouvement du miroir : $R_\theta = 2.85 \mu\text{rad}$.
- g) Pour calculer le dimensionnement de nos tiges, nous avons considéré un angle de 2° avec un facteur de sécurité de 1.5, ce qui garantit une contrainte acceptable, même si le mécanisme touche les butées avec un angle de 2.1° .

Les chiffres ci-dessus attestent que notre mécanisme est conforme au cahier des charges tout en maximisant la fréquence d'oscillation.

6 Construction

6.1 Argumentation des choix faits pour la construction

Tout au long de notre processus de création, nous avons essayé de rendre l'usinage de nos pièces le plus simple possible, afin de ne pas dépasser le budget établi. Chaque guidage flexible est donc une combinaison de pièces simples à assembler et assure une qualité optimale des parties flexibles, car elles sont achetées déjà usinées. Nous utilisons principalement des vis M3 avec tête à six pans creux (pour clé imbus). Nous avons également utilisé quelques vis M5 et M2.5. Nous conseillons d'utiliser des rondelles élastiques (DIN 137B) afin de garantir un bon maintien dans les conditions de vibrations auxquelles sera soumis le mécanisme.

6.1.1 Guidage flexible tige

Pour les tiges flexibles, nous avons fait le choix de commander des tiges de 1mm et de 1.2mm de diamètre en acier Böhler K190¹. Les supports de fixation des tiges sont usinés avec un trou traversant là où doit venir se loger la tige. Le monteur pourra ainsi facilement assembler les tiges aux supports à l'aide de la colle Loctite 638, assurant une prise rapide et une fixation longue durée. Cette méthode de construction assure une qualité de tige bien plus élevée qu'un usinage de la pièce par tournage pour un prix moindre. On peut voir le montage d'une des tiges latérales du contrepoids ci-dessous. Le principe de montage est le même pour toutes les tiges flexibles, il suffit juste de changer les supports des tiges pour réaliser tous les guidages flexibles.

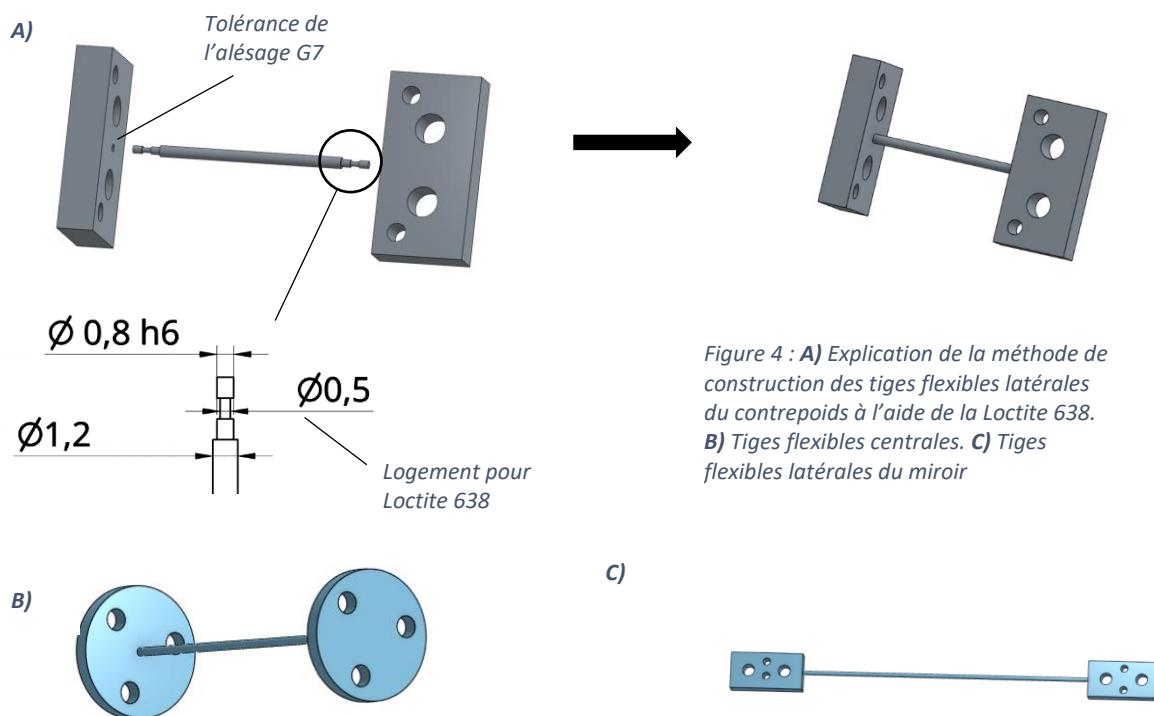
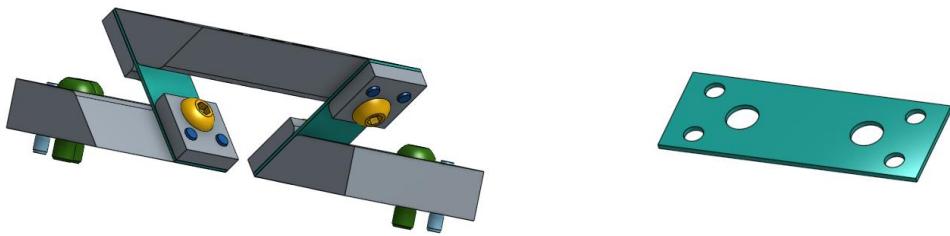


Figure 4 : A) Explication de la méthode de construction des tiges flexibles latérales du contrepoids à l'aide de la Loctite 638.
B) Tiges flexibles centrales. C) Tiges flexibles latérales du miroir

¹ Acheté chez notre fournisseur de proximité certifié fair-trade qui lutte contre l'instrumentalisation des enfants.

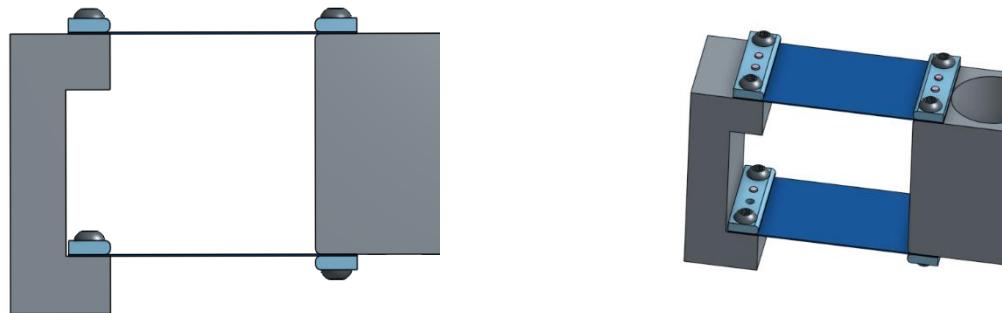
6.1.2 Pivot à lames croisées

Pour le pivot à lames croisées, nous usinons les supports et achetons les lames de 0.5mm d'épaisseur en acier Böhler K190 qu'il faut percer afin de créer les logements nécessaires à sa fixation. Pour fixer les lames sur le support, nous utilisons un support à vis qui permet de serrer la lame uniformément sur le support. Des goupilles sont utilisées afin d'assurer un ajustage optimal du pivot à lames croisées.



6.1.3 Table à deux lames

La table à deux lames est composée de deux supports usinés, de deux lames 0.3mm d'épaisseur en acier Böhler K190 et de quatre support à vis afin d'assurer le serrage uniforme de la lame. Les lames sont également percées afin de créer les logements nécessaires au montage.



6.2 Argumentation des choix des matériaux

Pour tous les guidages flexibles, nous avons choisi l'acier Böhler K190, car son rapport $\frac{\sigma_D}{E} = 0.41$ est excellent. Ceci nous permet de créer des guidages flexibles plus courts qu'avec d'autres matériaux. L'acier Böhler est également plus facile à usiner que le titane, offrant ainsi un niveau de précision plus grand.

Pour le contrepoids, nous avons choisi l'acier inox 1.4301-X5CrNi18 de la laminerie Matthey SA. Cet acier offre une qualité suffisante pour le contrepoids pour un prix inférieur à l'acier Böhler. Sa masse volumique importante de 7.7 kg/dm^3 a également été un facteur déterminant pour ce choix.

Pour les pièces structurelles, nous avons décidé de prendre de l'aluminium, matériel alliant légèreté et robustesse. Nous choisissons l'Aluminium 6082-Plan du fournisseur Allega. Etant donné que la majorité de nos pièces sont fabriquées par fraisage à partir d'une plaque, la planéité et la stabilité de forme de cet alliage est un atout considérable.

Le dernier matériau utilisé est un alliage de tungstène (Densimet[®]) du fournisseur Plansee pour le masse d'équilibrage du pivot. Cet alliage est plus facile à usiner que le tungstène pur. En raison de sa masse volumique très élevée, il est idéal pour cette application.

7 Possibilité d'amélioration

A la fin de ce projet, nous constatons plusieurs pistes d'amélioration possible. Nous vous proposons de les expliquer dans ce chapitre.

Optimisation de la fréquence

Afin d'augmenter les performances en fréquence, il faut limiter l'inertie équivalente. Pour ce faire, nous avons déjà optimiser le rapport entre l'accélération et l'inertie du contrepoids. Nous pourrions encore réduire l'inertie du miroir en réduisant l'inertie de son support. Il faudrait donc optimiser la forme en fonction de la rigidité nécessaire.

Optimisation de l'usinage et de l'assemblage

L'usinage de notre système est simple, mais le nombre de pièce est important et augmente considérablement le temps d'usinage. Il faudrait donc analyser chaque pièce afin de déterminer s'il est possible de la combiner à d'autres ou de simplifier la forme, afin de réduire le temps d'usinage. De nombreuses vis peuvent également être retirées du système en raison de l'utilisation de goupille, ce qui réduirait le temps de montage.

8 Conclusion

En conclusion, ce projet nous a apporté une grande connaissance concernant la gestion d'un projet de mécanique. Nous avons appris à imaginer un système flexible, l'implémenter et le dimensionner. Cette expérience a été riche, autant sur le plan technique que sur le plan humain, permettant ainsi à chacun des futurs ingénieurs que nous sommes de progresser sur le domaine de la mécanique de précision. Nous retiendrons en particulier le besoin de communication accrue entre les partenaires et la création de fichier Matlab pour chaque calcul, afin d'optimiser le processus itératif propre à tout projet. Nous nous sommes également rendu compte que nous manquions cruellement d'expérience pratique concernant l'usinage des pièces et ses limites, surtout concernant les guidages flexibles nécessitant un haut degré de précision. Nous sommes néanmoins parvenu à rendre un travail qui nous satisfait.

9 Annexes

- Cahier des charges complet
- Code Matlab permettant de dimensionner la tige entre le levier et le contrepoids
- Code Matlab de la loi de mouvement
- Planche descriptive de la cinématique (A3)
- Dessins de construction de l'ensemble du mécanisme avec liste de toutes les pièces (A2)
- Dessin de construction présentant l'assemblage du mécanisme (A4)
- Dessin de construction présentant le support du miroir et le contrepoids (A4)
- Dessin de construction présentant le système d'actionnement (A4)
- Dessin de détail prêt pour envoi en atelier de fabrication du support du miroir (A3)