University. Probability Theory. Tasks and solutions.

Nikita Sattarov

Updated: 25 февраля 2023 г.

Комбинаторика

(1) Колода в 52 карты раскладывается в 2 ряда, лежащие друг под другом. Найти вероятность того, что:

- все красные карты — друг под другом (A_1);
- все пики во 2-ом ряду лежат под королями (A_2).

Решение:

Количество всех возможных перестановок из 52 карт: $card(\Omega) = 52!$.

Первая подзадача:

Выбираем 13 красных карт, которые будут лежать сверху. Выбираем места для этих 13 карт. Переставляем красные карты сверху. Переставляем красные карты снизу. Переставляем все оставшиеся карты. Получаем количество всех возможных удовлетворяющих перестановок: $card(A_1) = C_{26}^{13} \cdot C_{26}^{13} \cdot 13! \cdot 13! \cdot 26! = \left(C_{26}^{13}\right)^2 \cdot (13!)^2 \cdot 26!$.

Таким образом: $P(A_1) = \dfrac{card(A_1)}{card(\Omega)} = \dfrac{\left(C_{26}^{13}\right)^2 \cdot (13!)^2 \cdot 26!}{52!}$.

Вторая подзадача:

Рассмотрим три случая (три суммы):

1. Король Пик оказывается в нижнем ряду.

   Тогда мы выбираем i пиковых карт, выбираем для всех нижних пиковых карт (включая короля) $(i+1)$ место. Переставляем карты. Далее выбираем $(i+1)$ из оставшихся трёх королей. Переставляем их по закрепленным местам. Далее выбираем места для оставшихся пик сверху. Переставляем оставшиеся пики. далее переставляем все оставшиеся карты. Просуммируем по i от 0 до 2.

   Получаем количество всех возможных удовлетворяющих перестановок в первом случае:

   $card(A_2^1) = \sum\limits_{k=0}^{2} C_{12}^{k} \cdot C_{26}^{k+1} \cdot (k+1)! \cdot C_{3}^{k+1} \cdot (k+1)! \cdot C_{25-k}^{12-k} \cdot (12-k)! \cdot (38-k)!$.

2. Король Пик оказывается в верхнем ряду и под ним лежит не пик.

   Тогда выбираем i пиковых карт, выбираем места под них. Переставляем. Выбираем из трёх оставшихся i королей. Переставляем по фиксированным местам. Далее выбираем места для оставшихся пик сверху. Переставляем оставшиеся пики. Далее переставляем все оставшиеся карты. Просуммируем по i от 0 до 3.

   Получаем количество всех возможных удовлетворяющих перестановок во втором случае:

   $card(A_2^2) = \sum\limits_{k=0}^{3} C_{12}^{k} \cdot C_{26}^{k} \cdot k! \cdot C_{3}^{k} \cdot k! \cdot C_{26-k}^{12-k} \cdot (12-k)! \cdot (39-k)!$.

3. Король Пик оказывается в верхнем ряду и под ним лежит пик.

   Тогда выбираем i пиковых карт (включая ту, которая лежит под Королем Пик). Выбираем места под них. Переставляем. Выбираем $(i1)$ из 3 оставшихся королей (потому что один Король — это Король Пик). Переставляем i королей (уже включая Короля Пик). Далее выбираем места для оставшихся пик сверху. Переставляем оставшиеся пики. Переставляем оставшиеся карты. Просуммируем по i от 1 до 4.

   Получаем количество всех возможных удовлетворяющих перестановок в третьем случае:

   $card(A_2^3) = \sum\limits_{k=1}^{4} C_{12}^{k} \cdot C_{26}^{k} \cdot k! \cdot C_{3}^{k-1} \cdot k! \cdot C_{26-k}^{12-k} \cdot (12-k)! \cdot (40-k)!$.

   Таким образом:

   $P(A_2) = \dfrac{card(A_2)}{card(\Omega)}$.

Суммируем количество всех возможных удовлетворяющих перестановок в трех случаях:

$card(A_2) = \sum\limits_{k=0}^{2} C_{12}^{k} \cdot C_{26}^{k+1} \cdot (k+1)! \cdot C_{3}^{k+1} \cdot (k+1)! \cdot C_{25-k}^{12-k} \cdot (12-k)! \cdot (38-k)! +$

$+ \sum\limits_{k=0}^{3} C_{12}^{k} \cdot C_{26}^{k} \cdot k! \cdot C_{3}^{k} \cdot k! \cdot C_{26-k}^{12-k} \cdot (12-k)! \cdot (39-k)! +$

$+ \sum\limits_{k=1}^{4} C_{12}^{k} \cdot C_{26}^{k} \cdot k! \cdot C_{3}^{k-1} \cdot k! \cdot C_{26-k}^{12-k} \cdot (12-k)! \cdot (40-k)!.$

Ответ:

- $\dfrac{\left(C_{26}^{13}\right)^2 \cdot (13!)^2 \cdot 26!}{52!}$
- $\Bigg(\sum\limits_{k=0}^{2} C_{12}^{k} \cdot C_{26}^{k+1} \cdot (k+1)! \cdot C_{3}^{k+1} \cdot (k+1)! \cdot C_{25-k}^{12-k} \cdot (12-k)! \cdot (38-k)! +$

  $+ \sum\limits_{k=0}^{3} C_{12}^{k} \cdot C_{26}^{k} \cdot k! \cdot C_{3}^{k} \cdot k! \cdot C_{26-k}^{12-k} \cdot (12-k)! \cdot (39-k)! +$

  $+ \sum\limits_{k=1}^{4} C_{12}^{k} \cdot C_{26}^{k} \cdot k! \cdot C_{3}^{k-1} \cdot k! \cdot C_{26-k}^{12-k} \cdot (12-k)! \cdot (40-k)!\Bigg) \;/\; 52!.$

2 Из колоды 52 карты достают 5, а потом из оставшихся карт — еще 5. Найти вероятность того, что:

- число пик и треф во второй кучке совпадает (A_1);
- в первой кучке есть пики, а во второй — нет (A_2);
- число треф в первой кучке такое же, как число пик во второй кучке (A_3).

Решение:

Количество всех возможных выборов 5 карта их кучки, а затем ещё 5 карт из кучки: $card(\Omega) = C_{52}^{5} \cdot C_{47}^{5}$.

Первая подзадача:

Нам нет разницы, в какой кучке будет равное количество пик и треф. Поэтому поменяем кучки местами в условии задачи. Выберем k пик и k треф в первую кучку. Доберём карты других мастей в первую кучку. И выберем любые 5 карт во вторую кучку. Просуммируем по k от 0 до 2, так как больше пик и треф не влезет.

Получаем количество всех возможных удовлетворяющих перестановок: $card(A_1) = \sum\limits_{k=0}^{2} (C_{13}^{k})^2 \cdot C_{26}^{5-2k} \cdot C_{47}^{5}$.

Таким образом: $P(A_1) = \dfrac{card(A_1)}{card(\Omega)} = \dfrac{\sum\limits_{k=0}^{2} (C_{13}^{k})^2 \cdot C_{26}^{5-2k} \cdot C_{47}^{5}}{C_{52}^{5} \cdot C_{47}^{5}}$.

Вторая подзадача:

Выберем k пиковых карт для первой кучки. Доберём оставшиеся карты для первой кучки. Доберём непиковых карт для второй кучки. Просуммируем по k от 1 до 5. Получаем количество всех возможных удовлетворяющих перестановок: $card(A_2) = \sum\limits_{k=1}^{5} C_{13}^{k} \cdot C_{39}^{5-k} \cdot C_{34+k}^{5}$.

Таким образом: $P(A_2) = \dfrac{card(A_2)}{card(\Omega)} = \dfrac{\sum\limits_{k=1}^{5} C_{13}^{k} \cdot C_{39}^{5-k} \cdot C_{34+k}^{5}}{C_{52}^{5} \cdot C_{47}^{5}}$.

Третья подзадача:

Пусть k — количество выпавших треф в первой кучке, m — количество выпавших пик в первой кучке. Тогда мы сначала выбираем пики и трефы в первую кучку. Добираем оставшиеся карты в первую кучку. Далее выбираем пики во вторую кучку. Добираем оставшиеся карты во вторую кучку ($5213k(5km)$). Суммируем по m от 0 до $(5k)$, так как пик и треф в сумме не может быть больше 5. И далее суммируем по k от 0 до 5. Получаем количество всех возможных удовлетворяющих перестановок:

$card(A_3) = \sum\limits_{k=0}^{5} \sum\limits_{m=0}^{5-k} C_{13}^{k} \cdot C_{13}^{m} \cdot C_{26}^{5-k-m} \cdot C_{13-m}^{k} \cdot C_{34+m}^{5-k}$.

Таким образом: $P(A_3) = \dfrac{card(A_3)}{card(\Omega)} = \dfrac{\sum\limits_{k=0}^{5} \sum\limits_{m=0}^{5-k} C_{13}^{k} \cdot C_{13}^{m} \cdot C_{26}^{5-k-m} \cdot C_{13-m}^{k} \cdot C_{34+m}^{5-k}}{C_{52}^{5} \cdot C_{47}^{5}}$.

Ответ:

- $\dfrac{\sum\limits_{k=0}^{2}(C_{13}^{k})^2 \cdot C_{26}^{5-2k} \cdot C_{47}^{5}}{C_{52}^{5} \cdot C_{47}^{5}}$
- $\dfrac{\sum\limits_{k=1}^{5} C_{13}^{k} \cdot C_{39}^{5-k} \cdot C_{34+k}^{5}}{C_{52}^{5} \cdot C_{47}^{5}}$
- $\dfrac{\sum\limits_{k=0}^{5}\sum\limits_{m=0}^{5-k} C_{13}^{k} \cdot C_{13}^{m} \cdot C_{26}^{5-k-m} \cdot C_{13-m}^{k} \cdot C_{34+m}^{5-k}}{C_{52}^{5} \cdot C_{47}^{5}}$.

(3) n раз бросают игральную кость. Найдите вероятности следующих событий:

- самое маленькое из выпавших чисел равно 3 (A_1);
- двойка выпадет три раза, а тройка — два раза (A_2);
- появится k_1 единиц, k_2 двоек, $\ldots$, k_6 шестерок ($k1 + k2 + \ldots + k6 = n$) ($A_3$);
- первая двойка появится раньше, чем первая шестерка (A_4).

Решение:

Всего вариантов выпавших кубиков среди n бросков равно: $card(\Omega) = 6^n$.

Первая подзадача:

Расписываем вероятность через вероятность минимумов: $P(A_1) = P(min < 3) - P(min < 4) = (1 - P(min \geq 3)) - (1 - P(min \geq 4)) = P(min \geq 4) - P(min \geq 3) = \left(\frac{4}{6}\right)^n - \left(\frac{3}{6}\right)^n$.

Вторая подзадача:

Выбираем 3 места для двойки, затем 2 места для тройки. Затем доставляем оставшиеся карты: $card(A_2) = C_n^3 \cdot C_{n-3}^2 \cdot 4^{n-5}$.

Таким образом: $P(A_2) = \dfrac{card(A_2)}{card(\Omega)} = \dfrac{C_n^3 \cdot C_{n-3}^2 \cdot 4^{n-5}}{6^n}$.

Третья подзадача:

Выбираем k_1 мест для единицы, k_2 мест для двойки и так далее:
$card(A_3) = C_n k_1 \cdot C_{n-k_1}^{k_2} \cdot C_{n-k_1-k_2}^{k_3} \cdot C_{n-k_1-k_2-k_3}^{k_4} \cdot C_{k_5+k_6}^{k_5} \cdot C_{k_6}^{k_6}$.

Таким образом: $P(A_3) = \dfrac{card(A_3)}{card(\Omega)} = \dfrac{C_n k_1 \cdot C_{n-k_1}^{k_2} \cdot C_{n-k_1-k_2}^{k_3} \cdot C_{n-k_1-k_2-k_3}^{k_4} \cdot C_{k_5+k_6}^{k_5}}{6^n}$.

Четвертая подзадача:

Вероятность того, что двойка выпадет до шестёрки, равна вероятности того, что шестёрка выпадет до двойки. Для добора до полной вероятности не хватает случая, когда двойка и шестёрка вообще не выпали. Полная вероятность равна 1. Вычитаем вероятность, когда двойка и шестёрка не выпали, и делим пополам: $P(A_4) = \dfrac{1}{2}\left(1 - \left(\dfrac{4}{6}\right)^n\right)$.

Ответ:

- $\left(\dfrac{4}{6}\right)^n - \left(\dfrac{3}{6}\right)^n$
- $\dfrac{C_n^3 \cdot C_{n-3}^2 \cdot 4^{n-5}}{6^n}$
- $\dfrac{C_n k_1 \cdot C_{n-k_1}^{k_2} \cdot C_{n-k_1-k_2}^{k_3} \cdot C_{n-k_1-k_2-k_3}^{k_4} \cdot C_{k_5+k_6}^{k_5}}{6^n}$
- $.\dfrac{1}{2}\left(1 - \left(\dfrac{4}{6}\right)^n\right)$.

(4) Путь начинается из точки $(0, 0)$. За каждый шаг человек продвигается с вероятностью $\frac{1}{2}$ направо и с вероятностью $\frac{1}{2}$ вверх на расстояние 1. Чему равна вероятность того, что:

- он пройдет через точку с координатами (m, n) (A_1);
- он пройдет через точку с координатами (m, n), при этом побывав в точке с координатами (k, l) ($1 \leq k < m, 1 \leq l < n$) ($A_2$).

Решение:

Общее количество путей из точки $(0, 0)$ в точку (m, n) равно: $card(\Omega) = 2^{m+n}$.

Первая подзадача:

Представляем шаги в виде последовательностей 0 (шаг вправо) и 1 (шаг наверх). В этой последовательности должно быть $(m = n)$ значений. При этом ровно m нулей и n единиц. Применяем формулу перестановок с повторениями: $P(A_1) = \left(\dfrac{(m+n)!}{m! \cdot n!}\right) / \left(2^{m+n}\right)$.

Вторая подзадача:

То же самое. Только две последовательности. Сначала k нулей и l единиц. Затем $(m-k)$ нулей и $(n-l)$ единиц: $P(A_2) = \left(\dfrac{(k+l)!}{k! \cdot l!} \cdot \dfrac{((m+n)-(k+l))!}{(m-k)! \cdot (n-l)!}\right) / \left(2^{m+n}\right)$.

Ответ:

- $\left(\dfrac{(m+n)!}{m! \cdot n!}\right) / \left(2^{m+n}\right)$
- $\left(\dfrac{(k+l)!}{k! \cdot l!} \cdot \dfrac{((m+n)-(k+l))!}{(m-k)! \cdot (n-l)!}\right) / \left(2^{m+n}\right)$.

5 Из колоды в 52 карты вынимают последовательно три карты. Найти вероятность того, что вторая из них меньше по достоинству, чем первая, а третья имеет тоже достоинство, что и вторая (A).

Решение:

Количество вариантов вынуть последовательно три карты: $card(\Omega) = C_{52}^1 \cdot C_{51}^1 \cdot C_{50}^1$.

Выбираем масть у первой карты. Далее выбираем достоинство для второй карты из тех достоинств, что меньше первого достоинства. Далее выбираем масть второй карты. Далее выбираем масть третьей карты, равной по достоинству второй карте: $card(A) = \sum\limits_{i=2}^{13} C_4^1 \cdot C_{i-1}^1 \cdot C_4^1 \cdot C_3^1$.

Таким образом: $P(A) = \dfrac{card(A)}{card(\Omega)} = \dfrac{\sum\limits_{i=2}^{13} (C_4^1)^2 \cdot C_{i-1}^1 \cdot C_3^1}{C_{52}^1 \cdot C51^1 \cdot C_{50}^1}$.

Ответ: $\dfrac{\sum\limits_{i=2}^{13} (C_4^1)^2 \cdot C_{i-1}^1 \cdot C_3^1}{C_{52}^1 \cdot C_{51}^1 \cdot C_{50}^1}$.

Прошлые наработки по задачам из СУНЦа, удалить после завершения

$\sin\left(\dfrac{\pi}{6}\cos 2x\right) = \cos\left(\dfrac{4\pi}{3}\sin x\right)$

Решение: $\frac{\pi}{2} + \pi k; \pm \arcsin\left(2 - \sqrt{3}\right) + \pi n, n \in \mathbb{Z}, k \in \mathbb{Z}$

Ответ:

.

$\sin\left(\pi\sqrt{x}\right) = \cos\left(\pi\sqrt{2-x}\right)$

Решение: $1 + \frac{\sqrt{15}}{8}$

Ответ:

.

Системы тригонометрических уравнений

1 $\begin{cases} \operatorname{tg} y - \operatorname{tg} x = 1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y, \\ \cos 2y + \sqrt{3}\cos 2x = -1 \end{cases}$

Решение: $\left(\frac{7}{12}\pi + \pi f; \frac{5}{6}\pi + \pi\left(k + f\right)\right)$, $k, f \in \mathbb{Z}$

Ответ:

.

(2) $\begin{cases} \cos x \geq 0, \\ \cos x \cdot \sin y = \frac{\sqrt{6}}{4}, \\ \sin^2 x + \cos^2 y = \frac{3}{4} \end{cases}$

Решение: $\left\{\begin{array}{l} x = \pm\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}, \\ y = (-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} x = \pm\frac{\pi}{4} + 2\pi f, f \in \mathbb{Z}, \\ y = (-1)^m \frac{\pi}{3} + \pi m, m \in \mathbb{Z} \end{array}\right.$

Ответ:

.enumerate

Равенства с обратными тригонометрическими функциями

(a) $\arcsin(\sin 5) = x$

Решение: $5 - 2\pi$

Ответ:

.

(b) $\arccos(\cos 5) = x$

Решение: $2\pi - 5$

Ответ:

.

(c) $2 \operatorname{arctg} \dfrac{1}{3} + \arcsin \dfrac{4}{5} = x$

Решение: $\frac{\pi}{2}$

Ответ:

.

(d) $\arccos x = \operatorname{arctg} x$

Решение: $\sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}$

Ответ:

.

(e) $\arcsin \dfrac{x}{2} + 2 \arccos x = \pi$

Решение: 0

Ответ:

.

(f) $\left(13x^2 + 2x - 14\right) \cdot \arccos x = 0$

Решение: $1; \frac{\sqrt{183}-1}{13}$

Ответ:

.

(g) $\cos\left(\dfrac{4+\sqrt{5}}{2} \sin x + 2\cos x\right) = \sin\left(\dfrac{\sqrt{5}-4}{2} \sin x\right)$

Решение: $\arccos \frac{2}{3} + \arccos \frac{\pi}{6}; \arccos \frac{\sqrt{5}}{5} + \pi - \arccos\left(\frac{\pi\sqrt{5}}{20}\right)$

Ответ:

.

(h) $\arcsin\left(\dfrac{3 - 5\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 6\cos 2x}{5}\right) = x - \dfrac{\pi}{3}$

Решение: $\arcsin\frac{3}{4}; \pi - \arcsin\frac{3}{4}; -\arcsin\frac{1}{3}$

Ответ:
.enumerate

Неравенства с обратными тригонометрическими функциями

i. $2\cos(\arcsin x) - \sin\left(\dfrac{\arccos x}{2}\right) \leq 0$

   Решение: $x \in \left[-1; -\frac{7}{8}\right] \cup \{1\}$

   Ответ:
   .enumerate

Логарифмические и показательные равенства

A. $\log_2 3 \cdot \log_{x+5} 4 - \log_4 (x-5)^2 \cdot \log_{x+5} 2 = 1$

   Решение: $4; \sqrt{34}$

   Ответ:
   .

B. $2 \cdot 7^{\log_{2x}\left(x^2-1\right)^2} - 9 \cdot 14^{\log_{2x}\left(x^2-1\right)^2} + 7 \cdot 4^{\log_{2x}\left(x^2-1\right)} = 0$

   Решение: $\sqrt{2}; 1+\sqrt{2}$

   Ответ:
   .

C. $\log_{x+2} \log_2 \log_{x+1}\left(11x^2 + 12x\right) = 0$

   Решение: $\frac{\sqrt{35}-5}{10}$

   Ответ:
   .

D. $\log_3 x + \log_x \left(\dfrac{1}{2}\right) = \log_5 x$

   Решение: $2^{\pm\left(\sqrt{\frac{\log_3 2 \cdot \log_2 5}{\log_2 \frac{5}{3}}}\right)}$

   Ответ:
   .

E. $\log_3^2 (2x+1) + \log_{(x+4)}^2 3 = \log_3^2 (x+4) + \log_{(2x+1)}^2 3$

   Решение: $3; \frac{-9+\sqrt{57}}{4}$

   Ответ:
   .

F. $2\log_{(x+3)}\left(12 + 10x + 2x^2\right) + \dfrac{1}{2}\log_{(4+2x)}\left(x^2 + 6x + 9\right) = 5$

   Решение: $-1; \frac{-15+\sqrt{17}}{8}$

   Ответ:
   .enumerate

Системы логарифмических и показательных уравнений

G. $\begin{cases} x^{\log_y 3} = 2\sqrt{x} \\ y^{\log_2 x} = 9 \end{cases}$

   Решение: $(4;3), (\dfrac{1}{2}; \dfrac{1}{9})$

Ответ:
.

H. $\left\{ \begin{array}{l} \log_{(x+1)}(2x+3)+\log_{(x+2)}\left(x^2+2\right)=1, \\ \log_{(x+2)}\left(x^2+2\right)+\log_{(x+1)}(10x+6)=2 \end{array} \right.$

Решение: $-\frac{1}{2}$

Ответ:
.

I. $\left\{ \begin{array}{l} \log_y x\cdot\log_x(y-x)-\log_y x=1-2\log_y x\cdot\log_x 6, \\ \log_{y(y-x)} x+\log_{\frac{x}{324}} x=0 \end{array} \right.$

Решение: $(9;12)$

Ответ:
.enumerate

Смешанные равенства

J. $|\sin 3x|^{\operatorname{tg} 5x}=1$

Решение: $\frac{\pi}{6}+\frac{\pi f}{3};\frac{\pi k}{5}, f\neq 3r+1, k\neq 5s,\ f,k,s,r\in\mathbb{Z}$

Ответ:
.

K. $\log_{\cos x}\sin x+\log_{\sin x}\cos x=2$

Решение: $\frac{\pi}{4}+2\pi k, k\in\mathbb{Z}$

Ответ:
.enumerate

Логарифмические и показательные неравенства

L. $\log_{\left(\sqrt{3}-1\right)}(x+20)^2\leq\log_{\left(\sqrt{3}-1\right)}\left(2-\sqrt{3}\right)\cdot\log_{\left(2-\sqrt{3}\right)}\left((x+20)\left(x^2-2x-8\right)\right)$

Решение: $x\in[-4;-2)\cup(4;7]$

Ответ:
.

M. $\log_{3\sqrt{2}}\left(x^2-6x+4\right)+\log_{\frac{\sqrt{2}}{6}}\left(5-4,5x-0,5x^2\right)\geq 0$

Решение: $x\in\left(-10;\frac{3-\sqrt{33}}{6}\right]$

Ответ:
.

N. $\dfrac{1}{x}\cdot\log_{\frac{4}{10}}\left(\dfrac{12-4\cdot 5^{-x}}{5}\right)\leq\log_{\frac{5}{2}}\dfrac{1}{5}$

Решение: $x\in(-\log_5 3;\log_5 2-1]\cup(0;\log_5 2]$

Ответ:
.

O. $\log_4(|2x+1|-|x-2|)\geq\log_2\sqrt{\dfrac{x-2}{x-3}}$

Решение: $x\in\left(-\infty;\frac{-7-\sqrt{21}}{2}\right]\cup\left(2;+\infty\right)$

Ответ:
.

P. $\log_{\sqrt[3]{x-1}}\left[\dfrac{(x-1)^2}{2\left(x-\frac{5}{3}\right)^2}\right]\geq 6$

Решение: $x \in \left(2; \frac{10+3\sqrt{2}}{6}\right]$

Ответ:

.

Q. $2\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_{\frac{1}{x}} 2\right) + 5\log_{\sqrt{x}}\left(\log_{\frac{1}{2}} x\right) \leq 0$

Решение: $x \in \left[\frac{1}{32}; \frac{1}{2}\right]$

Ответ:

.

R. $2 + \log_{(x-1)}\left(\dfrac{10}{6x^2-15}\right) \leq 0$

Решение: $x \in \left(\frac{\sqrt{10}}{2}; 2\right) \cup \left\{\frac{5}{2}\right\}$

Ответ:

.

S. $4 + \log_4\left(x^2+6x+8\right) > \dfrac{1}{\log_{x+2} 4} + \dfrac{1}{\log_{x+4}\sqrt{2}}$

Решение: $x \in \Bigg(-2; -1\Bigg) \cup \Bigg(-1; 4\cdot\left(2^{\frac{2}{3}}-1\right)\Bigg)$

Ответ:

.

T. $\left(2^{x+1}-3^{x+1}\right)\sqrt{2^{2x}-2^{x+3}\cdot 3^x + 11\cdot 3^{2x}} \geq 0$

Решение: $x \in \left(-\infty; \log_{\frac{2}{3}}\left(4+\sqrt{5}\right)\right] \cup \left[\log_{\frac{2}{3}}\left(4-\sqrt{5}\right); -1\right]$

Ответ:

.

U. $\left(x^2+\dfrac{1}{2}\right)^{3x^2-10x+2} > \dfrac{2}{2x^2+1}$

Решение: $x \in \left(-\infty; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{3}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cup \left(3; +\infty\right)$

Ответ:

.

V. $|x+1|^{2\sqrt{x+3}} < |x+1|^{1-x}$

Решение: $x \in (-3; -2) \cup \left(3-2\sqrt{5}; -1\right) (-1; 0)$

Ответ:

.

W. $4\sqrt{\dfrac{2^x-1}{2^x}} + \sqrt{14} \leq 14\sqrt{\dfrac{2^{x-2}}{2^x-1}}$

Решение: $x \in (0; 3]$

Ответ:

.

X. $\log_{\frac{1}{2}}\log_{\frac{137}{20}}\left(\left(\dfrac{2}{5}\right)^x + \dfrac{3}{5}\right) \geq 0$

Решение: $x \in [-2; 1)$

Ответ:

.

Y. $(1+\log_3 x)\sqrt{\log_{3x}\left(\sqrt[3]{\dfrac{x}{3}}\right)} \leq 2$

Решение: $x \in \left(0; \frac{1}{3}\right) \cup \left[3; 3^{\sqrt{13}}\right]$

Ответ:

.

Z. $\log_2(5-x)\cdot\log_{(x+1)}\dfrac{1}{8} \ge -6$

Решение: $x \in (-1;0) \cup [1;5)$

Ответ:
.enumerate

Смешанные неравенства

. $\log_{|\sin x|}\left(x^2-8x+23\right) > \dfrac{3}{\log_2|\sin x|}$

Решение: $x \in \left(3;\pi\right) \cup \left(\pi;\frac{3\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{3\pi}{2};5\right)$

Ответ:
.

. $x^{\lg\sin x} \ge 1$, if $x>0$

Решение: $x \in (0;1] \cup \left\{\frac{\pi}{2}+2\pi k\right\}, k \ge 0, k \in \mathbb{Z}$

Ответ:
.enumerate