ΔΙΑΚΡΙΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ - Α' ΠΑΚΕΤΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ
ΛΟΓΙΚΗ ΣΚΕΨΗ

Οι απαντήσεις σας στις παρακάτω ασκήσεις πρέπει να είναι **αναλυτικές και πλήρης σύμφωνα με όσα έχουν αναφερθεί στο μάθημα**.

<u>Αντιγραφές θα μηδενίζονται!</u>

A1 Έστω οι εξής ισχυρισμοί:

p = Ο Αλέξης πεινάει.
q = Το ψυγείο είναι άδειο.
r = Ο Αλέξης είναι εκνευρισμένος.

(α) Χρησιμοποιήστε λογικούς συνδέσμους για να μεταγράψετε την εξής φράση σε ισχυρισμό της τυπικής λογικής:

Αν ο Αλέξης πεινάει και το ψυγείο είναι άδειο, τότε ο Αλέξης είναι εκνευρισμένος.

(β) Συμπληρώστε τον πίνακα αλήθειας για τον ισχυρισμό του (α)

(γ) Ας υποθέσουμε ότι ο ισχυρισμός του (α) είναι αληθής, ότι ο Αλέξης δεν είναι εκνευρισμένος και ότι το ψυγείο είναι άδειο. Πεινάει ο Αλέξης η όχι; Εξηγήστε την απάντησή σας αξιοποιώντας τον πίνακα αλήθειας.

A2 Μεταφράσατε την πρόταση «Αν χρησιμοποιήσατε την πισίνα το απόγευμα και δεν καθαρίσατε μετά το γεύμα, τότε πρέπει να καθαρίσετε μετά το δείπνο» σε τυπική λογική, χρησιμοποιώντας τις εξής μεταβλητές:

p = Χρησιμοποιήσατε την πισίνα το απόγευμα.
q = Καθαρίσατε μετά το γεύμα.
r = Πρέπει να καθαρίσετε μετά το δείπνο.

(a) Χρησιμοποιήστε τον κανόνα συνεπαγωγής για να αναδιατυπώσετε την αρχική πρόταση τυπικής λογικής ώστε να μην περιέχει τον σύνδεσμο →.

(b) Χρησιμοποιώντας τους νόμους DeMorgan αναδιατυπώσετε την πρόταση που προκύπτει από το (a) ώστε να μην περιέχει τον σύνδεσμο Λ.

(c) Χρησιμοποιήστε κανόνες ισοδυναμίας για να απλοποιήσετε την άρνηση της πρότασής σας από το (b) ώστε να μη χρησιμοποιεί παρενθέσεις.

(d) Μεταφράστε σε απλά ελληνικά την πρόταση που έχει προκύψει στο (c).

. ∧ ∨ ¬ → ← ↔ ⇒ ⇔ ⟶ ⟹ ≤ ≥ ↺ ↻ ∈ ∀ ∃ ∄ ≡ ⊂ ⊆ ⊃ ⊇ ≼
∩ ∪ × ≠ ≮ ≯ ≰ ≱ ≢∉ ∌ ⊄ ⊅ ⊈ ⊉ ∄⇏ ⇍ ⇎ ℝ ℤ ℕ ℚ ℛ

ΔΙΑΚΡΙΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ - Α' ΠΑΚΕΤΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ
ΛΟΓΙΚΗ ΣΚΕΨΗ

Α3 Έστω τα εξής κατηγορήματα, με πεδίο ορισμού όλα τα τρίγωνα:

R(x) = «το x είναι ορθογώνιο τρίγωνο»

B(x) = «το x περιέχει κάποια αμβλεία γωνία»

α) Μεταφράστε τους παρακάτω ισχυρισμούς και εκφράστε τους σε απλά ελληνικά.

$$S_1 = \neg(\exists\, x)\big(R(x) \wedge B(x)\big)$$

$$S_2 = (\forall x)\big(R(x) \longrightarrow \neg B(x)\big)$$

β) Γράψτε αναλυτικά μια αποδεικτική ακολουθία για να δείξετε ότι $S_1 \Leftrightarrow S_2$

Α4 Έστω $P(n, x, y, z)$ το κατηγόρημα $x^n + y^n = z^n$

(α) Γράψτε στην κατηγορηματική λογική τον ακόλουθο ισχυρισμό, χρησιμοποιώντας ως σύμπαν τους θετικούς ακεραίους:

Για κάθε θετικό ακέραιο n, υπάρχουν θετικοί ακέραιοι $x, y\ και\ z$, ώστε $x^n + y^n = z^n$

(β) Σχηματίστε την τυπική άρνηση της λογικής έκφρασης που δώσατε στο (α). Απλοποιήστε την ώστε να μην υπάρχει ποσοδείκτης εντός της εμβέλειας κάποιας άρνησης. (αιτιολογήστε αναλυτικά τα βήματα)

(γ) Αν έπρεπε να βρείτε αντιπαράδειγμα για τον ισχυρισμό του (α) τι ακριβώς θα αναζητούσατε να βρείτε;

Α5 Αποδείξτε τους παρακάτω ισχυρισμούς με την μεθοδολογία που ζητείται. <u>Να αιτιολογήσετε ικανοποιητικά όλα τα βήματα της απόδειξης με βάση ορισμούς, αξιώματα, θεωρήματα που έχουν δοθεί στις διαλέξεις.</u>

α) το άθροισμα ενός άρτιου και ενός περιττού ακεραίου είναι περιττός (με <u>άμεση μέθοδο απόδειξης</u>)

β) Ονομάζουμε ένα ακέραιο κουζουλό αν και μόνο αν ο n^2+2n είναι περιττός. Αποδείξτε ότι όλοι οι κουζουλοί ακέραιοι είναι περιττοί. (με τη <u>μέθοδο της αντιθετοαντιστροφής</u>)

γ) Έστω x και y δύο ακέραιοι. Αν οι x, y επαληθεύουν την εξίσωση 3x+5y=153 τότε ένας τουλάχιστον από τους x,y είναι περιττός αριθμός. (με τη <u>μέθοδο της απαγωγής σε άτοπο</u>)