Никитин Роман ПИ18-2

СР8, Вариант № 17

Задача 1

47. Сравниваются выборочные данные, полученные по выборке объема n_1 из популяции A и по выборке объема n_2 из популяции B. Вычислены выборочные средние значения и выборочные средние квадратические отклонения $\overline{x}_A$ и s_A для популяции A, и $\overline{x}_B$ и s_B для популяции B.

При уровне значимости 5% проверить гипотезу о равенстве генеральных дисперсий по критерию Фишера.

При уровне значимости 5% проверить гипотезу о равенстве генеральных средних значений рассматриваемых популяций. В вариантах **47.1 – 47.15** в качестве конкурирующей гипотезы принять гипотезу H_1: $\mu_1 \neq \mu_2$; В вариантах **47.16 – 47.30** в качестве конкурирующей гипотезы принять гипотезу H_1: $\mu_1 > \mu_2$.

№	n_A	x_A	s_A	n_B	x_B	s_B
47.17	106	39,1	0,8	82	38,9	0,9

1 этап (F тест)

Обозначим гипотезы

H0 - $\sigma 1^2 = \sigma 2^2$ – основная гипотеза- дисперсии равны

H1 – $\sigma 1^2 > \sigma 2^2$ - альтернативная гипотеза (1 дисп > 2 дисп)

По условию даны квадратические отклонения, возведем их в квадрат, чтобы получить дисперсии

Sa^2=	0,64
Sb^2=	0,81

Посчитаем наблюдаемое значение статистики при помощи формулы

$$F_{n_1-1;n_2-1} = \frac{s_1^2}{s_2^2}$$

F(n1-1;n2-1) = 0,64/0,81 = 0,790123

Посчитаем критическую область

Критическая область определяется альтернативной гипотезой:

$$\begin{cases} F_{n_1-1;\,n_2-1} = \dfrac{s_1^2}{s_2^2} > f_{n_1-1;\,n_2-1;\,1-\alpha} & \text{при альтернативе } H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2; \\ F_{n_2-1;\,n_1-1} = \dfrac{s_2^2}{s_1^2} > f_{n_2-1;\,n_1-1;\,1-\alpha} & \text{при альтернативе } H_1: \sigma_1^2 < \sigma_2^2; \\ F_{m_1-1;\,m_2-1} = \dfrac{\max\{s_1^2; s_2^2\}}{\min\{s_1^2; s_2^2\}} > f^2_{m_1-1;\,m_2-1;\,1-\alpha/2} & \text{при альтернативе } H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2. \end{cases}$$

В определении критической области для альтернативы $H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

$$m_1 = \begin{cases} n_1 & \text{при } s_1^2 \geqslant s_2^2; \\ n_2 & \text{при } s_1^2 < s_2^2; \end{cases} \quad m_2 = \begin{cases} n_2 & \text{при } s_1^2 \geqslant s_2^2; \\ n_1 & \text{при } s_1^2 < s_2^2. \end{cases}$$

Из ф-ии Excel =F.ОБР(1-0,05; 105; 81) получаем критическую точку 1,419477, а наблюдаемое значение статистики

F = 0,790123

Так как наблюдаемое значение статистики меньше критической точки, значит на 5% уровне значимости нет оснований отвергнуть гипотезу о равенстве генеральных дисперсий. Значит принимаем гипотезу H0.

2 этап

Обозначим гипотезы

H0 - $\mu1^2 = \mu2^2$ – основная гипотеза- средние равны

H1 – $\mu1^2 > \mu2^2$ - альтернативная гипотеза (1 сред > 2 сред)

Посчитаем наблюдаемое значение и критическую область при помощи формул соответственно

$$T_{n_1+n_2-2} = \frac{\overline{X^{(1)}} - \overline{X^{(2)}}}{\sqrt{\dfrac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}\left(\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}\right)}}$$

распределена по закону Стьюдента с $n_1 + n_2 - 2$ степенями свободы (здесь n_1, n_2 — объемы выборок, $\overline{X^{(1)}}, \overline{X^{(2)}}$ — выборочные средние, s_1^2, s_2^2 — исправленные выборочные дисперсии).

Критическая область имеет вид

$$\begin{cases} T_{n_1+n_2-2} > t_{1-\alpha;\,n_1+n_2-2} & \text{при альтернативной гипотезе } H_1: \mathbf{E}(X^{(1)}) > \mathbf{E}(X^{(2)}); \\ T_{n_1+n_2-2} < -t_{1-\alpha;\,n_1+n_2-2} & \text{при альтернативной гипотезе } H_1: \mathbf{E}(X^{(1)}) < \mathbf{E}(X^{(2)}); \\ |T_{n_1+n_2-2}| > t_{1-\alpha/2;\,n_1+n_2-2} & \text{при альтернативной гипотезе } H_1: \mathbf{E}(X^{(1)}) \neq \mathbf{E}(X^{(2)}). \end{cases}$$

Поскольку известно, что дисперсии равны, то нулевую гипотезу следует опровергнуть, если модуль наблюдаемого числового значения статистики

$$T_{n_1+n_2-2} = \frac{\overline{X^{(1)}} - \overline{X^{(2)}}}{\sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

Окажется больше критической точки $t_{n_1+n_2-2;\,1-\alpha/2}$.

В данном случае модуль наблюдаемого значения равен 1,609356

Используем функцию Excel =СТЬЮДЕНТ.ОБР(1-0,05;106+82-2)и получим критическую точку 1,653087

Так как наблюдаемое значение статистики меньше критической точки, значит на 5% уровне значимости нет оснований отвергнуть гипотезу о равенстве генеральных средних значений. Значит принимаем гипотезу H0.