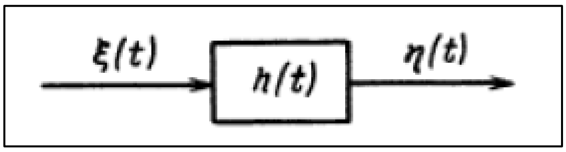
9. ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМАХ.



Общая задача: пусть на вход линейной системы с заданной импульсной характеристикой h(t) воздействует случайный процесс (СП) $\xi(t)$ с известными плотностями вероятности (ПВ) $p_\xi(\xi_1, \dots, \xi_k; t_1, \dots, t_k)$. Требуется найти ПВ $p_\eta(\eta_1, \dots, \eta_l; t_1, \dots, t_l)$, $l < k$, случайного процесса на выходе линейной системы.

Пусть на вход стационарной физически возможной линейной системы, начиная с момента $t_0 = 0$, воздействует СП (сигнал) $\xi(t)$, причём начальные условия нулевые. Тогда выходной СП (сигнал) $\eta(t)$ определяется интегралом свёртки.

$$\eta(t) = \int_0^t h(t-u)\xi(u)\,du = \int_0^t h(u)\xi(t-u)\,du.$$

$$m_\eta(t) = \mathbf{M}\{\eta(t)\} = \int_0^t h(t-u)\mathbf{M}\{\xi(u)\}\,du =$$

$$= \int_0^t h(u)\mathbf{M}\{\xi(t-u)\}\,du.$$

$$\mathbf{M}\{\eta(t_1)\eta(t_2)\dots\eta(t_n)\} = \int_0^{t_1}\dots\int_0^{t_n} h(u_1)h(u_2)\dots h(u_n) \times$$

$$\times\, \mathbf{M}\{\xi(t_1-u_1)\xi(t_2-u_2)\dots\xi(t_n-u_n)\}\,du_1\,du_2\dots du_n.$$

При $t_1 = t_2 = \dots = t_n = t$ отсюда следует формула для одномерных начальных моментов

$$\mathbf{M}\{\eta^n(t)\} = \int_0^t\dots\int_0^t h(u_1)\dots h(u_n)\mathbf{M}\{\xi(t-u_1)\dots\xi(t-u_n)\}\,du_1\dots du_n, \quad (4.2.5)$$

а при $n = 2$ — формула для ковариационной функции

$$\mathbf{M}\{\eta(t_1)\eta(t_2)\} = \int_0^{t_1}\int_0^{t_2} h(u_1)h(u_2)\mathbf{M}\{\xi(t_1-u_1)\xi(t_2-u_2)\}\,du_1\,du_2$$

****Физически возможная система** – система, преобразующая лишь предшествующие и текущие, но не будущие значения входного процесса; в противном случае – система физически невозможна.

**Система называется *стационарной* (инвариантной к сдвигу или инвариантной во времени, если независимой переменной является время), когда сдвиг входного сигнала приводит к такому же сдвигу выходного сигнала:

$$\eta(t-t_0)=\mathbf{T}[\xi(t-t_0)].$$

До сих пор на входной процесс не налагалось никаких ограничений, в частности он мог быть нестационарным, однако при этом выходной процесс также будет нестационарным. Сделаем теперь два упрощающих предположения

1. Допустим, что входной процесс стационарен в широком смысле, т.е:

1. $m_\xi = \mathbb{M}[\xi(t)] = const$:
   Здесь m_ξ — это математическое ожидание (среднее значение) случайного процесса $\xi(t)$. Указывается, что процесс $\xi(t)$ является стационарным, и его математическое ожидание постоянно во времени.
2. $R_\xi(t_1, t_2) = R_\xi(\tau), \tau = t_2 - t_1$:
   $R_\xi(t_1, t_2)$ — это корреляционная функция случайного процесса $\xi(t)$. Для стационарного процесса она зависит только от разности времени $\tau = t_2 - t_1$, а не от конкретных моментов времени t_1 и t_2.

3. $m_\eta = m_\xi \int_0^t h(u)du$ **(формула 4.2.13):**
   m_η — это математическое ожидание выходного процесса $\eta(t)$, полученного после прохождения входного процесса $\xi(t)$ через линейную систему. Оно определяется как произведение математического ожидания входного процесса m_ξ и интеграла от импульсной характеристики $h(u)$ системы.

4. $R_\eta(t_1,t_2) = \int_0^{t_1}\int_0^{t_2} h(u_1)h(u_2)R_\xi(t_2-t_1-u_2+u_1)du_1du_2$ **(формула 4.2.14):** $R_\eta(t_1,t_2)$ — корреляционная функция выходного процесса $\eta(t)$. Она вычисляется как двойной интеграл, включающий произведение импульсных характеристик $h(u_1)$ и $h(u_2)$ и корреляционной функции R_ξ входного процесса, с учётом временных сдвигов.
5. $R_{\xi\eta}(t',t) = \int_0^t h(u)R_\xi(t'-t-u)du$ **(формула 4.2.15):** $R_{\xi\eta}(t',t)$ — взаимная корреляционная функция между входным процессом $\xi(t)$ и выходным процессом $\eta(t)$. Она зависит от интеграла произведения импульсной характеристики $h(u)$ и корреляционной функции R_ξ, учитывая временной сдвиг между моментами времени t' и t.
6. $D_\eta(t) = \int_0^t\int_0^t h(u_1)h(u_2)R_\xi(u_1-u_2)du_1du_2$ **(формула 4.2.16):** $D_\eta(t)$ — дисперсия выходного процесса $\eta(t)$. Она определяется как двойной интеграл, зависящий от произведения импульсных характеристик $h(u_1)$ и $h(u_2)$ и корреляционной функции R_ξ входного процесса, которая зависит от разности времён $u_1 - u_2$.

2. В случае линейных пассивных систем с затуханием по истечении достаточно большого времени τ_η от момента $t_0 = 0$ случайный процесс $\eta(t)$ будет приближаться к стационарному в широком смысле. Предполагая в формуле (13) $t \to \infty$, получаем:

Формула (4.2.17):

$$m_\eta = M\{\eta(t)\} = m_\xi \int_0^\infty h(u)\,du = m_\xi K(j\omega)\big|_{\omega=0}$$

Расшифровка:

- m_η — математическое ожидание (среднее значение) выходного процесса $\eta(t)$.
- $M\{\eta(t)\}$ — операция математического ожидания.
- m_ξ — математическое ожидание (среднее значение) входного процесса $\xi(t)$.
- $h(u)$ — импульсная характеристика линейной системы.
- $K(j\omega)$ — передаточная функция системы, которая вычисляется как преобразование Фурье от импульсной характеристики $h(t)$. Условие $\omega = 0$ указывает на вычисление нулевой частоты (постоянной составляющей спектра).

Эта формула показывает, что среднее значение выходного процесса $\eta(t)$ определяется средним значением входного процесса $\xi(t)$ и интегралом от импульсной характеристики $h(u)$ по времени. Для линейных стационарных систем это значение не зависит от времени.

Физический смысл:

Если входной процесс $\xi(t)$ стационарен в широком смысле, то выходной процесс $\eta(t)$ также будет иметь постоянное среднее значение. Импульсная характеристика $h(u)$ и её интеграл определяют, как линейная система передаёт постоянную составляющую входного сигнала на выход.

Формула (4.2.18):

$$R_\eta(\tau) = \int_0^\infty \int_0^\infty h(u_1)h(u_2)R_\xi(\tau + u_1 - u_2)\, du_1\, du_2 = \int_0^\infty h(u) \int_{-\infty}^\infty h(t + u - v)R_\xi(v)\, dv\, du$$

Расшифровка:

- $R_\eta(\tau)$ — корреляционная функция выходного процесса $\eta(t)$.
- $R_\xi(\tau)$ — корреляционная функция входного процесса $\xi(t)$.
- $h(u_1)$, $h(u_2)$ — значения импульсной характеристики линейной системы в моменты времени u_1 и u_2.
- $\tau = t_2 - t_1$ — временной лаг, разность временных аргументов.

Корреляционная функция выходного процесса $\eta(t)$ выражается через корреляционную функцию входного процесса $\xi(t)$ и импульсную характеристику системы $h(t)$. Первая часть формулы показывает расчёт через двойной интеграл, в котором учитываются все возможные сочетания значений импульсной характеристики и корреляционной функции входного сигнала. Вторая часть — переписанная версия с изменением переменных, где интеграл разбивается на два этапа.

Физический смысл:

Корреляционная функция выходного процесса $\eta(t)$ зависит только от временного лага τ. Это означает, что при стационарности входного процесса $\xi(t)$ выходной процесс $\eta(t)$ также становится стационарным в широком смысле.

$$R_\eta(\tau) = \int_0^\infty \int_0^\infty h(u_1)h(u_2)R_\xi(\tau + u_1 - u_2)\,du_1\,du_2 =$$
$$= \int_0^\infty h(u)\,du \int_0^{\tau+u} h(\tau + u - v)R_\xi(v)\,dv.$$

Формула (18) позволяет получить простое соотношение между спектральными плотностями $S_\eta(\omega)$ и $S_\xi(\omega)$ для выходного $\eta(t)$ и входного $\xi(t)$ стационарных процессов. Действительно, беря преобразование Фурье от обеих частей равенства (18), имеем

$$S_\eta(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_\eta(\tau)\exp(-j\omega\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \exp[-j\omega\tau]\,d\tau \times$$

$$\times \int_0^{\infty}\int_0^{\infty} \exp[-j\omega(v-u)]h(u)h(v)R_\xi(\tau+u-v)\exp[-j\omega(u-v)]dudv.$$

Меняя местами порядок интегрирования

$$S_\eta(\omega) = \int_0^{\infty}\exp(-j\omega v)h(v)dv\int_0^{\infty}\exp(j\omega u)h(u)du\int_{-\infty}^{\infty}\exp[-j\omega(\tau+u-$$

$$-v)]R_\xi(\tau+u-v)d\tau = K(j\omega)K(-j\omega)\int_{-\infty}^{\infty}\exp(-j\omega s)R_\xi(s)ds,$$

т. е.

$$S_\eta(\omega) = S_\xi(\omega)\,|\,K(j\omega)|^2. \qquad (4.2.19)$$

10. СОГЛАСОВАННЫЕ И КВАЗИОПТИМАЛЬНЫЕ ФИЛЬТРЫ.

Согласованный фильтр предназначен для максимизации отношения сигнал/шум на выходе при наличии известного детерминированного сигнала, который наблюдается в аддитивном белом гауссовском шуме (АБГШ).

Квазиоптимальные фильтры применяются в случаях, когда: полная информация о сигнале или шуме неизвестна; необходимо учесть дополнительные ограничения, например, случайную фазу сигнала или сложные характеристики помех.

Отличия от согласованных фильтров:

Согласованные фильтры предполагают полное знание формы сигнала, квазиоптимальные фильтры работают с частично известными характеристиками сигнала и/или шума.

Итак, теперь мы можем сформулировать задачу об оптимальной фильтрации детерминированного (полностью известного) сигнала. Пусть на вход фильтра поступает аддитивная смесь сигнала и шума:

$$s_{\text{вх}}(t) = s_1(t) + n_1(t),$$

где $s_1(t)$ — детерминированный сигнал, который нужно обнаружить, $n_1(t)$ — стационарный нормальный центрированный белый шум с двусторонней спектральной плотностью мощности W_0. На выходе линейного фильтра также будет присутствовать аддитивная смесь сигнала $s_2(t)$ и шума $n_2(t)$:

$$s_{\text{вых}}(t) = s_2(t) + n_2(t).$$

Требуется найти такой *линейный* фильтр, который обеспечит в некоторый момент времени t_0 максимальное отношение «сигнал/шум» на выходе:

$$\text{С/Ш}_{\text{вых}} = \frac{|s_2(t)|_{\max}}{\sigma_2} \to \max. \tag{5.2}$$

Также, это соотношение можно записать в виде: $q_{\text{вых}} = \dfrac{|s_{\text{вых}}(t_0)|}{\sqrt{D\{x_{\text{вых}}(t_0)\}}}$

Линейность фильтра дает возможность раздельно рассматривать прохождение через фильтр сигнала и помехи.

$\boxed{\text{белый шум с СПМ} \quad G(\omega) = \dfrac{N_0}{2}}$

$$\left|s_{\text{вых}}(t_0)\right| = \left|\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} s(j\omega)K(j\omega)e^{j\omega t_0}d\omega\right|$$

$$D\{x_{\text{вых}}(t_0)\} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} G(\omega)\left|K(j\omega)\right|^2 d\omega$$

В курсе математики доказывается неравенство, носящее имя Коши—Буняковского, согласно которому

$$\left|\int_a^b f(x)g(x)dx\right|^2 \le \left|\int_a^b f^2(x)dx\right|\left|\int_a^b g^2(x)dx\right|, \tag{5.4}$$

причем максимум левой части (равенство) достигается только в том случае, если функции $f(x)$ и $g(x)$ пропорциональны друг другу:

$$g(x) = k\,f(x). \tag{5.5}$$

С учетом

$$q_{\text{вых}} = \frac{\left|\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} s(j\omega)K(j\omega)e^{j\omega t_0}d\omega\right|}{\sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} G(\omega)\left|K(j\omega)\right|^2 d\omega}}.$$

$$f_1(j\omega) = \frac{S(j\omega)\exp(j\omega t_0)}{\sqrt{G(\omega)}} \qquad f_2(j\omega) = K(j\omega)\sqrt{G(\omega)}$$

$$\left|\frac{1}{2\pi}\int f_1^*(j\omega)f_2(\omega)d\omega\right|^2$$

$$\left|\frac{1}{2\pi}\int f_1^*(j\omega)f_2(\omega)d\omega\right|^2 \le \frac{1}{2\pi}\int\left|f_1(j\omega\right|^2 d\omega\cdot\frac{1}{2\pi}\int\left|f_2(j\omega)\right|^2 d\omega$$

Равенство достигается, если

$$f_1^*(j\omega) = \frac{S^*(j\omega)\exp(-j\omega t_0)}{\sqrt{G(\omega)}} = c\cdot f_2(j\omega) = c\cdot K(j\omega)\sqrt{G(\omega)}$$

$$\boxed{K(j\omega) = c\cdot\frac{S^*(j\omega)\exp(-j\omega t_0)}{G(\omega)}}$$

АЧХ
$$\left|K_{\text{опт}}(j\omega)\right| = c\frac{\left|s(j\omega)\right|}{G(\omega)}$$

ФЧХ
$$\arg K_{\text{опт}}(j\omega) = -\varphi_s(\omega) - \omega t_0$$

$$\max q_{\text{вых}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\left|s(j\omega)\right|^2}{G(\omega)}d\omega}$$

СВОйства согласнованого фильтра

Помеха – белый шум с СПМ $G(\omega) = \dfrac{N_0}{2}$

$$\boxed{K(j\omega) = c \cdot S^*(j\omega)\exp(-j\omega t_0)}$$

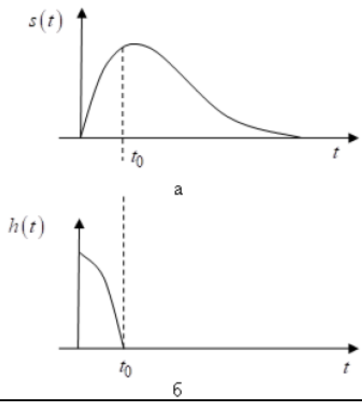
$$\max q_{\text{вых}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{|s(j\omega)|^2}{S(\omega)}d\omega} = \sqrt{\frac{\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}|s(j\omega)|^2\,d\omega}{\frac{N_0}{2}}}$$

$$\max q_{\text{вых}} = \sqrt{\frac{2E}{N_0}}$$

Импульсная характеристика согласованного фильтра

$$h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} K(jf)\exp(j2\pi ft)df = \int cS^*(jf)\exp(-j2\pi ft_0)\exp(j2\pi ft)df$$

$$\boxed{h(t) = c \cdot s(t_0 - t)}$$



Детерминированный сигнал на выходе согласованного фильтра

$$s_1(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{S}_1(jf)\exp(j2\pi ft)df = \int c\,\tilde{S}(jf)\cdot\tilde{S}^*(jf)\exp(-j2\pi ft_0)\exp(j2\pi ft)df$$

$$\boxed{s_1(t) = c \cdot R_s(t - t_0)}$$

$$s_1(t_0) = c \cdot R_s(t_0 - t_0) = c \cdot R_s(0) = cE$$

Шум на выходе согласованного фильтра

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} G(f)|K(jf)|^2\exp(j2\pi ft)df = \int c^2\frac{N_0}{2}|S(jf)|^2\exp(j2\pi ft)df$$

$$R(\tau) = c^2\frac{N_0}{2}R_s(\tau)$$

$$\sigma^2 = c^2\frac{N_0E}{2}$$

$$q = \sqrt{\frac{2E}{N_0}}$$

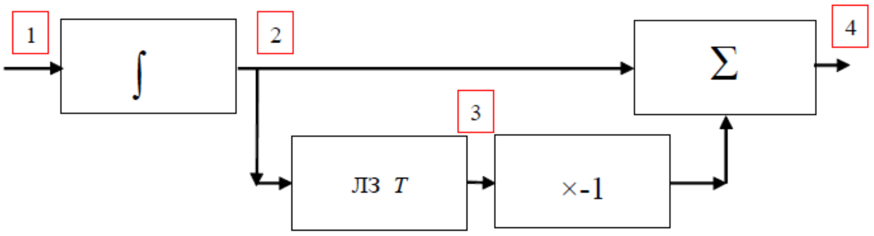
ПРИМЕР СОГЛАСОВАННОГО ФИЛЬТРА

$$s(t)=\begin{cases}U, & t\in[0,T],\\ 0, & t\notin[0,T]\end{cases} \qquad G(f)=N_0/2$$

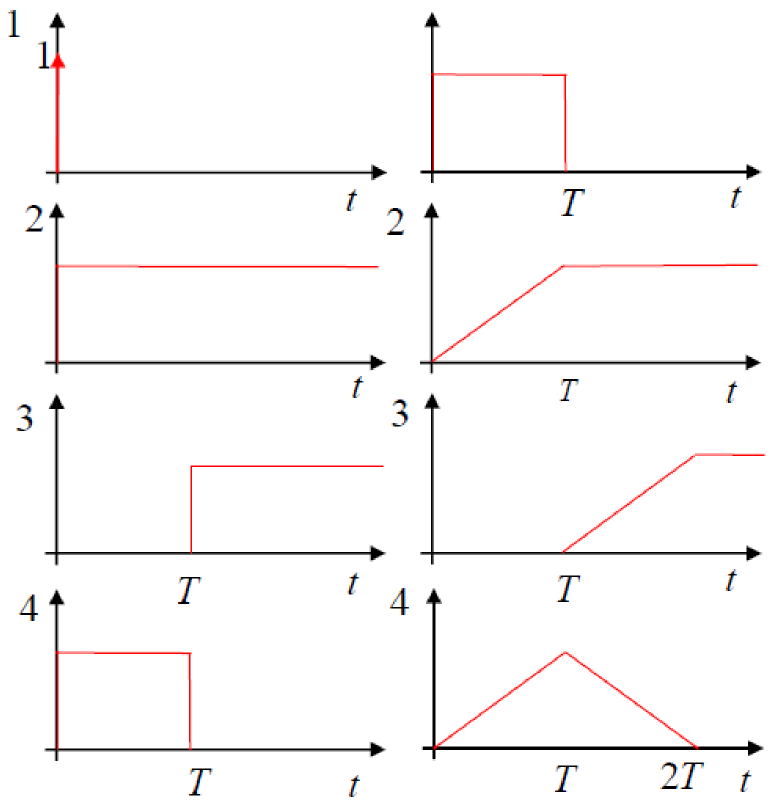
$$\boxed{K(j\omega)=c\cdot S^*(jf)\exp(-j2\pi fT)}$$

$$S(jf)=\int_0^T U\exp(-j2\pi ft)dt=\frac{U}{-2j\pi f}(\exp(-j2\pi fT)-1)$$

$$K(jf)=\frac{1}{j2\pi f}(1-\exp(-j2\pi fT))$$



$$h(t)=c\cdot s(T-t) \qquad s_1(t)=c\cdot R_s(\mathrm{t}-T)$$



11. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОБНАРУЖЕНИЯ СИГНАЛА. КРИТЕРИИ ОБНАРУЖЕНИЯ.

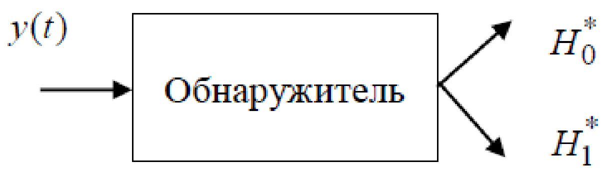
Под *обнаружением* сигнала в радиоэлектронике понимают анализ принятого колебания y(t), завершающийся вынесением решения о наличии или отсутствии в нем некоторой полезной составляющей, которую и называют сигналом.

Пусть *наблюдаемое колебание y(t)* является реализацией случайного процесса, который имеет распределение W_y т. е, n-мерную ПВ W(y) [либо функционал ПВ W(y(t))], принадлежащее одному из M непересекающихся классов W_i ($W_i \cap W_k = \emptyset$; $\;i \neq k$; $\;i, k = 0,1, \dots, M-1$).

Необходимо, пронаблюдав реализацию y(t), решить, какому из классов принадлежит W_y . Предположение о том, что $W_y \in W_i$, называют гипотезой $H_i: W_y \in W_i$.

Решения, являющиеся результатом проверки гипотез, обозначаются H_i^*, где $i = \{0,1, \dots, M-1\}$ – номер гипотезы, истинность которой декларируется принятым решением.

Обнаружение сигнала на фоне шума является задачей статистической теории радиотехнических систем. Оно формулируется как выбор между двумя гипотезами:



Гипотезы:

$$H_0: \quad y(t) = x(t)$$

$$H_1: \quad y(t) = x(t) + s(t)$$

Решения:

H_0^* - сигнала нет

H_1^* - сигнал есть

1. **Гипотеза H_0 (нулевая):** сигнал отсутствует, и на приём поступает только шум:

$$y(t) = n(t),$$

где $n(t)$ — шум.

2. **Гипотеза H_1 (альтернативная):** сигнал присутствует, и на приём поступает сумма сигнала $s(t)$ и шума:

$$y(t) = s(t) + n(t).$$

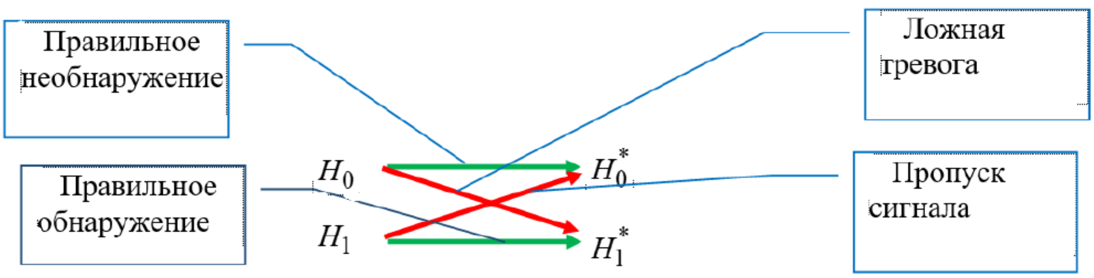
Обнаружение сигнала сводится к выбору одной из двух гипотез (H0 или H1) на основе анализа принятого сигнала y(t).

1. **Правильное решение:**
   - H_0, если сигнал действительно отсутствует.
   - H_1, если сигнал действительно присутствует.
2. **Ошибки принятия решений:**
   - **Ошибка первого рода (ложная тревога, $P_{\text{лт}}$):** Принятие H_1, когда верна H_0 (шум принят за сигнал).

$$P_{\text{лт}} = P(\text{решение } H_1 | H_0).$$

   - **Ошибка второго рода (пропуск сигнала, $P_{\text{пр}}$):** Принятие H_0, когда верна H_1 (сигнал не обнаружен).

$$P_{\text{пр}} = P(\text{решение } H_0 | H_1).$$



$\tilde{\alpha} = P(H_0^* / H_0) = P_{\text{пн}}$ – вероятность правильного необнаружения

$D = P(H_1^* / H_1) = P_{\text{по}}$ – вероятность правильного обнаружения

$\alpha = P(H_1^* / H_0) = P_{\text{лт}}$ – вероятность ложной тревоги

$\beta = P(H_0^* / H_1) = P_{\text{пс}}$ – вероятность пропуска сигнала

$p_0 = P(H_0)$ – априорная вероятность отсутствия сигнала

$p_1 = P(H_1) = 1 - P(H_0)$ – априорная вероятность наличия сигнала

**совет как я запомнил, что обозначается α, а что β:

$\alpha\alpha\alpha\alpha$ – кричим, когда ложная тревога

β - βлять, пропуск сигнала

КРИТЕРИИ ОБНАРУЖЕНИЯ

Критерий Байеса (критерий минимума среднего риска):

Цель: Минимизировать средние потери, связанные с принятием неверных решений.

$$\boxed{\min \Pi = \min(\Pi_\alpha p_0 \alpha + \Pi_\beta (1 - p_0)\beta)}$$

где:

- Π_α и Π_β — штрафы за ложную тревогу и пропуск сигнала соответственно;
- p_0 и $1 - p_0$ — априорные вероятности наличия и отсутствия сигнала;
- α и β — вероятности ошибок первого и второго рода.

Критерий идеального наблюдателя (Зигерта-Котельникова):

$$\boxed{\min P_{\text{ош}} = \min(p_0\alpha + (1 - p_0)\beta)}$$

Здесь предполагается равенство штрафов.

Критерий минимума суммы условных вероятностей ошибки (критерий максимума правдоподобия):

Минимизируется сумма вероятностей ошибок первого и второго рода, без учёта их априорных вероятностей или штрафов.

$$\boxed{\min P_{\text{ош усл}} = \min(\alpha + \beta).}$$

Подразумевается, что все исходы равновероятны (априорные вероятности отсутствия и наличия сигнала одинаковы).

Критерий Неймана-Пирсона:

Предназначен для задач, где требуется минимизировать вероятность пропуска при фиксированном уровне ложной тревоги.

$$\boxed{\alpha = \mathrm{const}, \quad \min \beta = \max D,}$$

12. ОБНАРУЖЕНИЕ СИГНАЛОВ С НЕИЗВЕСТНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ.

Будем считать, что подлежащий обнаружению сигнал имеет вид $s(t,\dot{\boldsymbol{\gamma}})$, где γ – вектор неизвестных параметров, а в роли помехи выступает АБГШ.

В отношении параметра $\boldsymbol{\gamma}$ выскажем два следующих предположения:

1 $\boldsymbol{\gamma}$ является случайным вектором с известной ПВ $W(\boldsymbol{\gamma})$;

2 нет оснований считать $\boldsymbol{\gamma}$ случайным вектором.

1. Неизвестный параметр исключается усреднением ФПВ $W[y(t)/H_1,\dot{\boldsymbol{\gamma}}]$ с помощью ПВ $W(\dot{\boldsymbol{\gamma}})$, т.е *<u>отношение правдоподобия (ОП)</u>* $\Lambda[y(t)]$ имеет вид:

$$\Lambda[y(t)] = \frac{\int W[y(t)/H_1,\dot{\boldsymbol{\gamma}}]W(\dot{\boldsymbol{\gamma}})d\dot{\boldsymbol{\gamma}}}{W[y(t)/H_0]},$$

где ФПВ $W(y(t)/H_0) = k\exp\left[-\frac{1}{2}\int\limits_0^T\int\limits_0^T y(t_1)K^{-1}(t_1,t_2)y(t_2)dt_1dt_2\right]$

2. Неизвестный параметр $\dot{\boldsymbol{\gamma}}$ заменяется его оценкой , полученной на основе обработки принятого колебания $y(t)$ на интервале наблюдения $[0,T]$. Тогда ОП может быть записано как:

$$\Lambda[y(t)] = \frac{W[y(t)/H_1,\boldsymbol{\gamma}]}{W[y(t)/H_0]}.$$

Допустим, что $\dot{\boldsymbol{\gamma}}$ случайный вектор с ПВ $W(\dot{\boldsymbol{\gamma}})$ (пункт 1). Для скалярного параметра $\dot{\boldsymbol{\gamma}} = \gamma$ и АБГШ отношение правдоподобия примет вид

$$\Lambda[y(t)] = \frac{k\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left[\exp\left\{-\frac{1}{N_0}\int\limits_0^T[y(t)-s(t,\gamma)]^2 dt\right\}\right]W(\gamma)d\gamma}{k\exp\left[-\frac{1}{N_0}\int\limits_0^T y^2(t)dt\right]} =$$

$$= \int\limits_{-\infty}^{\infty}\left[\exp\left\{\frac{2}{N_0}z(\gamma)-\frac{E(\gamma)}{N_0}\right\}\right]W(\gamma)d\gamma, \qquad (2.2)$$

где $z(\gamma)=\int\limits_0^T y(t)s(t,\gamma)dt$ $E(\gamma)=\int\limits_0^T s^2(t,\gamma)dt$.

Поскольку записанный интеграл (2.2), определяющий ОП, удается вычислить далеко не во всех случаях, можно прибегнуть к его замене интегральной суммой $\Lambda[y(t)] \approx \sum\limits_{i=-n}^{n}\left\{\exp\left[\frac{2}{N_0}z(\gamma_i)-\frac{E(\gamma_i)}{N_0}\right]\right\}W(\gamma_i)\Delta\gamma$

где

$z(\gamma_i)=\int\limits_0^T y(t)s(t,\gamma_i)dt$; $E(\gamma_i)=\int\limits_0^T s^2(t,\gamma_i)dt$; $W(\gamma_i)$ – значение ПВ в точке $\gamma=\gamma_i$; $\Delta\gamma$ – интервал разбиения области определения ПВ $W(\gamma)$ $[-n\Delta\gamma, n\Delta\gamma]$.

Если γ – дискретная СВ, т.е. $W(\gamma)=\sum\limits_{j=1}^{M} p_j\delta(\gamma-\gamma_j)$

то, ОП принимает вид: $\Lambda[y(t)]=\sum\limits_{j=1}^{M} p_j\exp\left[\frac{2}{N_0}z(\gamma_i)-\frac{E(\gamma_i)}{N_0}\right]$.

Однако, если параметр γ – неэнергетический, выражение выше принимает вид:

$$\Lambda[y(t)]=\sum_{j=1}^{M} a_j\exp\left[\frac{2}{N_0}z(\gamma_i)\right]$$

где $a_j = p_j\exp\left[-\frac{E}{N_0}\right]$, а E – энергия сигнала.