

Laboratorio di Fisica

Docenti: Prof. A. Garfagnini - Prof. M. Lunardon

Corso di Laurea in Fisica

Canale 1 A-L

Anno Accademico 2020/2021

ESPERIENZA DI LABORATORIO

Amplificatori Operazionali & Calibrazione Arduino

TURNO T2

NICOLÒ LAI

1193976

nicolo.lai@studenti.unipd.it

DATA ESPERIENZA

28/10/2020 - 29/10/2020

1 Obiettivo

Verificare la linearità di un amplificatore operazionale e misurare l'amplificazione di un circuito che lo comprenda. Misurare la frequenza di taglio di un filtro attivo. Calcolare il sampling rate e la funzione di calibrazione in tensione di una scheda Arduino Due.

2 Amplificatore Operazionale Invertente

In questa sezione ci si propone di studiare il comportamento di un circuito puramente resistivo comprendente un amplificatore operazionale in configurazione invertente (polo positivo a massa, polo negativo collegato al segnale in ingresso). Si vuole in particolare verificare la sua linearità e stimare l'amplificazione del circuito come grandezza derivata sia partendo dalle misure dirette delle resistenze sia come parametro di un'interpolazione lineare di misure acquisite con l'oscilloscopio.

2.1 Configurazione Sperimentale

Si inizia assemblando il circuito, rappresentato in Figura 1, utilizzando le resistenze R_f , R_1 , R_3 e l'amplificatore operazionale. La resistenza R_g rappresenta la resistenza interna del generatore, non nulla in quanto ci si trova in condizioni di non idealità. Le resistenze esterne, invece, vengono misurate direttamente utilizzando il multimetro Metrix MTX3292, ottenendo i risultati esposti in Tabella 1. Si utilizza poi un generatore di tensione continua con $V_{cc} = +15\text{ V}$ e $V_{ee} = -15\text{ V}$ per l'alimentazione dell'amplificatore operazionale. Si assume, inoltre, che esso abbia un comportamento ideale, ovvero che il polo positivo ed il polo negativo si trovino allo stesso potenziale. Il segnale viene prelevato nei punti IN e OUT evidenziati nello schema in Figura 1 (e verrà in seguito richiamato rispettivamente come V_{in} e V_{out}) utilizzando due sonde con fattore di attenuazione 10X. Nel canale CH1 dell'oscilloscopio viene visualizzato il segnale in ingresso V_{in} , mentre il segnale in uscita V_{out} è prelevato dalla sonda collegata al canale CH2.

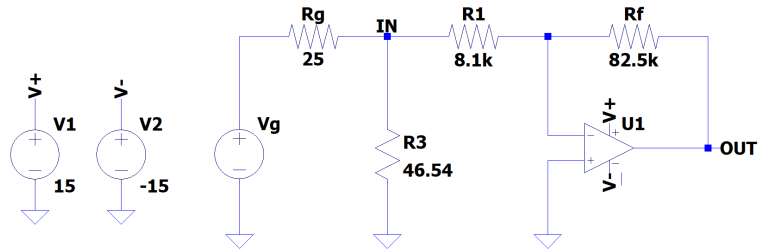


Figura 1: Rappresentazione a variabili concentrate del circuito assemblato in laboratorio.

Misure Dirette delle Resistenze		
Resistenza	Valore	F.S.
R_f	$82.46 \pm 0.03\text{ k}\Omega$	100 k Ω
R_1	$8.089 \pm 0.003\text{ k}\Omega$	10 k Ω
R_3	$46.54 \pm 0.05\text{ }\Omega$	1 k Ω

Tabella 1: Valori di resistenza, misurati direttamente con il multimetro, e relativo fondoscala.

Per entrambi i canali viene selezionata la modalità "attenuazione sonda 10X", in modo da compensare la riduzione del segnale dovuta alle sonde e visualizzare quindi nel display il segnale reale. Il generatore di funzioni viene poi configurato in modalità "50 Ohm", in modo che l'impedenza d'uscita del generatore sia comparabile con $R_3 \approx 50\text{ }\Omega$. Ci si aspetta così di trovare una tensione in ingresso V_{in} in accordo con la tensione nominale erogata dal generatore.

Si imposta infine il generatore di funzioni in modo

da erogare un segnale di tipo sinusoidale con frequenza $f_{gen} = 1\text{ kHz}$, mantenuta costante in questa sezione, e di ampiezza invece variabile tra 200 mV picco picco e 3.5 V picco picco.

Facendo riferimento ai valori delle resistenze R_f ed R_1 riportate in Tabella 1, si vuole calcolare il guadagno G del circuito atteso utilizzando l'Equazione 1, ottenuta risolvendo il circuito. Si vuole far notare che, avendo posto l'amplificatore operazionale in configurazione invertente, si ritrova un segno

meno ad indicare un segnale in uscita V_{out} "invertito" (ovvero ci si aspetta che i massimi del segnale in ingresso corrispondano a minimi del segnale in uscita e viceversa). Tuttavia, nell'analisi che segue, verrà sempre considerato il valore assoluto dell'amplificazione G , che si definisce dunque come

$$G = \left| -\frac{R_f}{R_1} \right| = 10.194 \quad \sigma_G = \sqrt{\left(\frac{1}{R_1} \right)^2 \sigma_{R_f}^2 + \left(\frac{R_f}{R_1^2} \right)^2 \sigma_{R_1}^2} = 0.006 \quad (1)$$

2.2 Acquisizione Misure

Al fine di verificare la linearità dell'amplificatore operazionale e stimare l'amplificazione del circuito, si decide di far variare la tensione in ingresso impostando valori crescenti di ampiezza del segnale erogato dal generatore di funzioni, partendo da 200 mV picco picco fino a 3.5 V picco picco. Per ciascuno di questi valori di tensione si acquisisce la misura di un massimo e di un minimo sia del segnale V_{in} sia del segnale V_{out} sfruttando i cursori orizzontali dell'oscilloscopio. In questo modo, si ottiene un campione di coppie (V_{in}, V_{out}) che ci si aspetta segua un andamento lineare, in quanto legate da $V_{out} = -\frac{R_f}{R_1} V_{in}$ dove il segno meno, si ricorda, è dovuto all'operazionale posto in configurazione invertente. Le misure in questione sono rappresentate in Figura 3.

2.3 Simulazione Spice Preliminare

Prima di procedere con l'analisi dati, si decide di simulare la risposta del circuito utilizzando il programma LTSpice. Si sceglie di effettuare la simulazione considerando due ampiezze in ingresso significative: per la prima si imposta dal generatore un'ampiezza $V_{gen} = 1$ V mentre per la seconda $V_{gen} = 4$ V. Questa scelta è dettata dal fatto che l'amplificatore operazionale, essendo una componente attiva del circuito, non può dare in output una tensione maggiore di quanta ne riceve in alimentazione per conservazione dell'energia: ci si aspetta allora di trovare una situazione di saturazione del segnale in uscita e che questa inizi a manifestarsi attorno ad un valore nominale di tensione $V_{pp_{gen}} = 3$ V in quanto, avendo un guadagno di circa 10, il segnale in uscita non può superare i 30 V picco picco.

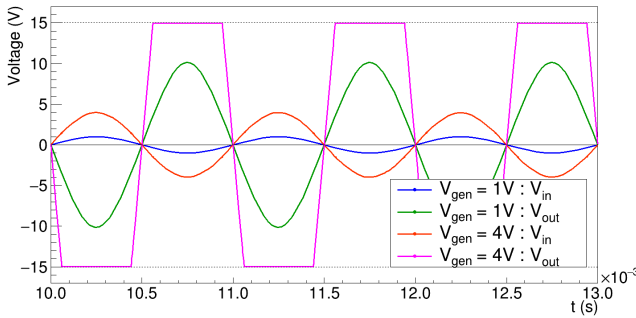


Figura 2: Simulazione Spice della risposta del circuito.

Dal grafico si evince chiaramente come erogando $V_{gen} = 1$ V il segnale viene amplificato correttamente di circa un fattore 10 mantenendo la forma sinusoidale, mentre erogando $V_{gen} = 4$ V il segnale in uscita presenta i picchi tagliati esattamente a livello $V_{sat} = \pm 15$ V, ovvero le tensioni di alimentazione fornite all'operazionale. Inoltre, come anticipato in Sezione 2.1, si può osservare il comportamento invertente dell'amplificatore operazionale: ad un massimo di V_{in} corrisponde un minimo di V_{out} e viceversa.

2.4 Dati e Analisi

In questa sezione si vuole inizialmente rappresentare le misure acquisite in laboratorio riportandole in un grafico esplorativo di V_{out} contro V_{in} , per cercare di estrarre informazioni di carattere generale sui dati a disposizione: per ogni misura di un massimo di V_{in} si associa il corrispettivo massimo di V_{out} (analogo per i minimi). Successivamente, si vuole invece caratterizzare la linearità dell'amplificatore operazionale ed il guadagno del circuito in termini statistici, focalizzandosi sullo studio di interpolazioni lineari. Rappresentando in un grafico V_{out} contro V_{in} , infatti, è possibile ricavare il valore assoluto dell'amplificazione come il coefficiente angolare di una retta che interpola i dati: dalla bontà del fit e dall'andamento dei residui si riesce inoltre a studiare le proprietà di linearità del sistema in questione.

2.4.1 Dataset

Si riportano in Figura 3 le misure acquisite con l'oscilloscopio alle quali si associa l'errore dato da

$$\sigma_V = \sqrt{(\sigma_l \times V/\text{div})^2 + (\sigma_g \times \text{measure})^2} \quad (2)$$

dove $\sigma_l = 0.04$ e $\sigma_g = 1.5\%$ rappresentano l'incertezza di lettura e di guadagno associati all'oscilloscopio, V/div rappresenta la scala di acquisizione della misura, ovvero quanti Volt sono rappresentati in una divisione dello schermo dell'oscilloscopio, mentre "measure" rappresenta la misura stessa.

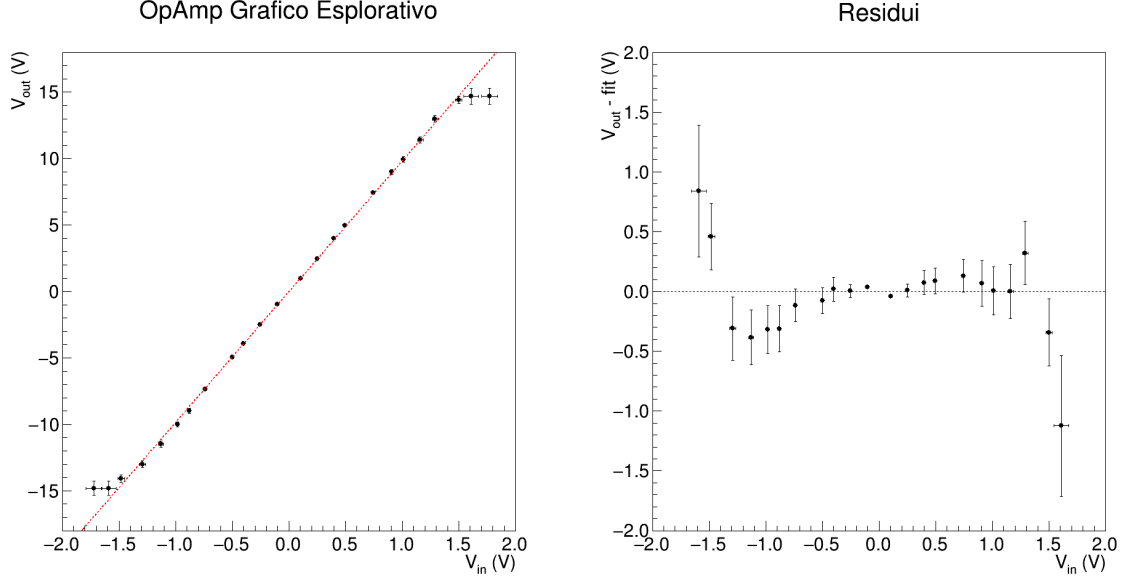


Figura 3: Grafico delle coppie (V_{in}, V_{out}) interpolate linearmente da una retta del tipo $y = a + bx$ con relativo grafico dei residui.

Si vuole inizialmente far notare che i valori di V_{in} sono conformi a quanto impostato sul generatore: questo è sicuramente indice di una corretta acquisizione del segnale in ingresso e di una corretta configurazione del generatore (*modalità "50 Ohm"*) e dell'oscilloscopio (*attenuazione sonda 10X*). Osservando invece i valori di V_{out} si nota un'amplificazione conforme alle aspettative (circa un fattore 10). Inoltre si osserva come le ultime misure, cioè quelle con tensione nominale $V_{pp_{gen}}$ maggiore, tendano a stabilizzarsi attorno a circa $V_{sat} = \pm 15$ V, ovvero la tensione massima che l'amplificatore operativo può fornire in output. Come da aspettative, riportate in Sezione 2.3, questo fenomeno di stabilizzazione attorno a V_{sat} inizia a manifestarsi attorno ad una tensione erogata dal generatore di circa $V_{pp_{gen}} = 3$ V. Dal grafico dei residui si può osservare lo stesso fenomeno: la zona centrale risulta essere distribuita ragionevolmente attorno allo zero, mentre gli estremi tendono a distanziarsi anche notevolmente. Da questo si deduce dunque che i tre punti finali di massimo e di minimo sono da considerarsi degli outliers rispetto al trend lineare delle misure rimanenti: al fine di caratterizzare la linearità dell'amplificatore operativo e di calcolare l'amplificazione del circuito, dunque, gli outliers non verranno considerati.

2.4.2 Interpolazioni Preliminari

Si procede ora considerando il campione di misure dei massimi ed il campione di misure dei minimi separatamente, in quanto a priori non si ha la certezza che queste risentano della stessa amplificazione e che non sia presente una sistematica di offset/shift verticale tra i due dataset. Si cercherà in seguito di caratterizzare l'accordo tra i due dataset studiando la compatibilità tra i coefficienti angolari e tra le intercette della retta interpolante. Osservando le misure in Figura 3 si nota come le incertezze su V_{in} siano generalmente un ordine di grandezza inferiori rispetto a quelle su V_{out} : le prime non sono

quindi trascurabili rispetto alle seconde. Per tenere conto dell'incertezza su V_{in} , ci si propone allora di effettuare un fit preliminare, nel quale si considerano unicamente gli errori su V_{out} , per stimare un coefficiente angolare m . Questo viene poi utilizzato per proiettare gli errori di V_{in} lungo l'asse delle ordinate secondo

$$\sigma_y = \sqrt{\sigma_{V_{\text{out}}}^2 + m^2 \sigma_{V_{\text{in}}}^2} \quad (3)$$

I coefficienti angolari di interesse sono dunque riportati in Tabella 2.

Coefficienti Angolari Preliminari	
Campione di Massimi	Campione di Minimi
$m = 10.02 \pm 0.09$	$m = 10.16 \pm 0.09$

Tabella 2: Valori dei coefficienti angolari restituiti dalle interpolazioni preliminari.

2.4.3 Linearità e Amplificazione

Alla luce di quanto trovato nella sezione precedente, si ripetono le interpolazioni lineari associando ai punti un errore dato da Equazione 3 ed i parametri restituiti dai fit sono riportati in Tabella 3.

Fit Parameters			
Campione di Massimi			
Offset (V)	Slope	χ^2/ndf	$\sigma_{\text{posteriori}}$ (V)
-0.06 ± 0.04	10.02 ± 0.14	0.98/7	0.10
Campione di Minimi			
Offset (V)	Slope	χ^2/ndf	$\sigma_{\text{posteriori}}$ (V)
0.07 ± 0.04	10.16 ± 0.14	0.67/7	0.07

Tabella 3: Parametri della retta interpolante, il valore del χ^2 associato al fit e l'errore a posteriori relativo alla distribuzione dei dati.

Dai parametri presentati in Tabella 3 si riescono ad estrarre numerose informazioni riguardo ai due campioni di dati. Inizialmente, si vuole far notare come i due coefficienti angolari siano in ottima compatibilità tra loro: $\lambda = 0.7$. Da questo si può assumere che i due dataset risentano della stessa amplificazione G , come da aspettative. Successivamente, si può notare invece che le due intercette delle rette interpolanti sono in leggera compatibilità con lo zero ($\lambda \approx 1.5$), mentre tra loro presentano una compatibilità $\lambda = 2.4$, che fa sorgere l'idea di una possibile sistematica di offset/shift verticale tra i due dataset (computando la differenza tra le due intercette si trova uno sfalsamento $d = 0.13 \pm 0.05$ V). Osservando poi il valore del χ^2 , si ritrova in per entrambi i campioni $\chi^2/\nu < 1$ (con $\nu \equiv \text{ndf}$ il numero di gradi di libertà, che coincide con il valore di aspettazione $E(\chi^2)$). Ricordando che le incertezze sul guadagno verticale dell'oscilloscopio sono almeno parzialmente correlate, gli errori associati alle misure sono tra loro correlati: questo spiega i valori di χ^2 eccessivamente ridotti. Un'interpolazione di dati con incertezze correlate restituisce parametri con errori sottostimati, in quanto il fit non tiene conto della correlazione tra incertezze delle misure. Si può dunque assumere che i parametri *slope* e *offset* riportati in Tabella 3 presentino in realtà una compatibilità maggiore, proprio a causa di una possibile sottostima dell'errore sui parametri. Si vuole allora assumere che i due campioni risentano della stessa amplificazione e che non siano tra loro sfalsati verticalmente in modo significativo: segue quindi un tentativo di "unificazione" del campione di dati ed un'interpolazione lineare unica che tenga conto sia dei massimi che dei minimi. Il grafico rappresentante i due dataset unificati con relativa interpolazione lineare è mostrato in Figura 4, a pagina seguente.

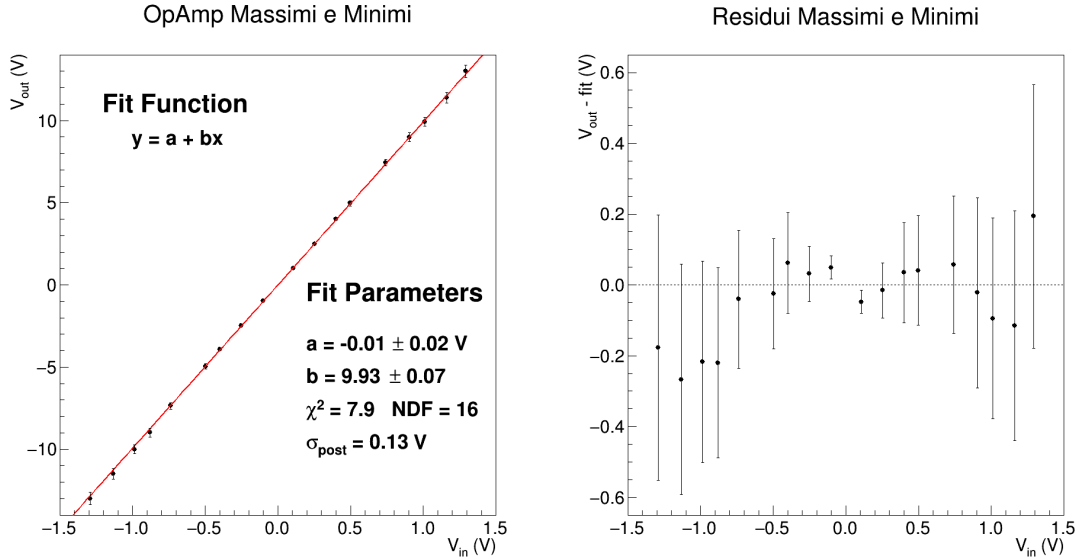


Figura 4: A sinistra: grafico rappresentante il dataset dei massimi ed il dataset dei minimi uniti assieme, con relativa retta interpolante e parametri del fit. A destra: grafico dei residui $V_{\text{out}} - \text{fit}$.

Si osserva inizialmente che l'intercetta della retta interpolante è ora ben compatibile con zero, mentre il coefficiente angolare presenta un errore relativo $\sigma_b/b = 0.7\%$, che si può continuare ad assumere sottostimato: la correlazione tra gli errori di scala, infatti, si può notare chiaramente dall'andamento "a farfalla" delle barre d'errore nel grafico dei residui. Il valore del χ^2 migliora leggermente rispetto alle interpolazioni dei dataset separati: la compatibilità con il valore di aspettazione risulta essere $Z = 1.4$. L'errore a posteriori, inoltre, si trova in una zona intermedia rispetto alla gamma di errori associati alle misure: non potendo eliminare la correlazione tra le incertezze si può affermare dunque che l'errore è in media stimato correttamente e l'oscilloscopio lavora entro le specifiche. I residui, infatti, si posizionano tutti entro il loro errore, alcuni anche abbondantemente. Focalizzandosi ora sulla stima del coefficiente angolare si nota che questo, $m = 9.93 \pm 0.07$, pur essendo ben compatibile con i risultati esposti in Tabella 3 relativi ai fit dei due campioni di misure considerati separatamente, si trova essere sensibilmente minore di entrambi: ci si sarebbe aspettato, invece, di trovare un valore intermedio unificando i due campioni di misure. Osservando poi il grafico dei residui, si può notare un andamento leggermente anomalo, quasi parabolico, avente concavità rivolta verso il basso. Si ipotizza dunque che l'assunzione fatta in precedenza riguardo la presenza di una sistematica di offset/shift verticale tra i due dataset trascurabile necessiti di essere riveduta. Per approfondire maggiormente la questione, si decide di computare le grandezze "picco picco" delle tensioni in ingresso V_{in} e in uscita V_{out} secondo $V_{\text{pp}} = V^{\text{max}} - V^{\text{min}}$. Per quanto riguarda l'errore da associare alle grandezze picco picco, si ricorda che l'oscilloscopio misura la differenza Δ tra i due cursori con una precisione ancora maggiore rispetto alla singola misura. Si decide dunque di non aggiungere il fattore moltiplicativo $\sqrt{2}$ alla propagazione presentata in Equazione 2, al fine di evitare di sovrastimare eccessivamente l'errore. Si procede ora esattamente come mostrato in Sezione 2.4.2, effettuato inizialmente un fit lineare preliminare considerando solo gli errori su $V_{\text{pp}_{\text{out}}}$ e, utilizzando il coefficiente angolare restituito da tale interpolazione, si prosegue proiettando gli errori secondo Equazione 3. Si ripete quindi il fit, che viene rappresentato in Figura 5, a pagina seguente.

Si nota immediatamente, osservando il grafico dei residui, come ora l'andamento anomalo è del tutto assente ed i punti si distribuiscono in modo ottimale attorno allo zero. Rimane, chiaramente, il tipico andamento crescente delle barre d'errore, indice che le incertezze continuano a risentire della correlazione tra esse. Il valore del χ^2 è decisamente basso rispetto al numero di gradi di libertà, come suggerito dal grafico dei residui in cui si nota chiaramente come la distanza punto-retta sia ampiamente compresa entro la barra d'errore del dato. L'errore a posteriori è appena maggiore dell'incertezza associata al primo punto, mentre diventa notevolmente inferiore rispetto ai punti finali.

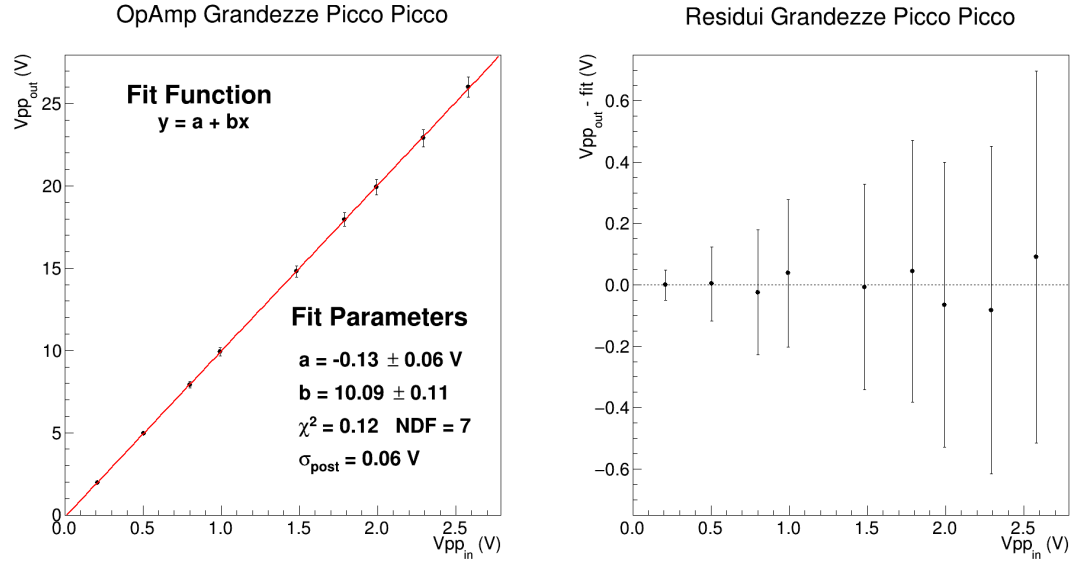


Figura 5: A sinistra: grafico rappresentante il dataset delle grandezze picco picco, con relativa retta interpolante e parametri del fit. A destra: grafico dei residui $V_{pp_out} - \text{fit}$.

Il valore dell'intercetta, scarsamente compatibile con lo zero, suggerisce una conferma all'ipotesi un una sistematica di offset/shift verticale tra i due dataset non trascurabile. Il coefficiente angolare, invece, è perfettamente in linea con i parametri ottenuti considerando i due dataset separatamente: calcolando la media pesata dei due, infatti, si trova $\langle m \rangle_{\text{max, min}} = 10.09 \pm 0.10$ e risulta avere una compatibilità estremamente elevata con il coefficiente angolare riguardante il dataset delle grandezze picco picco ($\lambda = 0.01$). Si assume dunque che questi due valori ($\langle m \rangle_{\text{max, min}}$ ed il coefficiente angolare del campione di grandezze picco picco m_{pp}) rappresentino una soddisfacente stima dell'amplificazione G del circuito. Per quanto riguarda la linearità dell'amplificatore operazionale, invece, i valori estremamente ridotti del χ^2 non permettono nè di confermare l'ipotesi di linearità nè di poterla rigettare. Si ripone allora maggior attenzione alla distribuzione delle misure attorno alla retta (o meglio alla distribuzione dei residui attorno allo zero) che si ritiene invece, in questa occasione, determinante: il campione di misure picco picco suggerisce una soddisfacente distribuzione lineare dei dati.

2.4.4 Confronto tra Stime di G

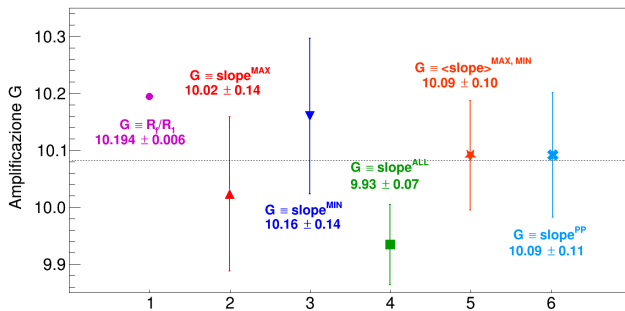


Figura 6: Stime di G . Da sinistra: 1) partendo dalle misure dirette delle resistenze; 2) come coefficiente angolare del dataset di massimi; 3) come coefficiente angolare del dataset di minimi; 4) come coefficiente angolare del dataset unificato; 5) come media pesata di 2 e 3; 6) come coefficiente angolare del dataset delle grandezze picco picco.

Si vuole ora esporre e confrontare le stime dell'amplificazione del circuito, rappresentando i valori del guadagno G in Figura 6.

Partendo dal primo punto a sinistra, cioè la stima di G tramite le misure dirette delle resistenze R_f e R_1 (riportate in Tabella 1), si nota come questo presenti un errore nettamente inferiore a confronto con le rimanenti stime. Quest'ultime risultano essere quantità compatibili con 1) $G = R_f/R_1$, ad eccezione di 4) quella ottenuta considerando assieme sia i massimi sia i minimi ($\lambda = 3.7$). In particolare, si può osservare come la media pesata 5) tra le stime dell'amplificazione ottenute considerando i campioni separati e la stima ottenuta con le grandezze picco picco 6) si trovino in eccellente accordo: si può concludere dunque che, eliminando la sistematica

di offset/shift verticale tra i due dataset (sia attraverso grandezze picco picco, sia considerando la media pesata dei risultati ottenuti dai campioni separati), la stima dell'amplificazione del circuito risulta essere compatibile con le aspettative preliminari. Si assume in ogni caso che l'errore su G sia sottostimato a causa della correlazione tra errori di scala dell'oscilloscopio: si preferisce dunque la stima ritrovata considerando le tensioni picco picco 6), in quanto presenta un errore relativo leggermente maggiore.

3 Circuito Derivatore

4 Arduino

In questa sezione si vuole effettuare una calibrazione della scheda Arduino Due. In particolare, si vuole quantificare il sampling rate dell'ADC della scheda e determinare la funzione di calibrazione in tensione, ovvero $V = a + b \cdot \text{ADC}$ dove V è il valore in Volt del segnale, ADC è la tensione in ADC counts acquisita da Arduino, mentre a e b sono i parametri di calibrazione.

4.1 Sampling Rate

Si comincia configurando il segnale di trigger. Si imposta quindi nel canale CH2 del generatore un impulso quadrato di durata $10 \mu\text{s}$, frequenza 1 kHz e altezza 2 V a partire dallo zero. Sul canale CH1 del generatore, invece, si imposta un'onda quadra di ampiezza 1 V partendo da zero con frequenza 5 kHz . Conoscendo il periodo dell'onda quadra in ingresso ($T = 1/f$), il sampling rate viene computato come $S = N/T = N f$ con N il numero di misure acquisite in un periodo. Per calcolare N viene computata la derivata numerica della forma d'onda: questa presenterà dei picchi positivi quando la funzione passa da zero a 1 V e picchi negativi quando scende da 1 V a zero. Il numero di acquisizioni in un periodo sarà allora il numero di punti compresi tra due picchi positivi della funzione derivata. Si trova allora un sampling rate $S = 955000 \text{ s}^{-1}$, ovvero 955000 acquisizioni al secondo.

4.2 Calibrazione in Tensione

Si vuole ora verificare la linearità dell'ADC interno alla scheda e stimare i parametri a , b della funzione di calibrazione, in quanto si è interessati a convertire il segnale acquisito da ADC counts in Volt. Si acquisiscono allora diverse forme d'onda facendo variare la tensione del generatore, avendo cura di misurare il segnale erogato con i cursori dell'oscilloscopio, in quanto può non essere esattamente uguale a quello nominale indicato dal generatore. Si rappresentano in grafico i valori di tensione V misurati sperimentalmente contro la media dei punti appartenenti ai picchi della relativa forma d'onda (si decide di non considerare unicamente il massimo della forma in quanto è possibile si tratti di una fluttuazione). Effettuando poi un'interpolazione lineare si ricavano l'offset (cioè quanti Volt corrispondono allo zero dell'ADC) ed il coefficiente angolare (cioè come scalano i Volt rispetto all'ADC).

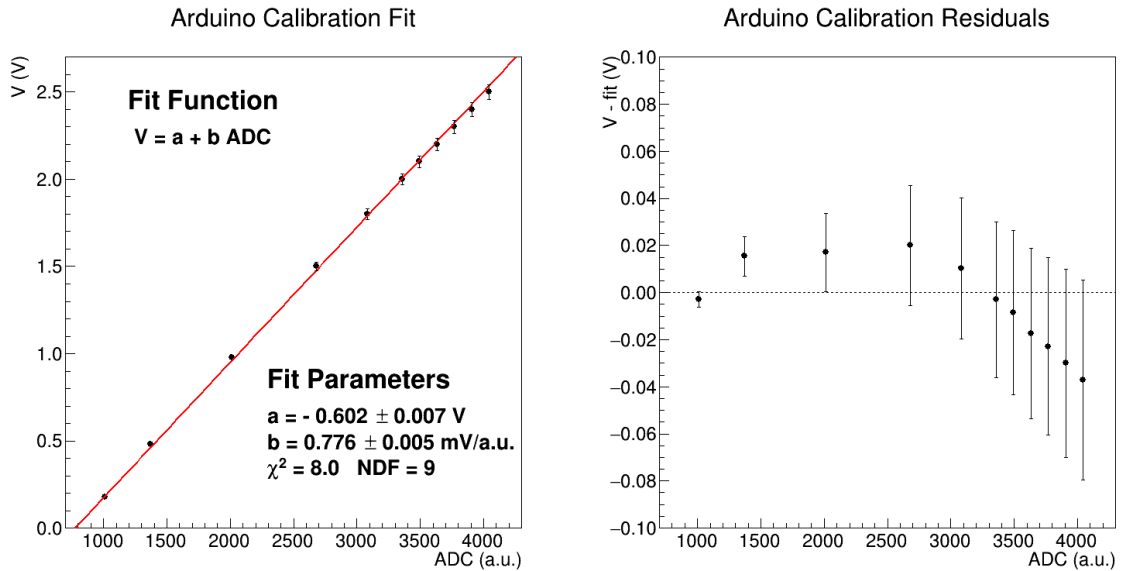


Figura 7: Grafico di calibrazione in tensione e relativo grafico dei residui.

Osservando il grafico dei residui, si nota un marcato andamento anomalo dei punti a tensioni maggiori, oltre i 2 V : la scheda, cioè, risponde in modo leggermente diverso a seconda della tensione in ingresso.

Questo è, molto probabilmente, dovuto al circuito di protezione dei pin di ingresso (limitatore di tensione a diodi, utile per evitare di bruciare la scheda) che ne altera la risposta avvicinandosi a tensioni pericolose. Si prova allora ad effettuare nuovamente l'interpolazione rimuovendo i punti relativi a tensioni in ingresso maggiori di 2 V: nonostante l'andamento dei residui migliori, anche il primo punto (tensione in ingresso pari a 200 mV) si trova essere fuori trend. Si ottengono quindi due zone in cui la linearità dell'ADC risulta essere ottimale: la prima tra 500 mV e 1.8 V (parametri di calibrazione: $a = -0.59 \pm 0.02$ V e $b = 0.776 \pm 0.013$ mV/a.u.) mentre la seconda tra 1.8 V e 2.5 V (parametri di calibrazione: $a = -0.44 \pm 0.15$ V e $b = 0.73 \pm 0.04$ mV/a.u.).

5 Conclusioni