

# Laboratorio di Fisica

Docenti: Prof. A. Garfagnini - Prof. M. Lunardon

Corso di Laurea in Fisica

Canale 1 A-L

Anno Accademico 2020/2021

---

## ESPERIENZA DI LABORATORIO

### Amplificatori Operazionali & Calibrazione Arduino

---

#### OBIETTIVO DELL'ESPERIENZA

Verificare la linearità di un amplificatore operazionale.

Misurare l'amplificazione di un circuito con amplificatore operazionale.

Misurare la frequenza di taglio di un circuito derivatore con amplificatore operazionale.

Calibrare una scheda Arduino Due

TURNO T2

NICOLÒ LAI

1193976

nicolo.lai@studenti.unipd.it

DATA DI CONSEGNA

?/11/2020

# 1 Strumentazione e Componenti

- **Oscilloscopio** (Tektronix TBS1102B): Lo strumento presenta un'accuratezza sul guadagno verticale  $\Delta_g$  pari al 3% del valore letto (errore massimo) ed è *generalmente* il contributo più significativo. L'incertezza di guadagno sui tempi si assume trascurabile. L'accuratezza che tiene conto degli effetti di risoluzione e imprecisione della traccia  $\Delta_t$  è di 1/10 di divisione su tutta la scala di lettura (errore massimo), uguale sia per le tensioni sia per i tempi.
- **Generatore di funzioni** (Tektronix AFG1022)
- **Alimentatore di tensione continua**: Lo strumento presenta due uscite con erogazione di tensione tra 0 e 20 V e un'uscita con erogazione fissata a 5 V
- **Multimetro digitale** (Metrix MTX3292): Si riporta l'accuratezza dello strumento, per misure di resistenza e di capacità, relativa unicamente ai fondoscala utilizzati nell'esperienza.

Accuratezza Metrix MTX3292		
F.S.	Precisione	Risoluzione
1 k $\Omega$	0.10% + 8	0.01 $\Omega$
10 k $\Omega$	0.07% + 8	0.1 $\Omega$
100 k $\Omega$	0.07% + 8	1 $\Omega$
1000 pF	2.5% + 15	1 pF

Tabella 1: Per i fondoscala indicati si riportano la precisione (contributo di scala in percentuale e contributo di lettura sul digit meno significativo) e la risoluzione dello strumento.

- **Componenti circuitali** (Resistori e Condensatori): Si riportano i valori delle resistenze e capacità utilizzate per l'assemblamento dei circuiti utilizzati nel corso dell'esperienza, misurate preliminarmente con il multimetro digitale Metrix.

Resistori e Condensatori		
Resistenza	Valore	F.S.
$R_f$	$(82.46 \pm 0.03) \text{ k}\Omega$	100 k $\Omega$
$R_1$	$(8.089 \pm 0.003) \text{ k}\Omega$	10 k $\Omega$
$R_3$	$(46.54 \pm 0.05) \Omega$	1 k $\Omega$
Capacità	Valore	F.S.
$C_1$	$(977 \pm 17) \text{ pF}$	1000 pF

Tabella 2: In tabella si indicano le componenti circuitali (resistori e capacità) utilizzando delle label specifiche per ciascuna di esse: questa notazione è costante nel corso dell'esperienza.

- **Circuito integrato TL082C** (Due Amplificatori Operazionali): essendo gli amplificatori operazionali delle componenti circuitali attive, esse devono essere alimentate. Si utilizza dunque il generatore di tensione continua con  $V_{cc} = +15 \text{ V}$  e  $V_{ee} = -15 \text{ V}$  per l'alimentazione dell'amplificatore operazionale utilizzato nell'esperienza. Nel corso di quest'ultima, si assume un comportamento *ideale* dell'amplificatore operazionale, ovvero che il polo positivo ed il polo negativo si trovino allo stesso potenziale.
- **Scheda Arduino Due**

## 2 Amplificatore Operazionale Invertente

In questa sezione ci si propone di studiare il comportamento di un circuito puramente resistivo comprendente un amplificatore operazionale in configurazione invertente (polo positivo a massa, polo negativo collegato al segnale in ingresso). Si vuole in particolare verificare la sua linearità e stimare l'amplificazione del circuito come grandezza derivata sia partendo dalle misure dirette delle resistenze sia come parametro di un'interpolazione lineare di misure acquisite con l'oscilloscopio.

### 2.1 Configurazione Sperimentale

Si inizia assemblando il circuito rappresentato in Figura 1, utilizzando le resistenze  $R_f$ ,  $R_1$ ,  $R_3$  e l'amplificatore operazionale. La resistenza  $R_g$  rappresenta la resistenza interna del generatore, non nulla in quanto ci si trova in condizioni di non idealità.

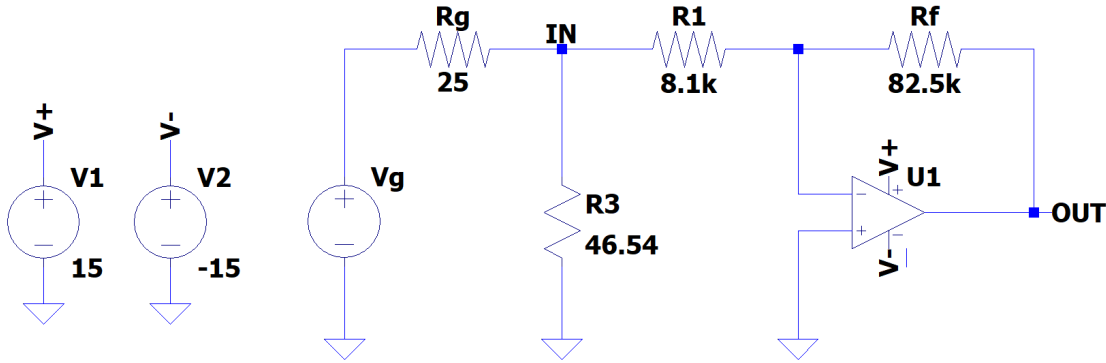


Figura 1: Rappresentazione a variabili concentrate del circuito assemblato in laboratorio.

Il segnale viene prelevato nei punti *IN* e *OUT* evidenziati nello schema in Figura 1 (e verrà in seguito richiamato rispettivamente come  $V_{in}$  e  $V_{out}$ ) utilizzando due sonde con fattore di attenuazione 10X. Nel canale CH1 dell'oscilloscopio viene visualizzato il segnale in ingresso  $V_{in}$ , mentre il segnale in uscita  $V_{out}$  è prelevato dalla sonda collegata al canale CH2. Per entrambi i canali viene configurata l'attenuazione sonda 10X nelle impostazioni dell'oscilloscopio, in modo da compensare la riduzione del segnale dovuta alle sonde e visualizzare quindi nel display il segnale reale. Il generatore di funzioni viene poi configurato in modalità "50 Ohm", in modo che l'impedenza d'uscita del generatore sia comparabile con  $R_3 \approx 50 \Omega$ . Ci si aspetta così di trovare una tensione in ingresso  $V_{in}$  in accordo con la tensione nominale erogata dal generatore. Si imposta infine il generatore di funzioni in modo da erogare un segnale di tipo sinusoidale con frequenza  $f_{gen} = 1 \text{ kHz}$  e di ampiezza variabile.

### 2.2 Amplificazione Attesa

Facendo riferimento ai valori delle resistenze  $R_f$  ed  $R_1$  riportate in Tabella 2, si vuole calcolare il guadagno  $G$  atteso

$$G = \left| -\frac{R_f}{R_1} \right| \quad \sigma_G = \sqrt{\left( \frac{1}{R_1} \right)^2 \sigma_{R_f}^2 + \left( \frac{R_f}{R_1^2} \right) \sigma_{R_1}^2} \quad (1)$$

dove il segno meno è dovuto all'operazionale posto in configurazione invertente: questo comporta allora un segnale  $V_{out}$  "invertito" (cioè ci si aspetta che i massimi del segnale in ingresso corrispondano a minimi del segnale in uscita e viceversa) e amplificato di un fattore

$$G = 10.194 \pm 0.006. \quad (2)$$

## 2.3 Acquisizione Misure

Al fine di verificare la linearità dell'amplificatore operazionale e stimare l'amplificazione del circuito, si decide di far variare la tensione in ingresso impostando valori crescenti di ampiezza del segnale erogato dal generatore di funzioni. Per ciascuno di questi valori di tensione si acquisisce la misura di un massimo e di un minimo sia del segnale  $V_{in}$  sia del segnale  $V_{out}$  sfruttando i cursori orizzontali dell'oscilloscopio. In questo modo, si ottiene un campione di coppie  $(V_{in}, V_{out})$  che ci si aspetta segua un andamento lineare (assumendo la linearità dell'amplificatore operazionale). I valori di tensione  $V_{gen}$ ,  $V_{in}$ ,  $V_{out}$  e le relative scale di misura sono riportate in Tabella 3. Si associa inoltre un'incertezza alle misure di  $V_{in}$  e  $V_{out}$  data da Equazione 3.

## 2.4 Simulazione Spice Preliminare

Prima di procedere con l'analisi dati, si decide di simulare la risposta del circuito utilizzando il programma LTSpice. Si sceglie di effettuare la simulazione considerando due ampiezze in ingresso significative: per la prima si imposta dal generatore un'ampiezza  $V_{gen} = 1\text{ V}$  mentre per la seconda  $V_{gen} = 4\text{ V}$ . Questa scelta è dettata dal fatto che l'amplificatore operazionale, essendo una componente attiva del circuito, non può dare in output una tensione maggiore di quanta ne riceve in alimentazione per conservazione dell'energia: ci si aspetta allora di trovare una situazione di saturazione del segnale in uscita e che questa inizi a manifestarsi attorno ad un valore nominale di tensione  $V_{pp_{gen}} = 3\text{ V}$  in quanto, avendo un guadagno di circa 10, il segnale in uscita non può superare i 30 V picco picco.

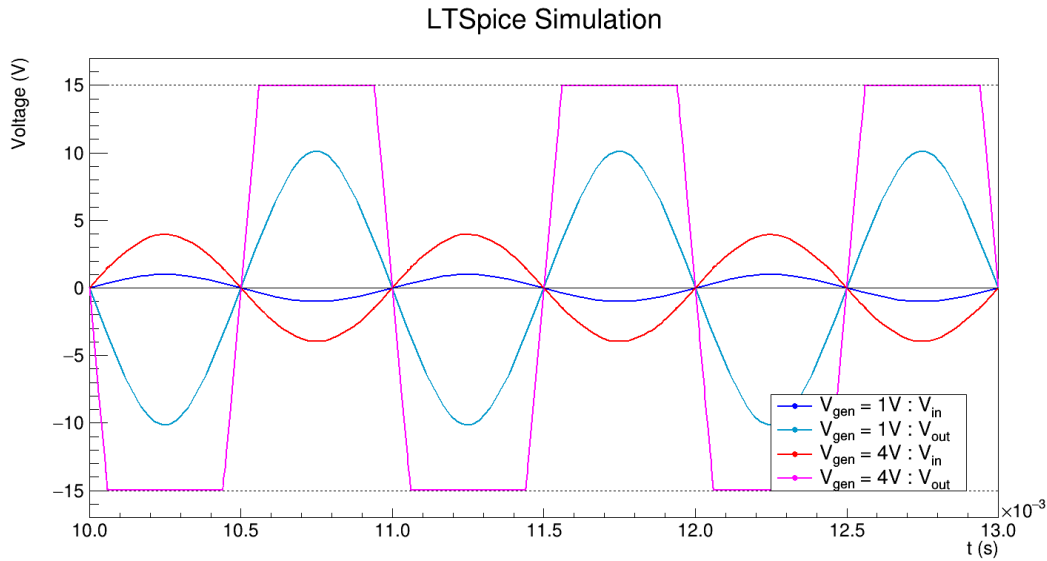


Figura 2: Simulazione Spice della risposta del circuito ad una tensione sinusoidale in ingresso di frequenza  $f_{gen} = 1\text{ kHz}$  e ampiezza  $V_{gen} = 1\text{ V}$  oppure  $V_{gen} = 4\text{ V}$

Dal grafico si evince chiaramente come erogando  $V_{gen} = 1\text{ V}$  il segnale viene amplificato correttamente di circa un fattore 10 mantenendo la forma sinusoidale, mentre erogando  $V_{gen} = 4\text{ V}$  il segnale in uscita presenta i picchi tagliati esattamente a livello  $V_{sat} = \pm 15\text{ V}$ , ovvero le tensioni di alimentazione fornite all'operazionale. Inoltre, come anticipato in Sezione 2.2, si può osservare il comportamento invertente dell'amplificatore operazionale: ad un massimo di  $V_{in}$  corrisponde un minimo di  $V_{out}$  e viceversa.

## 2.5 Dati e Analisi

In questa sezione si vuole inizialmente rappresentare le misure acquisite in laboratorio, sia riportandole in tabella sia utilizzando un grafico esplorativo di  $V_{out}$  contro  $V_{in}$ , per cercare di estrarre informazioni di carattere generale sui dati a disposizione. Successivamente, si vuole invece caratterizzare la linearità dell'amplificatore operazionale ed il guadagno del circuito in termini statistici, focalizzandosi sullo studio di interpolazioni lineari. Rappresentando in un grafico  $V_{out}$  contro  $V_{in}$ , infatti, è possibile ricavare l'amplificazione come il coefficiente angolare di una retta che interpola i dati: dalla bontà del fit si riesce inoltre a studiare le proprietà di linearità del sistema in questione.

### 2.5.1 Dataset

Si riportano in Tabella 3 le misure acquisite con l'oscilloscopio, alle quali è stata associata un'incertezza

$$\sigma_V = \sqrt{(\sigma_l \times V/div)^2 + (\sigma_g \times \text{measure})^2} \quad (3)$$

dove  $\sigma_l = \Delta_l/\sqrt{6}$  e  $\sigma_g = \Delta_g/\sqrt{6}$  (assumendo una distribuzione triangolare) rappresentano l'incertezza di lettura e di guadagno associati all'oscilloscopio (si rimanda a Sezione 1 per i valori di  $\Delta_l$  e  $\Delta_g$ ),  $V/div$  rappresenta la scala di acquisizione della misura, ovvero quanti Volt sono rappresentati in una divisione dello schermo dell'oscilloscopio, mentre "measure" rappresenta la misura stessa.

Misure Acquisite con l'Oscilloscopio				
Misure dei Massimi				
$V_{pp_{gen}}$ (V)	$V_{in}$ (V)	Scala $V_{in}$ (V/div)	$V_{out}$ (V)	Scala $V_{out}$ (V/div)
0.20	$0.106 \pm 0.003$	0.050	$1.00 \pm 0.02$	0.324
0.50	$0.252 \pm 0.006$	0.100	$2.48 \pm 0.05$	1.00
0.80	$0.400 \pm 0.010$	0.200	$4.00 \pm 0.10$	2.00
1.00	$0.496 \pm 0.011$	0.200	$4.96 \pm 0.11$	2.00
1.50	$0.744 \pm 0.014$	0.200	$7.44 \pm 0.14$	2.00
1.80	$0.907 \pm 0.019$	0.324	$8.98 \pm 0.19$	3.40
2.00	$1.01 \pm 0.02$	0.324	$9.9 \pm 0.2$	3.40
2.30	$1.16 \pm 0.02$	0.376	$11.4 \pm 0.2$	3.80
2.60	$1.29 \pm 0.03$	0.436	$13.0 \pm 0.3$	4.52
3.00	$1.50 \pm 0.03$	0.480	$14.4 \pm 0.3$	4.52
3.20	$1.61 \pm 0.03$	0.630	$14.7 \pm 0.3$	5.60
3.50	$1.77 \pm 0.04$	0.660	$14.7 \pm 0.3$	5.60
Misure dei Minimi				
$V_{pp_{gen}}$ (V)	$V_{in}$ (V)	Scala $V_{in}$ (V/div)	$V_{out}$ (V)	Scala $V_{out}$ (V/div)
0.20	$-0.102 \pm 0.003$	0.050	$-0.97 \pm 0.02$	0.324
0.50	$-0.252 \pm 0.006$	0.100	$-2.48 \pm 0.05$	1.00
0.80	$-0.400 \pm 0.010$	0.200	$-3.92 \pm 0.10$	2.00
1.00	$-0.496 \pm 0.011$	0.200	$-4.96 \pm 0.11$	2.00
1.50	$-0.736 \pm 0.014$	0.200	$-7.36 \pm 0.14$	2.00
1.80	$-0.881 \pm 0.019$	0.324	$-8.98 \pm 0.19$	3.40
2.00	$-0.98 \pm 0.02$	0.324	$-10.0 \pm 0.2$	3.40
2.30	$-1.13 \pm 0.02$	0.376	$-11.5 \pm 0.2$	3.80
2.60	$-1.29 \pm 0.03$	0.436	$-13.0 \pm 0.3$	4.52
3.00	$-1.48 \pm 0.03$	0.480	$-14.1 \pm 0.3$	4.52
3.20	$-1.59 \pm 0.03$	0.630	$-14.8 \pm 0.3$	5.60
3.50	$-1.72 \pm 0.04$	0.660	$-14.8 \pm 0.3$	5.60

Tabella 3: Vengono rappresentate in tabella le misure sperimentali acquisite con i cursori dell'oscilloscopio con l'incertezza ad esse associata e la scala di acquisizione della misura.

Osservando la colonna relativa alla tensione in ingresso  $V_{in}$ , si nota come sia conforme alla tensione nominale erogata dal generatore di funzioni: questo è sicuramente indice di una corretta acquisizione del segnale in ingresso e di una corretta configurazione del generatore (*modalità "50 Ohm"*) e dell'oscilloscopio (*attenuazione sonda 10X*). Osservando invece la colonna relativa a  $V_{out}$  si nota un'amplificazione conforme alle aspettative (circa un fattore 10). Inoltre, si osserva come le ultime misure per entrambi i campioni, cioè quelle con tensione nominale  $V_{pp_{gen}}$  maggiore, tendano a stabilizzarsi attorno a circa  $V_{sat} = \pm 15V$ , ovvero la tensione massima che l'amplificatore operazionale può fornire in output. Come da aspettative, riportate in Sezione 2.4, questo fenomeno di stabilizzazione attorno a  $V_{sat}$  inizia a manifestarsi attorno ad una tensione erogata dal generatore di circa  $V_{pp_{gen}} = 3V$ . Per meglio chiarificare l'andamento delle misure ed il fenomeno di saturazione, si riportano nel grafico in Figura 3 le coppie  $(V_{in}, V_{out})$ : queste vengono quindi interpolate con una retta del tipo  $y = a + bx$  al fine di osservare l'andamento dei residui. Per quanto riguarda gli errori associati alle misure, si rappresentano quelli calcolati usando Equazione 3 e mostrati in Tabella 3, al fine di osservare (*approssimativamente*) l'ellisse di incertezza dei dati.

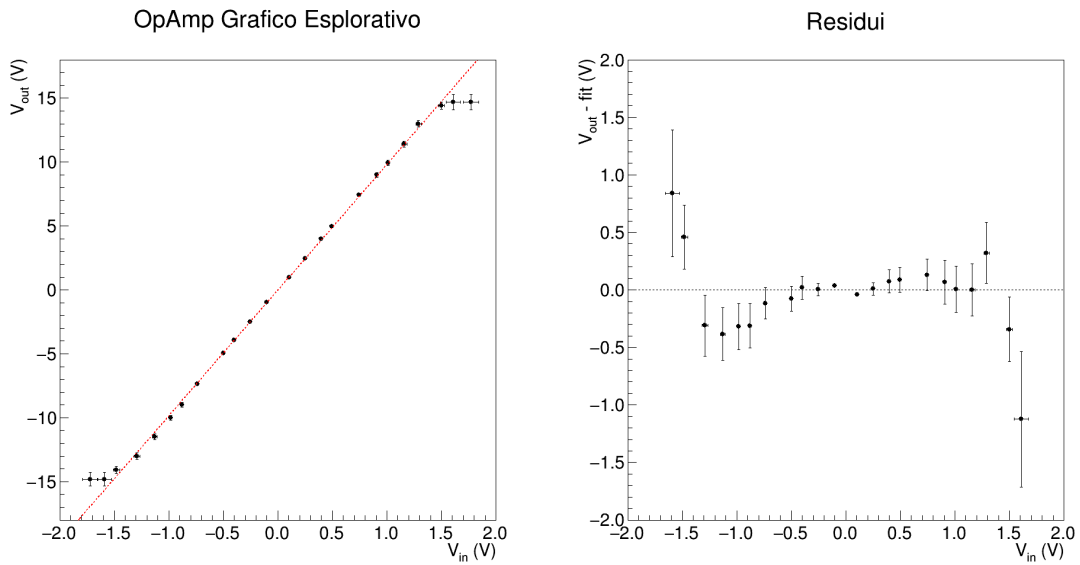


Figura 3: A sinistra: grafico delle coppie  $(V_{in}, V_{out})$  interpolate linearmente da una retta del tipo  $y = a + bx$ . A destra: grafico dei residui.

Dal grafico a sinistra si nota immediatamente il fenomeno di saturazione del segnale in uscita a  $V_{sat} = \pm 15V$ : i tre punti finali di massimo e minimo tendono a stabilizzarsi piuttosto che seguire il trend lineare, fedelmente rispettato dai restanti punti del grafico. Dal grafico dei residui si può osservare lo stesso fenomeno: la zona centrale risulta essere distribuita ragionevolmente attorno allo zero, mentre le code tendono a distanziarsi anche notevolmente. Da questo si deduce dunque che i tre punti finali di massimo e di minimo sono da considerarsi degli outliers rispetto al trend lineare delle misure rimanenti: al fine di caratterizzare la linearità dell'amplificatore operazionale e di calcolare l'amplificazione del circuito, dunque, gli outliers non verranno considerati.

### 2.5.2 Interpolazioni Preliminari

Si procede ora considerando il campione di misure dei massimi ed il campione di misure dei minimi separatamente, in quanto a priori non si ha la certezza che queste risentano della stessa amplificazione e che non sia presente una sistematica di offset/shift verticale tra i due dataset. Si cercherà in seguito di caratterizzare l'accordo tra i due dataset studiando la compatibilità tra i coefficienti angolari e tra le intercette della retta interpolante. Osservando le misure in Tabella 3 si nota come le incertezze su  $V_{in}$  siano generalmente un ordine di grandezza inferiori rispetto a quelle su  $V_{out}$ : le prime non sono

quindi trascurabili rispetto alle seconde. Per tenere conto dell'incertezza su  $V_{\text{in}}$ , ci si propone allora di effettuare un fit preliminare, nel quale si considerano unicamente gli errori su  $V_{\text{out}}$ , per stimare un coefficiente angolare  $m$ . Questo viene poi utilizzato per proiettare gli errori di  $V_{\text{in}}$  lungo l'asse delle ordinate secondo

$$\sigma_y = \sqrt{\sigma_{V_{\text{out}}}^2 + m^2 \sigma_{V_{\text{in}}}^2} \quad (4)$$

I coefficienti angolari di interesse sono dunque riportati in Tabella 4.

Coefficienti Angolari Preliminari	
Campione di Massimi	Campione di Minimi
$m = 10.02 \pm 0.09$	$m = 10.16 \pm 0.09$

Tabella 4: Valori dei coefficienti angolari restituiti dalle interpolazioni preliminari.

Questi due coefficienti angolari vengono adesso utilizzati per proiettare il contributo d'errore relativo a  $V_{\text{in}}$  lungo l'asse y secondo la formula in Equazione 4.

### 2.5.3 Linearità e Amplificazione

Alla luce di quanto trovato nella sezione precedente, si ripetono le interpolazioni lineari associando ai punti un errore dato da Equazione 4 ed i parametri restituiti dai fit sono riportati in Tabella 5.

Fit Parameters			
Campione di Massimi			
Offset (V)	Slope	$\chi^2/\text{ndf}$	$\sigma_{\text{posteriori}}$ (V)
$-0.06 \pm 0.04$	$10.02 \pm 0.14$	0.98/7	0.10
Campione di Minimi			
Offset (V)	Slope	$\chi^2/\text{ndf}$	$\sigma_{\text{posteriori}}$ (V)
$0.07 \pm 0.04$	$10.16 \pm 0.14$	0.67/7	0.07

Tabella 5: Parametri della retta interpolante, il valore del  $\chi^2$  associato al fit e l'errore a posteriori relativo alla distribuzione dei dati.

Dai parametri presentati in Tabella 5 si riescono ad estrarre numerose informazioni riguardo ai due campioni di dati. Inizialmente, si vuole far notare come i due coefficienti angolari siano in ottima compatibilità tra loro:  $\lambda = 0.7$ . Da questo si può assumere che i due dataset risentano della stessa amplificazione  $G$ , come da aspettative. Successivamente, si può notare invece che le due intercette delle rette interpolanti sono in leggera compatibilità con lo zero ( $\lambda \approx 1.5$ ), mentre tra loro presentano una compatibilità  $\lambda = 2.4$ , che fa sorgere l'idea di una possibile sistematica di shift verticale tra i due dataset. Osservando poi il valore del  $\chi^2$ , si ritrova in per entrambi i campioni  $\chi^2/\nu < 1$  (con  $\nu \equiv \text{ndf}$  il numero di gradi di libertà, che coincide con il valore di aspettazione  $E(\chi^2)$ ). Questo fa emergere l'ipotesi di una possibile sovrastima dell'errore associato alle misure ed ad una conseguente sovrastima degli errori sui parametri restituiti dal fit. Tuttavia, si ricorda che le incertezze sul guadagno verticale dell'oscilloscopio sono almeno parzialmente correlate: questo porta dunque ad avere degli errori sulle misure che sono tra loro correlati ed un'interpolazione di tali dati restituisce parametri con errori sottostimati (il fit non tiene conto della correlazione tra incertezze delle misure). Si può dunque assumere che i parametri *slope* e *offset* riportati in Tabella 5 siano in realtà più compatibili tra dataset di massimi e dataset di minimi rispetto a quanto riportato poco sopra, proprio a causa di una possibile sottostima dell'errore sui parametri. Siccome allora si può assumere che i due campioni

risentano della stessa amplificazione e che non siano tra loro sfalsati verticalmente, segue un tentativo di "unificazione" del campione di dati ed un'interpolazione lineare unica che tenga conto sia dei massimi che dei minimi. Il grafico rappresentante i due dataset unificati con relativa interpolazione lineare è mostrato in Figura 4.

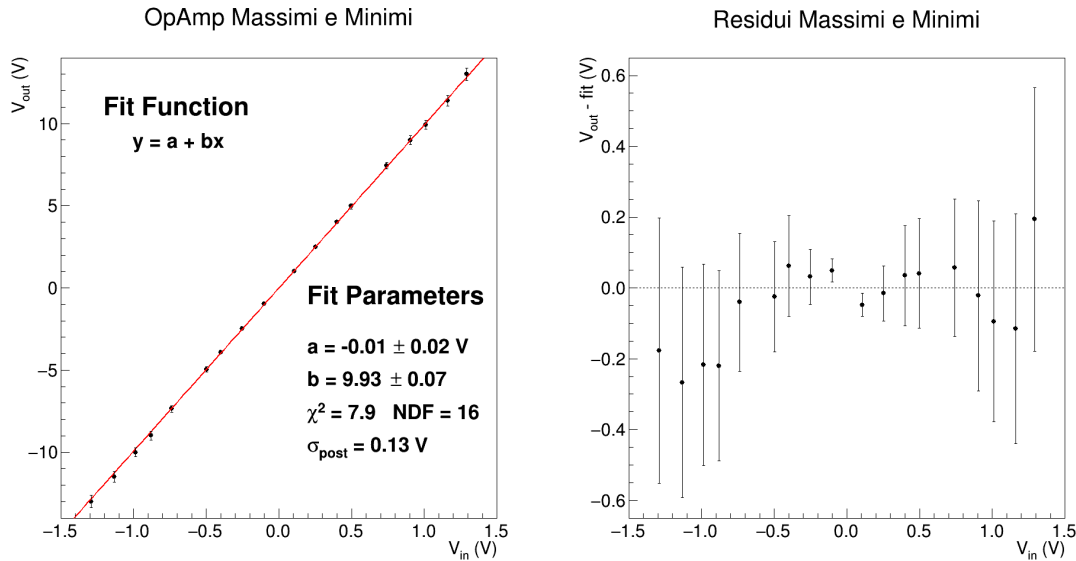


Figura 4: A sinistra: grafico rappresentante il dataset dei massimi ed il dataset dei minimi uniti assieme, con relativa retta interpolante e parametri del fit. A destra: grafico dei residui  $V_{out} - \text{fit}$ .

I parametri restituiti dall'interpolazione sono i seguenti

Fit Parameters			
Offset (V)	Slope	$\chi^2/\text{ndf}$	$\sigma_{\text{posteriori}}$ (V)
$-0.01 \pm 0.02$	$9.93 \pm 0.07$	7.9/16	0.13

Tabella 6: Parametri della retta interpolante, il valore del  $\chi^2$  associato al fit e l'errore a posteriori relativo alla distribuzione dei dati.

Si osserva inizialmente che l'intercetta della retta interpolante è ora ben compatibile con zero, mentre il coefficiente angolare presenta un errore relativo  $\sigma_b/b = 0.7\%$ , che si può continuare ad assumere sottostimato: la correlazione tra gli errori di scala, infatti, si può notare chiaramente dall'andamento "a farfalla" delle barre d'errore nel grafico dei residui. Il valore del  $\chi^2$  migliora leggermente rispetto alle interpolazioni dei dataset separati: la compatibilità con il valore di aspettazione risulta essere  $Z = 1.4$ . L'errore a posteriori, inoltre, si trova in una zona intermedia rispetto alla gamma di errori associati alle misure: non potendo eliminare la correlazione tra le incertezze si può affermare dunque che l'errore è in media ben stimato e l'oscilloscopio lavora entro le specifiche. I residui, infatti, si posizionano tutti entro il loro errore, alcuni anche abbondantemente. Focalizzandosi ora sulla stima del coefficiente angolare si nota che questo,  $m = 9.93 \pm 0.07$ , pur essendo ben compatibile con i risultati esposti in Tabella 5 relativi ai fit dei due campioni di misure considerati separatamente, si trova essere sensibilmente minore di entrambi: ci si sarebbe aspettato, invece, di trovare un valore intermedio unificando i due campioni di misure. Osservando poi il grafico dei residui, si può notare un andamento leggermente anomalo, quasi parabolico, avente concavità rivolta verso il basso. Si ipotizza dunque che l'assunzione fatta in precedenza riguardo la presenza di una sistematica di offset/shift verticale tra i due dataset trascurabile necessiti di essere rivisitata. Per approfondire maggiormente la questione, si decide di computare le grandezze "picco picco" delle tensioni in ingresso  $V_{in}$  e in uscita  $V_{out}$  secondo  $V_{pp} = V^{\max} - V^{\min}$ . Per



quanto riguarda l'errore da associare alle grandezze picco picco, si ricorda che l'oscilloscopio misura la differenza  $\Delta$  tra i due cursori con una precisione ancora maggiore rispetto alla singola misura. Si decide dunque di non aggiungere il fattore moltiplicativo  $\sqrt{2}$  alla propagazione presentata in Equazione 3, al fine di evitare di sovrastimare eccessivamente l'errore. Si procede ora esattamente come mostrato in Sezione 2.5.2, effettuato inizialmente un fit lineare preliminare considerando solo gli errori su  $V_{pp_{out}}$  e, utilizzando il coefficiente angolare restituito da tale interpolazione, si prosegue proiettando gli errori secondo Equazione 4. Si ripete quindi il fit, che viene rappresentato in Figura 5.

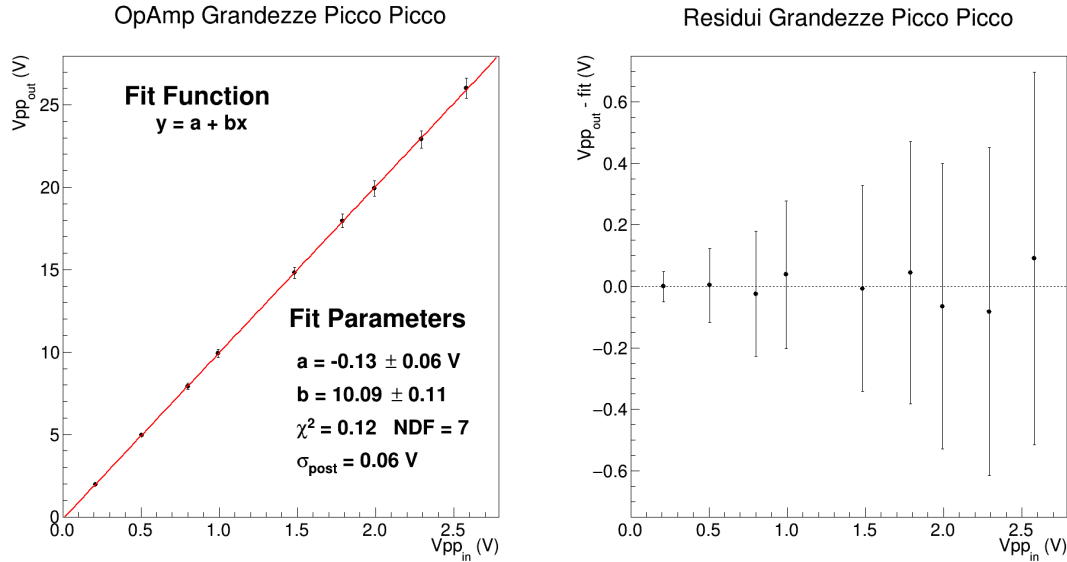


Figura 5: A sinistra: grafico rappresentante il dataset delle grandezze picco picco, con relativa retta interpolante e parametri del fit. A destra: grafico dei residui  $V_{pp_{out}} - \text{fit}$ .

Fit Parameters			
Offset (V)	Slope	$\chi^2/\text{ndf}$	$\sigma_{\text{posteriori}}$ (V)
$-0.13 \pm 0.06$	$10.09 \pm 0.11$	0.12/7	0.06

Tabella 7: In tabella sono riportati i parametri della retta interpolante, il valore del  $\chi^2$  associato al fit e l'errore a posteriori relativo alla distribuzione delle grandezze picco picco.

Si nota immediatamente, osservando il grafico dei residui, come ora l'andamento anomalo è del tutto assente ed i punti si distribuiscono in modo ottimale attorno allo zero. Rimane, chiaramente, il tipico andamento crescente delle barre d'errore, indice che le incertezze continuano a risentire della correlazione tra esse. Il valore del  $\chi^2$  è decisamente basso rispetto al numero di gradi di libertà, come suggerito dal grafico dei residui in cui si nota chiaramente come la distanza punto-retta sia ampiamente compresa entro la barra d'errore del dato. L'errore a posteriori è appena maggiore dell'incertezza associata al primo punto, mentre diventa notevolmente inferiore rispetto ai punti finali. Il valore dell'intercetta, scarsamente compatibile con lo zero, suggerisce una conferma all'ipotesi un una sistematica di offset/shift verticale tra i due dataset non trascurabile. Il coefficiente angolare, invece, è perfettamente in linea con i parametri ottenuti considerando i due dataset separatamente: calcolando la media pesata dei due, infatti, si trova  $\langle m \rangle_{\text{max, min}} = 10.09 \pm 0.10$  e risulta avere una compatibilità estremamente elevata con il coefficiente angolare riguardante il dataset delle grandezze picco picco ( $\lambda = 0.01$ ). Si assume dunque che questi due valori (media pesata dei coefficienti angolari  $\langle m \rangle_{\text{max, min}}$  e coefficiente angolare del campione di grandezze picco picco  $m_{pp}$ ) rappresentino una soddisfacente stima dell'amplificazione  $G$  del circuito. Per quanto riguarda la linearità dell'amplificatore operativo,

invece, i valori estremamente ridotti del  $\chi^2$  non permettono nè di confermare l'ipotesi di linearità nè di poterla rigettare. Si ripone allora maggior attenzione alla distribuzione delle misure attorno alla retta (o meglio alla distribuzione dei residui attorno allo zero) che si ritiene invece, in questa occasione, determinante: il campione di misure picco picco ( Figura 5) suggerisce una soddisfacente distribuzione lineare dei dati.

#### 2.5.4 Confronto tra Stime di $G$

Si vuole ora esporre e confrontare le stime dell'amplificazione del circuito, rappresentando i valori del guadagno  $G$  in Figura 6.

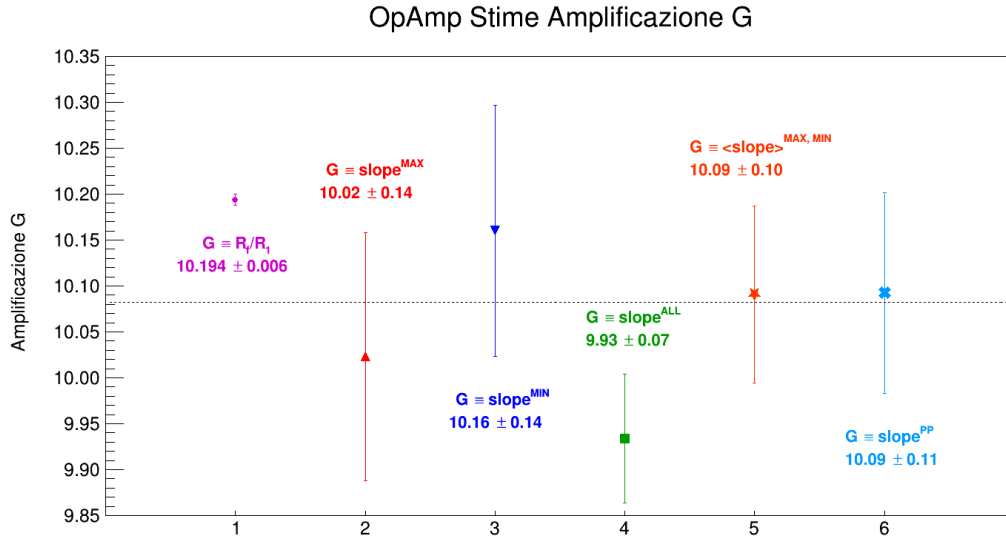


Figura 6: Da sinistra: 1) stima di  $G$  partendo dalle misure dirette delle resistenze del circuito; 2) stima di  $G$  come coefficiente angolare del dataset di massimi; 3) stima di  $G$  come coefficiente angolare del dataset di minimi; 4) stima di  $G$  come coefficiente angolare del dataset unificato; 5) stima di  $G$  come media pesata di 2 e 3; 6) stima di  $G$  come coefficiente angolare del dataset delle grandezze picco picco.

Partendo dal primo punto a sinistra, cioè la stima di  $G$  tramite le misure dirette delle resistenze  $R_f$  e  $R_1$  (riportate in Tabella 2), si nota come questo presenti un errore nettamente inferiore a confronto con le rimanenti stime. Quest'ultime risultano essere quantità compatibili con 1)  $G = R_f/R_1$ , ad eccezione di 4) quella ottenuta considerando assieme sia i massimi sia i minimi ( $\lambda = 3.7$ ). In particolare, si può osservare come la media pesata 5) tra le stime dell'amplificazione ottenute considerando i campioni separati e la stima ottenuta con le grandezze picco picco 6) si trovino in eccellente accordo: si può concludere dunque che, eliminando la sistematica di offset/shift verticale tra i due dataset (sia attraverso grandezze picco picco, sia considerando la media pesata dei risultati ottenuti dai campioni separati), la stima dell'amplificazione del circuito risulta essere compatibile con le aspettative preliminari. Si assume in ogni caso che l'errore su  $G$  sia sottostimato a causa della correlazione tra errori di scala dell'oscilloscopio: si preferisce dunque la stima ritrovata considerando le tensioni picco picco 6), in quanto presenta un errore relativo leggermente maggiore.