

# Laboratorio di Fisica - A.A. 2020/2021

Docenti: A. Garfagnini - M. Lunardon

## Effetto Zeeman

**Cerrone Vanessa**

1200361

vanessa.cerrone@studenti.unipd.it

**Cigagna Simone**

1193992

simone.cigagna@studenti.unipd.it

**Lai Nicolò**

1193976

nicolo.lai@studenti.unipd.it

### 1 Introduzione

L'effetto Zeeman normale è un fenomeno fisico che consiste nella separazione delle righe di emissione di un atomo eccitato in presenza di un campo magnetico esterno  $\vec{B}$ . L'interazione con il campo è rappresentabile da onde elettromagnetiche emesse da dipoli oscillanti, perciò il moto orbitale dell'elettrone può essere scomposto in un moto oscillatorio lungo la direzione di  $\vec{B}$  ( $\Delta m = 0$ ) e un moto rotatorio destrogiro o levogiro attorno a  $\vec{B}$  ( $\Delta m = \pm 1$ ). Nell'esperienza si analizza tale effetto nell'atomo di Neon, studiando la riga spettrale a 585.3 nm data dalla transizione  $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ , cioè tra stati con spin  $S = 0$  e  $\Delta L = \Delta J = 1$ .

Si utilizza lo spettrometro *Zeeman 2* e come sorgente di luce una lampada al Neon a scarica a bagliore alimentata in corrente continua: le incertezze sulle dimensioni dei componenti, in particolare della lamina di Lummer, e degli altri dati di costruzione sono trascurabili rispetto alle incertezze statistiche, mentre l'incertezza relativa sul valore del campo magnetico  $\vec{B}$  risulta essere dell'1%.

Ai fini dello studio dell'effetto Zeeman, in Sez. 2 verrà effettuata una breve analisi dello spettro emissivo del Neon volta a ricercare la riga di interesse a 585.3 nm. Successivamente, in Sez. 3 si verificherà che il potere risolvibile dell'apparato sia sufficientemente alto da poter rivelare la separazione dei livelli energetici. Tale separazione verrà poi studiata in dettaglio in Sez. 4 tramite la stima del fattore di Landè. Infine, in Sez. 5 verranno analizzati qualitativamente gli effetti dovuti all'orientazione del campo magnetico esterno, sia in assenza di un filtro polarizzatore, sia in due diverse configurazioni di quest'ultimo.

### 2 Spettro di emissione del Neon

Si vuole inizialmente studiare lo spettro emissivo del Neon per individuare correttamente la riga a 585.3 nm, corrispondente alla transizione di interesse.

Lo spettro viene acquisito con il CCD posizionato orizzontalmente, a campo magnetico spento e in assenza della lamina

di Lummer. Per l'acquisizione si utilizza un tempo di integrazione pari a 100 ms.

Si effettua poi una calibrazione dell'asse orizzontale, convertendo così il numero di pixel relativi al CCD in lunghezze d'onda. A tale scopo, si predispone una regressione lineare delle lunghezze d'onda delle principali righe spettrali del Neon in funzione del numero di pixel corrispondenti ai picchi rivelati dal detector.

In Fig. 1 viene rappresentato lo spettro di emissione con l'asse orizzontale calibrato: si osservano evidenti transizioni nella regione 580 – 680 nm, in particolare la riga più intensa a 640.2 nm e la riga di interesse per l'esperienza a 585.3 nm. Si sottolinea che, in presenza di un campo magnetico esterno, lo spettro rimane invariato a meno dell'intensità della radiazione rivelata, che aumenta significativamente.

### 3 Potere risolvibile dell'apparato

Il potere risolvibile  $R$  dell'apparato sperimentale si definisce come

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \quad (1)$$

dove, nel caso di interesse,  $\lambda = 585.3$  nm e  $\Delta\lambda$  corrisponde alla larghezza a metà altezza (in nanometri) dei picchi di interferenza causati dalla lamina di Lummer. Innanzitutto, è necessario convertire la larghezza dei picchi da pixel del CCD a nanometri: ponendosi nell'approssimazione di luce radente vale

$$\Delta\lambda_{r.u.} \simeq \frac{\lambda^2}{2d} \approx 0.049 \text{ nm} \quad (2)$$

Tale quantità corrisponde alla distanza approssimata tra due picchi di interferenza, espressa in nanometri, e dipende quindi sia dalla lunghezza d'onda della riga  $\lambda$  sia dallo spessore  $d$  della lamina di Lummer.

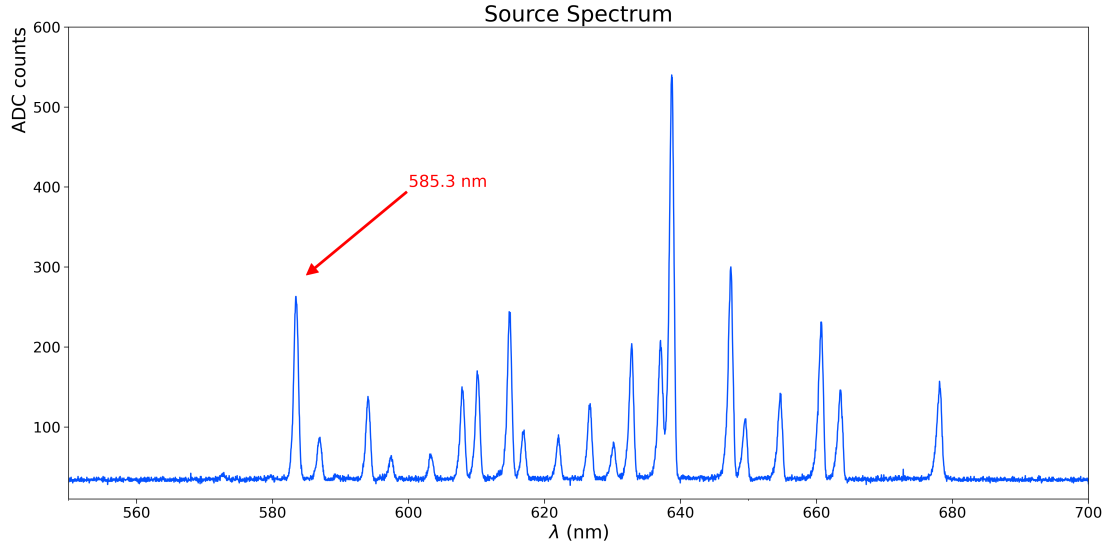


Fig. 1: Spettro di emissione del Neon con asse orizzontale calibrato

Conoscendo quindi  $\Delta\lambda_{r,u.}$  è possibile ricavare la larghezza a metà altezza, espressa in nanometri, dei picchi di interferenza secondo

$$\Delta\lambda = \frac{\Delta\lambda_{r,u.}}{\Delta x_{r,u.}} \cdot \Delta x \quad (3)$$

dove  $\Delta x_{r,u.}$  corrisponde alla distanza tra due picchi espressa in pixel e  $\Delta x$  rappresenta la larghezza a metà altezza dei picchi espressa in pixel.

Si procede quindi restringendo l'intervallo di acquisizione ad un intorno della riga evidenziata in Fig. 1: viene quindi ruotato il CCD in posizione verticale e viene inserita la lamina di Lummer. Il tempo di integrazione scelto per l'acquisizione è di 800ms, in assenza di campo magnetico.

Il risultato dell'acquisizione corrisponde allo spettro bidimensionale raffigurato in Fig. 2 (a sinistra) ed a destra invece viene presentata la proiezione sull'asse orizzontale di tale istogramma. In particolare, gli istogrammi rappresentati in Fig. 2 sono ottenuti sottraendo il rumore di fondo: nella figura a sinistra, infatti, la riga di emissione è ben evidenziata.

Per calcolare ora le grandezze di interesse, ovvero la spaziatura tra picchi e la loro larghezza a metà altezza, si considera la proiezione dello spettro sull'asse verticale, evidenziando in questo modo le frange di interferenza causate dalla lamina. Per evitare di ottenere un campione di misure statisticamente dipendenti di  $\Delta x_{r,u.}$  e  $\Delta x$  (e di conseguenza di  $\Delta\lambda$  ed  $R$ , calcolate a partire dalle prime) si sceglie di suddividere i picchi di interferenza in triplette contigue. In questo modo, la spaziatura tra i picchi viene calcolata come media aritmetica della distanza tra i due picchi esterni della tripletta rispetto a quello centrale. Infine, la larghezza a metà altezza viene misurata unicamente per il picco centrale. Come si può notare in Fig. 3, in particolare nel riquadro in alto a sinistra, tutti i picchi vengono fittati da una funzione gaus-

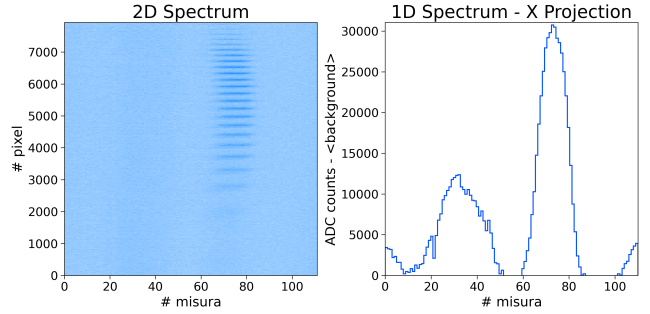


Fig. 2: Spettro bidimensionale  $B_{off}$  (a sinistra) e proiezione sull'asse orizzontale (a destra)

siana: la spaziatura tra i picchi viene calcolata utilizzando il centroide delle gaussiane esterne mentre la FWHM del picco centrale si misura a partire dal valore massimo del fit. Si ottiene, così facendo, un campione di sei misure di  $\Delta x_{r,u.}$  e  $\Delta x$  tra loro statisticamente indipendenti. Si procede dunque al calcolo di  $\Delta\lambda$  secondo Eq. 3, ottenendo infine un campione di poteri risolvanti  $R$  calcolati seguendo Eq. 1. Per fornire una stima unica che sia rappresentativa dell'intero apparato si decide di effettuare la media aritmetica delle misure di  $R$ , ottenendo così un potere risolvante pari a

$$R = (4.71 \pm 0.10) \cdot 10^4 \quad \frac{\sigma_R}{R} \approx 2\%$$

Secondo questa stima, il potere risolvante dell'apparato risulta sufficiente per rivelare la separazione delle righe dovuta all'effetto Zeeman, in quanto superiore alla minima richiesta teorica ( $\sim 3.6 \cdot 10^4$ ).

Prima di studiare nel dettaglio l'effetto Zeeman e la sua manifestazione, si esaminano più approfonditamente le frange di interferenza in Fig. 3. Inizialmente, si nota che la forma dei picchi è notevolmente variabile in relazione alla posizio-

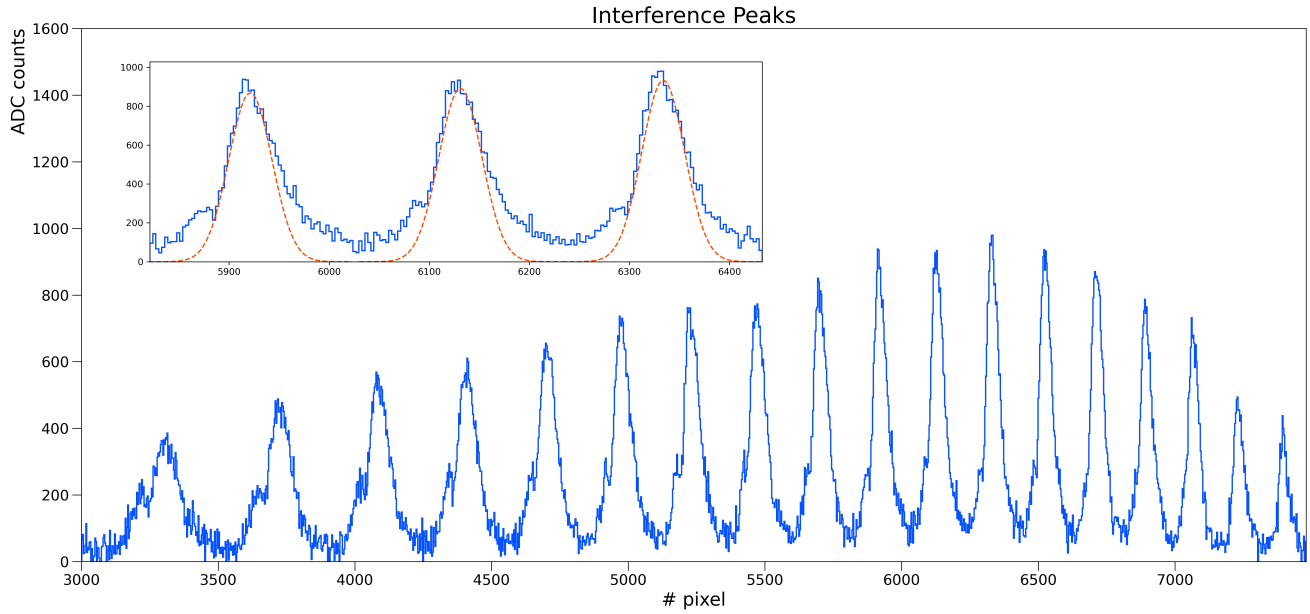


Fig. 3: Proiezione sull'asse verticale dello spettro bidimensionale  $B_{\text{off}}$

ne di rivelazione sul CCD. Si è dunque scelto di effettuare fit gaussiani per estrapolare la posizione del centroide e la larghezza per ottenere delle misure di tali quantità più uniformi tra loro al variare della posizione. Così facendo, infatti, la stima del potere risolvante risulta essere più precisa di qualche unità percentuale rispetto ad una stima ricavata considerando il massimo e la larghezza dei picchi stessi (che risultano essere quantità molto variabili e spesso il massimo del picco non è rappresentativo del centroide della distribuzione). Inoltre, dal grafico si può notare un accentuato effetto di aberrazione dovuto alle lenti presenti nell'apparato. Come meglio evidenziato nel grafico in Fig. 4, questo effetto consiste nella diminuzione progressiva della distanza tra picchi consecutivi e della loro larghezza. In particolare, la spaziatura tra frange di interferenza (a sinistra) segue perfettamente un andamento polinomiale di terzo grado (il corrispondente fit è rappresentato dalla linea tratteggiata), mentre la loro larghezza (a destra) segue piuttosto fedelmente un trend lineare. A causa di questo effetto molto influente sulle misure necessarie per il calcolo del potere risolvante, si è deciso di ricavare un campione di  $R$  e successivamente di calcolarne la media, piuttosto che mediare direttamente i set di dati relativi alle prime. Siccome l'effetto di aberrazione influenza sia la distanza sia la larghezza in modo sufficientemente simile, la struttura di Eq. 3 porta ad una compensazione soddisfacente di questo fenomeno: il campione di poteri risolvanti, infatti, risulta essere composto da misure casualmente oscillanti e non è stato identificato nessun trend rilevante. Si può quindi concludere che la stima fornita per  $R$  sia robusta e, a meno di approssimazioni, rappresentativa dell'effettivo potere risolvante dell'apparato.

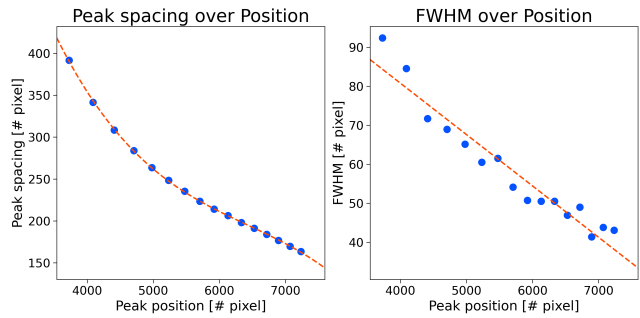


Fig. 4: Andamento della distanza tra i picchi (a sinistra) e della larghezza (a destra) in funzione della posizione

#### 4 Fattore di Landè

Appurato che si dispone di una strumentazione con sufficiente potere risolvante, ci si propone ora di studiare la manifestazione dell'effetto Zeeman, ovvero la separazione dei livelli energetici e, di conseguenza, delle righe spettrali. Come verifica della corretta osservazione del fenomeno, si vuole misurare il fattore di Landè  $g_J$  che, data la transizione  $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$  in analisi, deve risultare pari ad uno.

Il fattore di Landè si ricava dalla relazione

$$\Delta E_{\text{zee}} = -g_J \mu_B m_J B \quad (4)$$

dove  $\mu_B$  è il magnetone di Bohr e  $\Delta E_{\text{zee}}$  corrisponde alla separazione dei livelli energetici dovuta al campo magnetico esterno  $B$ . Configurando il campo magnetico parallelamente alla direzione di propagazione i termini polarizzati circolarmente corrispondenti a  $\Delta m = \pm 1$  hanno intensità maggiore dei termini corrispondenti a  $\Delta m = 0$ , in quanto non c'è emissione di radiazione lungo la direzione di  $\vec{B}$ . Ne consegue quindi che la transizione centrale risulta soppres-

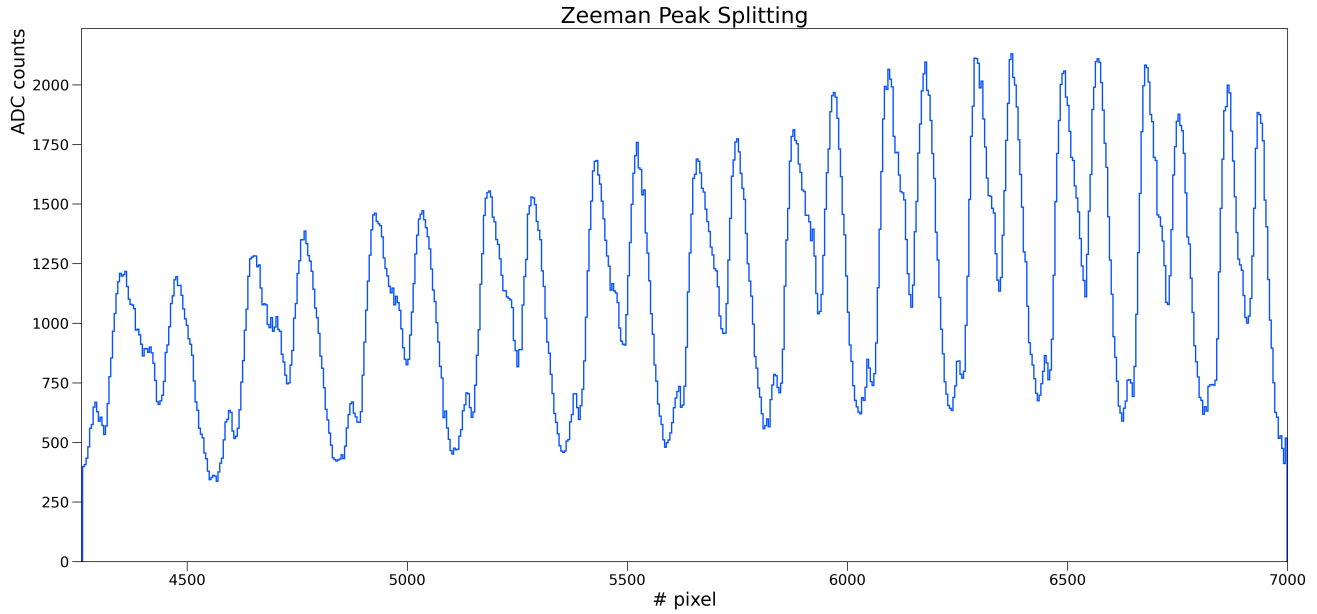


Fig. 5: Proiezione sull'asse verticale  $B_{on}$

sa e si riescono ad osservare solo le due laterali, separate da  $\delta\lambda = 2\Delta\lambda_{zee}$ , dove  $\Delta\lambda_{zee}$  rappresenta lo splitting Zeeman. Tale separazione in lunghezza d'onda, che è la quantità misurabile con lo spettrometro a disposizione, è legata alla separazione energetica dalla relazione

$$\Delta E_{zee} = \frac{hc}{\lambda^2} \cdot \Delta\lambda_{zee} \quad (5)$$

Si procede dunque impostando il campo magnetico ad un'intensità di  $B = 0.522 \pm 0.005$  T in direzione parallela al fascio. Successivamente, in analogia con quanto riportato in Sez. 3, viene identificata la riga a  $\lambda = 585.3$  nm e viene acquisito uno spettro bidimensionale in uno stretto intorno del picco di interesse usando come tempo di integrazione 800 ms (Fig. 6). Per osservare lo splitting causato dalla presenza del campo magnetico si considera dunque la proiezione dello spettro sull'asse verticale, evidenziando così le frange di interferenza. Come si può notare immediatamente osservando il grafico in Fig. 5, a differenza di quanto riportato in Fig. 3 i picchi ora presentano una evidente separazione, pressochè simmetrica, a partire da circa metà altezza.

Volendo essere più precisi nello studio, risulta necessario misurare la separazione dei picchi causata dal campo magnetico. Successivamente, tale distanza (misurata in pixel) viene convertita in nanometri sfruttando la relazione in Eq. 3:  $\Delta\lambda_{r.u.}$  rimane invariata rispetto alla sezione precedente,  $\Delta x_{r.u.}$  rappresenta nuovamente la distanza tra due frange di interferenza, ma necessita di essere ricalcolata con maggior accuratezza, mentre  $\Delta x$  ora rappresenta invece la separazione dei picchi espressa in pixel. In questo modo, sfruttando Eq. 3, si ricava una stima per  $\delta\lambda = 2\Delta\lambda_{zee}$ . In analogia con quanto riportato in Sez. 3, si suddividono le frange di interferenza in triplette contigue. Contrariamente a quanto effettuato in precedenza, invece, non si è in grado di fittare i picchi separati in

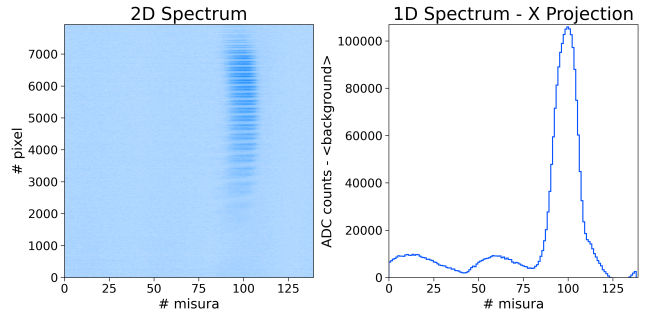


Fig. 6: Spettro bidimensionale  $B_{on}$  (a sinistra) e proiezione sull'asse orizzontale (a destra)

quanto non presentano una sufficiente forma gaussiana. Per il calcolo delle quantità necessarie si è dunque costretti ad utilizzare i dati stessi, con la consapevolezza che questo tipo di approccio avrà un impatto non indifferente sulla precisione delle stime successive.

Per calcolare  $\Delta x_{r.u.}$ , la strategia adottata è la seguente. Inizialmente viene identificata (approssimativamente) la posizione centrale dei picchi separati dall'effetto del campo effettuando una media delle posizioni dei due massimi splittati. Successivamente, si calcolano la distanza tra il primo picco e quello centrale e quella tra quest'ultimo ed il terzo picco della tripletta. Quindi,  $\Delta x_{r.u.}$  viene stimata come media di queste due distanze. Per quanto riguarda  $\Delta x$ , invece, si considera la distanza di separazione dei picchi della frangia centrale. Si ottiene quindi un campione di misure di  $\Delta\lambda_{zee}$  (la cui media risulta essere  $\langle\Delta\lambda_{zee}\rangle = 0.00863 \pm 0.00012$  nm, in accordo con le previsioni del fenomeno): utilizzando la relazione in Eq. 5 viene quindi calcolato un campione relativo alla separazione energetica  $\Delta E_{zee}$ . Successivamente, esplicitando il fattore di Landè da Eq. 4, si ottiene un campione di  $g_j$ : a queste misure viene associata un'incertezza data dalla

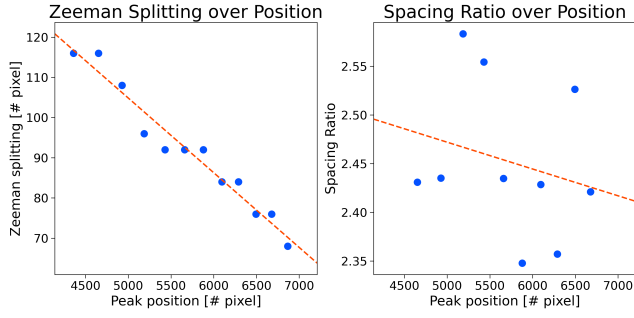


Fig. 7: Andamento della separazione Zeeman tra picchi (a sinistra) e del rapporto tra distanza tra picchi e separazione Zeeman (a destra) in funzione della posizione

propagazione degli errori secondo

$$\sigma_{g_J} = g_J \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\Delta E_{zee}}}{\Delta E_{zee}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_B}{B}\right)^2} \quad (6)$$

dove  $\sigma_{\Delta E_{zee}}$  è lo scarto quadratico medio del campione di misure relative alla separazione energetica, mentre  $\sigma_B$  è l'1% del valore del campo magnetico esterno.

La stima del fattore di Landè viene quindi trovata effettuando una media pesata tra le misure del campione:

$$g_J = 1.033 \pm 0.014 \quad \frac{\sigma_{g_J}}{g_J} \approx 1.4\%$$

Il fattore così misurato risulta essere in soddisfacente accordo con le previsioni teoriche, presentando una compatibilità pari a 2.4 con tale valore di aspettazione. Ovviamente, a causa dell'approccio, piuttosto approssimativo, utilizzato per analizzare i dati, la non ottima compatibilità con le aspettative teoriche è una conseguenza prevista: volendo indagare più a fondo si propone un breve studio sull'andamento dello splitting Zeeman delle frange in funzione della posizione. Come si può notare in Fig. 7, in particolare osservando il grafico a sinistra, l'effetto di aberrazione, oltre ad influire sulla distanza tra picchi e sulla loro larghezza come evidenziato in Sez. 3, modifica la separazione delle frange al variare della posizione. L'andamento di tale separazione, infatti, segue un trend piuttosto lineare che ricorda in particolar modo l'andamento della larghezza dei picchi riportato in Fig. 4. Si vuole ora verificare che la struttura di Eq. 3, che presenta il rapporto tra la separazione dei picchi dovuta al campo magnetico e la distanza tra le frange, sia in grado di compensare in modo sufficiente l'effetto di aberrazione. Nel grafico a destra in Fig. 7 si può osservare tale rapporto in funzione della posizione delle frange: come da aspettative, l'andamento è pressochè casuale con leggere oscillazioni attorno ad un valore centrale. Tuttavia, si riesce ad individuare un leggero trend decrescente, che potrebbe aver influito sulla stima fornita per il fattore di Landè. Si ipotizza, infine, che una procedura di analisi dati più sofisticata rispetto al solo utilizzo dei dati sperimentali per la stima delle quantità necessarie porterebbe ad una distribuzione più coerente di misure e, di conseguenza, una stima di  $g_J$  più accurata e precisa.

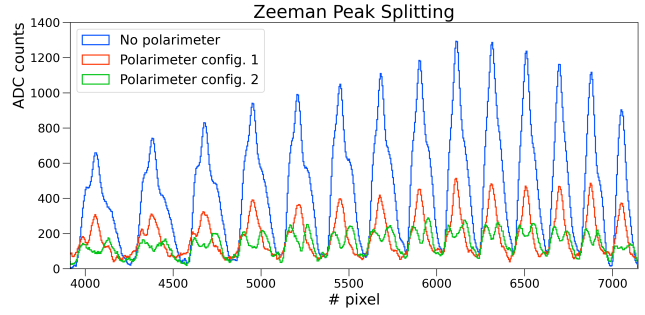


Fig. 8: Proiezione sull'asse verticale dello spettro bidimensionale utilizzando un campo magnetico ortogonale alla radiazione. Viene considerata una configurazione senza polarimetro e due diverse configurazioni con quest'ultimo.

## 5 Campo magnetico ortogonale alla radiazione

Ci si propone ora di studiare, in modo più qualitativo rispetto alle sezioni precedenti, gli effetti di un campo magnetico esterno orientato ortogonalmente rispetto alla direzione di propagazione della radiazione. Si ricorda che i contributi associati a  $\Delta m = 0$  presentano polarizzazione lineare lungo la direzione del campo, mentre quelli relativi a  $\Delta m = \pm 1$  sono, in questo caso, polarizzati linearmente nel piano ortogonale alla direzione del campo (nella configurazione in cui il campo magnetico è parallelo alla direzione di propagazione della radiazione invece la polarizzazione di questi contributi è circolare). In questo caso, quindi, non avendo la soppressione della transizione centrale caratterizzata da  $\Delta m = 0$ , ci si aspetta di osservare un tripletto, cioè la formazione di tre righe equispaziate visibili nella direzione trasversa al campo. Successivamente, si inserisce un filtro polarizzatore di fronte alla lente condensante, che viene impiegato in due configurazioni, non note a priori. Nel caso in cui il polarizzatore faccia passare prevalentemente la componente della luce polarizzata parallelamente alla direzione del campo, allora si osserva una sola riga; se invece, ruotando il filtro, questo fa passare la componente della luce con polarizzazione ortogonale al campo, allora la transizione centrale viene soppressa e si osservano solamente i due picchi laterali. Conseguentemente, ci si aspetta che l'intensità della radiazione sia significativamente ridotta con l'inserimento del filtro polarizzatore. In Fig. 8 è riportata la proiezione sull'asse verticale dello spettro bidimensionale, nelle tre configurazioni precedentemente descritte. Si nota che, in generale, l'apparato non permette di risolvere sufficientemente bene le transizioni: questo è particolarmente evidente in assenza del filtro, in quanto non è possibile distinguere in modo soddisfacente i tre picchi di interferenza distinti. Inoltre, si osserva che nella prima configurazione del filtro lo spettro è caratterizzato dalla presenza di un unico picco, mentre nella seconda da un doppietto: da ciò si deduce che nel primo caso il polarizzatore è posto lungo la direzione del campo, mentre nella seconda è ruotato di 90 gradi.