

Laboratorio di Fisica

Docenti: Prof. A. Garfagnini - Prof. M. Lunardon

Corso di Laurea in Fisica

Canale 1 A-L

Anno Accademico 2020/2021

ESPERIENZA DI LABORATORIO

Catena Elettronica

TURNO T2

NICOLÒ LAI

1193976

nicolo.lai@studenti.unipd.it

DATA ESPERIENZA

23/11/2020

25/11/2020

26/11/2020

1 Obiettivo

Assemblare una catena elettronica associata ad un rivelatore di radiazione. Studiare il segnale in uscita e la risposta in frequenza dei singoli moduli e della catena elettronica completa.

2 Strumentazione e Componenti

Nel corso dell'esperienza vengono utilizzati:

- Multimetro digitale Metrix MTX3292
- Generatore di funzioni Tektronix AFG1022
- Oscilloscopio digitale Tektronix TBS1102B
- Alimentatore di tensione continua TTI
- Due circuiti integrati TL082C (in totale quattro amplificatori operazionali)
- Resistori e condensatori di varie taglie
- Scheda Arduino Due

3 Introduzione

L'esperienza si basa su l'assemblamento e sullo studio della risposta di una serie di moduli volti a simulare l'elettronica associata ad un *rivelatore di radiazione*. In laboratorio, quindi, si utilizza il generatore di funzioni per simulare un segnale acquisibile dalla rivelazione di un evento da parte del detector. Questo segnale viene inizialmente elaborato dal *preamplificatore* (di tipo *charge sensitive*) e successivamente dallo *shaper* (di tipo *CR-RC*). Il segnale in uscita dal formatore viene infine amplificato per favorirne l'acquisizione da parte di una DAQ, che corrisponde in questo caso all'ADC della scheda Arduino Due. I tre stadi (*preamplificatore*, *shaper*, *amplificatore*) costituiscono dunque la *catena elettronica* rappresentata in Figura 1.



Figura 1: Schema a costanti concentrate della catena elettronica suddivisa nei tre moduli di interesse.

4 Preamplificatore

Il primo stadio della catena (*preamplificatore*) si utilizza per migliorare il rapporto segnale/rumore, in modo da trasferire un segnale più pulito all'elettronica di acquisizione. In laboratorio si assembla un preamplificatore *charge sensitive*: il modulo, infatti, consiste di un circuito integratore e la tensione in uscita è quindi direttamente proporzionale alla carica in ingresso. Nelle sezioni successive si vuole ricavare analiticamente il comportamento teorico del preamplificatore e, successivamente, verificarne l'accordo con la risposta sperimentale. In particolare, ci si concentra sulle caratteristiche del segnale in uscita, la sua linearità rispetto alla carica in ingresso e sull'analisi in frequenza del circuito.

4.1 Configurazione Sperimentale

Si comincia utilizzando il generatore per simulare i segnali del rivelatore, impostando sul CH1 un impulso quadrato di frequenza $f_{\text{gen}} = 1 \text{ kHz}$, tensione di riferimento $V_{\text{high}} = 0 \text{ V}$, ampiezza *negativa* $V_{\text{low}} = -1 \text{ V}$ e durata $T = 5 \mu\text{s}$ (cioè il tempo di raccolta del segnale). Viene successivamente assemblato sulla breadboard il primo modulo in Figura 1 utilizzando le componenti circuitali riportate in Tabella 1, misurate con il multimetro Metrix. È dunque fondamentale che il segnale erogato dal generatore sia

Misure Dirette - Preamplificatore		
Label	Valore	F.S.
R_{in}	$56.56 \pm 0.02 \text{ k}\Omega$	100 k Ω
R_f	$696.1 \pm 0.3 \text{ k}\Omega$	1000 k Ω
C_f	$232 \pm 9 \text{ pF}$	1000 pF

Tabella 1: Misure dirette delle componenti circuitali.

stesso potenziale (*virtual short*). Il segnale in ingresso V_{in} viene prelevato nel punto IN evidenziato nello schema mentre il segnale in uscita V_{out}^{pre} dal preamplificatore viene prelevato al termine del primo modulo, entrambi utilizzando sonde 10X.

4.2 Trattazione Analitica

Concentrando inizialmente l'attenzione sul modulo di ingresso (generatore reale e cablaggio), il sistema è un filtro passa basso con frequenza di taglio $f_t^{in} \approx 32 \text{ MHz}$, molto maggiore delle frequenze in gioco: risulta allora corretto assumere il modulo di ingresso del tutto equivalente ad un generatore ideale, come rappresentato in Figura 1. Trattando ora il preamplificatore, invece, la funzione di trasferimento del circuito è riportata in Equazione 1: si noti il segno negativo dovuto all'amplificatore operazionale posto in configurazione invertente, la presenza di un unico polo e l'assenza di zeri.

$$H(s) = -\frac{1}{R_{in} C_f} \frac{1}{s + \frac{1}{\tau_{pre}}} \quad \text{con } \tau_{pre} = R_f C_f \quad (1)$$

Data la forma della funzione di trasferimento, la risposta in frequenza sarà quella di un filtro *passa basso*: rappresentando $H(s)$ in un grafico di Bode ci si aspetta allora un andamento costante a basse frequenze fino alla *frequenza di taglio* $f_t = \frac{1}{2\pi\tau_{pre}}$ e una decrescita lineare con pendenza -20 dB/dec per frequenze maggiori. Facendo riferimento ai valori delle componenti circuitali riportati in Tabella 1, il tempo caratteristico del preamplificatore e la frequenza di taglio del filtro risultano essere

$$\tau_{pre} = 161 \pm 6 \text{ }\mu\text{s} \quad f_t = 0.99 \pm 0.04 \text{ kHz} \quad (2)$$

Si ricava, infine, la risposta del circuito ad un segnale a gradino: nell'approssimazione $T \ll \tau_{pre}$ si trova una crescita lineare direttamente proporzionale alla carica in ingresso al preamplificatore per $0 < t < T$ e una decrescita smorzata esponenzialmente per $t \gg T$:

$$V_{out}^{pre}(t) = \begin{cases} -\frac{Q_{in}(t)}{C_f} & 0 < t < T \\ -\frac{Q_c}{C_f} e^{-\frac{t}{\tau_{pre}}} & t \gg T \end{cases} \quad \text{con } \begin{cases} Q_{in}(t) = I_{in} t = \frac{V_{in}}{R_{in}} t \\ Q_c = I_{in} T = \frac{V_{in}}{R_{in}} T \end{cases} \quad (3)$$

dove, appunto, $Q_{in}(t)$ corrisponde alla carica raccolta al tempo t dal preamplificatore mentre Q_c rappresenta la carica *totale* accumulata nel preamplificatore. Ci si aspetta allora che il segnale in uscita V_{out} visualizzato sull'oscilloscopio presenti una salita lineare fino ad un valore di tensione massimo $V_{out}^{max} = \frac{Q_c}{C_f}$ e, successivamente, una decrescita esponenziale di tempo caratteristico τ_{pre} .

Al fine di verificare il corretto funzionamento dell'apparato sperimentale, si riportano in Tabella 2 le misure sperimentali del massimo della tensione e della costante di tempo τ_{pre} acquisite con l'oscilloscopio. Confrontando ultime con le aspettative teoriche si nota chiaramente come ci sia un accordo generale tra le predizioni analitiche e l'effettiva risposta del preamplificatore. Osservando poi Equazione 3, è esplicita la dipendenza lineare del segnale in uscita rispetto alla carica in ingresso al preamplificatore: nella sezione successiva si vuole quindi verificare che tale linearità venga rispettata. Chiaramente, è importante che ciò avvenga in quanto la carica in questione rappresenta in questo caso un'idealizzazione del rivelamento di radiazione ionizzante da parte di un detector: è logico richiedere dunque che il preamplificatore risponda in modo lineare alla quantità di carica che riceve in ingresso.

Controllo Apparato - Preamplificatore			
$V_{max}^{th} \text{ (mV)}$	$V_{max}^{sper} \text{ (mV)}$	$\tau_{pre}^{th} \text{ (}\mu\text{s)}$	$\tau_{pre}^{sper} \text{ (}\mu\text{s)}$
388 ± 17	392 ± 7	161 ± 6	158 ± 2

Tabella 2: Confronto tra stime teoriche e misure sperimentali.

4.3 Linearità del Preamplificatore

Ci si propone ora di verificare la dipendenza lineare del segnale in uscita V_{out}^{pre} dalla carica in ingresso Q_{in} come esposto in Equazione 3. Si fa variare dunque la durata T del segnale erogato dal generatore di funzioni da $2\text{ }\mu\text{s}$ a $10\text{ }\mu\text{s}$, in modo da modificare di volta in volta la quantità di carica iniettata nel preamplificatore rimanendo nell'approssimazione $T \ll \tau_{pre}$: per ogni T viene calcolata la quantità di carica totale Q_c e viene misurato con l'oscilloscopio il valore massimo del segnale in uscita V_{out}^{max} . Ai valori di tensione misurati con l'oscilloscopio viene associato l'errore di acquisizione comprendente sia il contributo di lettura sia il contributo sul guadagno verticale in quanto nel processo di misura sono state utilizzate scale diverse, con la consapevolezza che queste ultime portano ad una correlazione almeno parziale delle incertezze. Gli errori sulla carica Q_c , invece, vengono calcolati per propagazione assumendo, ragionevolmente, che l'incertezza sulla durata T del segnale sia trascurabile. Questi risultano allora totalmente correlati tra loro: V_{in} e R_{in} rimangono costanti e l'incertezza sulla carica è dunque semplicemente l'incertezza sulla corrente in ingresso al preamplificatore riscalata dal tempo T .

Linearità del Preamplificatore - Misure		
$T\text{ (}\mu\text{s)}$	$Q_c\text{ (pC)}$	$V_{out}^{max}\text{ (mV)}$
2	36.0 ± 0.7	162 ± 3
3	54.0 ± 1.0	238 ± 4
4	72.0 ± 1.3	320 ± 6
5	90 ± 2	392 ± 7
6	108 ± 2	472 ± 8
7	126 ± 2	548 ± 9
8	144 ± 3	632 ± 12
9	162 ± 3	704 ± 13
10	180 ± 3	776 ± 14

Tabella 3: Dati relativi al grafico in Figura 2.

Si rappresentano ora in Figura 2 le coppie $\{Q_c, V_{out}^{max}\}$: il coefficiente angolare della retta di regressione corrisponde analiticamente all'inverso della capacità di feedback C_f . Si vuole evidenziare che gli errori relativi su V_{out}^{pre} e su Q_c sono entrambi circa il 2% della misura: nell'effettuare la regressione si decide tuttavia di trascurare l'incertezza sulla carica Q_c (in quanto totalmente correlata) e di aggiungere tale contributo successivamente nel calcolo dell'errore sulla capacità C_f in Equazione 4. La bontà del fit, l'andamento dei residui, l'errore a posteriori ed il confronto di C_f^{fit} con quanto misurato direttamente con il multimetro verranno presi in considerazione per verificare la linearità del preamplificatore rispetto alla carica in ingresso.



Figura 2: Fit lineare del massimo di tensione in uscita contro la carica totale in ingresso.

Si noti, inizialmente, come il χ^2 della regressione sia notevolmente inferiore rispetto al suo valore di aspettazione: essendo a conoscenza della parziale correlazione tra gli errori di scala dell'oscilloscopio ciò non risulta essere sorprendente in quanto il fit non ne tiene ovviamente conto. Segue direttamente una sottostima dell'errore sui parametri a e b della retta del fit. Un piccolo valore di χ^2 rispetto al numero di

gradi di libertà, purtroppo, non permette né di confermare l'ipotesi di linearità né di poterla rigettare. L'errore a posteriori, invece, si trova essere dello stesso ordine di grandezza dell'errore associato alle tensioni più basse (i primi punti) mentre diventa gradualmente inferiore rispetto all'incertezza associata alle tensioni maggiori. Questo suggerisce una soddisfacente distribuzione dei punti attorno alla retta di regressione, che si traduce nel grafico dei residui in un'ottimale distribuzione attorno allo zero. I residui, infatti, non presentano andamenti patologici accentuati e lo zero risulta essere sempre ben compreso nelle barre d'errore. Concentrando ora l'attenzione sui parametri della retta restituiti dal fit, si può notare come l'intercetta a sia ben compatibile con zero, evidenziando l'assenza di un eventuale offset sistematico o un errore di zero. Dal coefficiente angolare b si ricava la stima della capacità

$$C_f^{\text{fit}} = 232 \pm 7 \text{ pF} \quad \text{con} \quad \sigma_{C_f^{\text{fit}}} = \sqrt{\left(\frac{1}{b^2}\right)^2 \sigma_b^2 + 2 \left(\frac{1}{bI}\right)^2 \sigma_I^2} \quad (4)$$

dove, nel computo dell'errore, σ_I rappresenta l'errore sulla corrente $I = \frac{V_{\text{in}}}{R_{\text{in}}}$ che, nel fit, verrebbe riscalato dalla durata T del segnale. La stima della capacità di feedback risulta essere in ottima compatibilità ($\lambda = 0.05$) con quanto misurato con il multimetro (Tabella 1): questo porta quindi ad un'ulteriore conferma di una *corretta* linearità del preamplificatore.

4.4 Forma d'Onda del segnale in uscita

In questa sezione si vuole analizzare il segnale in uscita dal preamplificatore $V_{\text{out}}^{\text{pre}}$: sfruttando la stessa configurazione sperimentale presentata in Sezione 4.1 viene acquisita la forma d'onda del segnale utilizzando la scheda Arduino Due. Inizialmente allora si vogliono convertire le grandezze acquisite dalla scheda in unità arbitrarie a grandezze fisicamente rilevanti. In particolare, dividendo il numero di acquisizione per il sampling rate $S = 0.955 \text{ Msps}$ si ottiene l'evoluzione temporale (in secondi) del segnale acquisito. Sfruttando invece la funzione di calibrazione in tensione $V = a + b \cdot \text{counts}$ (con $a = -0.637 \pm 0.010 \text{ V}$ e $b = 0.828 \pm 0.007 \text{ mV/count}$) si ottengono i valori in Volt delle misure acquisite in ADC counts. Per quanto riguarda l'errore da associare a tali valori di tensione, ci si ritrova davanti ad un certo numero di complicazioni. La prima idea sarebbe sfruttare gli errori sui parametri di calibrazione e, per propagazione, trovare l'incertezza sui valori di tensione secondo

$$\sigma_V = \sqrt{\sigma_a^2 + \text{counts}^2 \cdot \sigma_b^2 + 2 \cdot \text{counts} \cdot \text{cov}(a, b)} \quad (5)$$

Tuttavia, questa strategia porta ad una notevole sovrastima degli errori: così facendo, si associa ai valori di tensione V un'incertezza proveniente dal fit di calibrazione, pesato con gli errori di misura dati dall'oscilloscopio. Si perde quindi l'informazione sull'accuratezza effettiva della scheda Arduino, che risulta essere invece decisamente migliore. Inoltre, i parametri (a, b) e, soprattutto, i loro errori (σ_a, σ_b) della funzione di calibrazione dipendono fortemente dal range di tensioni che si sceglie di adottare per la calibrazione: quest'ultima, infatti, risulta essere sensibilmente differente per bassi valori di tensione (fino a circa 1.5 V) e per alti valori di tensione a causa dei circuiti di protezione dei pin di ingresso. Si sceglie quindi di adottare una metodologia differente per stimare le incertezze sui valori di tensione V . Ricordando che l'ADC della scheda Arduino Due converte segnali analogici con tensione di riferimento $V_{\text{ref}} = 3.3 \text{ V}$ su un range di $N = 12 \text{ bit}$ (ovvero 4096 valori), si trova una risoluzione di tensione dell'ADC, ovvero la più piccola variazione di tensione in ingresso che causa la variazione di 1 bit del valore convertito in uscita, pari a

$$\Delta V = \frac{V_{\text{ref}}}{2^N} = \frac{3.3 \text{ V}}{4096} = 0.81 \text{ mV} \quad (6)$$

Per valutare gli effetti dell'accuratezza complessiva dell'acquisizione dell'ADC sulla stima della tensione in ingresso ad Arduino, occorre ricordare che ciascun bit della conversione digitale ha un peso pari alla risoluzione di tensione dell'ADC. Assumendo poi una un'accuratezza di $\pm 4 \text{ LSB}$ (bit meno significativo) sull'acquisizione dell'ADC si ottiene un'accuratezza sulla stima della tensione in ingresso di $\Delta V \times 4 = 3.2 \text{ mV}$. Assumendo infine che questa si distribuisca uniformemente, si arriva alla stima finale dell'incertezza sulle stime dei valori di tensione $\sigma_V = 1.9 \text{ mV}$.¹ In Figura 3 è esposto quanto acquisito dalla scheda Arduino: si nota immediatamente come siano stati registrati due "eventi", o meglio nel tempo di acquisizione impostato per Arduino il generatore di funzioni ha erogato due impulsi

¹Tamberi, G. (2016). *La Conversione Analogico/Digitale con Arduino*. (Prima Edizione).

di tensione. Il segnale registrato, inoltre, risulta essere leggermente rumoroso: per rendere l'analisi successiva meglio gestibile si decide di sovrapporre i due picchi di tensione e di effettuarne una media. Osservando la Figura 3, si può inoltre notare chiaramente la salita lineare del segnale e la decrescita esponenziale, come previsto in Equazione 3. Il valore massimo di tensione acquisito con la scheda Arduino, inoltre, è in linea con le aspettative e con quanto misurato sperimentalmente con l'oscilloscopio. Ci si concentra ora sulla stima del tempo caratteristico τ_{pre} : si vuole inizialmente effettuare un fit esponenziale del tipo $y = a + b \exp(-x/\tau)$. Successivamente, sfruttando i parametri a e b per normalizzare i dati, si vuole considerare il logaritmo delle tensioni normalizzate ed effettuare una regressione lineare. Non è infatti possibile, per questioni analitiche, considerare semplicemente il logaritmo delle tensioni V ed aspettarsi un andamento lineare: si considera invece il logaritmo delle tensioni normalizzate $\tilde{V} = (V - a)/b$ e l'errore su \tilde{V} è dato per propagazione. In questo modo, quindi, i dati si distribuiscono secondo $\log(\tilde{V}) = -\frac{t}{\tau}$.



Figura 3: Segnale in uscita dal preamplificatore.

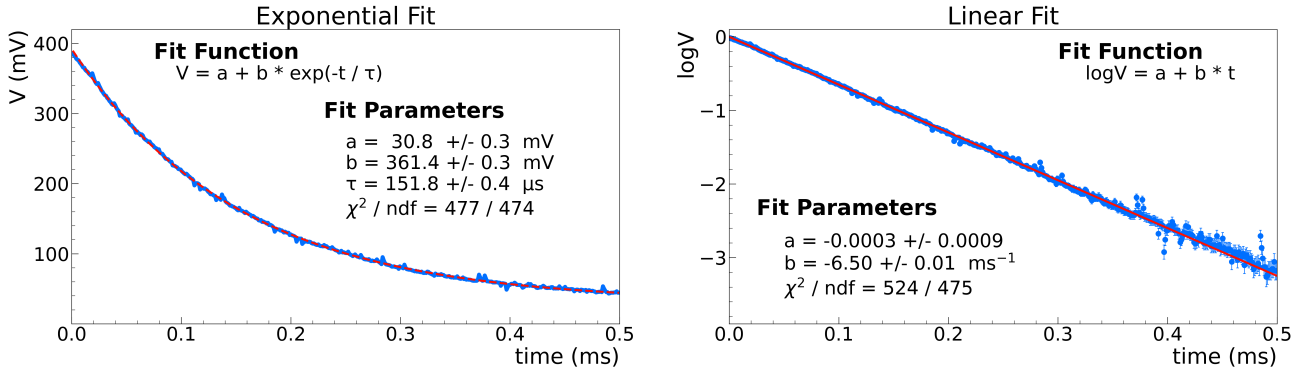


Figura 4: A sinistra: fit esponenziale dello smorzamento del segnale in uscita. A destra: fit lineare del logaritmo del segnale in uscita normalizzato.

Osservando rapidamente il grafico a sinistra, si nota come il segnale segua in modo ottimale la funzione esponenziale: la stima del tempo caratteristico $\tau_{\text{pre}}^{\text{exp}}$, inoltre, risulta essere sufficientemente compatibile con la stima teorica $\tau_{\text{pre}}^{\text{th}} = 161 \pm 6 \mu\text{s}$ ($\lambda = 1.5$). Come stima del tempo caratteristico, in ogni caso, si preferisce quanto trovato dalla regressione lineare: tale metodo, infatti, è complessivamente più robusto, più preciso e fornisce una stima migliore sugli errori dei parametri. Dal grafico a destra, quindi, si nota chiaramente come computare il logaritmo delle tensioni \tilde{V} porti a considerare più "pesanti" (barre d'errore più piccole) i punti a monte della discesa esponenziale e a dare conseguentemente meno peso ai punti di coda. Questi ultimi, eccessivamente prossimi allo zero, non vengono considerati dato che la propagazione dell'errore su di essi porta ad un contributo decisamente troppo grande ed il fit non ne è praticamente influenzato. Il χ^2 , inoltre risulta essere in soddisfacente accordo con il suo valore di aspettazione ($Z = 1.6$): le misure in cima alla discesa si distribuiscono estremamente fedelmente attorno alla retta, compatibilmente con il loro errore, mentre le misure verso la coda risultano discostarsi più sensibilmente dal fit. Si nota, infine, che rimuovendo dati outlier scartando tutti i punti che distano più di 3σ dalla retta di regressione i risultati non vengono sensibilmente influenzati: queste misure si trovano quasi esclusivamente sulla coda di destra e, avendo un errore notevolmente maggiore rispetto ai punti situati in alto a sinistra, hanno poca influenza sulla retta del fit. Calcolando ora il tempo caratteristico si trova $\tau_{\text{pre}}^{\text{lin}} = -1/b = 153.9 \pm 0.2 \mu\text{s}$: questo presenta infine una compatibilità $\lambda = 1.2$ con la stima teorica $\tau_{\text{pre}}^{\text{th}}$ ed è in linea con quanto misurato sperimentalmente (Tabella 2).

4.5 Grafico di Bode

Si vuole ora studiare la risposta in frequenza del preamplificatore: si modificano le impostazioni del generatore in modo da erogare un'onda sinusoidale di ampiezza 1 V e frequenza f_{gen} variabile da 10 Hz a 1 MHz. Viene acquisita allora l'ampiezza del segnale sia in ingresso sia in uscita utilizzando l'oscilloscopio e viene calcolata la funzione di trasferimento H , alla quale viene associata un'incertezza σ_H data da

$$H = \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} \quad \sigma_H = H \sqrt{\left(\frac{\sigma_L \times V_{\text{in}}/\text{div}}{V_{\text{in}}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_L \times V_{\text{out}}/\text{div}}{V_{\text{out}}} \right)^2} \quad (7)$$

dove $\sigma_L = 0.04$ rappresenta l'incertezza di lettura associata all'oscilloscopio mentre i termini V_{in}/div e $V_{\text{out}}/\text{div}$ corrispondono al numero di Volt per divisione per il canale di acquisizione rispettivamente del segnale in ingresso e del segnale in uscita. L'incertezza di guadagno associata all'oscilloscopio non viene invece considerata in quanto, volendo rappresentare le misure acquisite sperimentalmente attraverso un grafico di Bode, tale contributo viene scaricato interamente nell'intercetta delle interpolazioni volte a caratterizzare l'andamento delle misure. L'errore sulle misure espresse in Decibel viene calcolato per propagazione. Si assume infine trascurabile l'incertezza sulla frequenza dell'onda erogata dal generatore. Si faccia quindi riferimento a quanto riportato in Sezione 4.2 per le aspettative teoriche della risposta in frequenza del circuito. Si rappresenta ora in Figura 5 il grafico di Bode delle misure acquisite assieme ai punti ottenuti attraverso una simulazione Spice della risposta del circuito.

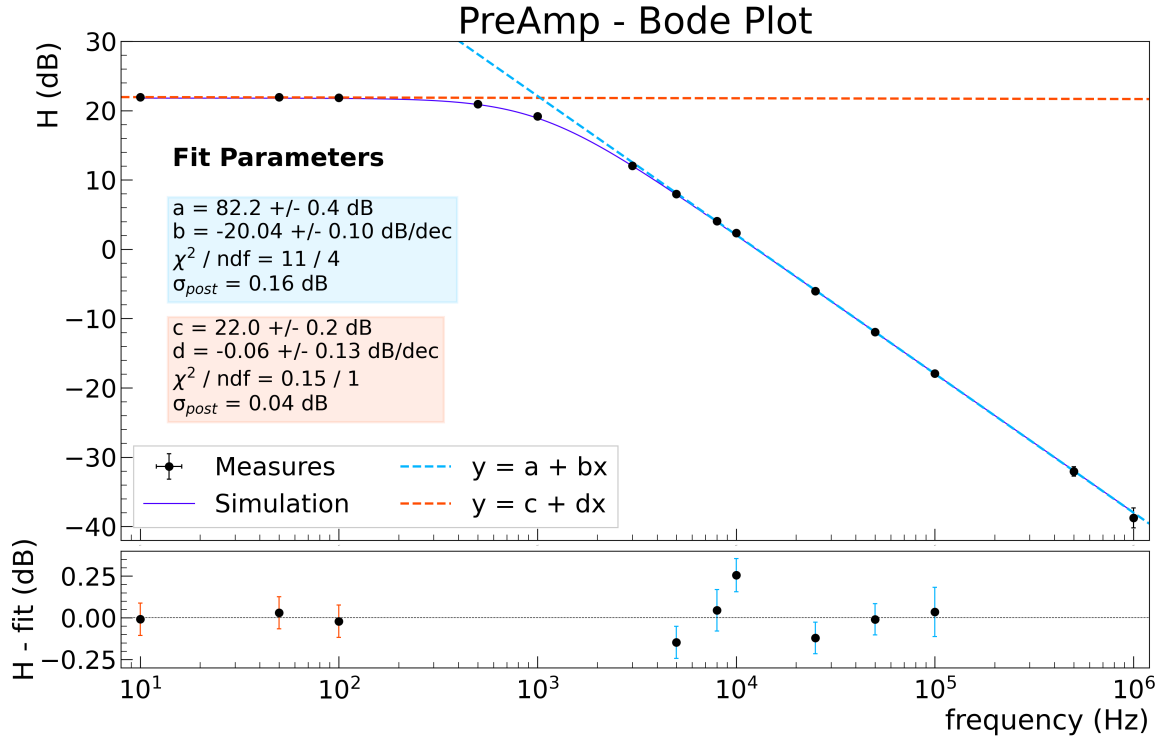


Figura 5: Grafico di Bode delle misure sperimentali e dei dati simulati.

Confrontando inizialmente le misure sperimentali con la simulazione Spice, si nota un ottimo accordo in tutto lo spettro di frequenze. Questo è chiaramente indice di una risposta in frequenza del circuito compatibile con le aspettative: il comportamento del filtro, infatti, è evidentemente un passa basso. A basse frequenze, la funzione di trasferimento è pressoché costante a 22 dB (retta in *arancione*), mentre per frequenze crescenti la funzione di trasferimento decresce linearmente con coefficiente angolare conforme all'aspettativa dei -20 dB/dec . L'ascissa del punto di intersezione tra le due rette di regressione fornisce una stima della frequenza di taglio del circuito $f_t = 1.03 \pm 0.03 \text{ kHz}$, compatibile in modo soddisfacente ($\lambda = 0.9$) con la frequenza di taglio teorica esposta in Equazione 2. Si vuole sottolineare che nel computo dell'errore su f_t è stata presa in considerazione la covarianza tra parametri appartenenti allo stesso fit. Osservando infine che la formula analitica frequenza di taglio f_t riportata

in Equazione 2 contiene il tempo caratteristico τ_{pre} , si vuole valutare l'accordo tra la frequenza di taglio ottenuta dal grafico di Bode e la frequenza di taglio teorica, utilizzando però $\tau_{\text{pre}} = \tau_{\text{pre}}^{\text{lin}}$ ricavato nella sezione precedente. Si ottiene dunque una frequenza di taglio $f_t^{\text{lin}} = 1.0340 \pm 0.0013 \text{ kHz}$ ed è in eccellente compatibilità con quanto appena stimato ($\lambda = 0.13$). Da questo notevole accordo si deduce l'assenza di possibili sistematicità di metodo, sia nella stima del tempo caratteristico attraverso il fit lineare in Figura 4, sia nella stima della frequenza di taglio analizzando il grafico di Bode.

5 Shaper CR-RC