

Laboratorio di Fisica - A.A. 2020/2021

Docenti: A. Garfagnini - M. Lunardon

Fotodiodo

Cerrone Vanessa

1200361

vanessa.cerrone@studenti.unipd.it

Cigagna Simone

1193992

simone.cigagna@studenti.unipd.it

Lai Nicolò

1193976

nicolo.lai@studenti.unipd.it

1 Introduzione

L'esperienza consiste nell'analisi dello spettro dei fotoni emessi dall'Americio-241 con un rivelatore al Silicio tipo PIN, dotato di preamplificatore di carica. L'hardware, cioè i moduli di elettronica, sono stati pre-impostati in condizioni standard, con shaping time pari a $3\mu s$, in modo da ottimizzare il rapporto segnale rumore.

Inizialmente, in Sez. 2, si propone un'analisi dettagliata dello spettro di emissione dell'Am-241: in particolare, dopo una calibrazione approssimativa in energia, si fornisce una stima per la risoluzione energetica per la rivelazione di raggi γ e un tentativo di fit dell'intero profilo dello spettro. Successivamente, in Sez. 3, si interpongono tra la sorgente ed il rivelatore degli assorbitori di materiale e spessore differenti al fine di verificare gli effetti dell'interazione radiazione-materia confrontando i coefficienti di assorbimento stimabili dall'analisi degli spettri con i valori teorici. In Sez. 4, invece, si è intenzionati a verificare la legge dell'inverso del quadrato della distanza, acquisendo lo spettro di emissione al variare della posizione del detector. Infine, in Sez. 5, si studia l'efficienza relativa del detector al variare della distanza tra quest'ultimo e la sorgente, dello spessore degli assorbitori e dell'energia dei fotoni rivelati.

2 Spettro dell'Am-241

Prima di studiare in dettaglio gli effetti di diversi assorbitori posti tra la sorgente ed il detector ed il ruolo che svolge la distanza di quest'ultimo dalla prima, ci si vuole concentrare in un'analisi dello spettro dell'Americio-241. Sperimentalmente, il rivelatore viene posto alla minima distanza dalla sorgente e non viene inserito alcun assorbitore tra i due. Il tempo di acquisizione viene impostato a 600s, rivelando così approssimativamente $2 \cdot 10^5$ eventi con un rate istantaneo di circa 340Hz. In questo modo, il picco a 60keV presenta una precisione $\sqrt{N}/N \approx 1.5\%$.

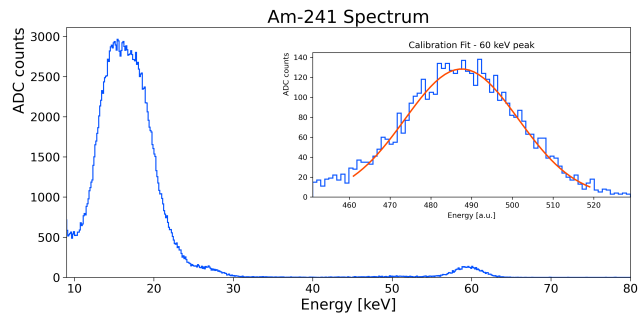


Fig. 1: Spettro dell'Americio-241 con fit del picco a 60 keV per la calibrazione dell'asse orizzontale

2.1 Calibrazione e Risoluzione Energetica

Inizialmente, si vuole calibrare l'asse orizzontale riconoscendo nello spettro in Fig. 1 il picco a 60keV. Nel grafico è presentato lo spettro di emissione con l'asse calibrato in energia: per ottenere tale risultato è stato eseguito un fit gaussiano del picco, come mostrato nel riquadro all'interno del grafico. Ovviamente, la calibrazione ottenuta sfruttando unicamente il picco a 60keV e assumendo l'assenza di un possibile offset è approssimata, tuttavia risulta essere sufficiente per gli scopi dell'esperienza.

Dal fit del picco a 60keV è possibile infine estrapolare una stima approssimata della risoluzione energetica R:

$$R = \frac{\Delta E}{E} \simeq \frac{FWHM}{\text{mean}} = 6.75\% \quad (1)$$

in assenza di offset

2.2 Fit Multi-Picco

Ci si propone ora di costruire un fit complessivo di tutto lo spettro raffigurato in Fig. 1. Ci si concentra unicamente sulle emissioni di raggi X e gamma con un'intensità di almeno 2 fotoni ogni 100 disintegrazioni: in Tab. 1 sono riportati quindi i contributi considerati con le relative probabilità

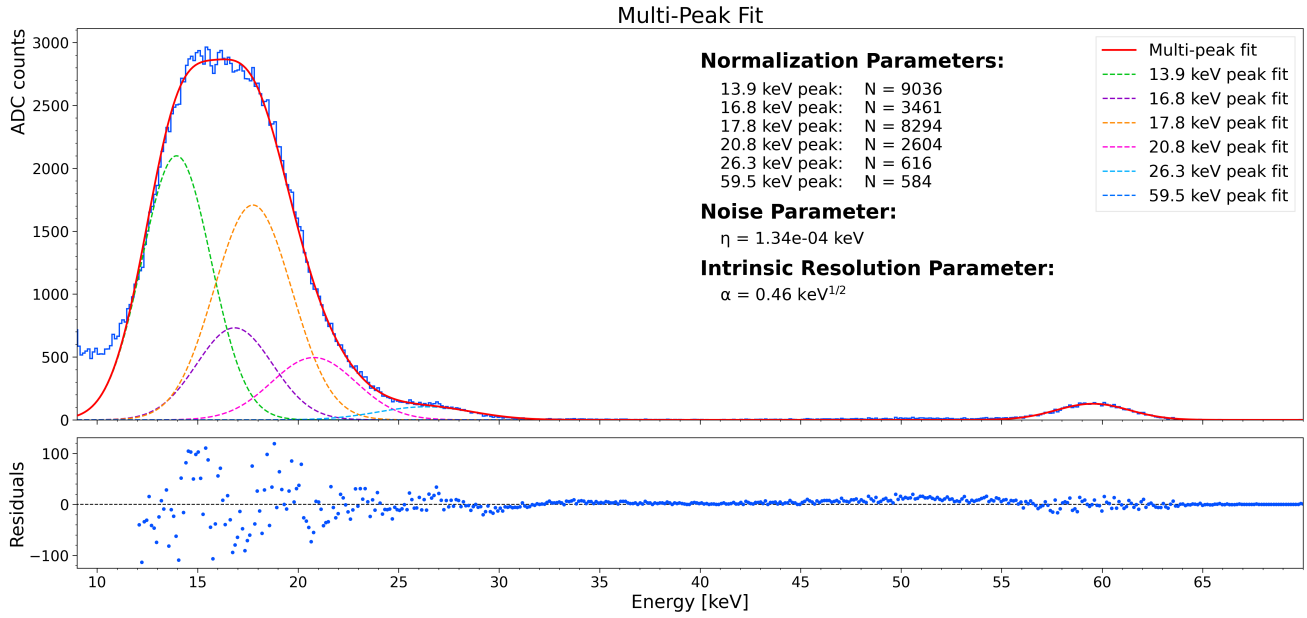


Fig. 2: Fit multi-picco dello spettro dell'Americio-241

di emissione. Per ciascuno di questi, si costruisce una funzione gaussiana con media fissata in quanto l'energia è nota (Tab. 1) con l'asse orizzontale preliminarmente calibrato. La larghezza della gaussiana (sigma), invece, si compone di due contributi in somma quadratica: il primo è una componente fissa, di rumore, che verrà denotata come η , mentre il secondo è la componente di risoluzione intrinseca, proporzionale alla radice quadrata dell'energia del fotone preso in considerazione. La funzione fittante è quindi data dalla somma delle sei gaussiane, ottenendo in questo modo quanto raffigurato in Fig. 2. In particolare, sono stati scelti come parametri liberi il contributo di rumore η e la costante di proporzionalità α della risoluzione intrinseca, assieme ai fattori di normalizzazione $\{N_i\}$ relativi ad ogni singolo picco considerato. Osservando quindi il grafico in Fig. 2, la curva in rosso rappresenta il fit complessivo dello spettro: questa segue in modo più che soddisfacente il profilo delle emissioni dell'Am-241. Le curve tratteggiate, invece, corrispondono ai singoli contributi gaussiani considerati per effettuare il fit: risulta quindi evidente che il potere risolutivo dell'apparato non è sufficiente per identificare tali contributi singolarmente. Dal grafico dei residui, relativi al fit complessivo, si può notare una certa difficoltà nel seguire in modo fedele il profilo del primo picco, in quanto composto da numerosi contributi. Il picco a 60 keV, invece, risulta in maggiore accordo con la funzione di regressione. I coefficienti di normalizzazione dei singoli contributi gaussiani restituiti dal fit seguono piuttosto fedelmente l'andamento della probabilità di emissione di un fotone con tale energia, ad eccezione dei due picchi a 16.8 keV e 20.8 keV che risultano essere leggermente più alti delle aspettative: conseguentemente il contributo a 17.8 keV viene sottostimato. Questa anomalia non sorprende in quanto, a causa del basso potere risolutivo dell'apparato, il fit di sei contributi gaussiani sotto un unico picco risulta

Probabilità di Emissione	
Energia [keV]	Prob. (%)
13.9	11.60 (12)
16.8	2.45 (26)
17.8	11.83 (12)
20.8	2.94 (3)
26.3	2.31 (8)
59.5	35.92 (17)

Tab. 1: Energie dei fotoni considerati nel fit multi-picco e relative probabilità di emissione

essere decisamente complicato. Il parametro di rumore η , infine, risulta essere trascurabile rispetto al fattore di risoluzione intrinseca che si può considerare quindi il contributo predominante della sigma.

3 Coefficiente di assorbimento

Interessati all'interazione radiazione-materia, si acquisiscono gli spettri di emissione dell'Am-241 in presenza di assorbitori di rame o argento interposti tra sorgente e detector, avendo cura di utilizzare un tempo di raccolta sufficiente da garantire una precisione migliore del 3% sul picco a 60 keV. Dall'analisi di tali acquisizioni si vogliono calcolare i coefficienti di assorbimento μ propri dei due materiali: sussiste infatti la relazione

$$I(x) = I_0 e^{-\mu x} \quad (2)$$

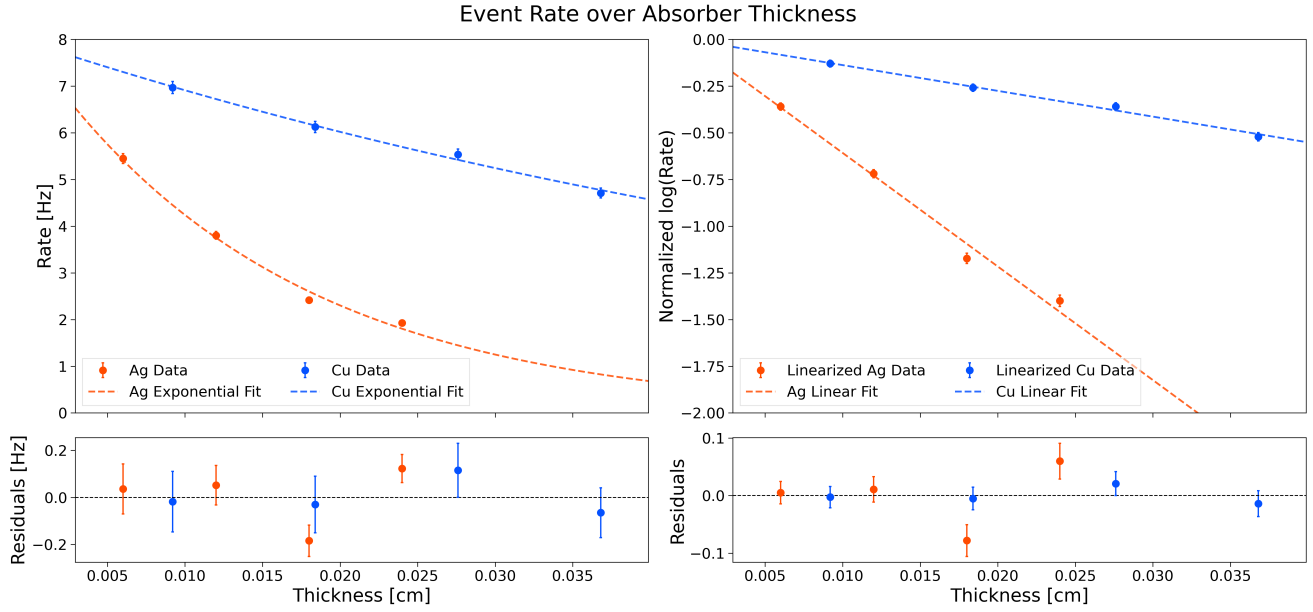


Fig. 3: A sinistra fit esponenziale, a destra fit linearizzato per il calcolo dei coefficienti di assorbimento

Fit esponenziale						Fit lineare			
Ag			Cu			Ag		Cu	
I_0 [Hz]	μ [cm^{-1}]	χ^2/ndf	I_0 [Hz]	μ [cm^{-1}]	χ^2/ndf	μ [cm^{-1}]	χ^2/ndf	μ [cm^{-1}]	χ^2/ndf
7.8 ± 0.2	61.1 ± 1.9	12.3/2	7.9 ± 0.2	13.8 ± 1.0	1.5/2	60.8 ± 0.8	12.0/3	13.8 ± 0.4	1.5/3

Tab. 2: Parametri fit esponenziale e lineare per il calcolo del coefficiente di assorbimento

dove I è l'intensità della radiazione rivelata dal detector, I_0 corrisponde all'intensità della radiazione incidente sull'assorbitore mentre x è lo spessore attraversato (in seguito denotato come d). In particolare, si vuole fornire una stima del coefficiente di assorbimento massivo, definito come:

$$\mu_p = \frac{\mu}{\rho} \quad (3)$$

dove ρ rappresenta la densità del materiale.

Sapendo che il numero di fotoni per unità di tempo (rate) e superficie è pari al rapporto tra l'intensità della radiazione e l'energia del fotone, sussiste una relazione analoga ad Eq. 2 per il rate, facilmente calcolabile dall'acquisizione degli spettri di emissione. Di conseguenza, il rate di rivelazione dei raggi γ a 60 keV viene computato come rapporto tra numero di eventi rivelati in un range fissato per tutti gli spettri e tempo di acquisizione. Per la stima del coefficiente di assorbimento μ , si decide di predisporre un fit delle misure di rate al variare dello spessore d dell'assorbitore. È opportuno sottolineare che, a seconda del materiale, vengono considerati due dataset distinti.

Si riportano in Tab. 3 le coppie di dati utilizzati per la regressione, con errore sulle ordinate calcolato per propagazione, trascurando le incertezze sui tempi di acquisizione. Infatti, siccome i valori dei tempi restituiti dall'interfaccia del

Ag		Cu	
d [μm]	Rate [Hz]	d [μm]	Rate [Hz]
60	5.45 ± 0.11	92	6.97 ± 0.13
120	3.80 ± 0.08	184	6.12 ± 0.12
180	2.42 ± 0.07	276	5.54 ± 0.11
240	1.93 ± 0.06	368	4.71 ± 0.11

Tab. 3: Spessore dell'assorbitore e relativo rate di rivelazione divisi per materiale

software si discostano sensibilmente da quelli impostati manualmente, si è assunto un errore massimo di $\Delta t = 0.1$ s, ed è stato preliminarmente verificato che tale contributo avesse un peso relativo trascurabile. Si vuole inizialmente effettuare un fit esponenziale del tipo $y = I_0 e^{-\mu x}$. Successivamente, sfruttando il parametro I_0 per normalizzare i dati, si vuole considerare il logaritmo del rate normalizzato ed effettuare una regressione lineare con la retta di equazione $y = mx$. In questo modo i dati si distribuiscono secondo $\log(I/I_0) = -\mu x$, con errore sul logaritmo ottenuto per propagazione.

Coefficienti di assorbimento

	Argento	Rame
Coefficiente di assorbimento	$\mu = 60.8 \pm 0.8 \text{ cm}^{-1}$	$\mu = 13.8 \pm 0.4 \text{ cm}^{-1}$
Densità del materiale	$\rho = 10.49 \text{ gcm}^{-3}$	$\rho = 8.96 \text{ gcm}^{-3}$
Coefficiente di assorbimento massivo	$\mu_p = 5.82 \pm 0.18 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$	$\mu_p = 1.54 \pm 0.11 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$
Aspettativa teorica	$\mu_p^{\text{th}} = 5.766 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$	$\mu_p^{\text{th}} = 1.593 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$
Compatibilità	$\lambda = 0.3$	$\lambda = 0.5$

Tab. 4: Coefficienti di assorbimento: valori teorici e stime sperimentali

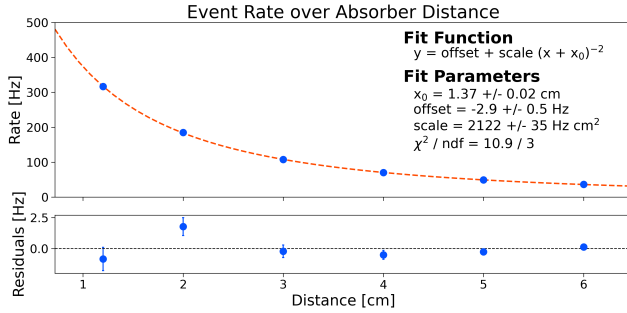


Fig. 4: Rate di rivelazione dei raggi X in funzione della distanza tra sorgente e detector

In Tab. 2 sono quindi riportati i risultati ottenuti attraverso i due fit. Si vuole ora quantificare la bontà dei fit: nel caso dell'argento si nota che il χ^2 risulta significativamente maggiore rispetto ai gradi di libertà, sia nel fit esponenziale che in quello lineare (compatibilità rispettivamente $Z = 5$ e $Z = 3.7$). Tale discrepanza può essere dovuta principalmente ad una leggera sottostima delle incertezze sul rate e al basso numero di dati. Tuttavia, i residui si distribuiscono sufficientemente bene attorno allo zero, perciò la stima dei parametri è da considerarsi valida. Per il rame, invece, si trova un ottimo accordo tra χ^2 e numero di gradi di libertà (compatibilità rispettivamente $Z = 0.3$ e $Z = 0.6$): infatti i dati seguono chiaramente l'andamento atteso e gli errori sulle ordinate coprono bene la dispersione.

In Tab. 4 si riportano le densità dei due materiali e le grandezze stimate a partire dai fit, assieme alla compatibilità tra le stime sperimentali dei coefficienti di assorbimento massivi ed i valori teorici, assunti privi di errore.

4 Legge dell'Inverso del Quadrato della Distanza

Ci si propone ora di verificare la cosiddetta "legge dell'inverso del quadrato della distanza". In particolare, si vuole controllare che il rate dei raggi X (ovvero il primo picco a sinistra in Fig. 1) segua un andamento proporzionale all'inverso della distanza al quadrato tra sorgente e detector. In assenza di assorbitori tra i due, quindi, vengono acquisiti una serie di spettri facendo variare la posizione del rivelatore. Dagli spettri acquisiti viene calcolato il rate degli X: tali valori, assieme alla posizione del detector, sono riportati in

Rate in funzione della posizione	
Posizione [cm]	Rate [Hz]
1.2	316.4 ± 0.9
2.0	185.2 ± 0.7
3.0	107.8 ± 0.5
4.0	70.1 ± 0.4
5.0	49.1 ± 0.3
6.0	36.2 ± 0.2

Tab. 5: Posizione del detector con associato il relativo rate di rivelazione

Tab. 5. Questi vengono quindi raffigurati in Fig. 4: si vuole far notare in particolar modo la presenza di un parametro x_0 di zero. Infatti, tramite il software per la movimentazione del detector è possibile unicamente impostarne la posizione lungo una rotaia: l'effettiva distanza con la sorgente è invece ignota a priori in quanto la posizione della sorgente non corrisponde allo zero del sistema di riferimento utilizzato dal software per posizionare il detector sulla guida.

Per la verifica della legge dell'inverso del quadrato della distanza si vuole quantificare la bontà del fit: il χ^2 risulta sensibilmente maggiore rispetto ai gradi di libertà (compatibilità $Z = 3$). Tuttavia, siccome nel caso in questione non sono stati considerati numerosi effetti ulteriori e, possibilmente anche a causa dello scarso potere risolvante dell'apparato, l'incertezza sul rate di rivelazione può essere stata (leggermente) sotto-stimata. In questo caso, dunque, una compatibilità $Z = 3$ con i gradi di libertà non è da considerarsi pessima: osservando il grafico dei residui, infatti, si osserva un soddisfacente andamento attorno allo zero. Si può quindi concludere che le misure acquisite al variare della distanza tra sorgente e detector seguono piuttosto fedelmente un andamento proporzionale all'inverso della distanza al quadrato.

5 Efficienza del Rivelatore

In questa sezione finale ci si propone dapprima di calcolare l'efficienza del rivelatore legata al range di energie de-

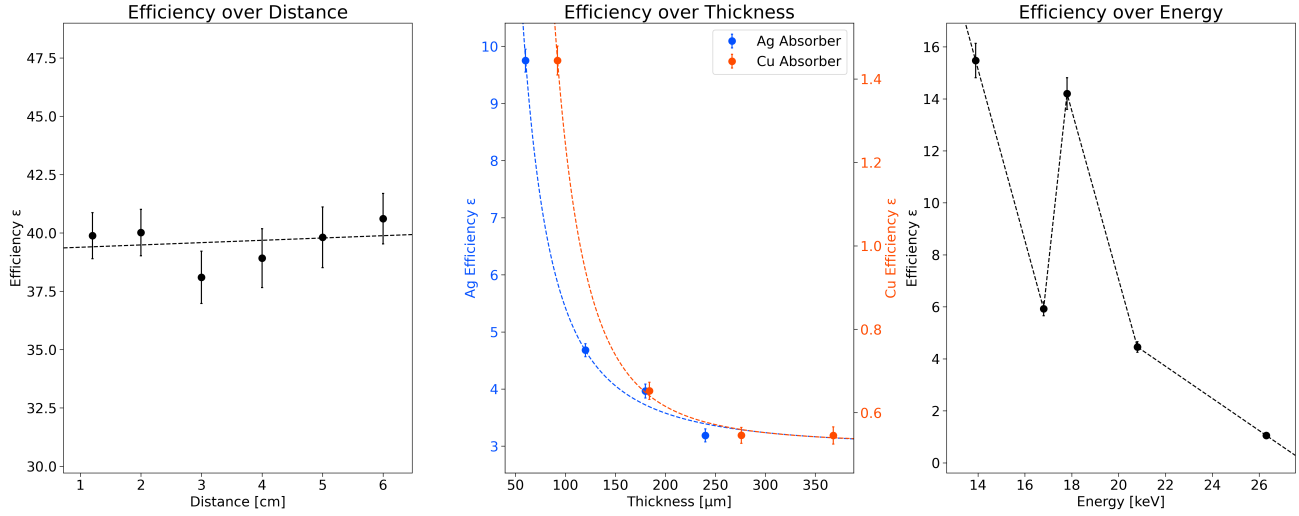


Fig. 5: Curve di efficienza in funzione della distanza tra sorgente e detector (a sinistra), dello spessore di un assorbitore (in centro) e in funzione dell'energia dei fotoni (a destra)

gli X (il picco è costituito in realtà da più contributi distinti ma viene qui considerato come unico) relativamente al picco situato a 60 keV. Non conoscendo l'attività della sorgente, infatti, non si è in grado di stimare l'efficienza in modo indipendente da un picco di riferimento, e si è quindi costretti al calcolo di un'efficienza relativa che si riduce ad un rapporto tra le aree dei due picchi. Siccome il metodo più preciso per il calcolo dell'area è quello di sommare direttamente i bin nel range di energie del picco, non viene effettuato qui alcun tipo di fit. Sfruttando allora l'acquisizione riportata in Sez. 2 si stima l'efficienza relativa

$$\epsilon_{\text{rel}} = \frac{N_X}{N_\gamma} = 42.0 \pm 0.6 \quad (4)$$

5.1 Curve di Efficienza

Si vogliono ora costruire delle curve di efficienza, con l'obiettivo di studiare l'andamento di quest'ultima al variare di diverse quantità. In particolare, le curve che vengono qui trattate sono tre: la prima è relativa alla distanza tra sorgente e detector, la seconda è relativa allo spessore di un assorbitore interposto tra sorgente e detector, mentre la terza e più delicata è relativa all'energia del fotone rivelato.

Per costruire la curva di efficienza al variare della distanza tra sorgente e rivelatore, vengono sfruttate le acquisizioni riportate in Sez. 4. In particolare, per ogni spettro raccolto viene calcolata l'efficienza del picco degli X relativa al picco a 60 keV come in Eq. 4. Per costruire poi la curva di efficienza al variare dello spessore dell'assorbitore tra sorgente e rivelatore si utilizzano le acquisizioni riportate in Sez. 3. Si procede quindi in modo analogo alla costruzione della curva al variare della distanza. Infine, si vuole ricavare la curva di efficienza in funzione dell'energia dei fotoni rivelati sfruttando i risultati ottenuti mediante il fit multi-picco in Fig. 2. A causa dello scarso potere risolvibile del rivelatore, tuttavia, non è possibile isolare dall'istogramma i singoli contributi che compongono il picco degli X, e ci si trova quindi costretti

ad utilizzare le informazioni restituite dal fit. In questo caso, si continua a scegliere il picco a 60 keV come riferimento in quanto risulta essere l'unico picco ben risolto, dal quale possiamo trarre informazioni più precise rispetto ai contributi non risolti. Per costruire la curva di efficienza, quindi, viene calcolato il rapporto in Eq. 4 per ciascun contributo di raggi X che compone il picco, sfruttando però i parametri del fit multi-picco, riportati in Fig. 2.

Le tre curve di efficienza sono riportate in Fig. 5: a sinistra si può osservare l'efficienza relativa al variare della posizione del detector, in centro si trovano le due curve in funzione dello spessore dell'assorbitore mentre a destra è raffigurata l'efficienza relativa in funzione dell'energia dei fotoni emessi. Osservando inizialmente il primo grafico a sinistra, si può notare come l'efficienza segua un andamento piuttosto costante. Il valore medio è in accordo con il risultato in Eq. 4 (la lieve discrepanza può essere legata ad una statistica meno elevata nell'acquisizione degli spettri al variare della distanza) e, inoltre, la fluttuazione statistica è in ottimo confrontabile con le incertezze dell'efficienza. Dalla costanza del rapporto di efficienza relativa N_X/N_γ , si può quindi dedurre che la distanza tra sorgente e detector influenza in ugual modo la rivelazione degli X e dei γ . Osservando invece il grafico centrale, è evidente come l'efficienza relativa segua un forte andamento decrescente: in particolare, la differenza di andamento tra i due materiali è influenzata dal diverso coefficiente di assorbimento. Il grafico prova chiaramente, quindi, che i raggi γ sono molto più penetranti rispetto agli X: dallo spettro in Fig. 6, infatti, si nota che in presenza di un assorbitore di rame spesso 368 μm il rapporto di rivelazione tra raggi X e raggi γ è molto diverso rispetto a quanto ritrovato in Fig. 1 senza assorbitore. Il picco corrispondente agli X, infatti, risulta ora essere addirittura più basso del picco a 60 keV, evidenziando come i fotoni meno energetici vengano bloccati più facilmente rispetto a quelli più energetici. Osservando infine il grafico a destra in Fig. 5, ovvero la curva di efficienza in funzione dell'energia, è complica-

to trarre conclusioni data la scarsa quantità di informazione a disposizione: i contributi gaussiani presi in considerazione non sono in numero sufficiente da far emergere un trend evidente. Inoltre, il range di energie in gioco è piuttosto ristretto, ed il basso potere risolvante dell'apparato costringe la curva ad essere fortemente dipendente dai parametri del fit multi-picco (Fig. 2), che descrive però in modo solo approssimativo il profilo dello spettro. Infine, è opportuno evidenziare che per poter ricavare delle informazioni soddisfacenti sull'efficienza del detector in funzione dell'energia, sarebbe necessario conoscere almeno l'attività della sorgente.

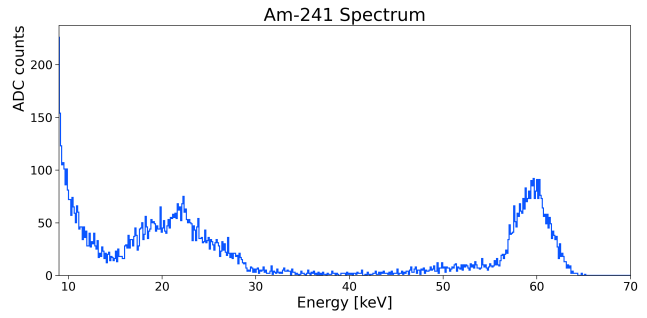


Fig. 6: Spettro dell'Am-241 con assorbitore di rame di spessore $368\mu\text{m}$