

Laboratorio di Fisica

Docenti: Prof. A. Garfagnini - Prof. M. Lunardon

Corso di Laurea in Fisica

Canale 1 A-L

Anno Accademico 2020/2021

ESPERIENZA DI LABORATORIO

Amplificatori Operazionali & Calibrazione Arduino

OBIETTIVO DELL'ESPERIENZA

Verificare la linearità di un amplificatore operazionale.

Misurare l'amplificazione di un circuito con amplificatore operazionale.

Misurare la frequenza di taglio di un circuito derivatore con amplificatore operazionale.

Calibrare una scheda Arduino Due

TURNO T2

NICOLÒ LAI

1193976

nicolo.lai@studenti.unipd.it

DATA DI CONSEGNA

?/11/2020

1 Strumentazione e Componenti

- **Oscilloscopio** (Tektronix TBS1102B): Lo strumento presenta un'accuratezza sul guadagno verticale Δ_g pari al 3% del valore letto (errore massimo) ed è *generalmente* il contributo più significativo. L'incertezza di guadagno sui tempi si assume trascurabile. L'accuratezza che tiene conto degli effetti di risoluzione e imprecisione della traccia Δ_t è di 1/10 di divisione su tutta la scala di lettura (errore massimo), uguale sia per le tensioni sia per i tempi.
- **Generatore di funzioni** (Tektronix AFG1022)
- **Alimentatore di tensione continua**: Lo strumento presenta due uscite con erogazione di tensione tra 0 e 20 V e un'uscita con erogazione fissata a 5 V
- **Multimetro digitale** (Metrix MTX3292): Si riporta l'accuratezza dello strumento, per misure di resistenza e di capacità, relativa unicamente ai fondoscala utilizzati nell'esperienza.

Accuratezza Metrix MTX3292		
F.S.	Precisione	Risoluzione
1 k Ω	0.10% + 8	0.01 Ω
10 k Ω	0.07% + 8	0.1 Ω
100 k Ω	0.07% + 8	1 Ω
1000 pF	2.5% + 15	1 pF

Tabella 1: Per i fondoscala indicati si riportano la precisione (contributo di scala in percentuale e contributo di lettura sul digit meno significativo) e la risoluzione dello strumento.

- **Componenti circuitali** (Resistori e Condensatori): Si riportano i valori delle resistenze e capacità utilizzate per l'assemblamento dei circuiti utilizzati nel corso dell'esperienza, misurate preliminarmente con il multimetro digitale Metrix.

Resistori e Condensatori		
Resistenza	Valore	F.S.
R_f	$(82.46 \pm 0.03) \text{ k}\Omega$	100 k Ω
R_1	$(8.089 \pm 0.003) \text{ k}\Omega$	10 k Ω
R_3	$(46.54 \pm 0.05) \Omega$	1 k Ω
Capacità	Valore	F.S.
C_1	$(977 \pm 17) \text{ pF}$	1000 pF

Tabella 2: In tabella si indicano le componenti circuitali (resistori e capacità) utilizzando delle label specifiche per ciascuna di esse: questa notazione è costante nel corso dell'esperienza.

- **Circuito integrato TL082C** (Due Amplificatori Operazionali): essendo gli amplificatori operazionali delle componenti circuitali attive, esse devono essere alimentate. Si utilizza dunque il generatore di tensione continua con $V_+ = V_{cc} = +15 \text{ V}$ e $V_- = V_{ee} = -15 \text{ V}$ per l'alimentazione dell'amplificatore operazionale utilizzato nell'esperienza. Nel corso di quest'ultima, si assume un comportamento *ideale* dell'amplificatore operazionale, ovvero che il polo positivo ed il polo negativo si trovino allo stesso potenziale.
- **Scheda Arduino Due**

2 Amplificatore Operazionale Invertente

In questa sezione ci si propone di studiare il comportamento di un circuito puramente resistivo comprendente un amplificatore operazionale in configurazione invertente (polo positivo a massa, polo negativo collegato al segnale in ingresso). Si vuole in particolare verificare la sua linearità e stimare l'amplificazione del circuito come grandezza derivata partendo dalle misure dirette delle resistenze oppure come parametro di un'interpolazione lineare di misure acquisite con l'oscilloscopio.

2.1 Configurazione Sperimentale

Si inizia assemblando il circuito rappresentato in Figura 1, utilizzando le resistenze R_f , R_1 , R_3 e l'amplificatore operazionale. La resistenza R_g rappresenta la resistenza interna del generatore, non nulla in quanto ci si trova in condizioni di non idealità.

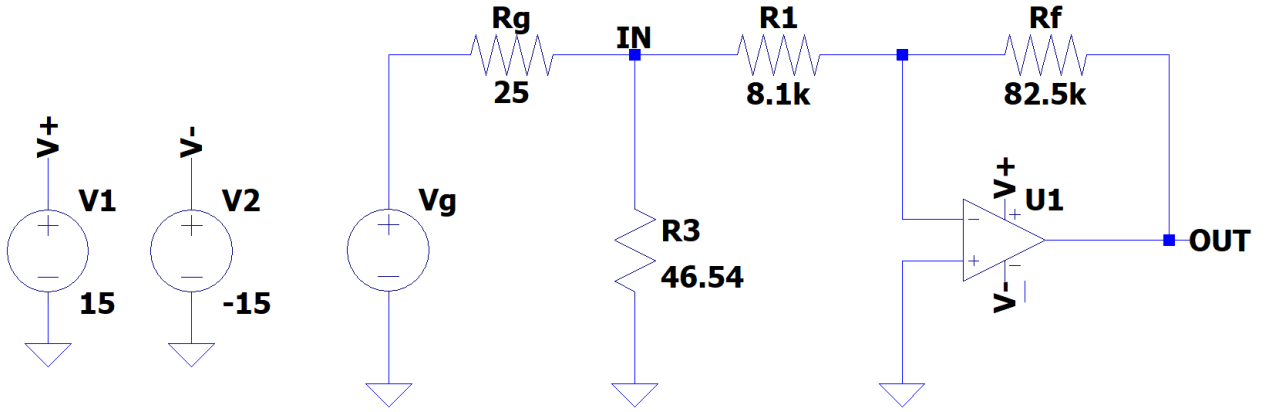


Figura 1: Rappresentazione a variabili concentrate del circuito assemblato in laboratorio.

Il segnale viene prelevato nei punti IN e OUT evidenziati nello schema in Figura 1 (e verrà in seguito richiamato rispettivamente come V_{in} e V_{out}) utilizzando due sonde con fattore di attenuazione 10X. Nel canale CH1 dell'oscilloscopio viene visualizzato il segnale in ingresso V_{in} , mentre il segnale in uscita V_{out} è prelevato dalla sonda collegata al canale CH2. Per entrambi i canali viene impostata l'attenuazione sonda 10X, in modo da visualizzare nel display il segnale non attenuato. Il generatore di funzioni viene poi configurato in modalità "50 Ohm", in modo che l'impedenza d'uscita del generatore sia comparabile con $R_3 \approx 50 \Omega$. Così facendo, ci si aspetta di trovare una tensione in ingresso V_{in} in accordo con la tensione nominale erogata dal generatore. Si imposta infine il generatore di funzioni in modo da erogare un segnale di tipo sinusoidale con frequenza $f_{gen} = 1 \text{ kHz}$ e di ampiezza variabile.

2.2 Amplificazione Attesa

Facendo riferimento ai valori delle resistenze R_f ed R_1 riportate in Tabella 2, si vuole calcolare il guadagno G atteso

$$G = \left| -\frac{R_f}{R_1} \right| \quad \sigma_G = \sqrt{\left(\frac{1}{R_1} \right)^2 \sigma_{R_f}^2 + \left(\frac{R_f}{R_1^2} \right) \sigma_{R_1}^2} \quad (1)$$

dove il segno meno è dovuto all'operazionale posto in configurazione invertente: questo comporta allora un segnale V_{out} "invertito", cioè ci si aspetta che i massimi del segnale in ingresso corrispondano a minimi del segnale in uscita e vice versa, e amplificato di un fattore

$$G = 10.194 \pm 0.006. \quad (2)$$

2.3 Acquisizione Misure

Al fine di verificare la linearità dell'amplificatore operazionale e stimare l'amplificazione del circuito, si decide di far variare la tensione in ingresso impostando valori crescenti di ampiezza del segnale erogato dal generatore di funzioni. Per ciascuno di questi valori di tensione si acquisisce la misura di un massimo e di un minimo sia del segnale V_{in} sia del segnale V_{out} sfruttando i cursori orizzontali dell'oscilloscopio. In questo modo, si ottiene un campione di coppie (V_{in}, V_{out}) che ci si aspetta segua un andamento lineare (assumendo la linearità dell'amplificatore operazionale). I valori di tensione V_{gen} , V_{in} , V_{out} e le relative scale di misura sono riportate in Tabella 3. Si associa inoltre un'incertezza alle misure di V_{in} e V_{out} data da Equazione 3.

2.4 Simulazione Spice Preliminare

Prima di procedere con l'analisi dati, si decide di simulare la risposta del circuito utilizzando il programma LTSpice. Il circuito in questione è riportato in Figura 1, tenendo conto però che il generatore è impostato in modalità "50 Ohm". Si sceglie di effettuare la simulazione considerando due ampiezze in ingresso significative: per la prima si imposta dal generatore un'ampiezza $V_{gen} = 1\text{ V}$ mentre per la seconda $V_{gen} = 4\text{ V}$. Questa scelta è dettata dal fatto che l'amplificatore operazionale, essendo una componente attiva del circuito, non può dare in output una tensione maggiore di quanta ne riceve in alimentazione per conservazione dell'energia: ci si aspetta allora di trovare una situazione di saturazione del segnale in uscita e che questa inizi a manifestarsi attorno ad un valore nominale di tensione $V_{pp_{gen}} = 3\text{ V}$ in quanto, avendo un guadagno di circa un fattore 10, il segnale in uscita non può superare i 30 V picco picco.

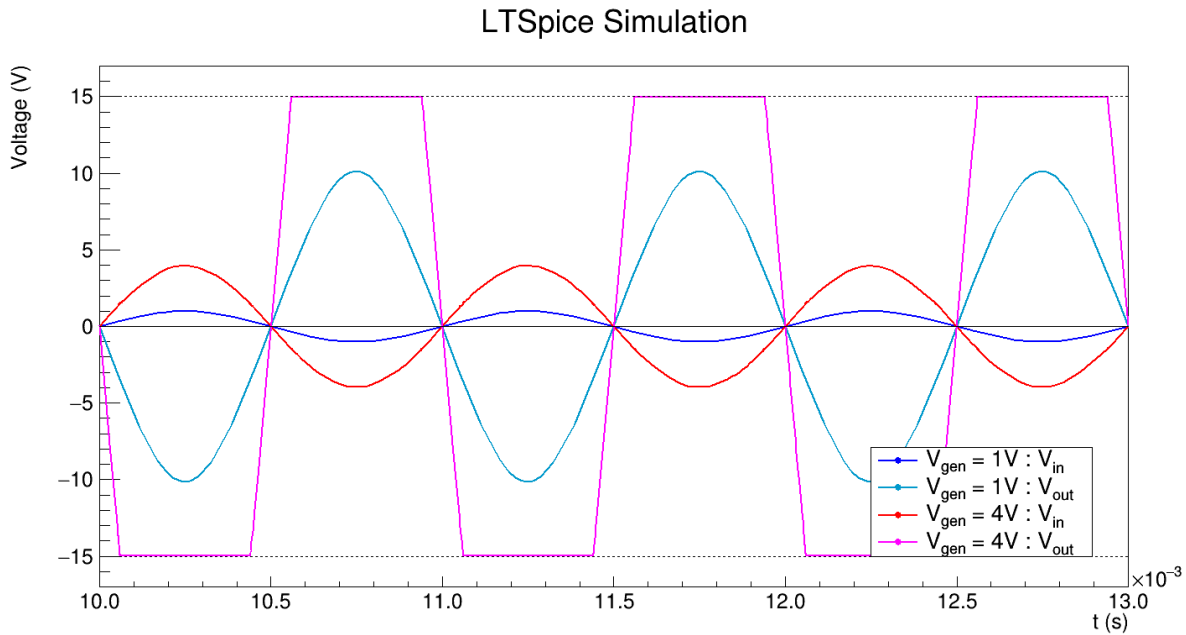


Figura 2: Simulazione Spice della risposta del circuito ad una tensione sinusoidale in ingresso di frequenza $f_{gen} = 1\text{ kHz}$ e ampiezza $V_{gen} = 1\text{ V}$ oppure $V_{gen} = 4\text{ V}$

Dal grafico si evince chiaramente come erogando $V_{gen} = 1\text{ V}$ il segnale viene amplificato correttamente di circa un fattore 10 mantenendo la forma sinusoidale, mentre erogando $V_{gen} = 4\text{ V}$ il segnale in uscita presenta i picchi tagliati esattamente a livello $V_{sat} = \pm 15\text{ V}$, ovvero le tensioni di alimentazione fornite all'operazionale. Inoltre, come anticipato in Sezione 2.2, si può osservare il comportamento invertente dell'amplificatore operazionale: ad un massimo di V_{in} corrisponde un minimo di V_{out} e vice versa.

2.5 Dati e Analisi

In questa sezione si vuole inizialmente rappresentare le misure acquisite in laboratorio, sia riportandole in tabella sia utilizzando un grafico esplorativo di V_{out} contro V_{in} , per cercare di estrarre informazioni di carattere generale sui dati a disposizione. Successivamente, si vuole invece caratterizzare la linearità dell'amplificatore operativo ed il guadagno del circuito in termini statistici, focalizzandosi sullo studio di interpolazioni lineari. Rappresentando in un grafico V_{out} contro V_{in} , infatti, è possibile ricavare l'amplificazione come il coefficiente angolare di una retta che interpola i dati: dalla bontà del fit si riesce inoltre a studiare le proprietà di linearità del sistema in questione.

2.5.1 Dataset

Si riportano in Tabella 3 le misure acquisite con l'oscilloscopio, alle quali è stata associata un'incertezza

$$\sigma_V = \sqrt{(\sigma_l \times V/div)^2 + (\sigma_g \times \text{measure})^2} \quad (3)$$

dove $\sigma_l = \Delta_l/\sqrt{6}$ e $\sigma_g = \Delta_g/\sqrt{6}$ (assumendo una distribuzione triangolare) rappresentano l'incertezza di lettura e di guadagno associati all'oscilloscopio (si rimanda a Sezione 1 per i valori di Δ_l e Δ_g), V/div rappresenta la scala di acquisizione della misura, ovvero quanti Volt sono rappresentati in una divisione dello schermo dell'oscilloscopio, mentre "measure" rappresenta la misura stessa.

Misure Acquisite con l'Oscilloscopio				
Misure dei Massimi				
$V_{pp_{gen}}$ (V)	V_{in} (V)	Scala V_{in} (V/div)	V_{out} (V)	Scala V_{out} (V/div)
0.20	0.106 ± 0.003	0.050	1.00 ± 0.02	0.324
0.50	0.252 ± 0.006	0.100	2.48 ± 0.05	1.000
0.80	0.400 ± 0.010	0.200	4.00 ± 0.10	2.000
1.00	0.496 ± 0.011	0.200	4.96 ± 0.11	2.000
1.50	0.744 ± 0.014	0.200	7.44 ± 0.14	2.000
1.80	0.907 ± 0.019	0.324	8.98 ± 0.19	3.400
2.00	1.01 ± 0.02	0.324	9.9 ± 0.2	3.400
2.30	1.16 ± 0.02	0.376	11.4 ± 0.2	3.800
2.60	1.29 ± 0.03	0.436	13.0 ± 0.3	4.520
3.00	1.50 ± 0.03	0.480	14.4 ± 0.3	4.520
3.20	1.61 ± 0.03	0.630	14.7 ± 0.3	5.600
3.50	1.77 ± 0.04	0.660	14.7 ± 0.3	5.600
Misure dei Minimi				
$V_{pp_{gen}}$ (V)	V_{in} (V)	Scala V_{in} (V/div)	V_{out} (V)	Scala V_{out} (V/div)
0.20	-0.102 ± 0.003	0.050	-0.97 ± 0.02	0.324
0.50	-0.252 ± 0.006	0.100	-2.48 ± 0.05	1.000
0.80	-0.400 ± 0.010	0.200	-3.92 ± 0.10	2.000
1.00	-0.496 ± 0.011	0.200	-4.96 ± 0.11	2.000
1.50	-0.736 ± 0.014	0.200	-7.36 ± 0.14	2.000
1.80	-0.881 ± 0.019	0.324	-8.98 ± 0.19	3.400
2.00	-0.98 ± 0.02	0.324	-10.0 ± 0.2	3.400
2.30	-1.13 ± 0.02	0.376	-11.5 ± 0.2	3.800
2.60	-1.29 ± 0.03	0.436	-13.0 ± 0.3	4.520
3.00	-1.48 ± 0.03	0.480	-14.1 ± 0.3	4.520
3.20	-1.59 ± 0.03	0.630	-14.8 ± 0.3	5.600
3.50	-1.72 ± 0.04	0.660	-14.8 ± 0.3	5.600

Tabella 3: Vengono rappresentate in tabella le misure sperimentali acquisite con i cursori dell'oscilloscopio con l'incertezza ad esse associata e la scala di acquisizione della misura.

Osservando la colonna relativa alla tensione in ingresso V_{in} , si nota come sia conforme alla tensione nominale erogata dal generatore di funzioni: questo è sicuramente indice di una corretta acquisizione del segnale in ingresso e di una corretta configurazione del generatore (*modalità "50 Ohm"*) e dell'oscilloscopio (*attenuazione sonda 10X*). Osservando invece la colonna relativa a V_{out} si nota un'amplificazione conforme alle aspettative (circa un fattore 10). Inoltre, si osserva come le ultime misure per entrambi i campioni, cioè quelle con tensione nominale $V_{pp_{gen}}$ maggiore, tendano a stabilizzarsi attorno a circa $V_{sat} = \pm 15V$, ovvero la tensione massima che l'amplificatore operazionale può fornire in output. Come da aspettative, riportate in Sezione 2.4, questo fenomeno di stabilizzazione attorno a V_{sat} inizia a manifestarsi attorno ad una tensione erogata dal generatore di circa $V_{pp_{gen}} = 3V$. Per meglio chiarificare l'andamento delle misure ed il fenomeno di saturazione, si riportano nel grafico in Figura 3 le coppie (V_{in}, V_{out}) : queste vengono quindi interpolate con una retta del tipo $y = a + bx$ al fine di osservare l'andamento dei residui.

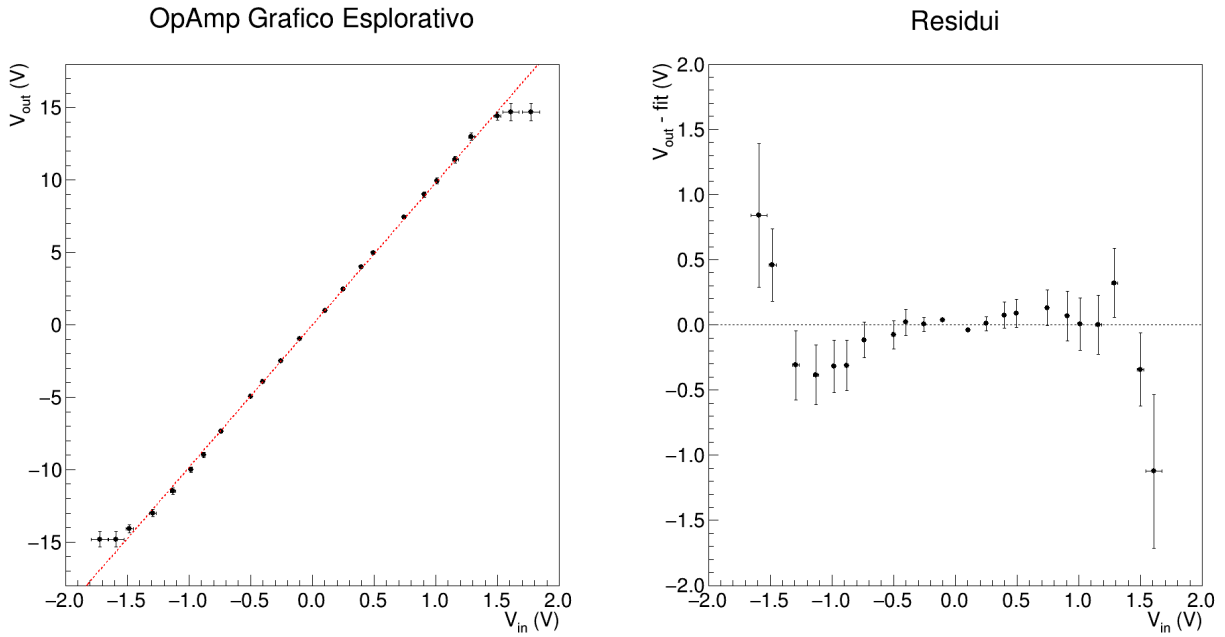


Figura 3: A sinistra: grafico delle coppie (V_{in}, V_{out}) interpolate linearmente da una retta del tipo $y = a + bx$. A destra: grafico dei residui.

Dal grafico a sinistra si nota immediatamente il fenomeno di saturazione del segnale in uscita a $V_{sat} = \pm 15V$: i tre punti finali di massimo e minimo tendono a stabilizzarsi piuttosto che seguire il trend lineare, fedelmente rispettato dai restati punti del grafico. Dal grafico dei residui si può osservare lo stesso fenomeno: la zona centrale risulta essere distribuita ragionevolmente attorno allo zero, mentre le code tendono a distanziarsi anche notevolmente. Da questo si deduce dunque che i tre punti finali di massimo e di minimo sono da considerarsi degli outliers rispetto al trend lineare delle misure rimanenti: al fine di caratterizzare la linearità dell'amplificatore operazionale e di calcolare l'amplificazione del circuito, dunque, gli outliers non verranno considerati.

2.5.2 Interpolazioni Preliminari

Si procede ora considerando il campione di misure dei massimi ed il campione di misure dei minimi separatamente, in quanto a priori non si ha la certezza che queste risentano della stessa amplificazione e che non sia presente una sistematica di offset/shift verticale tra i due dataset. Si cercherà in seguito di caratterizzare l'accordo tra i due dataset studiando la compatibilità tra i coefficienti angolari e tra le intercette della retta interpolante.

Osservando le misure in Tabella 3 si nota come le incertezze su V_{in} siano generalmente un ordine di

grandezza inferiori rispetto a quelle su V_{out} : le prime non sono quindi trascurabili rispetto alle seconde. Per tenere conto quindi dell'incertezza su V_{in} , ci si propone di effettuare un fit preliminare, nel quale si considerano unicamente gli errori su V_{out} , per stimare un coefficiente angolare m . Questo viene poi utilizzato per proiettare gli errori di V_{in} lungo l'asse delle ordinate secondo

$$\sigma_y = \sqrt{\sigma_{V_{\text{out}}}^2 + m^2 \sigma_{V_{\text{in}}}^2} \quad (4)$$

I coefficienti angolari di interesse sono dunque riportati in Tabella 4.

Coefficienti Angolari Preliminari	
Campione di Massimi	Campione di Minimi
$m = 10.02 \pm 0.09$	$m = 10.16 \pm 0.09$

Tabella 4: Valori dei coefficienti angolari restituiti dalle interpolazioni preliminari.

Questi due coefficienti angolari vengono adesso utilizzati per proiettare il contributo d'errore relativo a V_{in} lungo l'asse y secondo la formula in Equazione 4.

2.5.3 Linearità e Amplificazione

Alla luce di quanto trovato nella sezione precedente, si ripetono le interpolazioni lineari associando ai punti un errore dato da Equazione 4. I parametri restituiti dai fit sono riportati in Tabella 5.

Fit Parameters			
Campione di Massimi			
Offset (V)	Slope	χ^2/ndf	$\sigma_{\text{posteriori}}$ (V)
-0.06 ± 0.04	10.02 ± 0.14	$0.98/7$	0.10
Campione di Minimi			
Offset (V)	Slope	χ^2/ndf	$\sigma_{\text{posteriori}}$ (V)
0.07 ± 0.04	10.16 ± 0.14	$0.67/7$	0.07

Tabella 5: In tabella sono riportati i parametri della retta interpolante, il valore del χ^2 associato al fit e l'errore a posteriori relativo alla distribuzione dei dati.

Dai parametri presentati in Tabella 5 si riescono ad estrarre numerose informazioni riguardo ai due campioni di dati. Inizialmente, si vuole far notare come i due coefficienti angolari siano in ottima compatibilità tra loro: $\lambda = 0.7$. Da questo si può assumere che i due dataset risentano della stessa amplificazione G , come da aspettative. Successivamente, si può notare invece che le due intercette delle rette interpolanti sono in leggera compatibilità con lo zero, mentre tra loro presentano una compatibilità $\lambda = 2.4$, che fa sorgere l'idea di una possibile sistematica di shift verticale tra i due dataset. Osservando poi il valore del χ^2 , si ritrova in per entrambi i campioni $\chi^2/\nu < 1$ (con $\nu = \text{ndf}$ il numero di gradi di libertà, che coincide con il valore di aspettazione $E(\chi^2)$). Questo fa emergere l'ipotesi di una possibile sovrastima dell'errore associato alle misure ed ad una conseguente sovrastima degli errori sui parametri restituiti dal fit. Tuttavia, si ricorda che le incertezze sul guadagno verticale dell'oscilloscopio sono almeno parzialmente correlate: questo porta dunque ad avere degli errori sulle misure che sono tra loro correlati ed un'interpolazione di tali dati restituisce parametri i quali errori risultano essere sottostimati. Si può dunque assumere che i parametri *slope* e *offset* riportati in Tabella 5 siano in realtà più compatibili tra dataset di massimi e dataset di minimi rispetto a quanto riportato poco sopra, proprio a causa di una possibile sottostima dell'errore sui parametri. Siccome allora si può

assumere che i due campioni risentano della stessa amplificazione e che non siano tra loro sfasati verticalmente, segue un tentativo di "unificazione" del campione di dati ed un'interpolazione lineare unica che tenga conto sia dei massimi che dei minimi. Il grafico rappresentante i due dataset unificati con relativa interpolazione lineare è mostrato in Figura 4.

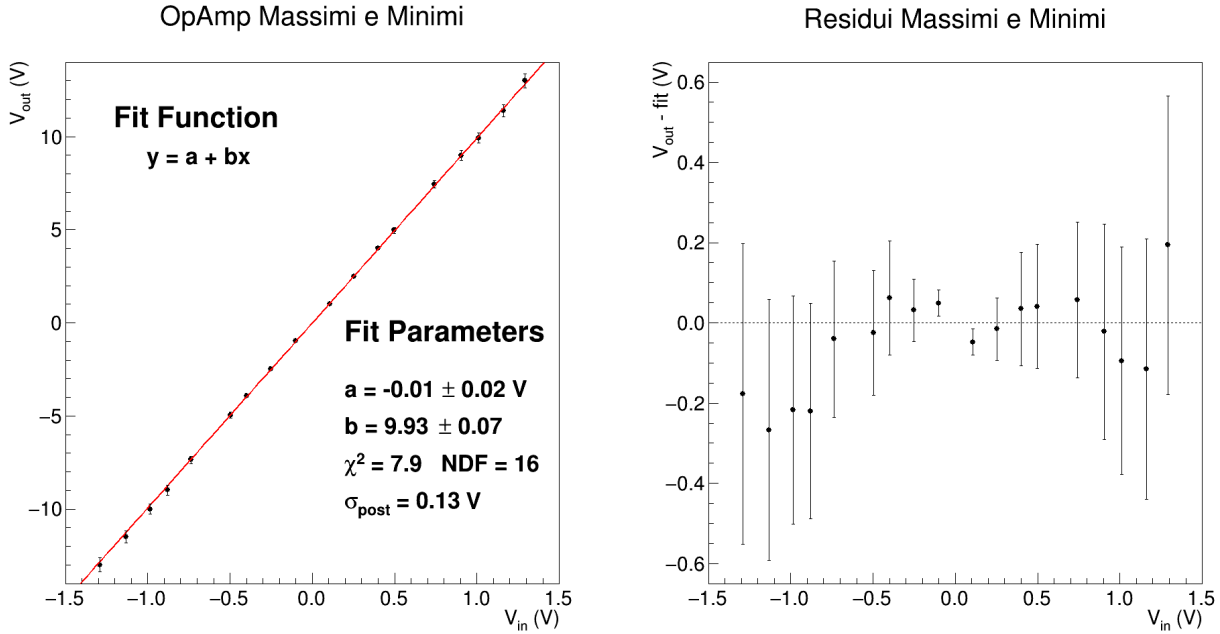


Figura 4: A sinistra: grafico rappresentante il dataset dei massimi ed il dataset dei minimi uniti assieme, con relativa retta interpolante e parametri del fit. A destra: grafico dei residui $V_{\text{out}} - \text{fit}$.

I parametri restituiti dall'interpolazione sono i seguenti

Fit Parameters			
Offset (V)	Slope	χ^2/ndf	$\sigma_{\text{posteriori}}$ (V)
-0.01 ± 0.02	9.93 ± 0.07	7.9/16	0.13

Tabella 6: In tabella sono riportati i parametri della retta interpolante, il valore del χ^2 associato al fit e l'errore a posteriori relativo alla distribuzione dei dati.

Si osserva inizialmente che l'intercetta della retta interpolante è ora ben compatibile con zero, mentre il coefficiente angolare presenta un errore relativo $\sigma_b/b = 0.7\%$, che si può continuare ad assumere sottostimato: la correlazione tra gli errori di scala, infatti, si può notare chiaramente osservando l'andamento "a farfalla" delle barre d'errore presentate nel grafico dei residui. Il valore del χ^2 migliora leggermente rispetto alle interpolazioni dei dataset separati: la compatibilità con il valore di aspettazione risulta essere $Z = 1.4$. L'errore a posteriori, inoltre, si trova in una zona intermedia rispetto alla gamma di errori associati alle misure: non potendo eliminare la correlazione tra le incertezze si può affermare dunque che l'errore è in media ben stimato e l'oscilloscopio lavora entro le specifiche. I residui, infatti, si posizionano tutti entro il loro errore, alcuni anche abbondantemente. Focalizzandosi ora sulla stima del coefficiente angolare si nota che questo, $m = 9.93 \pm 0.07$, pur essendo ben compatibile con i risultati esposti in Tabella 5 relativi ai fit dei due campioni di misure considerati separatamente, si trova essere sensibilmente minore di entrambi: ci si sarebbe aspettato, invece, di trovare un valore intermedio unificando i due campioni di misure. Osservando poi il grafico dei residui, si può notare un andamento leggermente anomalo, quasi parabolico avente concavità rivolta verso il basso. Si ipotizza dunque che

l'assunzione fatta in precedenza riguardo la presenza di una sistematica di offset/shift verticale tra i due dataset trascurabile necessita di essere riveduta.

Per approfondire maggiormente la questione, si decide di computare le grandezze "picco picco" delle tensioni in ingresso V_{in} e in uscita V_{out} secondo $V_{pp} = V^{\max} - V^{\min}$. Per quanto riguarda l'errore da associare alle grandezze picco picco, si ricorda che l'oscilloscopio misura la differenza Δ tra i due cursori con una precisione ancora maggiore rispetto alla singola misura. Si decide dunque di non aggiungere il fattore moltiplicativo $\sqrt{2}$ alla propagazione presentata in Equazione 3, al fine di evitare di sovrastimare eccessivamente l'errore. Si procede ora esattamente come mostrato in Sezione 2.5.2, effettuato inizialmente un fit lineare preliminare considerando solo gli errori su $V_{pp_{out}}$ e, utilizzando il coefficiente angolare restituito da tale interpolazione, si prosegue proiettando gli errori secondo Equazione 4. Si ripete quindi il fit, che viene rappresentato in Figura 5.

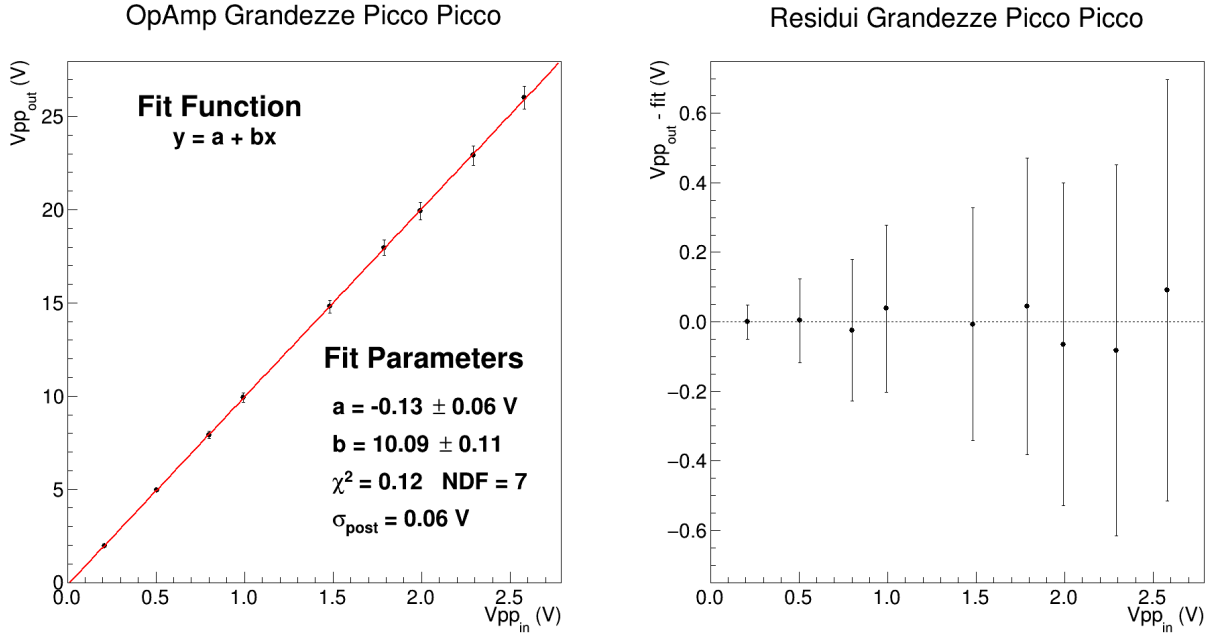


Figura 5: A sinistra: grafico rappresentante il dataset delle grandezze picco picco, con relativa retta interpolante e parametri del fit. A destra: grafico dei residui $V_{pp_{out}} - \text{fit}$.

Fit Parameters			
Offset (V)	Slope	χ^2/ndf	$\sigma_{\text{posteriori}}$ (V)
-0.13 ± 0.06	10.09 ± 0.11	0.12/7	0.06

Tabella 7: In tabella sono riportati i parametri della retta interpolante, il valore del χ^2 associato al fit e l'errore a posteriori relativo alla distribuzione delle grandezze picco picco.

Si nota immediatamente, osservando il grafico dei residui, come ora l'andamento anomalo è del tutto assente ed i punti si distribuiscono in modo ottimale attorno allo zero. Rimane, chiaramente, il tipico andamento crescente delle barre d'errore, indice che le incertezze continuano a risentire della correlazione tra esse. Il valore del χ^2 è decisamente basso rispetto al numero di gradi di libertà, come suggerito dal grafico dei residui in cui si nota chiaramente come la distanza punto-retta sia ben compresa entro la barra d'errore del dato. L'errore a posteriori è appena maggiore dell'incertezza associata al primo punto