

Laboratorio di Fisica - A.A. 2020/2021

Docenti: A. Garfagnini - M. Lunardon

Fotodiodo

Cerrone Vanessa

1200361

vanessa.cerrone@studenti.unipd.it

Cigagna Simone

1193992

simone.cigagna@studenti.unipd.it

Lai Nicolò

1193976

nicolo.lai@studenti.unipd.it

1 Introduzione

Si vuole analizzare lo spettro dei fotoni emessi dall'Americio-241 con un rivelatore al Silicio tipo PIN, dotato di preamplificatore di carica. L'hardware, cioè i moduli di elettronica, sono stati pre-impostati in condizioni standard, con shaping time pari a $3\mu s$, in modo da ottimizzare il rapporto segnale rumore. Preliminarmente, tramite il software di acquisizione, si registra uno spettro per identificare i picchi principali, a 60keV e 14-18keV.

Nella Sez. 3 si analizzerà il picco a 59.5keV in presenza di materiali di diverso spessore, al fine di calcolare i relativi coefficienti di assorbimento. Nella Sez. 4, si effettueranno misure al variare della distanza della sorgente, per verificare che i dati seguano l'andamento atteso. Un'analisi dettagliata dello spettro verrà presentata nella sezione Sez. 2.2.

2 Spettro dell'Am-241

Prima di studiare in dettaglio gli effetti di diversi assorbitori posti tra la sorgente ed il detector ed il ruolo che svolge la distanza di quest'ultimo dalla prima, ci si vuole concentrare in un'analisi dello spettro dell'Americio-241. Sperimentalmente, il rivelatore viene posto alla minima distanza dalla sorgente e non viene inserito alcun assorbitore tra i due. Il tempo di acquisizione viene impostato a 600s, rivelando così approssimativamente $2 \cdot 10^5$ eventi con un rate istantaneo di circa 340Hz. In questo modo, il picco a 60keV presenta una precisione $\sqrt{N}/N \approx 1.5\%$.

2.1 Calibrazione e Risoluzione Energetica

Inizialmente, si vuole calibrare l'asse orizzontale riconoscendo nello spettro in Fig. 1 il picco a 60keV. Nel grafico è presentato lo spettro di emissione con l'asse calibrato in energia: per ottenere tale risultato è stato eseguito un fit gaussiano del picco, come mostrato nel riquadro all'interno del grafico. Ovviamente, la calibrazione ot-

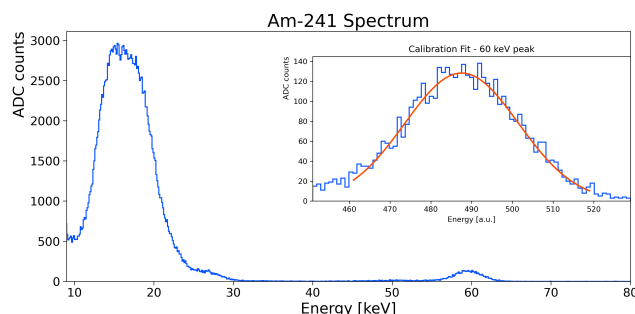


Fig. 1: Spettro dell'Americio-241 con fit del picco a 60 keV per la calibrazione dell'asse orizzontale

tenuta sfruttando unicamente il picco a 60keV e assumendo l'assenza di un possibile offset è approssimata, tuttavia risulta essere sufficiente per gli scopi dell'esperienza.

Dal fit del picco a 60keV è possibile infine estrapolare una stima approssimata della risoluzione energetica R:

$$R = \frac{\Delta E}{E} \approx \frac{FWHM}{\text{mean}} = 6.75\% \quad (1)$$

in assenza di offset

2.2 Fit Multi-Picco

Ci si propone ora di costruire un fit complessivo di tutto lo spettro raffigurato in Fig. 1. Ci si concentra unicamente sulle emissioni di raggi X e gamma con un'intensità di almeno 2 fotoni ogni 100 disintegrazioni: in Tab. 1 sono riportati quindi i contributi considerati con le relative probabilità di emissione. Per ciascuno di questi, si costruisce una funzione gaussiana con media fissata in quanto l'energia è nota (Tab. 1) e l'asse orizzontale è stato preliminarmente calibrato. La larghezza della gaussiana (sigma), invece, si compone di due contributi in somma quadratica: il primo è una componente fissa, di rumore, che verrà denotata come η , mentre il secondo è la componente di risoluzione intrinseca

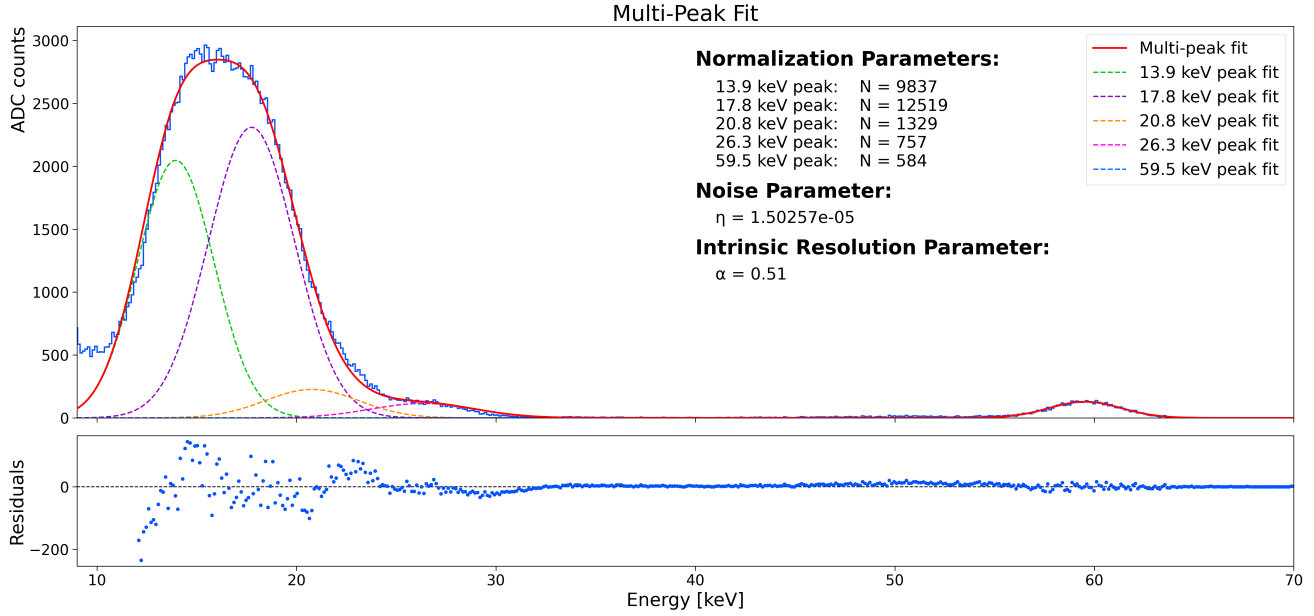


Fig. 2: Fit multi-picco dello spettro dell'Americio-241

α proporzionale alla radice quadrata dell'energia del fotone preso in considerazione.

Il fit viene effettuato minimizzando un χ^2 composto dalla somma quadratica dei singoli χ^2 dati da ciascun contributo gaussiano, ottenendo in questo modo quanto raffigurato in Fig. 2. In particolare, sono stati scelti come parametri liberi il contributo di rumore η e di risoluzione intrinseca α , assieme ai fattori di normalizzazione $\{N_i\}$ relativi ad ogni singolo picco considerato. Osservando quindi il grafico in Fig. 2, la curva in rosso rappresenta il fit complessivo dello spettro: questa segue in modo più che soddisfacente il profilo delle emissioni dell'Am-241. Le curve tratteggiate, invece, corrispondono ai singoli contributi gaussiani considerati per effettuare il fit: risulta quindi evidente che il potere risolvante dell'apparato non è sufficiente per identificare tali contributi singolarmente. Dal grafico dei residui, relativi al fit complessivo, si può notare una certa difficoltà nel seguire in modo fedele il profilo del primo picco, in quanto composto da numerosi contributi. Il picco a 60 keV, invece, risulta in maggiore accordo con la funzione di regressione.

3 Coefficiente di assorbimento

Ci si propone di effettuare delle misure in presenza di materiali di diverso spessore, nello specifico rame e argento, con lo scopo di calcolarne il coefficiente di assorbimento μ , che si ricava dalla relazione:

$$I(x) = I_0 e^{-\mu x} \quad (2)$$

dove I è l'intensità della radiazione incidente e x lo spessore attraversato. In particolare, si vuole fornire una stima del coefficiente di assorbimento massivo, definito come:

$$\mu_p = \frac{\mu}{\rho} \quad (3)$$

Probabilità di Emissione	
Energia [keV]	Prob. (%)
13.9	11.60 (12)
17.8	11.83 (12)
20.8	2.94 (3)
26.3	2.31 (8)
59.5	35.92 (17)

Tab. 1: Energie dei fotoni considerati nel fit multi-picco e relative probabilità di emissione

con ρ densità del materiale, che è pari a $10.49 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ per l'argento e $8.96 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ per il rame.

Si inseriscono gli assorbitori di spessore variabile e si acquisiscono gli spettri per un intervallo di tempo sufficiente a garantire una precisione migliore del 3% sul picco a 59.5 keV. La precisione in percentuale si ottiene ricavando il numero di eventi N , cioè l'area, al di sotto del picco di interesse, come $\frac{\sqrt{N}}{N}$. Si calcola il rate degli eventi nel picco a 60 keV per tutte le misure effettuate come rapporto tra numero di eventi rilevati e tempo di acquisizione, che come prima è stato adattato in modo da avere precisioni di almeno il 3%. Considerando la relazione Eq. 2 si effettua un fit del rate in funzione dello spessore del materiale, separatamente per rame e argento. Si sottolinea che il rapporto N/t rappresenta l'intensità della radiazione incidente per unità di superficie: il rivelatore a disposizione ha un'area di 1 cm^2 , dunque il fit restituisce parametri dimensionalmente corretti. (?)

Si riportano in Tab. 2 i dati utilizzati per l'interpolazione,

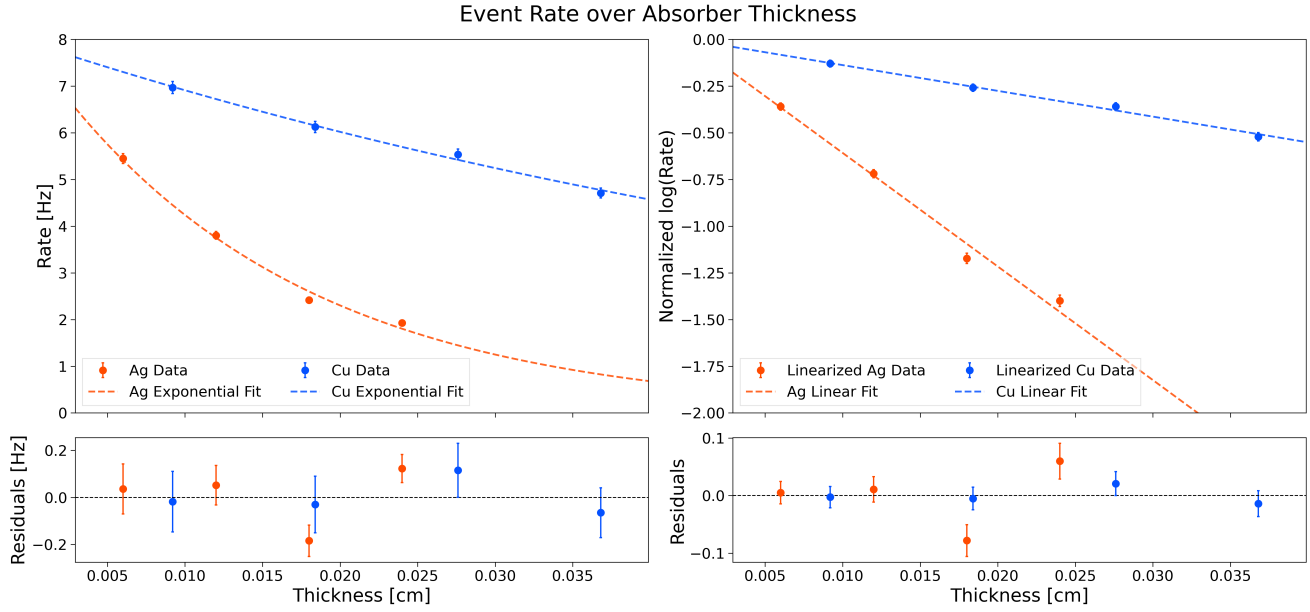


Fig. 3: A sinistra fit esponenziale, a destra fit linearizzato per il calcolo dei coefficienti di assorbimento

con errore sulle ordinate calcolato per propagazione, trascurando le incertezze sui tempi di acquisizione. Infatti, alla luce del fatto che i valori dei tempi di acquisizione mostrati sull'interfaccia del software si discostavano sensibilmente da quelli impostati manualmente, si è assunto un errore massimo di 0.1s, ed è stato preliminarmente verificato che tale contributo avesse un peso relativo trascurabile. Si vuole inizialmente effettuare un fit esponenziale del tipo $y = I_0 e^{-\mu x}$. Successivamente, sfruttando il parametro I_0 per normalizzare i dati, si vuole considerare il logaritmo delle intensità normalizzate ed effettuare una regressione lineare con la retta di equazione $y = mx$. In questo modo, quindi, i dati si distribuiscono secondo $\log(I/I_0) = -\mu x$, con errore sul logaritmo ottenuto per propagazione.

Si riportano i parametri ottenuti in ... Si vuole ora quantificare la bontà dei fit: nel caso dell'argento si nota che il χ^2 risulta significativamente maggiore rispetto ai gradi di libertà, sia nel fit esponenziale che in quello lineare (compatibilità rispettivamente $Z = 5$ e $Z = 3.7$). Tale discrepanza può essere dovuta principalmente ad una leggera sottostima delle incertezze sul rate e al basso numero di dati. Tuttavia, i residui si distribuiscono sufficientemente bene attorno allo zero, perciò la stima dei parametri è da considerarsi valida. Per il rame, invece, si trova un ottimo accordo tra χ^2 e numero di gradi di libertà (compatibilità rispettivamente $Z = 0.3$ e $Z = 0.6$): infatti i dati seguono chiaramente l'andamento atteso e gli errori sulle ordinate coprono bene la dispersione. In riferimento ai risultati in tab., si computano i coefficienti di assorbimento massivi, da confrontare con i valori teorici: $\mu_p^{\text{th}}(\text{Ag}) = 5.7660 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ e $\mu_p^{\text{th}}(\text{Cu}) = 1.593 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$. Si ottengono:

$$\begin{aligned} \mu_p(\text{Ag}) &= 5.3 \pm 0.2 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1} & \lambda &= 0.3 \\ \mu_p(\text{Cu}) &= 1.5 \pm 0.1 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1} & \lambda &= 0.5 \end{aligned}$$

Ag		Cu	
Spessore [μm]	Rate [Hz]	Spessore [μm]	Rate [Hz]
60	5.45 ± 0.11	92	6.97 ± 0.13
120	3.80 ± 0.08	184	6.12 ± 0.12
180	2.42 ± 0.07	276	5.54 ± 0.11
240	1.93 ± 0.06	368	4.71 ± 0.11

Tab. 2: Dati fit esponenziale per il calcolo del coefficiente di assorbimento

4 Legge dell'Inverso del Quadrato della Distanza

Ci si propone ora di verificare la cosiddetta "legge dell'inverso del quadrato della distanza". In particolare, si vuole controllare che il rate dei raggi X (ovvero il primo picco a sinistra in Fig. 1) segua un andamento proporzionale all'inverso della distanza al quadrato tra sorgente e detector. In assenza di assorbitori tra i due, quindi, vengono acquisiti una serie di spettri facendo variare la posizione del rivelatore. Dagli spettri acquisiti viene calcolato il rate degli X: tali valori, assieme alla posizione del detector, sono riportati in Tab. 3. Questi vengono quindi raffigurati in Fig. 4: si vuole far notare in particolar modo la presenza di un parametro x_0 di zero. Infatti, tramite il software per la movimentazione del detector è possibile unicamente impostarne la posizione lungo una rotaia: l'effettiva distanza con la sorgente è invece ignota a priori in quanto la posizione della sorgente non corrisponde allo zero del sistema di riferimento utilizzato dal software per posizionare il detector sulla guida.

Per la verifica della legge dell'inverso del quadrato della distanza si vuole quantificare la bontà del fit: il χ^2 risulta sensibilmente maggiore rispetto ai gradi di libertà (compatibilità

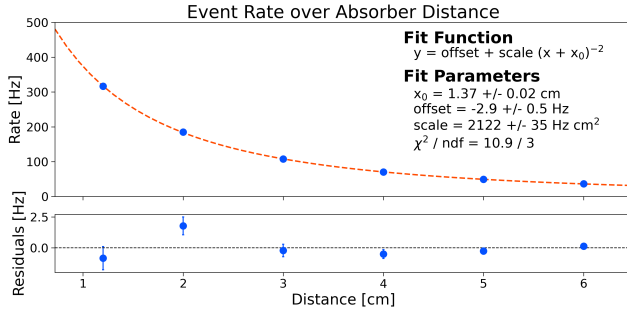


Fig. 4: Rate di rivelazione dei raggi X in funzione della distanza tra sorgente e detector

Rate in funzione della posizione	
Posizione [cm]	Rate [Hz]
1.2	316.4 ± 0.9
2.0	185.2 ± 0.7
3.0	107.8 ± 0.5
4.0	70.1 ± 0.4
5.0	49.1 ± 0.3
6.0	36.2 ± 0.2

Tab. 3: Posizione del detector con associato il relativo rate di rivelazione

$Z = 3$). Tuttavia, siccome nel caso in questione non sono stati considerati numerosi effetti ulteriori e, possibilmente anche a causa dello scarso potere risolvante dell'apparato, l'incertezza sul rate di rivelazione può essere stata (leggermente) sottostimata. In questo caso, dunque, una compatibilità $Z = 3$ con i gradi di libertà non è da considerarsi pessima: osservando il grafico dei residui, infatti, si osserva un soddisfacente andamento attorno allo zero. Si può quindi concludere che le misure acquisite al variare della distanza tra sorgente e detector seguono piuttosto fedelmente un andamento proporzionale all'inverso della distanza al quadrato.

5 Efficienza del Rivelatore

In questa sezione finale ci si propone dapprima di calcolare l'efficienza del rivelatore legata al range di energie degli X (il picco è costituito in realtà da più contributi distinti ma viene qui considerato come unico) relativamente al picco situato a 60 keV. Non conoscendo l'attività della sorgente, infatti, non si è in grado di stimare l'efficienza in modo indipendente da un picco di riferimento, e si è quindi costretti al calcolo di un'efficienza relativa che si riduce ad un rapporto tra le aree dei due picchi. Siccome il metodo più preciso per il calcolo dell'area è quello di sommare direttamente i bin nel range di energie del picco, non viene effettuato qui alcun tipo di fit. Sfruttando allora l'acquisizione riportata in Sez. 2 si stima l'efficienza relativa

$$\epsilon_{\text{rel}} = \frac{N_X}{N_\gamma} = 42.0 \pm 0.6 \quad (4)$$

5.1 Curve di Efficienza

Si vogliono ora costruire delle curve di efficienza, con l'obiettivo di studiare l'andamento di quest'ultima al variare di diverse quantità. In particolare, le curve che vengono qui trattate sono tre: la prima è relativa alla distanza tra sorgente e detector, la seconda è relativa allo spessore di un assorbitore interposto tra sorgente e detector, mentre la terza e più delicata è relativa all'energia del fotone rivelato.

Per costruire la curva di efficienza al variare della distanza tra sorgente e rivelatore, vengono sfruttate le acquisizioni riportate in Sez. 4. In particolare, per ogni spettro raccolto viene calcolata l'efficienza del picco degli X relativa al picco a 60 keV come in Eq. 4.

Per costruire poi la curva di efficienza al variare dello spessore dell'assorbitore tra sorgente e rivelatore si utilizzano le acquisizioni riportate in Sez. 3. Si procede quindi in modo analogo alla costruzione della curva al variare della distanza. Infine, si vuole costruire la curva di efficienza in funzione dell'energia dei fotoni rivelati sfruttando i risultati ottenuti mediante il fit multi-picco in Fig. 2. A causa dello scarso potere risolvante del rivelatore, tuttavia, non è possibile isolare dall'istogramma i singoli contributi che compongono il picco degli X, e ci si trova quindi costretti ad utilizzare le informazioni restituite dal fit. In questo caso, si continua a scegliere il picco a 60 keV come riferimento in quanto risulta essere l'unico picco ben risolto, dal quale possiamo trarre informazioni più precise rispetto ai contributi non risolti. Per costruire la curva di efficienza, quindi, viene calcolato il rapporto di efficienza relativa riportato in Eq. 4 per ciascun contributo di raggi X che compone il picco, sfruttando però i parametri del fit multi-picco, riportati in Fig. 2.

Le tre curve di efficienza sono riportate in Fig. 5: a sinistra si può osservare l'efficienza relativa al variare della posizione del detector, in centro si trovano le due curve in funzione dello spessore dell'assorbitore mentre a destra è raffigurata l'Efficienza relativa in funzione dell'energia dei fotoni emessi. Osservando inizialmente il primo grafico a sinistra, si può notare come l'efficienza segua un andamento piuttosto costante. Il valore medio è piuttosto in accordo con il risultato in Eq. 4 (la lieve discrepanza può essere legata ad una statistica meno elevata nell'acquisizione degli spettri al variare della distanza) e, inoltre, la fluttuazione statistica è in ottimo accordo con le incertezze dell'efficienza. Dalla costanza del rapporto di efficienza relativa N_X/N_γ , si può quindi dedurre che la distanza tra sorgente e detector influenza in ugual modo la rivelazione degli X e dei γ . Osservando invece il grafico centrale, è evidente come l'efficienza relativa segua un forte andamento decrescente: in particolare, la differenza di andamento tra i due materiali è influenzata dal diverso coefficiente di assorbimento. Il grafico prova chiaramente, quindi, che i raggi γ sono molto più penetranti rispetto agli X: dallo spettro in Fig. 6, infatti, si nota che

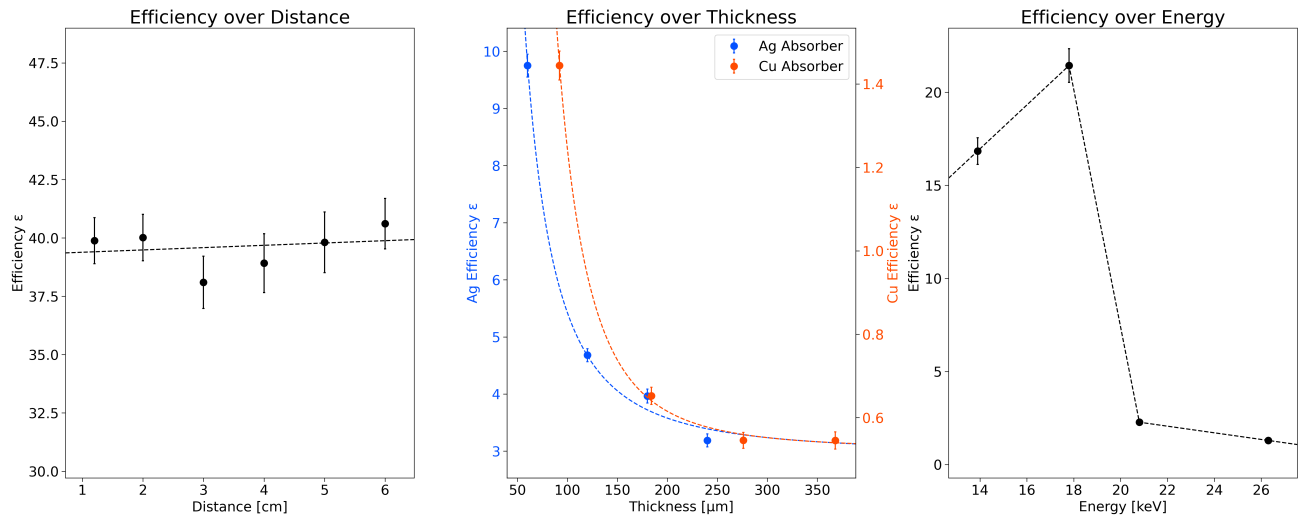


Fig. 5: Curve di efficienza in funzione della distanza tra sorgente e detector (a sinistra), dello spessore di un assorbitore (in centro) e in funzione dell'energia dei fotoni (a destra)

in presenza di un assorbitore di rame spesso $368\mu\text{m}$ il rapporto di rivelazione tra raggi X e raggi γ è molto diverso rispetto a quanto ritrovato in Fig. 1 senza assorbitore. Il picco corrispondente agli X, infatti, risulta ora essere addirittura più basso del picco a 60keV , evidenziando come i fotoni meno energetici vengano bloccati più facilmente rispetto a quelli più energetici. Osservando infine il grafico a destra in Fig. 5, ovvero la curva di efficienza in funzione dell'energia, è complicato trarre conclusioni data la scarsa quantità di informazione a disposizione: i contributi gaussiani presi in considerazione non sono in numero sufficiente da far emergere un trend evidente. Inoltre, il range di energie in gioco è piuttosto ristretto, ed il basso potere risolvante dell'apparato costringe la curva ad essere fortemente dipendente dai parametri del fit multi-picco (Fig. 2), che descrive però in modo solo approssimativo il profilo dello spettro. Infine, è opportuno evidenziare che per poter ricavare delle informazioni soddisfacenti sull'efficienza del detector in funzione dell'energia, sarebbe necessario conoscere almeno l'attività della sorgente.

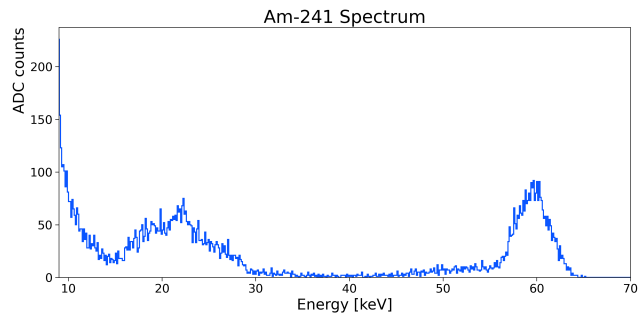


Fig. 6: Spettro dell'Am-241 con assorbitore di rame di spessore $368\mu\text{m}$