

# Laboratorio di Fisica

Docenti: Prof. A. Garfagnini - Prof. M. Lunardon

Corso di Laurea in Fisica

Canale 1 A-L

Anno Accademico 2020/2021

---

## ESPERIENZA DI LABORATORIO

### Catena Elettronica

---

TURNO T2

NICOLÒ LAI

1193976

nicolo.lai@studenti.unipd.it

DATA ESPERIENZA

23/11/2020

25/11/2020

26/11/2020

# 1 Obiettivo

Assemblare i moduli principali costituenti una catena elettronica (*preamplificatore*, *shaper*, *amplificatore*). Studiarne il segnale in uscita e la risposta in frequenza per ciascuno di essi.

## 2 Strumentazione e Componenti

Nel corso dell'esperienza vengono utilizzati:

- Multimetro digitale Metrix MTX3292
- Generatore di funzioni Tektronix AFG1022
- Oscilloscopio digitale Tektronix TBS1102B
- Alimentatore di tensione continua TTI
- Due circuiti integrati TL082C (in totale quattro amplificatori operazionali)
- Resistori e condensatori di varie taglie
- Scheda Arduino Due

## 3 Introduzione

L'esperienza si basa su l'assemblamento e sullo studio della risposta di una serie di moduli volti a simulare l'elettronica associata ad un *rivelatore di radiazione*. In laboratorio, quindi, si utilizza il generatore di funzioni in modo da erogare un segnale che ricordi la rivelazione di un evento da parte del detector: questo segnale viene quindi inizialmente elaborato dal *preamplificatore* (di tipo *charge-sensitive*) e successivamente dallo *shaper* (di tipo *CR-RC*). Il segnale in uscita dal formatore viene infine amplificato per favorirne l'acquisizione da parte di una DAQ, che corrisponde in questo caso all'ADC della scheda Arduino Due. I tre stadi (*preamplificatore*, *shaper*, *amplificatore*) costituiscono dunque la *catena elettronica* rappresentata in Figura 1.



Figura 1: Schema a costanti concentrate della catena elettronica suddivisa nei tre moduli di interesse.

## 4 Preamplificatore

Il primo stadio della catena (*preamplificatore*) si utilizza per migliorare il rapporto segnale/rumore, in modo da trasferire un segnale più pulito all'elettronica di acquisizione. Si assembla in laboratorio un preamplificatore *charge sensitive*: come si può osservare in Figura 1 il modulo consiste di un circuito integratore e la tensione in uscita è quindi direttamente proporzionale alla carica in ingresso. Lo scopo di questa sezione, dedicata al preamplificatore, è di studiare il segnale in uscita verificandone l'integrazione e la linearità rispetto alla carica in ingresso, oltre alla risposta in frequenza del filtro passa basso ricercandone la frequenza di taglio.

### 4.1 Configurazione Sperimentale

Si comincia utilizzando il generatore per simulare i segnali del rivelatore, impostando sul CH1 un impulso quadrato di frequenza  $f_{\text{gen}} = 1 \text{ kHz}$ , tensione di riferimento  $V_{\text{high}} = 0 \text{ V}$ , ampiezza *negativa*  $V_{\text{low}} = -1 \text{ V}$  e durata  $T = 5 \mu\text{s}$  (cioè il tempo di raccolta del segnale). Viene successivamente assemblato

Misure Dirette - Preamplificatore		
Label	Valore	F.S.
$R_{in}$	$56.56 \pm 0.02 \text{ k}\Omega$	100 k $\Omega$
$R_f$	$696.1 \pm 0.3 \text{ k}\Omega$	1000 k $\Omega$
$C_f$	$232 \pm 9 \text{ pF}$	1000 pF

Tabella 1: Misure dirette delle componenti circuitali.

$V_{in}$  viene prelevato nel punto  $IN$  evidenziato nello schema mentre il segnale in uscita  $V_{out}^{pre}$  dal preamplificatore viene prelevato al termine del primo modulo, entrambi utilizzando sonde 10X. Concentrando l'attenzione sul modulo di ingresso (generatore reale e cablaggio), il sistema è un filtro passa basso con frequenza di taglio  $f_t^{in} \approx 32 \text{ MHz}$  che risulta essere molto maggiore delle frequenze in gioco: risulta allora corretto assumere il modulo in ingresso del tutto equivalente ad un generatore ideale, come rappresentato in Figura 1. Trattando ora il preamplificatore, la funzione di trasferimento del circuito risulta essere

$$H(s) = -\frac{1}{R_{in} C_f} \frac{1}{s + \frac{1}{\tau_f}} \quad \text{con } \tau_f = R_f C_f \equiv \tau^{pre} \quad (1)$$

Ricavando allora la risposta ad un segnale a gradino nell'approssimazione  $T \ll \tau^{pre}$  si trova una crescita lineare direttamente proporzionale alla carica in ingresso al preamplificatore per  $0 < t < T$  e una decrescita smorzata esponenzialmente per  $t \gg T$ :

$$V_{out}^{pre}(t) = \begin{cases} -\frac{Q_{in}(t)}{C_f} & 0 < t < T \\ -\frac{Q_c}{C_f} e^{-\frac{t}{\tau^{pre}}} & t \gg T \end{cases} \quad \text{con } \begin{cases} Q_{in}(t) = I_{in} t = \frac{V_{in}}{R_{in}} t \\ Q_c = I_{in} T = \frac{V_{in}}{R_{in}} T \end{cases} \quad (2)$$

dove, appunto,  $Q_{in}(t)$  corrisponde alla carica raccolta al tempo  $t$  dal preamplificatore mentre  $Q_c$  rappresenta la carica *totale* accumulata nel preamplificatore. Ci si aspetta allora che il segnale in uscita  $V_{out}^{th}$  visualizzato sull'oscilloscopio presenti una salita lineare, un valore di tensione massimo corrispondente a  $V_{max}^{th} = 0.388 \pm 0.017 \text{ V}$  (misurando l'ampiezza del segnale in ingresso  $V_{in} = 1.02 \pm 0.02 \text{ V}$ ), e successivamente una decrescita esponenziale di tempo caratteristico  $\tau^{th} = 161 \pm 6 \mu\text{s}$ . Sperimentalmente, si misura un valore massimo di tensione pari a  $V_{max}^{sper} = 0.392 \pm 0.007 \text{ V}$  e un tempo caratteristico di circa  $\tau^{sper} \approx 158 \mu\text{s}$ , perfettamente in linea con le aspettative. Si vuole, in ogni caso, approfondire lo studio della risposta del preamplificatore nelle sezioni successive.

## 4.2 Linearità del Preamplificatore

Ci si propone ora di verificare la dipendenza lineare del segnale in uscita  $V_{out}^{pre}$  dalla carica in ingresso  $Q_{in}$  come esposto in Equazione 2. Si fa variare dunque la durata  $T$  del segnale erogato dal generatore di funzioni da  $2 \mu\text{s}$  a  $10 \mu\text{s}$ , in modo da modificare di volta in volta la quantità di carica iniettata nel preamplificatore: per ogni  $T$  viene calcolata la quantità di carica totale  $Q_c$  e viene misurato con l'oscilloscopio il valore massimo del segnale in uscita  $V_{out}^{max}$ . Ai valori di tensione misurati con l'oscilloscopio viene associato l'errore di acquisizione comprendente sia il contributo di lettura sia il contributo sul guadagno verticale in quanto nel processo di misura sono state utilizzate scale diverse, con la consapevolezza che queste ultime portano ad una correlazione almeno parziale delle incertezze. Gli errori sulla carica  $Q_c$ , invece, sono totalmente correlati tra loro:  $V_{in}$  e  $R_{in}$  sono, chiaramente, costanti e l'incertezza sulla carica è dunque semplicemente l'incertezza sulla corrente in ingresso al preamplificatore  $\sigma_{I_{in}}$  riscalata dal tempo  $T$ . Si assume, ragionevolmente, che l'incertezza sulla durata  $T$  del segnale sia trascurabile. Si rappresentano ora in Figura 2 le coppie  $\{Q_c, V_{out}^{max}\}$  interpolate da una retta: il coefficiente angolare di quest'ultima corrisponde analiticamente all'inverso della capacità di feedback  $C_f$ . Si vuole evidenziare che gli errori relativi su  $V_{out}^{pre}$  e su  $Q_c$  sono entrambi circa il 2% della misura: nell'effettuare la regressione si decide di trascurare l'incertezza sulla carica  $Q_c$  (in quanto totalmente correlata) e di aggiungere tale contributo successivamente nel calcolo dell'errore sulla capacità  $C_f$ . La bontà del fit, l'andamento dei residui, l'errore a posteriori ed il confronto di  $C_f^{fit}$  con quanto misurato direttamente con il multimetro verranno presi in considerazione per verificare la linearità del preamplificatore rispetto alla carica in ingresso.



Figura 2: Fit lineare del massimo di tensione in uscita contro la carica totale in ingresso.

Si noti, inizialmente, come il  $\chi^2$  della regressione sia notevolmente inferiore rispetto al suo valore di aspettazione: essendo a conoscenza della parziale correlazione tra gli errori di scala dell'oscilloscopio ciò non risulta essere sorprendente in quanto il fit non ne tiene ovviamente conto. Segue direttamente una sottostima dell'errore sui parametri  $a$  e  $b$  della retta interpolante. Un piccolo (rispetto ai gradi di libertà) valore di  $\chi^2$  purtroppo non permette né di confermare l'ipotesi di linearità né di poterla rigettare. L'errore a posteriori, invece, si trova essere dello stesso ordine di grandezza dell'errore associato alle tensioni più basse (i primi punti) mentre diventa gradualmente un'ordine di grandezza inferiore rispetto all'incertezza associata alle tensioni maggiori. Questo suggerisce una soddisfacente distribuzione dei punti attorno alla retta di regressione, che si traduce nel grafico dei residui in un'ottimale distribuzione attorno allo zero. I residui, infatti, non presentano andamenti patologici accentuati e lo zero risulta essere sempre ben compreso nelle barre d'errore. Concentrando ora l'attenzione sui parametri della retta restituiti dal fit, si può notare come l'intercetta  $a$  sia ben compatibile con zero, evidenziando l'assenza di un eventuale offset sistematico o un errore di zero. Dal coefficiente angolare, invece, si ricava la stima della capacità di feedback

$$C_f^{\text{fit}} = 0.232 \pm 0.007 \text{ nF} \quad \text{con} \quad \sigma_{C_f^{\text{fit}}} = \sqrt{\left(\frac{1}{b^2}\right)^2 \sigma_b^2 + 2 \left(\frac{1}{bI}\right)^2 \sigma_I^2} \quad (3)$$

dove, nel computo dell'errore,  $\sigma_I$  rappresenta l'errore sulla corrente  $I = \frac{V_{in}}{R_{in}}$  che, nel fit, verrebbe riscalato dalla durata  $T$  del segnale. La stima della capacità di feedback risulta essere in ottima compatibilità ( $\lambda = 0.05$ ) con quanto misurato con il multimetro (Tabella 1). Questo porta quindi ad un'ulteriore conferma della linearità del preamplificatore, che risulta comportarsi conformemente alle aspettative teoriche.

### 4.3 Forma d'Onda del segnale in uscita

In questa sezione si vuole analizzare il segnale in uscita dal preamplificatore  $V_{out}^{\text{pre}}$ : sfruttando la stessa configurazione sperimentale presentata in Sezione 4.1 viene acquisita la forma d'onda del segnale utilizzando la scheda Arduino Due. Inizialmente, si apportano le seguenti conversioni: dividendo il numero di acquisizione per il sampling rate  $S = 0.955 \text{ Msps}$  si ottiene l'evoluzione temporale (in secondi) della forma d'onda, mentre sfruttando la funzione di calibrazione in tensione  $V = a + b \text{ counts}$  (con  $a = -0.637 \pm 0.010 \text{ V}$  e  $b = 0.828 \pm 0.007 \text{ mV/counts}$ ) si ottengono i valori in Volt delle misure acquisite in ADC counts. A tali valori si associa l'errore per propagazione  $\sigma_V = \sqrt{\sigma_a^2 + \text{counts}^2 \sigma_b^2}$ : si

nota, tuttavia, che il contributo relativo a  $\sigma_b$  è semplicemente riscalo per la misura in ADC counts acquisita da arduino, ed è trattabile quindi come un errore di scala. In Figura 3 è esposto quanto acquisito dalla scheda Arduino: si nota immediatamente come siano stati registrati due "eventi", o meglio nel tempo di acquisizione impostato per Arduino il generatore di funzioni ha erogato due impulsi di tensione. Il segnale registrato, inoltre, risulta essere leggermente rumoroso: per rendere l'analisi successiva meglio gestibile si decide di sovrapporre i due picchi di tensione e di effettuarne una media. Osservando la Figura 3, si può inoltre notare chiaramente la salita lineare del segnale e la decrescita esponenziale, come previsto in Equazione 2. Il valore massimo di tensione acquisito con la scheda Arduino, inoltre, è in linea con le aspettative e con quanto misurato sperimentalmente con l'oscilloscopio. Ci si concentra ora sulla stima del tempo caratteristico  $\tau^{\text{pre}}$ : si vuole inizialmente effettuare un fit esponenziale del tipo  $y = a + b \exp(-x/\tau)$ . Successivamente, sfruttando i parametri  $a$  e  $b$  per normalizzare i dati, si vuole considerare il logaritmo delle tensioni normalizzate ed effettuare una regressione lineare. Non è infatti possibile, per questioni analitiche, considerare semplicemente il logaritmo delle tensioni  $V$  ed aspettarsi un andamento lineare: si considera invece il logaritmo delle tensioni normalizzate  $\tilde{V} = (V - a)/b$  e l'errore su  $\tilde{V}$  è dato per propagazione. In questo modo, quindi, i dati si distribuiscono secondo  $\log(\tilde{V}) = -\frac{t}{\tau}$ . Nell'effettuare il fit esponenziale si decide di tenere conto dell'errore di scala dato dalla calibrazione della scheda Arduino, mentre per quanto riguarda la regressione lineare si sceglie di non considerarlo in quanto, computando il logaritmo delle tensioni, tale contributo viene interamente scaricato nell'offset della retta del fit.



Figura 3: Segnale in uscita dal preamplificatore.

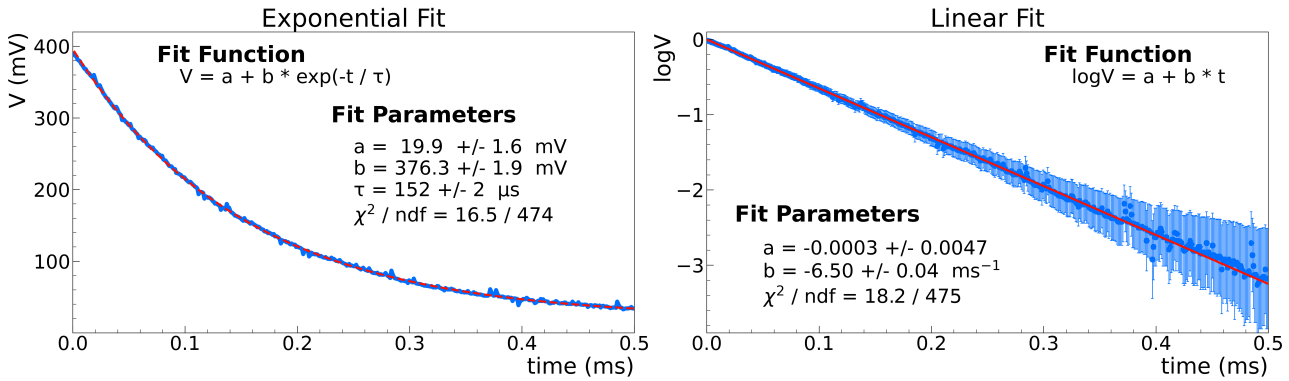


Figura 4: A sinistra: fit esponenziale dello smorzamento del segnale in uscita. A destra: fit lineare del logaritmo del segnale in uscita normalizzato.

Osservando rapidamente il grafico a sinistra, si nota come il segnale segua in modo ottimale la funzione esponenziale: la stima del tempo caratteristico  $\tau^{\text{exp}}$ , inoltre, risulta essere sufficientemente compatibile con la stima teorica  $\tau^{\text{th}} = 161 \pm 6 \mu\text{s}$  ( $\lambda = 1.4$ ). Come stima del tempo caratteristico, in ogni caso, si preferisce quanto trovato dalla regressione lineare: tale metodo, infatti, è complessivamente più robusto, più preciso e fornisce una stima migliore sugli errori dei parametri. Dal grafico a destra, quindi, si nota chiaramente come computare il logaritmo delle tensioni  $\tilde{V}$  porti a considerare più "pesanti" (barre d'errore più piccole) i punti a monte della discesa esponenziale e a dare conseguentemente meno peso ai punti di coda. Questi ultimi, eccessivamente prossimi allo zero, non vengono considerati dato che la propagazione dell'errore su di essi porta ad un contributo decisamente troppo grande ed il fit non ne è praticamente influenzato. Il  $\chi^2$ , molto minore del suo valore di aspettazione, indica una probabile sovrastima dell'errore: le misure in cima alla discesa si distribuiscono estremamente fedelmente attorno alla retta, compatibilmente con il loro errore, mentre le misure verso la coda risultano discostarsi più sensibilmente dal fit. Tuttavia, sembra che l'incremento dell'errore su queste ultime sia eccessivo, e che queste si distribuiscano attorno alla retta più fedelmente di quanto ci si aspetta dalle barre d'errore.

Calcolando ora il tempo caratteristico si trova  $\tau^{\text{lin}} = -1/b = 153.9 \pm 1.0 \mu\text{s}$ : questo presenta infine una compatibilità  $\lambda = 1.2$  con la stima teorica  $\tau^{\text{th}}$ .

#### 4.4 Grafico di Bode

Si vuole ora studiare la risposta in frequenza del preamplificatore: si modificano le impostazioni del generatore in modo da erogare un'onda sinusoidale di ampiezza 1 V e frequenza  $f_{\text{gen}}$  variabile da 10 Hz a 1 MHz. Per quanto riportato in Equazione 1, ci si aspetta un comportamento da filtro passa basso avente frequenza di taglio

$$f_t = \frac{1}{2\pi R_f C_f} = 0.99 \pm 0.04 \text{ kHz} \quad \text{con} \quad \sigma_{f_t} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{1}{C_f R_f^2}\right)^2 \sigma_{R_f}^2 + \left(\frac{1}{C_f^2 R_f}\right)^2 \sigma_{C_f}^2} \quad (4)$$

Si intende ora rappresentare le misure acquisite sperimentalmente attraverso un grafico di Bode. Viene acquisita allora l'ampiezza del segnale sia in ingresso sia in uscita utilizzando l'oscilloscopio e viene calcolata la funzione di trasferimento  $H$ , alla quale viene associata un'incertezza  $\sigma_H$  data da

$$H = \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} \quad \sigma_H = H \sqrt{\left(\frac{\sigma_L \times V_{\text{in}}/\text{div}}{V_{\text{in}}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_L \times V_{\text{out}}/\text{div}}{V_{\text{out}}}\right)^2} \quad (5)$$

dove  $\sigma_L = 0.04$  rappresenta l'incertezza di lettura associata all'oscilloscopio mentre i termini  $V_{\text{in}}/\text{div}$  e  $V_{\text{out}}/\text{div}$  corrispondono al numero di Volt per divisione per il canale di acquisizione rispettivamente del segnale in ingresso e del segnale in uscita. L'incertezza di guadagno associata all'oscilloscopio non viene invece considerata in quanto, dovendo successivamente prendere il logaritmo  $\log_{10} H$  della funzione di trasferimento, tale contributo viene scaricato interamente nell'intercetta delle interpolazioni volte a caratterizzare l'andamento delle misure. Si assume infine trascurabile l'incertezza sulla frequenza dell'onda erogata dal generatore. Si rappresenta allora in Figura 5 il grafico di Bode delle misure acquisite assieme ai punti ottenuti attraverso una simulazione Spice della risposta del circuito.



Figura 5: Grafico di Bode delle misure sperimentali e dei dati simulati.

Confrontando inizialmente le misure sperimentali con la simulazione Spice, si nota un ottimo accordo in tutto lo spettro di frequenze. Questo è chiaramente indice di una risposta in frequenza del circuito

compatibile con le aspettative: il comportamento del filtro, infatti, è evidentemente un passa basso. A basse frequenze, la funzione di trasferimento è pressochè costante a 22 dB (retta in *arancione*), mentre per frequenze crescenti la funzione di trasferimento decresce linearmente con coefficiente angolare conforme all'aspettativa dei  $-20$  dB/dec. L'ascissa del punto di intersezione tra le due rette di regressione fornisce una stima della frequenza di taglio del circuito  $f_t = 1.03 \pm 0.03$  kHz, compatibile in modo soddisfacente ( $\lambda = 0.9$ ) con la frequenza di taglio teorica esposta in Equazione 4. Si vuole sottolineare che nel computo dell'errore su  $f_t$  è stata presa in considerazione la covarianza tra parametri appartenenti allo stesso fit. Osservando infine che la formula analitica frequenza di taglio  $f_t$  riportata in Equazione 4 contiene il termine  $R_f C_f = \tau^{\text{pre}}$ , si vuole valutare l'accordo tra la frequenza di taglio ottenuta dal grafico di Bode e la frequenza di taglio teorica, utilizzando però  $\tau^{\text{pre}} = \tau^{\text{lin}}$  ricavato nella sezione precedente. Si ottiene dunque una frequenza di taglio  $f_t^{\text{lin}} = 1.034 \pm 0.007$  kHz ed è in eccellente compatibilità con quanto appena stimato ( $\lambda = 0.13$ ). Da questo notevole accordo si deduce l'assenza di possibili sistematicità di metodo, sia nella stima del tempo caratteristico attraverso il fit lineare in Figura 4, sia nella stima della frequenza di taglio analizzando il grafico di Bode.

## 5 Shaper CR-RC

Il secondo stadio della catena (*shaper*) si utilizza per modificare la forma del segnale in uscita dal preamplificatore. Si vuole, in particolare, accorciare il tempo di discesa al fine di evitare un possibile *signal pile up* nel caso di un'elevata frequenza di acquisizione. In tale situazione, infatti, il segnale di un'acquisizione successiva si sovrapporrebbe (almeno parzialmente) a quello dell'acquisizione precedente, rendendo estremamente più complicato estrarre le corrette informazioni dalle due acquisizioni. È inoltre importante che lo shaper preservi l'informazione sulla carica in ingresso, in quanto questa risulta essere il modello utilizzando nell'esperienza per simulare l'evento rivelato dal detector. Nelle sezioni successive, quindi, si vuole verificare che il segnale in uscita sia direttamente proporzionale al segnale in ingresso e che la durata del segnale in uscita sia ridotta rispetto allo smorzamento esponenziale della tensione dovuto al preamplificatore.

### 5.1 Configurazione Sperimentale Ideale

Si comincia assemblando sulla breadboard il secondo modulo rappresentato in Figura 1 utilizzando le resistenze e capacità riportate in Tabella 2. Si evidenzia che per la prima fase di analisi non viene montata la resistenza  $R_{pz}$ : la compensazione di *pole zero* verrà trattata in seguito. Inizialmente, allora,

Misure Dirette - Shaper		
Label	Valore	F.S.
$R_1$	$100.99 \pm 0.06$ k $\Omega$	1000 k $\Omega$
$R_2$	$99.93 \pm 0.06$ k $\Omega$	1000 k $\Omega$
$C_1$	$157 \pm 9$ nF	1000 pF
$C_2$	$159 \pm 9$ nF	1000 pF

Tabella 2: Misure dirette delle componenti circuitali.

si vuole studiare il comportamento dello shaper in risposta ad un segnale *ideale*, tale da avere una salita (quasi) istantanea e da rimanere costante al valore massimo. Un tale segnale viene simulato facendo erogare al generatore di funzioni un'onda quadra a bassa frequenza (100 Hz) di tensioni  $V_{\text{low}} = 0$  V e  $V_{\text{high}} = 1$  V. Prima di trattare analiticamente il circuito, calcolando la funzione di trasferimento e la risposta ad un segnale a gradino, si vuole far notare che la presenza del *buffer* tra il modulo CR ed il modulo RC permette di fattorizzare la funzione di trasferimento complessiva del circuito  $H(s) = H_{\text{CR}} H_{\text{RC}}$ , dove  $H_{\text{CR}}$  e  $H_{\text{RC}}$  sono semplicemente le funzioni di trasferimento di un circuito RC rispettivamente in configurazione passa alto e passa basso. In questo modo quindi il calcolo della funzione di trasferimento si semplifica notevolmente ed il comportamento del filtro risulta essere più prevedibile. Inoltre, per la trattazione analitica del circuito e della sua risposta si considera l'approssimazione  $R_1 C_1 \equiv \tau_1^{\text{sh}} \approx \tau_2^{\text{sh}} \equiv R_2 C_2$ , ragionevole in quanto si ha  $\tau_1^{\text{sh}} = 15.86 \pm 0.91$   $\mu$ s e  $\tau_2^{\text{sh}} = 15.89 \pm 0.90$   $\mu$ s (si mostrano due cifre decimali esclusivamente per evidenziare la sottile differenza tra i due valori). Come tempo caratteristico dello shaper si considera allora la media pesata  $\tau^{\text{sh}} = 15.9 \pm 0.6$   $\mu$ s. In questa approssimazione, la funzione di trasferimento del circuito risulta essere

$$H(s) = \frac{1}{\tau^{\text{sh}}} \frac{s}{\left(s + \frac{1}{\tau^{\text{sh}}}\right)^2} \quad \text{con } \tau^{\text{sh}} = 15.9 \pm 0.6 \mu\text{s} \quad (6)$$

Si nota allora come la funzione di trasferimento presenti uno zero nell'origine ed un polo doppio legato

al tempo caratteristico  $\tau^{\text{sh}}$ . Il grafico di Bode del comportamento in frequenza atteso presenta dunque una salita lineare di 20 dB/dec fino al raggiungimento del polo  $f_{\text{polo}} = \frac{1}{2\pi\tau^{\text{sh}}}$  e successivamente una discesa lineare di -20 dB/dec. Il comportamento dunque è tipico di un filtro passa banda, la cui banda passante è influenzata dallo *shaping time*  $\tau^{\text{sh}}$ . Concentrando ora l'attenzione sulla risposta dello shaper ad un segnale in ingresso ideale, ci si aspetta in uscita una tensione data da

$$V_{\text{out}}(t) = \frac{V_{\text{in}}}{\tau^{\text{sh}}} t e^{-\frac{t}{\tau^{\text{sh}}}} \quad (7)$$

che presenta un massimo  $V_{\text{out}}^{\text{max}} = V_{\text{in}}/e$  direttamente proporzionale al segnale in ingresso, che quindi preserva l'informazione sulla carica raccolta dal preamplificatore. Inoltre, tale massimo viene assunto ad un tempo  $t^{\text{max}} = \tau^{\text{sh}}$ : lo *shaping time*, quindi, determina approssimativamente la durata del segnale in uscita dallo shaper. Si noti che  $\tau^{\text{sh}}$  è un ordine di grandezza inferiore rispetto al tempo caratteristico  $\tau^{\text{pre}}$ : da questo si deduce quindi che la durata del segnale viene notevolmente ridotta grazie all'azione dello shaper, come anticipato in Sezione 5. Avendo misurato con l'oscilloscopio il segnale in ingresso, ci si aspetta allora un segnale massimo in uscita  $V_{\text{th}}^{\text{max}} = 0.372 \pm 0.006 \text{ V}$ , mentre sperimentalmente si misura  $V_{\text{sper}}^{\text{max}} = 0.342 \pm 0.006 \text{ V}$ : quest'ultimo si discosta del 7.9% rispetto al primo. Questa incongruenza tra aspettativa teorica e misura sperimentale si attribuisce principalmente alle componenti circuitali ed alle sistematiche presenti nel circuito stesso. Il valore massimo  $V_{\text{sper}}^{\text{max}}$  viene invece assunto ad un tempo conforme allo *shaping time*. In Figura 6 viene mostrato il segnale in uscita, acquisito con la scheda Arduino, assieme alla simulazione Spice: si nota chiaramente come la tensione sperimentale sia inferiore alle aspettative, come già anticipato. Si fa notare, tuttavia, che il valore massimo dei dati acquisiti risulta essere  $0.34 \pm 0.02 \text{ V}$  e questo viene assunto ad un tempo  $t \approx 15.9 \mu\text{s}$  perfettamente in linea con quanto misurato sperimentalmente.

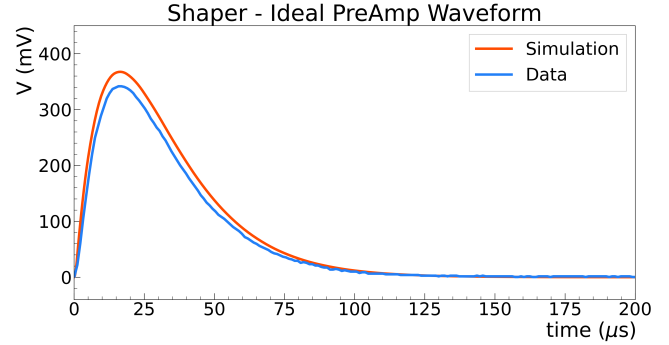


Figura 6: Segnale in uscita dallo shaper.

## 5.2 Analisi in Frequenza

Si vuole ora studiare la risposta in frequenza dello shaper: si imposta il generatore in modo da erogare un'onda sinusoidale di ampiezza 1 V e frequenza  $f_{\text{gen}}$  variabile da 50 Hz a 1 MHz. Per quanto riportato in Equazione 1, ci si aspetta un comportamento da filtro passa banda avente frequenza di massimo

$$f_{\text{polo}} = \frac{1}{2\pi\tau^{\text{sh}}} = 10.0 \pm 0.4 \text{ kHz} \quad \text{con} \quad \sigma_{f_{\text{polo}}} = \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_{\tau^{\text{sh}}}}{\tau_{\text{sh}}^2} \quad (8)$$

Si acquisisce quindi l'ampiezza del segnale sia in ingresso sia in uscita utilizzando l'oscilloscopio e viene calcolata la funzione di trasferimento  $H$ , alla quale viene associata un'incertezza  $\sigma_H$  data da Equazione 5. L'incertezza di guadagno associata all'oscilloscopio non viene invece considerata in quanto, dovendo successivamente prendere il logaritmo  $\log_{10} H$  della funzione di trasferimento, tale contributo viene scaricato interamente nell'intercetta delle interpolazioni volte a caratterizzare l'andamento delle misure. Si assume infine trascurabile l'incertezza sulla frequenza dell'onda erogata dal generatore. Si rappresenta allora in Figura 7 il grafico di Bode delle misure acquisite assieme ai punti ottenuti attraverso una simulazione Spice della risposta del circuito (pagina seguente). Confrontando inizialmente le misure sperimentali con la simulazione Spice si nota un ottimo accordo a basse frequenze e nella zona di *mid band*, mentre per alte frequenze (attorno al MHz) si osserva un sensibile disaccordo tra misure sperimentali e simulazione Spice: la causa di questa anomalia si crede essere dovuta alla GBW dell'operazionale, la quale non è stata presa in considerazione nel simulare la risposta del circuito.<sup>1</sup> In ogni caso, il filtro si comporta come da aspettative: la funzione di trasferimento presenta una crescita lineare a basse frequenze (zona di derivazione) con pendenza  $19.3 \pm 0.2 \text{ dB/dec}$  ed una

<sup>1</sup>La *Gain BandWidth* dell'amplificatore operazionale, anche detta *frequenza a guadagno unitario*, determina il massimo guadagno ottenibile ad una data frequenza.



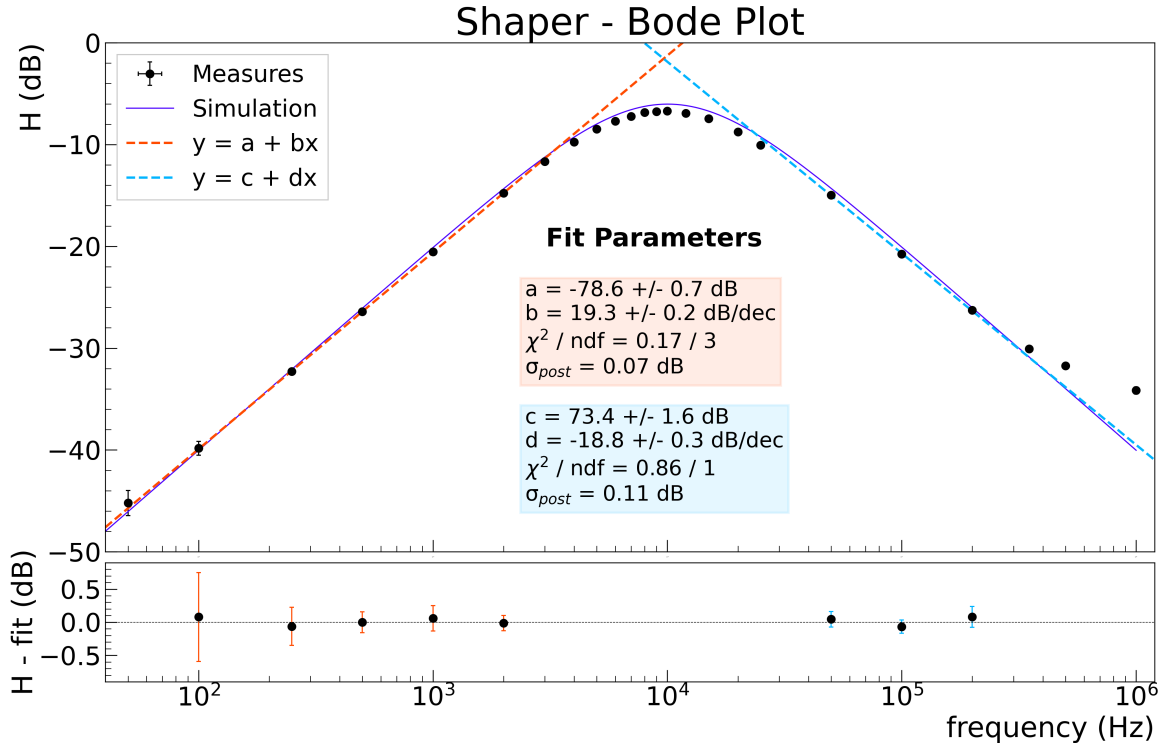


Figura 7: Grafico di Bode delle misure sperimentali e dei dati simulati.

decrecita lineare ad alte frequenze (zona di integrazione) con pendenza  $-18.8 \pm 0.3 \text{ dB/dec}$ . L'ascissa del punto di intersezione delle due rette di regressione fornisce una stima della frequenza relativo al polo  $f_{\text{polo}} = 9.6 \pm 0.2 \text{ kHz}$ , in ottima compatibilità con la frequenza del polo teorica esposta in Equazione 8 ( $\lambda = 0.8$ ). Partendo dalla stima ottenuta per  $f_{\text{polo}}$ , si ricerca il valore massimo della funzione di trasferimento: sottraendo infine 3 dB a tale massimo e cercando le ascisse di intersezione con le due rette di regressione si riesce a determinare la larghezza di banda  $\Delta f$  del filtro. Si ottiene quindi la *mid band* dello shaper, delimitata da

$$f_{\text{low}} = 3.7 \pm 0.4 \text{ kHz} \qquad f_{\text{high}} = 26.1 \pm 0.8 \text{ kHz} \quad (9)$$

Si vuole infine sottolineare che l'ottimo accordo della frequenza  $f_{\text{polo}}$  con l'aspettativa teorica (in cui compare la media pesata  $\tau^{\text{sh}}$ ) supporta ulteriormente la validità dell'approssimazione  $\tau_1^{\text{sh}} \approx \tau_2^{\text{sh}}$ .

### 5.3 Shaper con Preamplificatore in ingresso

In questa sezione si vuole studiare il comportamento dello shaper con in ingresso il segnale elaborato dal preamplificatore. Il generatore di funzioni viene configurato nuovamente come in Sezione 4.1: impulso quadrato di frequenza  $f_{\text{gen}} = 1 \text{ kHz}$ , tensione di riferimento  $V_{\text{high}} = 0 \text{ V}$ , ampiezza *negativa*  $V_{\text{low}} = -1 \text{ V}$  e durata  $T = 5 \mu\text{s}$ . In questa configurazione, il segnale in ingresso allo shaper corrisponde a quello rappresentato in Figura 3: la salita è ora lineare, non più "istantanea", ed il segnale è smorzato esponenzialmente, non più costante al valore massimo. Questa deviazione dall'idealità del segnale in ingresso allo shaper porta a rilevanti deformazioni del segnale in uscita: osservando il grafico a sinistra in Figura 8 si nota chiaramente il fenomeno di *undershoot*. Il segnale, infatti, dopo aver raggiunto il massimo scende sotto allo zero (*baseline*) per poi tendere ad esso abbastanza lentamente (nel caso ideale dopo  $200 \mu\text{s}$  il segnale si è già azzerato, in questo caso invece è necessario attendere circa  $600 \mu\text{s}$ ). La risoluzione di questo problema consiste nel porre una resistenza adeguata in parallelo alla capacità  $C_1$ : scegliendo questa tale che  $R_{\text{pz}} = \frac{\tau_{\text{pz}}^{\text{pre}}}{C_1}$ , si trova  $R_{\text{pz}} \gg R_1$  e di conseguenza la funzione di trasferimento

$$H(s) = \frac{s + \frac{1}{\tau_{\text{pz}}}}{s + \frac{1}{\tau_{\parallel}}} \approx \frac{s + \frac{1}{\tau_{\text{pz}}}}{s + \frac{1}{\tau_1}} \quad \text{con} \quad \begin{cases} \tau^{\text{pz}} = C_1 R_{\text{pz}} \\ \tau^{\parallel} = C_1 \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{\text{pz}}} \right)^{-1} \end{cases} \quad (10)$$

risulta, in buona approssimazione, avere lo stesso polo del modulo CR dello shaper. Di conseguenza, la funzione di trasferimento dello shaper con aggiunta la resistenza  $R_{pz}$  continua ad avere un polo doppio in  $f_{polo}$  e questo non ne altera le proprietà caratteristiche. La correzione apportata per eliminare l'effetto di *undershoot* prende il nome di compensazione *pole zero*. In laboratorio, quindi, viene montata una resistenza  $R_{pz} = 1.013 \pm 0.007 \text{ M}\Omega$  (F.S.10 M $\Omega$ ) molto simile a quella necessaria per compensare l'effetto di *undershoot* ( $R_{pz}^{th} = 1.03 \pm 0.07 \text{ M}\Omega$ ): osservando il grafico a destra in Figura 8 si nota quindi come l'effetto sia del tutto scomparso. Il segnale ora, infatti, dopo aver assunto il valore massimo decresce senza scendere sotto la *baseline*. Inoltre, il segnale si azzer completamente dopo circa 200  $\mu\text{s}$ , come nel caso ideale trattato in precedenza.

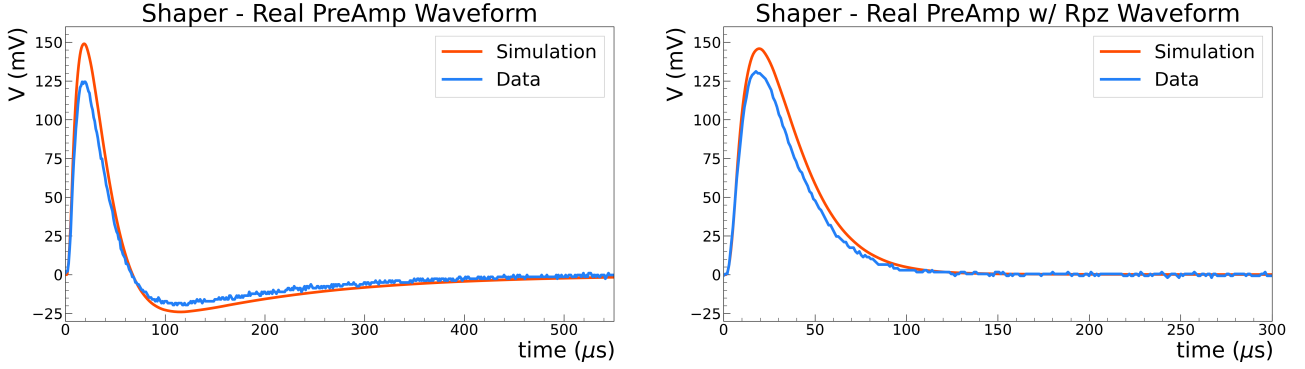


Figura 8: A sinistra: segnale in uscita dallo shaper senza resistenza di compensazione. A destra: segnale in uscita dallo shaper con resistenza di compensazione.

Si vuole ora confrontare le misure sperimentali acquisite con l'oscilloscopio ed i dati acquisiti con la scheda Arduino. In Tabella 3 si riportano quindi le misure del massimo della tensione  $V_{max}$ , il tempo in cui tale massimo viene assunto  $t_{max}$  e, eventualmente, la tensione di *undershoot*  $V_{undershoot}$ .

Shaper - Segnale in uscita <i>senza</i> $R_{pz}$					
$V_{max}$ (mV)		$t_{max}$ ( $\mu\text{s}$ )		$V_{undershoot}$ (mV)	
Osc.	Arduino	Osc.	Arduino	Osc.	Arduino
$123 \pm 2$	$124 \pm 19$	$17 \pm 1$	$\sim 16.8$	$-19.7 \pm 1.1$	$-20 \pm 17$
Shaper - Segnale in uscita <i>con</i> $R_{pz}$					
$V_{max}$ (mV)		$t_{max}$ ( $\mu\text{s}$ )		$V_{undershoot}$ (mV)	
Osc.	Arduino	Osc.	Arduino	Osc.	Arduino
$129 \pm 2$	$131 \pm 19$	$17 \pm 1$	$\sim 17.7$	$\times$	$\times$

Tabella 3: Confronto del segnale in uscita tra le due configurazioni dello shaper.

Si noti allora come tutte le misure acquisite con l'oscilloscopio e con Arduino sono tra loro consistenti. Inoltre, risulta evidente una notevole differenza di precisione tra le due tipologie di acquisizione: per quanto riguarda le misure di tensione l'oscilloscopio si trova essere circa un ordine di grandezza più preciso. L'errore relativo sulla misura del massimo  $V_{max}$ , infatti, risulta essere per l'acquisizione con Arduino di circa il 15%, mentre per l'acquisizione con l'oscilloscopio si trova circa 1.6%. Osservando l'accordo tra misure acquisite con Arduino e le simulazioni Spice, invece, si nota una lieve discrepanza. Questo era già stato osservato in Figura 6: il segnale misurato sia con la scheda Arduino sia con l'oscilloscopio risulta essere sempre leggermente minore delle aspettative. Si ritiene, tuttavia, più rilevante l'elevato accordo tra metodologie di acquisizione differenti, piuttosto che la lieve discrepanza con simulazioni. Come si è già fatto notare, infatti, questa deviazione dalle aspettative teoriche viene associata a delle sistematiche inerenti alle componenti circuitali ed all'assemblaggio del circuito stesso. Si noti ora invece come il tempo  $t_{max}$  sia leggermente aumentato rispetto al caso ideale ( $t_{max}^{ideal} \approx 15.9 \mu\text{s}$ ): la causa di ciò si crede essere ancora la perdita di idealità del segnale. La salita lineare, e non più "istantanea", infatti, causa un leggero ritardo nel raggiungimento del massimo di tensione. Il tempo  $t_{max}$  risulta essere, in ogni caso, in linea con le simulazioni Spice e quindi con le aspettative.

## 6 Catena Elettronica Completa

Generalmente, in una catena elettronica associata ad un detector, lo *shaper* non ha solamente la funzione di modificare la forma del segnale, bensì di applicare inoltre un'amplificazione. In tal caso il modulo prende il nome di *shaping amplifier*. In laboratorio, invece, si è voluto disaccoppiare i due moduli: si assembla quindi un amplificatore *non invertente* basolare collegato all'uscita dello *shaper*. Lo scopo di questo terzo ed ultimo stadio della catena è ottimizzare l'ampiezza del segnale per sfruttare al meglio il range in input della DAQ, ovvero in questo caso l'ADC della scheda Arduino Due. Questa, infatti, può ricevere nell'input analogico segnali *positivi* su un range di circa 3 V, nonostante sia opportuno notare che già oltre i 2 V i vari circuiti di protezione dei pin in ingresso tendono ad alterare l'acquisizione del segnale. Quest'ultimo, infine, viene convertito lavorando su 12 bit, cioè 4096 valori. Come è stato evidenziato nelle sezioni precedenti, i segnali acquisiti in uscita dallo *shaper* si aggirano attorno al centinaio di millivolt: essendo allora il segnale già positivo è sufficiente un'amplificazione lineare non invertente per adattare il segnale al range dell'ADC di Arduino.

### 6.1 Configurazione Sperimentale

Si assembla sulla breadboard il terzo modulo, ed ultimo, modulo rappresentato in Figura 1 utilizzando le due resistenze riportate in Tabella 4. Il circuito è un semplice circuito amplificatore non invertente di guadagno  $G = 1 + \frac{R_{2a}}{R_{1a}} = 9.254 \pm 0.004$ . Impostando il generatore come in Sezione 4.1, scegliendo

Misure Dirette - Shaper		
Label	Valore	F.S.
$R_{1a}$	$9.982 \pm 0.006 \text{ k}\Omega$	100 k $\Omega$
$R_{2a}$	$82.39 \pm 0.03 \text{ k}\Omega$	100 k $\Omega$

Tabella 4: Misure dirette delle componenti circuitali.

però un tempo di raccolta del segnale *massimo* pari a  $T = 10 \mu\text{s}$ , si ha in ingresso un segnale  $V_{\text{shaper}}^{\text{max}} = 260 \pm 4 \text{ mV}$ , misurato con l'oscilloscopio. Ci si aspetta, dunque, in uscita dalla catena completa un segnale di ampiezza  $V_{\text{out}}^{\text{th}} = 2.41 \pm 0.04 \text{ V}$ . Si misura, invece, utilizzando l'oscilloscopio una tensione  $V_{\text{out}}^{\text{sper}} = 2.32 \pm 0.04 \text{ V}$ . Emerge nuovamente la leggera discrepanza tra le aspettative sulla tensione e le

effettive misure sperimentali. Per il calcolo della funzione di trasferimento complessiva della catena si moltiplicano tra loro le funzioni di trasferimento dei singoli moduli:

$$H(s) = \underbrace{-\frac{1}{R_{\text{in}} C_f} \frac{1}{s + \frac{1}{\tau^{\text{pre}}}}}_{\text{preamplificatore}} \underbrace{\frac{1}{\tau^{\text{sh}}} \frac{s + \frac{1}{\tau^{\text{pz}}}}{\left(s + \frac{1}{\tau^{\text{sh}}}\right)^2}}_{\text{shaper}} \underbrace{\left(1 + \frac{R_{2a}}{R_{1a}}\right)}_{\text{amplificatore}} \quad \text{con} \quad \begin{cases} \tau^{\text{pre}} = R_f C_f \\ \tau^{\text{sh}} = R_1 C_1 = R_2 C_2 \\ \tau^{\text{pz}} = R_{\text{pz}} C_1 \end{cases} \quad (11)$$

Si ricorda ora che la resistenza di compensazione  $R_{\text{pz}}$  è stata scelta tale che  $R_{\text{pz}} = \frac{\tau^{\text{pre}}}{C_1}$ : si trova allora  $\tau^{\text{pz}} = \tau^{\text{pre}}$  e la funzione di trasferimento diventa

$$H(s) = -\frac{1 + \frac{R_{2a}}{R_{1a}}}{R_{\text{in}} C_f \tau^{\text{sh}}} \frac{1}{\left(s + \frac{1}{\tau^{\text{sh}}}\right)^2} \quad (12)$$

Si noti allora che la funzione di trasferimento effettiva della catena elettronica completa non presenta zeri, mentre presenta lo stesso polo doppio dello *shaper*. Ci si aspetta dunque che il comportamento in frequenza della catena sia quello di un filtro passa basso avente frequenza di taglio teorica  $f_t = 10.0 \pm 0.4 \text{ kHz}$  (sperimentalmente si è invece trovato, in Sezione 5.2,  $f_t = 9.6 \pm 0.2 \text{ kHz}$ ). Per frequenze minori ci si aspetta, nel grafico di Bode, un andamento costante delle misure mentre, per frequenze maggiori, ci si aspetta una decrescita lineare con pendenza  $-40 \text{ dB/dec}$ . Infine, in analogia a quanto discusso in Sezione 4.2 riguardo la linearità del preamplificatore, siccome lo shaper (almeno idealmente) preserva l'informazione sulla carica in ingresso ed il modulo finale amplifica semplicemente la tensione senza alterarne le altre caratteristiche, ci si aspetta che il valore massimo del segnale in uscita  $V_{\text{out}}^{\text{max}}$  dalla catena elettronica completa risulti lineare rispetto alla carica totale  $Q_c$  raccolta dal preamplificatore.

### 6.2 Linearità della Catena Elettronica

Ci si propone qui di verificare la dipendenza lineare del segnale in uscita  $V_{\text{out}}^{\text{max}}$  dalla catena elettronica rispetto alla carica totale  $Q_c$  raccolta dal preamplificatore. Si fa variare dunque la durata  $T$  dell'impulso

quadrato erogato dal generatore di funzioni da  $2\text{ }\mu\text{s}$  a  $10\text{ }\mu\text{s}$ , in modo da modificare di volta in volta la carica iniettata nel preamplificatore: per ogni  $T$  viene calcolata la quantità di carica totale  $Q_c$  secondo Equazione 2 e si acquisisce poi, utilizzando la scheda Arduino Due, la forma d'onda del segnale in uscita. Da quest'ultima si misura infine l'ampiezza effettiva del segnale in uscita. L'incertezza associata alle tensioni è quindi data dalla calibrazione della scheda. Per quanto riguarda gli errori sulla carica, in analogia a quanto riportato in Sezione 4.2, questi sono totalmente correlati e si procede come discusso.

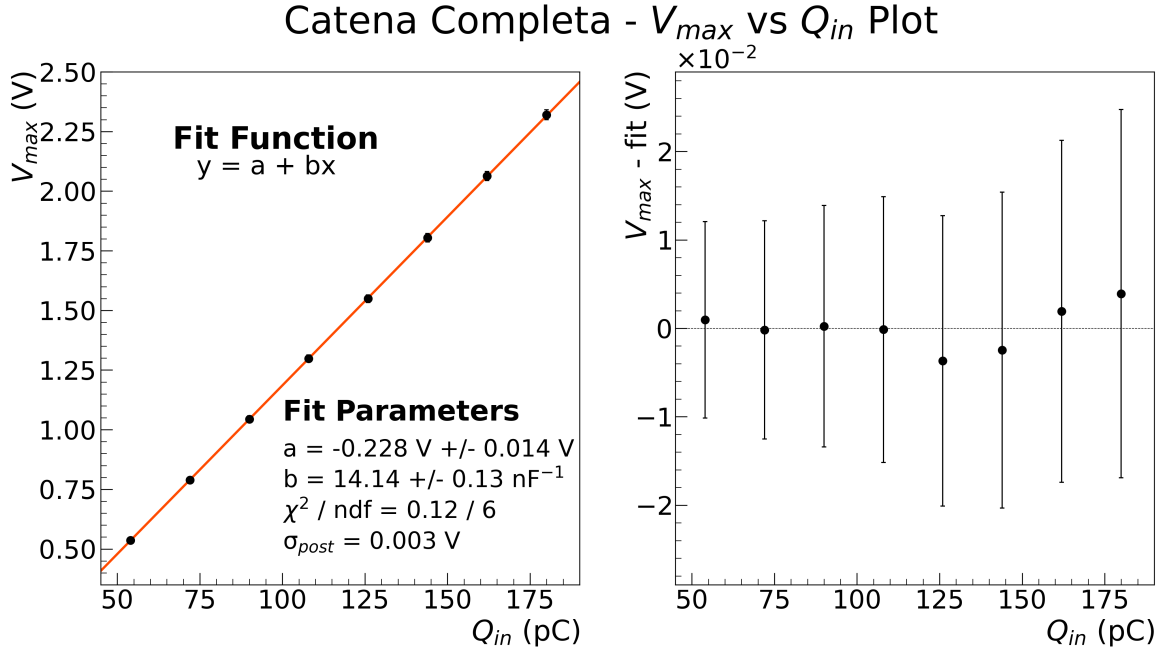


Figura 9: Fit lineare del massimo di tensione in uscita contro la carica totale in ingresso.

Si nota immediatamente, osservando il grafico dei residui, come gli errori associati alle misure siano eccessivamente grandi a confronto con l'effettiva distribuzione dei punti attorno alla retta. Il  $\chi^2$  infatti risulta essere molto minore rispetto al suo valore di aspettazione e l'errore a posteriori risulta essere circa un ordine di grandezza inferiore rispetto alle incertezze associate alle misure. L'andamento dei residui è sufficientemente regolare e, assieme all'ottima distribuzione delle misure attorno alla retta caratterizzata dall'errore a posteriori, si può quindi affermare una soddisfacente linearità della catena.<sup>2</sup>

### 6.3 Analisi in Frequenza

Si vuole ora studiare la risposta in frequenza della catena elettronica: si imposta il generatore in modo da erogare un'onda sinusoidale di ampiezza  $1\text{ V}$  e frequenza  $f_{gen}$  variabile da  $10\text{ Hz}$  a  $100\text{ kHz}$ . Per quanto riportato in Sezione 6.1, ci si aspetta un comportamento da filtro passa basso avente frequenza di taglio analoga a quella dello *shaper* (Sezione 5.2). Si acquisisce quindi l'ampiezza del segnale sia in ingresso sia in uscita utilizzando l'oscilloscopio e viene calcolata la funzione di trasferimento  $H$ , alla quale viene associata un'incertezza  $\sigma_H$  data da Equazione 5. L'incertezza di guadagno associata all'oscilloscopio non viene invece considerata in quanto, dovendo successivamente prendere il logaritmo  $\log_{10}H$  della funzione di trasferimento, tale contributo viene scaricato interamente nell'intercetta delle interpolazioni volte a caratterizzare l'andamento delle misure. Si assume infine trascurabile l'incertezza sulla frequenza dell'onda erogata dal generatore. Si rappresenta allora in Figura 7 il grafico di Bode delle misure acquisite assieme ai punti ottenuti attraverso una simulazione Spice della risposta del circuito (pagina seguente). Confrontando inizialmente le misure sperimentali con la simulazione Spice, si nota un ottimo accordo in tutto lo spettro di frequenze. Questo è chiaramente indice di una risposta in frequenza conforme alle aspettative: a basse frequenze la funzione di trasferimento è costante a  $20.1 \pm 0.2\text{ dB}$  mentre per frequenze crescenti la funzione di trasferimento subisce un'attenuazione lineare di pendenza  $-39.2 \pm 0.3\text{ dB/dec}$ , in linea con l'aspettativa dei  $-40\text{ dB/dec}$  dovuti al polo doppio. L'ascissa

<sup>2</sup>Si evidenzia che nel grafico in Figura 9 è stato reiettato il primo punto, corrispondente a  $T = 2\text{ }\mu\text{s}$  in quanto fortemente fuori trend.

del punto di intersezione tra le due rette di regressione fornisce quindi una stima della frequenza di taglio del circuito  $f_t = 9.72 \pm 0.13 \text{ kHz}$ . Si ricorda quindi che la frequenza di taglio teorica attesa è  $f_t = 10.0 \pm 0.4 \text{ kHz}$ , mentre la frequenza relativa al polo della funzione di trasferimento dello shaper ricavata dal grafico di Bode in Figura 7 risulta essere  $f_t = 9.6 \pm 0.2 \text{ kHz}$ . La stima della frequenza di taglio appena trovata presenta un'ottima compatibilità con queste ultime: in particolare si ha una compatibilità  $\lambda = 0.7$  con la stima teorica e  $\lambda = 0.3$  con la frequenza relativa al polo dello shaper.

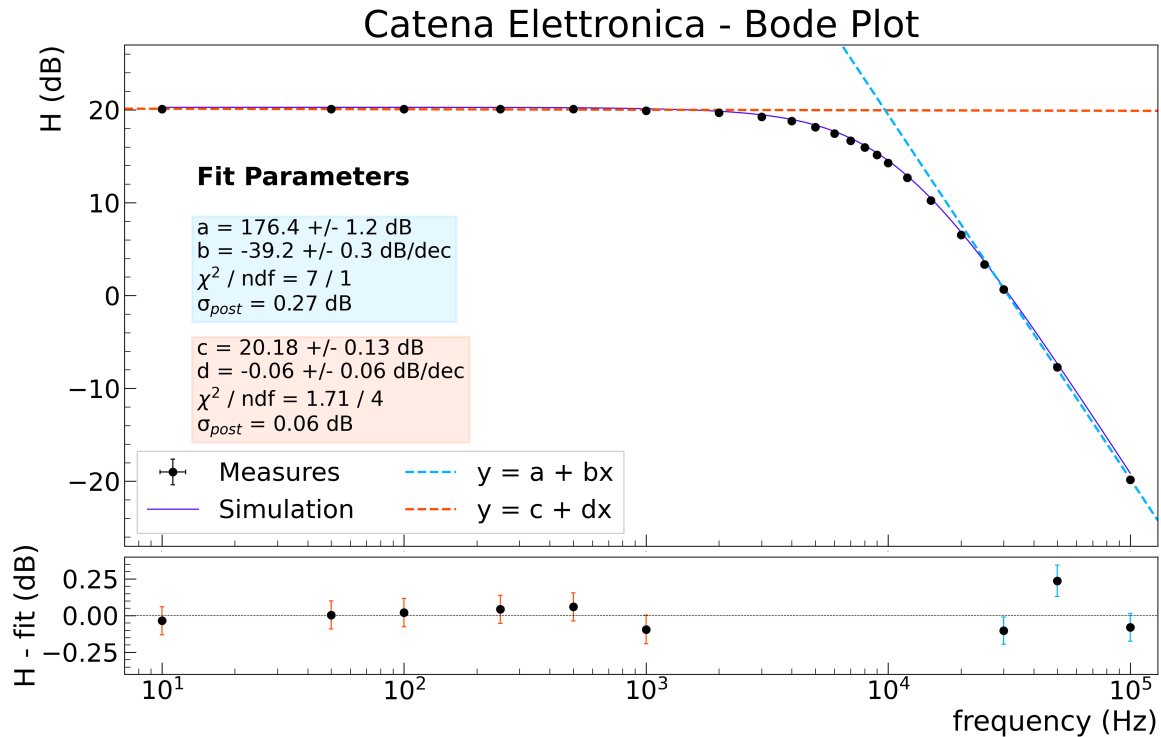


Figura 10: Grafico di Bode delle misure sperimentali e dei dati simulati.

È stata quindi verificata la validità di Equazione 12, fortemente dipendente dalla corretta scelta delle componenti circuitali al fine di poter effettuare determinate approssimazioni e identificazioni.