Laboratorio di Fisica

Docenti: Prof. A. Garfagnini - Prof. M. Lunardon Corso di Laurea in Fisica Canale 1 A-L Anno Accademico 2020/2021

ESPERIENZA DI LABORATORIO

Amplificatori Operazionali & Calibrazione Arduino

OBIETTIVO DELL'ESPERIENZA

Verificare la linearità di un amplificatore operazionale.

Misurare l'amplificazione di un circuito con amplificatore operazionale.

Misurare la frequenza di taglio di un circuito derivatore con amplificatore operazionale.

Calibrare una scheda Arduino Due

Turno T2

NICOLÒ LAI 1193976 nicolo.lai@studenti.unipd.it

1 Strumentazione e Componenti

- Oscilloscopio (Tektronix TBS1102B): Lo strumento presenta un'accuratezza sul guadagno verticale Δ_g pari al 3% del valore letto (errore massimo) ed è generalmente il contributo più significativo. L'incertezza di guadagno sui tempi si assume trascurabile. L'accuratezza che tiene conto degli effetti di risoluzione e imprecisione della traccia Δ_l è di 1/10 di divisione su tutta la scala di lettura (errore massimo), uguale sia per le tensioni sia per i tempi.
- Generatore di funzioni (Tektronix AFG1022)
- Alimentatore di tensione continua: Lo strumento presenta due uscite con erogazione di tensione tra 0 e 20 V e un'uscita con erogazione fissata a 5 V
- Multimetro digitale (Metrix MTX3292): Si riporta l'accuratezza dello strumento, per misure di resistenza e di capacità, relativa unicamente ai fondoscala utilizzati nell'esperienza.

Accuratezza Metrix MTX3292					
F.S.	Precisione	Risoluzione			
$1~\mathrm{k}\Omega$	0.10%+8	$0.01~\Omega$			
$10~\mathrm{k}\Omega$	0.07% + 8	$0.1~\Omega$			
$100~\mathrm{k}\Omega$	0.07%+8	$1~\Omega$			
1000 pF	2.5%+15	1 pF			

Tabella 1: Per i fondoscala indicati si riportano la precisione (contributo di scala in percentuale e contributo di lettura sul digit meno significativo) e la risoluzione dello strumento.

• Componenti circuitali (Resistori e Condensatori): Si riportano i valori delle resistenze e capacità utilizzate per l'assemblamento dei circuiti utilizzati nel corso dell'esperienza, misurate preliminarmente con il multimetro digitale Metrix.

	Resistori e Condensat	ori
Resistenza	Valore	F.S.
R_f	$(82.46\pm0.03)\mathrm{k}\Omega$	$100\mathrm{k}\Omega$
R_1	$(8.089\pm0.003)\mathrm{k}\Omega$	$10\mathrm{k}\Omega$
R_3	$(46.54\pm0.05)\Omega$	$1\mathrm{k}\Omega$
Capacità	Valore	F.S.
C_1	$(977\pm17)\mathrm{pF}$	$1000\mathrm{pF}$

Tabella 2: In tabella si indicano le componenti circuitali (resistori e capacità) utilizzando delle label specifiche per ciascuna di esse: questa notazione è costante nel corso dell'esperienza.

- Circuito integrato TL082C (Due Amplificatori Operazionali): essendo gli amplificatori operazionali delle componenti circuitali attive, esse devono essere alimentate. Si utilizza dunque il generatore di tensione continua con $V_+ = V_{\rm cc} = +15\,\mathrm{V}$ e $V_- = V_{\rm ee} = -15\,\mathrm{V}$ per l'alimentazione dell'amplificatore operazionale utilizzato nell'esperienza. Nel corso di quest'ultima, si assume un comportamento ideale dell'amplificatore operazionale, ovvero che il polo positivo ed il polo negativo si trovino allo stesso potenziale.
- Scheda Arduino Due

2 Amplificatore Operazionale Invertente

In questa sezione ci si propone di studiare il comportamento di un circuito puramente resistivo comprendente un amplificatore operazionale in configurazione invertente (polo positivo a massa, polo negativo collegato al segnale in ingresso). Si vuole in particolare verificare la sua linearità e stimare l'amplificazione del circuito come grandezza derivata partendo da misure dirette oppure come parametro di un'interpolazione lineare.

2.1 Configurazione Sperimentale

Si inizia assemblando il circuito rappresentato in Figura 1, utilizzando le resistenze R_f , R_1 , R_3 e l'amplificatore operazionale. La resistenza R_g rappresenta la resistenza interna del generatore, non nulla in quanto ci si trova in condizioni di non idealità.

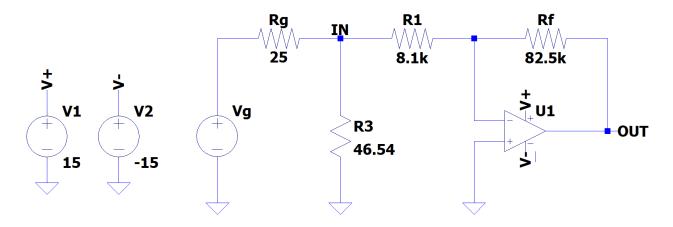


Figura 1: Rappresentazione a variabili concentrate del circuito assemblato in laboratorio.

Il segnale viene prelevato nei punti IN e OUT evidenziati nello schema in Figura 1 (e verrà in seguito richiamato rispettivamente come $V_{\rm in}$ e $V_{\rm out}$) utilizzando due sonde con fattore di attenuazione 10X. Nel canale CH1 dell'oscilloscopio viene visualizzato il segnale in ingresso $V_{\rm in}$, mentre il segnale in uscita $V_{\rm out}$ è prelevato dalla sonda collegata al canale CH2. Per entrambi i canali viene impostata l'attenuazione sonda 10X, in modo da visualizzare nel display il segnale non attenuato. Il generatore di funzioni viene poi configurato in modalità "50 Ohm", in modo che l'impedenza d'uscita del generatore sia comparabile con $R_3 \approx 50\,\Omega$. Così facendo, ci si aspetta di trovare una tensione in ingresso $V_{\rm in}$ in accordo con la tensione nominale erogata dal generatore. Si imposta infine il generatore di funzioni in modo da erogare un segnale di tipo sinusoidale con frequenza $f_{\rm gen}=1\,{\rm kHz}$ e di ampiezza variabile.

2.2 Amplificazione Attesa

Facendo riferimento ai valori delle resistenze R_f ed R_1 riportate in Tabella 2, si vuole calcolare il guadagno G atteso

$$G = \left| -\frac{R_f}{R_1} \right| \qquad \sigma_G = \sqrt{\left(\frac{1}{R_1}\right)^2 \sigma_{R_f}^2 + \left(\frac{R_f}{R_1^2}\right) \sigma_{R_1}^2} \tag{1}$$

dove il segno meno è dovuto all'operazionale posto in configurazione invertente: questo comporta allora un segnale V_{out} "invertito", cioè ci si aspetta che i massimi del segnale in ingresso corrispondano a minimi del segnale in uscita e vice versa, e amplificato di un fattore

$$G = 10.194 \pm 0.006. \tag{2}$$

2.3 Acquisizione Misure

Al fine di verificare la linearità dell'amplificatore operazionale e stimare l'amplificazione del circuito, si decide di far variare la tensione in ingresso impostando valori crescenti di ampiezza del segnale erogato dal generatore di funzioni. Per ciascuno di questi valori di tensione si acquisisce la misura di un massimo e di un minimo sia del segnale $V_{\rm in}$ sia del segnale $V_{\rm out}$ sfruttando i cursori orizzontali dell'oscilloscopio. In questo modo, si ottiene un campione di coppie $(V_{\rm in}, V_{\rm out})$ che ci si aspetta segua un andamento lineare (assumendo la linearità dell'amplificatore operazionale). I valori di tensione $V_{\rm gen}$, $V_{\rm in}$, $V_{\rm out}$ e le relative scale di misura sono riportate in Tabella 3. Si associa inoltre un'incertezza alle misure di $V_{\rm in}$ e $V_{\rm out}$ data da Equazione 3.

2.4 Simulazione Spice Preliminare

Prima di procedere con l'analisi dati, si decide di simulare la risposta del circuito utilizzando il programma LTSpice. Il circuito in questione è riportato in Figura 1, tenendo conto però che il generatore è impostato in modalità "50 Ohm". Si sceglie di effettuare la simulazione considerando due ampiezze in ingresso significative: per la prima si imposta dal generatore un'ampiezza $V_{\rm gen}=1\,{\rm V}$ mentre per la seconda $V_{\rm gen}=4\,{\rm V}$. Questa scelta è dettata dal fatto che l'amplificatore operazionale, essendo una componente attiva del circuito, non può dare in output una tensiore maggiore di quanta ne riceve in alimentazione per conservazione dell'energia: ci si aspetta allora di trovare una situazione di saturazione del segnale in uscita e che questa inizi a manifestarsi attorno ad un valore nominale di tensione $Vpp_{\rm gen}=3\,{\rm V}$ in quanto, avendo un guadagno di circa un fattore 10, il segnale in uscita non può superare i 30 V picco picco.

LTSpice Simulation

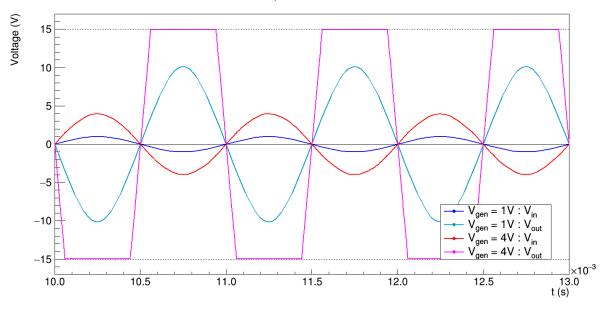


Figura 2: Simulazione Spice della risposta del circuito ad una tensione sinusoidale in ingresso di frequenza $f_{\rm gen}=1\,{\rm kHz}$ e ampiezza $V_{\rm gen}=1\,{\rm V}$ oppure $V_{\rm gen}=4\,{\rm V}$

Dal grafico si evince chiaramente come erogando $V_{\rm gen}=1\,\rm V$ il segnale viene amplificato correttamente di circa un fattore 10 mantenendo la forma sinusoidale, mentre erogando $V_{\rm gen}=4\,\rm V$ il segnale in uscita presenta i picchi tagliati esattamente a livello $V_{\rm sat}=\pm15\,\rm V$, ovvero le tensioni di alimentazione fornite all'operazionale. Inoltre, come anticipato in Sezione 2.2, si può osservare il comportamento invertente dell'amplificatore operazionale: ad un massimo di $V_{\rm in}$ corrisponde un minimo di $V_{\rm out}$ e vice versa.

2.5 Dati e Analisi

In questa sezione si vuole inizialmente rappresentare le misure acquisite in laboratorio, sia riportandole in tabella sia utilizzando un grafico esplorativo di $V_{\rm out}$ contro $V_{\rm in}$, per cercare di estrarre informazioni di carattere generale sui dati a disposizione. Successivamente, si vuole invece caratterizzare la linearità dell'amplificatore operazionale ed il guadagno del circuito in termini statistici, focalizzandosi sullo studio di interpolazioni lineari.

2.5.1 Dataset

Si riportano in Tabella 3 le misure acquisite con l'oscilloscopio, alle quali è stata associata un'incertezza

$$\sigma_V = \sqrt{(\sigma_l \times V/\text{div})^2 + (\sigma_g \times \text{measure})^2}$$
 (3)

dove $\sigma_l = \Delta_l/\sqrt{6}$ e $\sigma_g = \Delta_g/\sqrt{6}$ (assumendo una distribuzione triangolare) rappresentano l'incertezza di lettura e di guadagno associati all'oscilloscopio (si rimanda a Sezione 1 per i valori di Δ_l e Δ_g), V/div rappresenta la scala di acquisizione della misura mentre "measure" rappresenta la misura sperimentale stessa. Osservando la colonna relativa alla tensione in ingresso $V_{\rm in}$, si nota come sia conforme alla tensione nominale erogata dal generatore di funzioni: questo è sicuramente indice di una corretta acquisizione del segnale in ingresso e di una corretta configurazione del generatore (modalità "50 Ohm") e dell'oscilloscopio (attenuazione sonda 10X).

	I	Misure Acquisite con l'Osci	lloscopio	
		Misure dei Massimi	i	
Vpp_{gen} (V)	$V_{ m in} ({ m V})$	Scala $V_{\rm in}$ (V/div)	$V_{ m out} ({ m V})$	Scala $V_{ m out}$ (V/div)
0.20	0.106 ± 0.003	0.050	1.00 ± 0.02	0.324
0.50	0.252 ± 0.006	0.100	2.48 ± 0.05	1.000
0.80	0.400 ± 0.010	0.200	4.00 ± 0.10	2.000
1.00	0.496 ± 0.011	0.200	4.96 ± 0.11	2.000
1.50	0.744 ± 0.014	0.200	7.44 ± 0.14	2.000
1.80	0.907 ± 0.019	0.324	8.98 ± 0.19	3.400
2.00	1.01 ± 0.02	0.324	9.9 ± 0.2	3.400
2.30	1.16 ± 0.02	0.376	11.4 ± 0.2	3.800
2.60	1.29 ± 0.03	0.436	13.0 ± 0.3	4.520
3.00	1.50 ± 0.03	0.480	14.4 ± 0.3	4.520
3.20	1.61 ± 0.03	0.630	14.7 ± 0.3	5.600
3.50	1.77 ± 0.04	0.660	14.7 ± 0.3	5.600
		Misure dei Minimi		
$Vpp_{gen}(V)$	$V_{ m in} ({ m V})$	Scala $V_{ m in}$ (V/div)	$V_{ m out}$ (V)	Scala $V_{ m out}$ (V/div)
0.20	-0.102 ± 0.003	0.050	-0.97 ± 0.02	0.324
0.50	-0.252 ± 0.006	0.100	-2.48 ± 0.05	1.000
0.80	-0.400 ± 0.010	0.200	-3.92 ± 0.10	2.000
1.00	-0.496 ± 0.011	0.200	-4.96 ± 0.11	2.000
1.50	-0.736 ± 0.014	0.200	-7.36 ± 0.14	2.000
1.80	-0.881 ± 0.019	0.324	-8.98 ± 0.19	3.400
2.00	-0.98 ± 0.02	0.324	-10.0 ± 0.2	3.400
2.30	-1.13 ± 0.02	0.376	-11.5 ± 0.2	3.800
2.60	-1.29 ± 0.03	0.436	-13.0 ± 0.3	4.520
3.00	-1.48 ± 0.03	0.480	-14.1 ± 0.3	4.520
3.20	-1.59 ± 0.03	0.630	-14.8 ± 0.3	5.600
3.50	-1.72 ± 0.04	0.660	-14.8 ± 0.3	5.600

Tabella 3: Vengono rappresentate in tabella le misure sperimentali acquisite con i cursori dell'oscilloscopio con l'incertezza ad esse associata e la scala di acquisizione della misura.

Osservando invece la colonna relativa a $V_{\rm out}$ si nota un'amplificazione conforme alle aspettative (circa un fattore 10). Inoltre, si osserva come le ultime misure per entrambi i campioni, cioè quelle con tensione nominale $V \rm pp_{\rm gen}$ maggiore, tendano a stabilizzarsi attorno a circa $V_{\rm sat} = \pm 15 \, \rm V$, ovvero la tensione massima che l'amplificatore operazionale può fornire in output. Come da aspettative, riportate in Sezione 2.4, questo fenomeno di stabilizzazione attorno a $V_{\rm sat}$ inizia a manifestarsi attorno ad una tensione erogata dal generatore di circa $V \rm pp_{\rm gen} = 3 \, \rm V$.

Per meglio chiarificare l'andamento delle misure ed il fenomeno di saturazione, si riportano nel grafico in Figura 3 le coppie $(V_{\text{in}}, V_{\text{out}})$: queste vengono quindi interpolate con una retta del tipo y = a + bx al fine di osservare l'andamento dei residui.

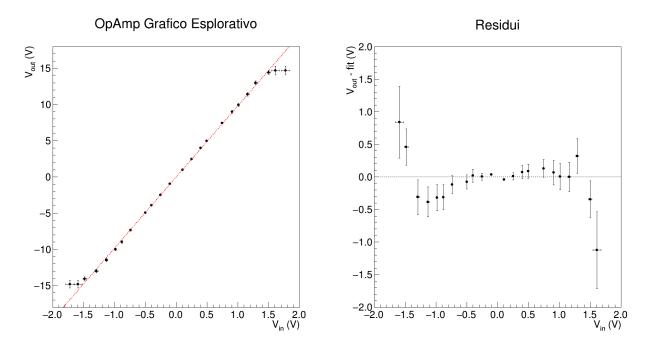


Figura 3: A sinistra: grafico delle coppie $(V_{\rm in}, V_{\rm out})$ interpolate linearmente da una retta del tipo y = a + bx. A destra: grafico dei residui.

Dal grafico a sinistra si nota immediatamente il fenomeno di saturazione del segnale in uscita a $V_{\rm sat}=\pm 15\,\rm V$: i tre punti finali di massimo e minimo tendono a stabilizzarsi piuttosto che seguire il trend lineare, fedelmente rispettato dai restati punti del grafico. Dal grafico dei residui si può osservare lo stesso fenomeno: la zona centrale risulta essere distribuita ragionevolmente attorno allo zero, mentre le code tendono a distanziarsi anche notevolmente. Da questo si deduce dunque che i tre punti finali di massimo e di minimo sono da considerarsi degli outiers rispettivamente al trend lineare delle misure rimanenti: al fine di caratterizzare la linearità dell'amplificatore operazionale e di calcolare l'amplificazione del circuito, dunque, gli outliers non verranno considerati.

2.5.2 Interpolazioni Preliminari

Si procede ora considerando il campione di misure dei massimi ed il campione di misure dei minimi separatamente, in quanto a priori non si ha la certezza che questi appartengano alla stessa popolazione. Osservando le misure in Tabella 3 si nota come le incertezze su $V_{\rm in}$ siano generalmente un ordine di grandezza inferiori rispetto a quelle su $V_{\rm out}$: le prime non sono quindi trascurabili rispetto alle seconde. Per tenere conto quindi dell'incertezza su $V_{\rm in}$, ci si propone di effettuare un fit preliminare, nel quale si considerano unicamente gli errori su $V_{\rm out}$, per stimare un coefficiente angolare m. Questo viene poi utilizzato per proiettare gli errori di $V_{\rm in}$ lungo l'asse delle ordinate secondo

$$\sigma_y = \sqrt{\sigma_{V_{\text{out}}}^2 + m^2 \sigma_{V_{\text{in}}}^2} \tag{4}$$

I coefficienti angolari di interesse sono dunque riportati in Tabella 4.

Coefficienti Angolari Preliminari			
Campione di Massimi	Campione di Minimi		
$m = 10.02 \pm 0.09$	$m = 10.16 \pm 0.09$		

Tabella 4: Valori dei coefficienti angolari restituiti dalle interpolazioni preliminari.

Questi due coefficienti angolari vengono adesso utilizzati per proiettare il contributo d'errore relativo a $V_{\rm in}$ lungo l'asse y secondo la formula in Equazione 4.

2.5.3 Linearità e Amplificazione

Alla luce di quanto trovato nella sezione precedente, si ripetono le interpolazioni lineari associando ai punti un errore dato da Equazione 4. I parametri restituiti dai fit sono riportati in Tabella 5.

	Fit Parameters				
	Campione di Massimi				
Offset (V)	Slope	$\chi^2/{ m ndf}$	$\sigma_{\rm posteriori}$ (V)		
-0.06 ± 0.04	10.02 ± 0.14	0.98/7	0.10		
	Campione di Minimi				
Offset (V) 0.07 ± 0.04	Slope 10.16 ± 0.14	χ^2/ndf $0.67/7$	$\sigma_{ m posteriori}$ (V) 0.07		

Tabella 5: Valori dei coefficienti angolari restituiti dalle interpolazioni preliminari.