

num_06_h03_a2c

April 12, 2022

```
[3]: # Aufgabe 2 c
import numpy

def zerlegung(A):
    lu = A.copy()
    p = []
    for zeile in range(lu.shape[0] - 1):
        # Diagonale != 0?
        if lu[zeile][zeile] == 0:
            for f in range(zeile, lu.shape[0]):
                if lu[f][zeile] != 0:
                    # Zeilen tauschen
                    tmp = numpy.copy(lu[zeile])
                    lu[zeile] = lu[f]
                    lu[f] = tmp
                    p.append(f + 1)
                    break
            else:
                p.append(zeile + 1)

        for y in range(zeile + 1, lu.shape[0]):
            div = int(lu[y][zeile] / lu[zeile][zeile])
            if div != 0:
                lu[y][zeile] = div
                for x in range(zeile + 1, lu.shape[1]):
                    lu[y][x] = lu[y][x] - (lu[zeile][x] * div)

    print(f"LU =\n{lu}")
    print(f"p = {p}")
    return numpy.array(lu), numpy.array(p)

def permutation(p, u):
    c = numpy.copy(u)
    for x in range(len(p)):
        tmp = numpy.copy(c[x])
```

```

        c[x] = c[p[x] - 1]
        c[p[x] - 1] = tmp
    print(f"Pu = {c}")
    return numpy.array(c)

def vorwaerts(LU, u):
    # L*y=u
    y = []
    for x in range(LU.shape[0]):
        res = u[x]
        for r in range(len(y)):
            if x == r:
                res -= y[r]
            else:
                res -= (LU[x][r] * y[r])
        y.append(res)
    print(f"y = {y}")
    return numpy.array(y)

def ruckwaerts(LU, y):
    # U*z=y
    z = []
    for x in range(LU.shape[0] - 1, -1, -1):
        res = y[x]
        if len(z) == 0:
            res /= LU[x][x]
        else:
            for r in range(0, len(z)):
                res -= (LU[x][LU.shape[1] - r - 1] * z[len(z) - r - 1])
            res /= LU[x][x]
        z.insert(0, res)
    print(f"z = {z}")
    return numpy.array(z)

def teil1u3(A, u):
    LU, p = zerlegung(A)
    c = permutation(p, u)
    z = ruckwaerts(LU, vorwaerts(LU, c))
    return z

def teil2(v, z):
    x = 1 + numpy.dot(numpy.transpose(v), z)
    if x != 0:

```

```

        print("Ad ist regulär")
    else:
        print("Ad ist nicht regulär")

    a = 1 / x
    print(f"a = {a}")
    return a

def teil4(zd, a, v, z):
    xd = zd - numpy.dot(a, numpy.dot(numpy.transpose(v), zd)) * z
    print(f"xd = {xd}")
    return numpy.array(xd)

A = numpy.array([[0, 0, 0, 1], [2, 1, 2, 0], [4, 4, 0, 0], [2, 3, 1, 0]])
u = numpy.array([0, 1, 2, 3])
v = numpy.array([0, 0, 0, 1])
Ad = numpy.array([[0, 0, 0, 1], [2, 1, 2, 1], [4, 4, 0, 2], [2, 3, 1, 3]])
bd = numpy.array([3, 5, 4, 5])

if __name__ == '__main__':
    print("\nBerechne  $z = A^{-1} * u$  als Lösung von  $A * z = u$  über die LU-Zerlegung  

    von A (LU*z = P*u,\n" +
          "also L*y = P*u, U*z = y):")
    z = teil1u3(A, u)
    print("\nÜberprüfe ob  $1 + v^T * z = 0$  (also ob  $\tilde{A}$  überhaupt regulär ist) und  

    bestimme  $\gamma = 1/(1 + v^T * z)$ ):")
    a = teil2(v, z)
    print("\nberechne  $\hat{z} = A^{-1} \hat{b}$  als Lösung von  $A \hat{z} = \hat{b}$  über die LU-Zerlegung  

    von A (LU*\hat{z} = P*\hat{b},\n" +
          "also L*\hat{y} = P*\hat{b}, U*\hat{z} = \hat{y}):")
    zd = teil1u3(Ad, bd)
    print("\nbestimme die Lösung  $\hat{x}$  über  $\hat{x} = \hat{z} - \gamma * (v^T * \hat{z}) * z$ :")
    xd = teil4(zd, a, v, z)

```

Berechne $z = A^{-1} * u$ als Lösung von $A * z = u$ über die LU-Zerlegung von A (LU*z = P*u,
 also L*y = P*u, U*z = y):

LU =

```

[[ 2  1  2  0]
 [ 2  2 -4  0]
 [ 1  1  3  0]
 [ 0  0  0  1]]

```

p = [2, 3, 4]
 Pu = [1 2 3 0]

```

y = [1, 0, 2, 0]
z = [-0.8333333333333333, 1.3333333333333333, 0.6666666666666666, 0.0]

```

```

Überprüfe ob  $1 + v^T z = 0$  (also ob  $\tilde{A}$  überhaupt regulär ist) und bestimme  $=$ 
 $1/(1 + v^T z)$ :
Ad ist regulär
a = 1.0

```

```

berechne  $\hat{z} = A^{-1} b$  als Lösung von  $A\hat{z} = b$  über die LU-Zerlegung von A ( $LU\hat{z} =$ 
 $Pb$ ,
also  $L\hat{y} = Pb$ ,  $U\hat{z} = \hat{y}$ ):
LU =
[[ 2  1  2  1]
 [ 2  2 -4  0]
 [ 1  1  3  2]
 [ 0  0  0  1]]
p = [2, 3, 4]
Pu = [5 4 5 3]
y = [5, -6, 6, 3]
z = [2.5, -3.0, 0.0, 3.0]

```

```

bestimme die Lösung  $\hat{x}$  über  $\hat{x} = \hat{z} - (v^T \hat{z})z$ :
xd = [ 5. -7. -2.  3.]

```

[]: