Elgtunge

Setter man et varmt glass med vann i et rom, utveksler vannet varme med omgivelsene. Denne forandringen i temperatur kan bli illustrert ved hjelp av differensiallikningen:

$$T(t)' = \alpha(T(t) - T_k) \text{ der } T(0) = T_0$$

Ved å løse denne differensiallikningen, finner man hvordan temperaturen i vannet forandrer seg over tid. Skal deretter danne egen, veldig troverdig, empiri for å sjekke validiteten til modellen ($T(t)$).

Første steg er å løse diff-likningen for $T(t)$:

$$T(t)' = \alpha T(t) - \alpha T_k$$

$$\Rightarrow T(t)' - \alpha T(t) = -\alpha T_k$$

$$\Rightarrow e^{-at} \cdot T(t)' - e^{-at} \cdot \alpha T(t) = -e^{-at} \cdot \alpha Tk$$

$$\Rightarrow \int \frac{d}{dt}(T(t) \cdot e^{-at})\ dt = \int -\alpha T_k \cdot e^{-at}\ dt$$

$$\Rightarrow (T(t) \cdot e^{-at}) + C_1 = T_k \cdot e^{-at} + C_2$$

$$\Rightarrow (T(t) \cdot e^{-at}) \cdot e^{at} + C_1 \cdot e^{at} = T_k \cdot e^{-at} \cdot e^{at} + C_2 \cdot e^{at}$$

$$\Rightarrow T(t) + C_1 \cdot e^{at} = T_k + C_2 \cdot e^{at}$$

$$\Rightarrow T(t) = T_k + C_2 \cdot e^{at} - C_1 \cdot e^{at}$$

$$\Rightarrow T(t) = T_k + D \cdot e^{at}$$

Initialsverdien som ble målt var $T(0) = 350$ K

Romtemperaturen er T_K = 300 K

Konstanten D er derfor 50 grunnet denne likningen:

$$T(0) = T_k + D \cdot e^{a \cdot 0}$$

$$350 = 300 + D$$

$$D = 50$$

Hvis a er større enn null, går funksjonen mot $e^{at} \to \infty$ når $t \to \infty$. Temperaturen går naturligvis ikke mot uendelig etter uendelig mange timer, så $a < 0$. En a-verdi jeg fant var: -0,0011 (Kind, 2005).[1]

---

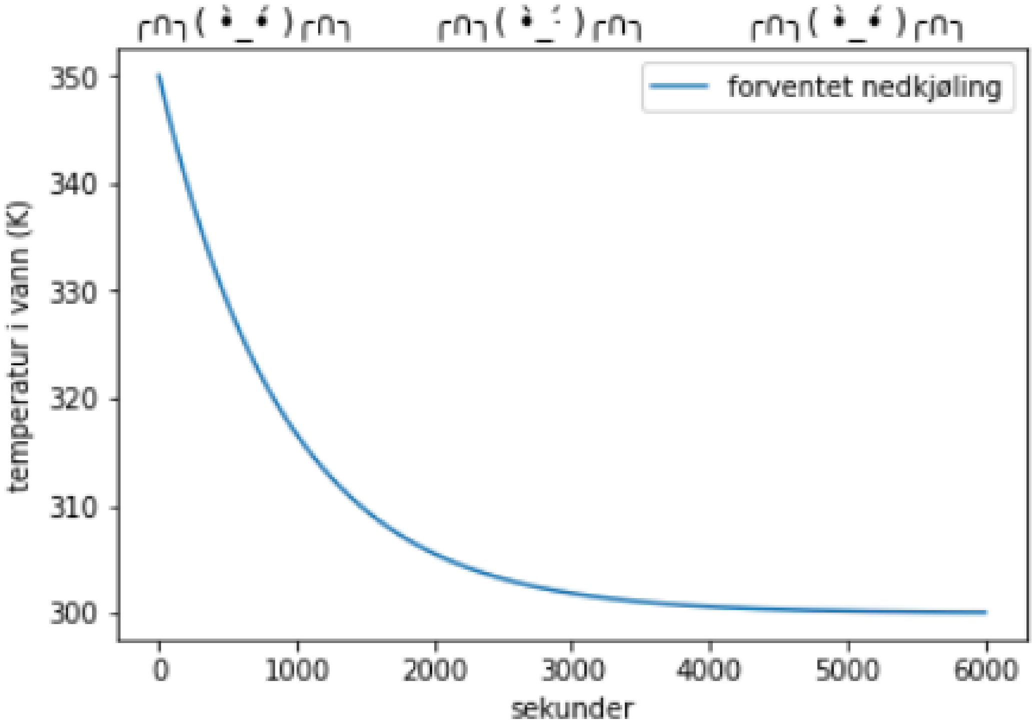
[1] Bibliografi:

Vi vet nå verdien av alle relevante variabler, og vi kan lage et program for å for å forutse temperaturendringen i vannglasset:

```
import pylab as np
import matplotlib.pyplot as plt


T_k = 300
a = -0.0011
D = 50
def T(t):
    return T_k+D*np.e**(a*t)

x_verdier = np.linspace(0,6000,100000)
y_verdier = T(x_verdier)


np.plot(x_verdier,y_verdier, label = "forventet nedkjøling")


plt.xlabel("sekunder")
plt.ylabel("temperatur i vann (K)")
plt.title("╭∩╮( •̀_•́ )╭∩╮        ╭∩╮( •̀_•́ )╭∩╮          ╭∩╮( •̀_•́ )╭∩╮    ")
plt.legend()
```

Output i konsoll er:

Per Morten Kind, NTNU. (2005) "Newtons avkjølingslov" https://www.naturfag.no/binfil/download2.php?tid=18484



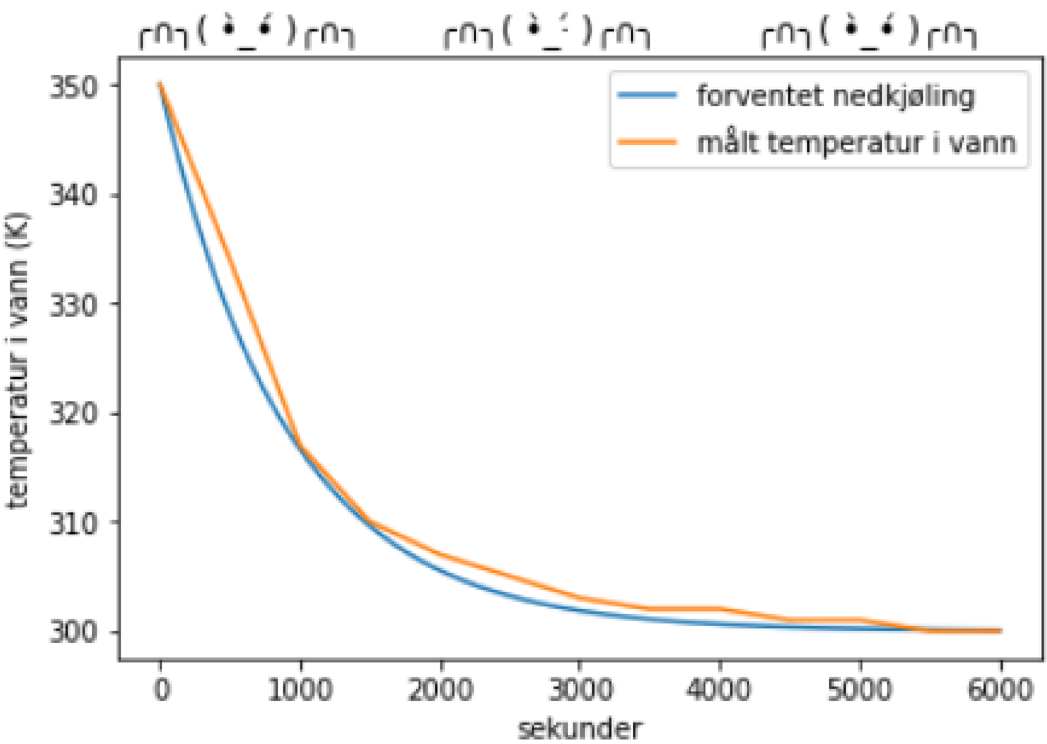
Deretter utførte jeg forsøket mitt og fikk resultatene som vist i koden:

```
x_plott = np.array ([0 ,500,1000,1500,2000,2500,3000,3500,4000,4500,5000,5500,6000])
y_plott = np.array ([350 ,334, 317, 310, 307, 305, 303, 302,302, 301, 301, 300, 300])
```

Og kjørte koden:

```python
import pylab as np
import matplotlib.pyplot as plt


T_k = 300
a = -0.0011
D = 50
def T(t):
    return T_k+D*np.e**(a*t)

x_verdier = np.linspace(0,6000,100000)
y_verdier = T(x_verdier)


np.plot(x_verdier,y_verdier, label = "forventet nedkjøling")
np.plot(x_plott, y_plott, label = "målt temperatur i vann")

plt.xlabel("sekunder")
plt.ylabel("temperatur i vann (K)")



x_plott = np.array ([0 ,500,1000,1500,2000,2500,3000,3500,4000,4500,5000,5500,6000])
y_plott = np.array ([350 ,334, 317, 310, 307, 305, 303, 302,302, 301, 301, 300, 300])
plt.title("╭∩╮( •̀_•́ )╭∩╮       ╭∩╮( •̀_•́ )╭∩╮          ╭∩╮( •̀_•́ )╭∩╮    ")
plt.legend()
```

Fikk dette som output:



Vi ser at vi kan forutse med høy sikkerhet at vannets temperatur kan moduleres med funksjonen $T(t) = T_k + D \cdot e^{at}$, som vi utledet fra differensialligningen $T(t)' = \alpha(T(t) - T_k)$. For å verifisere dette kan man regne R^2 mellom $(T(t),\ t)\ og\ (E(t),\ t)$ der t er de målte punktene t kommer fra {0, 500, 1000, 1500, 2000, 2500, 3000, ...}.

Bibliografi:

Per Morten Kind, NTNU. (2005) "Newtons avkjølingslov"
https://www.naturfag.no/binfil/download2.php?tid=18484

-