Primer informe

Grupo 26

Marcia Cabral (4.321.990-1), Nicolás Fernández (5.242.510-3)

15/10/2021

Índice

1. Ejercicio 1: *Estimar población total.*

1.1. Parte 1

Tiene una distribución hipergeométrica y su valor esperado es:

$$E(X) = \frac{n \times K}{N}$$

Donde:

$K = \{Cantidad\ de\ marcados\}$

$n = \{Cantidad\ de\ individuos\ por\ recaptura\}$

$N = \{Cantidad\ total\}$

1.2. Parte 2

El promedio converge a la esperanza teórica. Por lo tanto se puede despejar el valor de N de la siguiente forma:

$$N = \frac{n \times K}{E(X)}$$

Parte 3

```
# Crea un vector con 1000 individuos.
pob_total <- c(1:1000)

# Crea un vector con 100 elementos, que es la cantidad de recapturas.
xtotal = 1:100

# Vector en el que se almacenerá las coincidencias para cada recaptura.
xn <- c()

# Toma al azar una muestra de 50 indv de la población total.
M <- sample(pob_total, 50)

# Itinera para obtener las recapturas.
for (xi in xtotal) {
  # Toma al azar una muestra de 80 indv de la población total.
  M80 <- sample(pob_total, 80)

  # Cuenta cuántos elementos de M tiene la muestra de 80 indv.
  coincidencias <- sum(M80 %in% M)

  # Almacena en un vector el número de coincidencias para cada recaptura.
  xn <- c(xn, coincidencias)
}

# Calcula el valor estimado de la población total utilizando la fórmula anterior con K=n.
val_estimado <- (80*50) / mean(xn)
```

```
## El valor estimado para n = 80 es igual a 1031
```

```r
# Vector de n distintos
nDistintos <- seq(20 ,200 , by=20)

# Preparativos
xn2 <- c()
val_estimado2 <- c()
promedioDeni <- c()

# Itinera dos veces, la primera para calcular para los diferentes n. Y la segunda para
↪  realizar las 100 recapturas.
for (ni in nDistintos) {
  for (xi2 in xtotal) {
    Mni <- sample(pob_total, ni)
    coincidencias2 <- sum(Mni %in% M)
    xn2 <- c(xn2, coincidencias2)
  }
  # Realiza el promedio de la recaptura y lo utiliza para crear el vector de los valores
  ↪  estimados para cada n.
  val_estimado2 <- c(val_estimado2, (ni*50) / mean(xn2))
  # Limpia el vector de coincidencias
  xn2 <- c()
}
```

Valores de n	Valores estimados
20	990
40	966
60	1053
80	1003
100	988
120	936
140	1019
160	986
180	1007
200	1011

Conclusiones del ejercicio 1

Para valores diferentes de n se observa que el estimativo de la población total no cambia en gran medida. En lo personal esperaba encontrar valores más aproximados a la población total a medida de que el n crece.

2. Ejercicio 2: *Ley de los Grandes Números*

Nuestro grupo cuenta con la distribución geométrica con $p = 0.18$.

2.1. Parte a y b

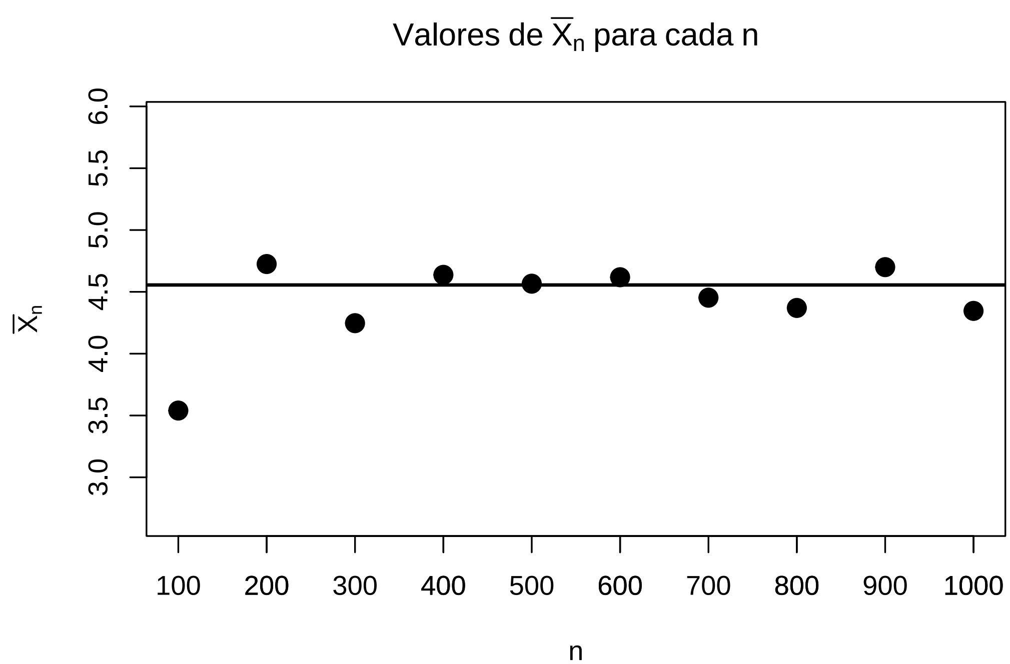
```r
# Crea un vector con los elementos n = 100, 200,..., 10^3
n <- seq(100, 1000, by=100)

# Preparación
esperanzaEmpirica_1 <- c()
p1 = 0.18

# Itinera y calcula la esperanza para cada N (100, 200,..., 1000)
for (n1 in n) {
  esperanzaEmpirica_1 <- c(esperanzaEmpirica_1, mean(rgeom(n1,p1)))
}

# Calcula la esperanza teórica
esperanzaTeorica_1 <- (1-p1)/ p1
```

```r
# Grafica los valores de Xn
plot(n, esperanzaEmpirica_1, xlab=xlab1, ylab=ylab1, main=main1,
     ylim=c(min(esperanzaEmpirica_1) - min(esperanzaEmpirica_1)/4,
            max(esperanzaEmpirica_1) + (max(esperanzaEmpirica_1)/4)), pch=19, cex=1.5)
axis(side = 1, at = n)
abline(h = esperanzaTeorica_1, lwd=2)
```



El valor teórico esperado de la distribución es igual a 4.56 y se agregó como una línea horizontal en el gráfico.

2.2. Parte c

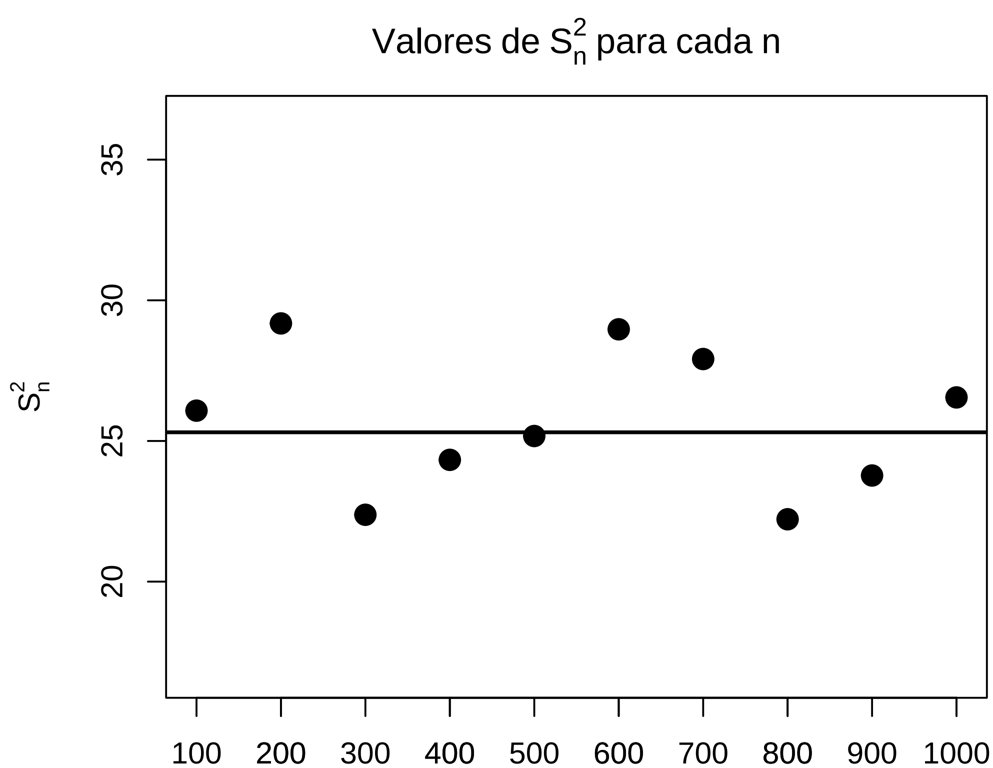
Ahora pasamos a realizar la parte (C) donde hay que calcular S_n^2.

```
# Crea vector vacío para Sn empírico
sn_emp <- c()

# Itinera calculando la Sn para los diferentes N.
for (i in 1:10) {
  sn_emp <- c(sn_emp, sd(rgeom(n[i], p1))^2)
}

# Calcula Sn teórica.
sn_teo <- (1-p1)/(p1^2)
```

```
# Grafica las Sn empíricas y añade línea horizontal en el valor de Sn teórico.
par(mar = c(3,5,3,5))
plot(n, sn_emp, xlab=xlab2, ylab=ylab2, main=main2,
     ylim=c(min(sn_emp) - min(sn_emp)/4,
            max(sn_emp) + (max(sn_emp)/4)), pch=19, cex=1.5)
axis(side = 1, at = n)
abline(h = sn_teo, lwd=2)
```



El valor de la varianza teórica es igual a 25.31 y se agrego como una línea paralela en el gráfico.

Conclusiones

Se puede observar en el gráfico como $\bar{X}_n \to \mu$ y se espera que cuantas más veces se replique el experimento, los valores teóricos se parecerán mas a μ.

3. Ejercicio 3: *Teorema Central del Límite*

Nuestro grupo utiliza la distribución exponencial con $\lambda = 8.5$

3.1. Parte 1

```
lambda <- 8.5
n3 <- 1000

# Genera la distribución F.
F <- rexp(n3, lambda)
```

Las cinco primeras muestras aleatorias de F son:

```
##  [F1 = 0.0765] [F2 = 0.034] [F3 = 0.0371] [F4 = 0.1885] [F5 = 0.2326]
```

```
# Calcula esperanza empírica.
aTecho <- mean(F)

# Calcula esperanza teórica.
a <- 1/lambda

# Desvío estándar teórico
sigma <- 1/(lambda^2)

# Valor estandarizado de la media empírica.

aTecho_standarizada <- (sqrt(n3)*(aTecho - a))/sigma
```

Los resultados son:

$\hat{a} = 0.114$.

$a = 0.118$.

$\sigma = 0.014$

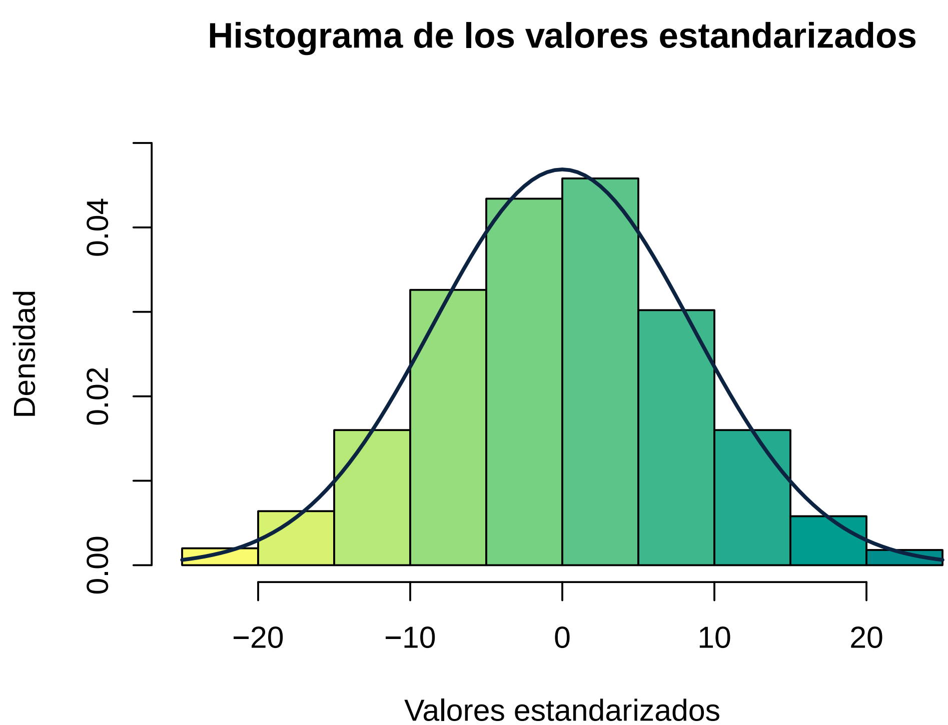
Y el valor estandarizado de la media empírica $\sqrt{n}(\hat{a} - a)/\sigma =$ -7.203

3.2. Parte 2

```r
# Preparativos
k <- 1000
val_estandarizados <- c()

# Itinera para crear 1000 muestras con un n de 100 cada una.
for (muestra in 1:k) {
  Fi <- rexp(n3, lambda)
  val_estandarizados <- c(val_estandarizados, ((sqrt(n3))*(mean(Fi) - a))/ sigma)
}
```

```r
# Histograma de los valores estandarizados y superpone la densidad normal estándar.
par(mar = c(5,5,5,5))
hist(val_estandarizados, freq = FALSE, ylim = c(0, .05), main=main3, xlab=xlab3,
↪  ylab=ylab3, col=colores)
curve(dnorm(x, sd = sd(val_estandarizados)), add = TRUE, lwd=2, col = "#0d2342")
```



Superpuesto se observa la densidad normal estándar.

Conclusiones

El valor estandarizado determina cuánto varía o se desvía una distribución del promedio. Se observa como $\sqrt{n}(\frac{\bar{X}_n - a}{\sigma})$ tiende o se parece a la $\mathcal{N}(0,1)$. Por lo tanto el histograma que se observa representa la forma de una $\mathcal{N}(0,1)$