4. Equations and inequalities

Sunday 20 March 2022 14:15

Neekvivalentní úpravy

<u>Pokaždé musíme udělat zkoušku, pokud jsme je dělali</u>

- Odmocnina s jednou neznámou => dát jí na jednu stranu rovnice a umocnit
- Odocnina s více neznámými => dát je zase na jednu stranu a umocňovat, dokud nemám vše umocněno, zbytek zůstává na druhé straně rovnice

Odmocnina = umocním celou rovnici
Více odmocnin, umocňuji celou rovnici, používám základní vzorce, a zkouším odebírat kusy, co jsou stejné.

Podle stupně polynomu $P(x)$ rozlišujeme různé typy polynomických rovnic/nerovnic.

1. $st(P(x)) = 1$ - lineární rovnice/nerovnice;
2. $st(P(x)) = 2$ - kvadratická rovnice/nerovnice;
3. $st(P(x)) = 3$ - kubická rovnice/nerovnice;
4. $st(P(x)) = 4$ - kvartická rovnice/nerovnice;
5. atp.

Lineární (ne)rovnice
ax + b = 0 / -b
ax = - b / :a
x = -b/a

a,b E R, a != 0

Kvadratická (ne)rovnice

Obecný tvar:
$ax^2+bx+c=0 \quad a,b,c \in \mathbb{R}, \ a \notin 0$

1. můžu řešit pomocí vzorce

$$x_1,x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} \Rightarrow D$$

když $D > 0$ rovnice má dva kořeny
když $D = 0$ rovnice má jeden dvojnásobný reálný kořen
když $D < 0$ rovnice <u>nemá</u> žádný reálný kořen

2. můžu řešit pomocí doplnění na čtverec a rozložení na kořenové činitele

$$
\begin{aligned}
ax^2+bx+c &= a\left(x^2+\frac{b}{a}x\right)+c \\
&= a\left(x^2+2\frac{b}{2a}x+\underbrace{\frac{b^2}{4a^2}-\frac{b^2}{4a^2}}_{0}\right)+c \\
&= \underbrace{a\left(x^2+2\frac{b}{2a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2\right)}_{\sim(A^2+2AB+B^2)}+c-\frac{b^2}{4a} \\
&= \underbrace{a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+c-\frac{b^2}{4a}}_{\text{čtverec dvojčlenu a zbytek}}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
2x^2+4x-30 &= 2(x^2+2x)-30 \\
&= 2(x+1)^2-30-2 \\
&= 2(x+1)^2-32
\end{aligned}
$$

V tuto chvíli máme rozklad na čtverec. Pokračujme jako v obecném příkladu výše:

$$
\begin{aligned}
2\left[(x+1)^2-16\right] &= 2(x+1+4)\cdot(x+1-4) \\
&= 2(x-(-5))\cdot(x-3)
\end{aligned}
$$

Kořeny tohoto polynomu jsou tedy čísla -5 a 3.

3. můžu použít vietovy vzorce, konkrétně:

$$x_1+x_2=-\frac{a}{b}$$

$$x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}$$

4. mohu použít speciální vzorce

např. $a^2-b^2=(a+b).(a-b)$

Strategie řečení kvadratických nerovnic:

1. Nalezení nulových bodů, tj. kořenů.
2. Rozdělení číselné osy na intervaly s kořeny na krajích.
3. Nalezení znamének kořenových činitelů v jednotlivých intervalech.
4. Závěr a shrnutí.

Speciální typy rovnic

Rovnice s odmocninou - popsal jsem nahoře

Rovnice s absolutní hodnotou

$|x-7|=5$

řeším v zásadě více rovnic pro různá znaménka v absolutní hodnotě
= když je kladné, tak kladné, když je záporné, tak záporné

$x-7<0$: $-x+7=5$
$\underline{x=2}$

$x-7>0$: $x-7=5$
$\underline{x=12}$

$x-7>0$: $x-7=5$

$\underline{\underline{x=12}}$