5. Linear and quadratic functions, baseline

Sunday 20 March 2022 17:54

Lineární funkce, neboli polynom prvního stupně je akždá funkce tvaru $f : y = ax + b;\ a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$.

- Grafem je přímka.
- Písmenka a, b představují koeficienty, jsou to obecně nějaká reálná čísla. a nazýváme směrnice a b absolutní člen/prusečík.
- Definičním oborem lineární funkce jsou obecně všechna reálná čísla, stejně tak obor hodnot jsou všechna reálná čísla. ($D_f = \mathbb{R},\ H_f = \mathbb{R}$)
- Smernice je číselně rovna $\tan\varphi$, kde φ je úhel, který svírá přímka a kladná poloosa x.
- Pro $a > 0$ je funkce rostoucí, pro $a < 0$ je klesající.

Pozn.: Přímku kolmou k ose x takto ($y = ax + b$) nelze popsat (není to funkce).

Lineární lomená funkce je každá funkce tvaru $f : y = \dfrac{a}{x+b} + c;\ a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$.

- Písmenka a, b, c představují koeficienty, jsou to obecně nějaká reálná čísla.
- Grafem lineární lomené funkce je křivka, kterou nazýváme (rovnoosá) hyperbola. Její asymptoty budou přímky $y = c$ a $x = -b$, tedy střed bude mít souřadnice $[-b, c]$.
- Definičním oborem jsou všechna reálná čísla kromě hodnoty $-b$, tuto jednu hodnotu nemůžeme dosadit, jelikož bychom se tím dopustili dělení nulou. ($D_f = \mathbb{R} \setminus \{-b\}$).
- Oborem hodnot je množina všech reálných čísel kromě čísla c, tuto hodnotu nezískáme žádným dosazením za x (zlomek nikdy nebude nula, do čitatele se nedosazuje). ($H_f = \mathbb{R} \setminus \{c\}$)

Kvadratická funkce (polynom druhého stupně) je každá funkce tvaru $f: y = ax^2 + bx + c$, kde $a, b, c \in \mathbb{R},\ a \neq 0$.

> Grafem kvadratické funkce je křivka, kterou nazýváme parabola. U paraboly určujeme vždy její vrchol.

> Definičním oborem kvadratické funkce jsou obecně všechna reálná čísla. ($D_f = \mathbb{R}$)

> Oborem hodnot této funkce je vždy jen podmnožina reálných čísel. ($H_f = (-\infty; v_y\rangle$, nebo $\langle v_y; \infty)$, kde v_y je y-souřadnice vrcholu)

> Tato funkce je vždy omezená shora ($a < 0$), nebo zdola ($a > 0$).

Připomeňmě, že kvadratický polynom má v závislosti na hodnotě diskriminantu D buď 2 kořeny ($D > 0$), jeden dvojnásobný kořen ($D = 0$), nebo žádný reálný kořen ($D < 0$). Počtu kořenů odpovídá počet průsečíků grafu této funkce s osou x.

Často je pro nás při vykreslení grafu této funkce výhodnější tvar v podobě čtverce dvojčlenu (můžeme udělat vždy, viz. kapitola Algebraické výrazy): $y = a \cdot (x - B)^2 + C$, kde $B = -\frac{b}{2a}$ a $C = c - \frac{b^2}{4a}$. Souřadnice vrcholu této paraboly pak jsou: $V = [B, C] = [-\frac{b}{2a}, c - \frac{b^2}{4a}]$. Uvažujeme-li $y = x^2$ jako výchozí graf, pak konstanta a nám zde udává kontakci/dilataci (příp. překlopení) ve směru osy y, B posun ve směru osy x a C posunutí ve směru osy y.

Lineární funkce s absolutní hodnotou je funkce ve tvaru $y = a \cdot |x + b| + c$ (kde $a \neq 0$). (atp. pro další funkce)

Při práci s funkcemi s absolutní hodnotou se budeme řídit pravidly popsanými v této sekci výše.