

exercice 1

a) Y_{EST-1} :

6	1
8	2

$$\begin{aligned}\tilde{D}(\tilde{f}, \gamma) &= \frac{1}{17} (1 \times 8 + x \times 1) \\ &= \frac{x+8}{17}\end{aligned}$$

Y_{EST-2} :

4	3
1	9

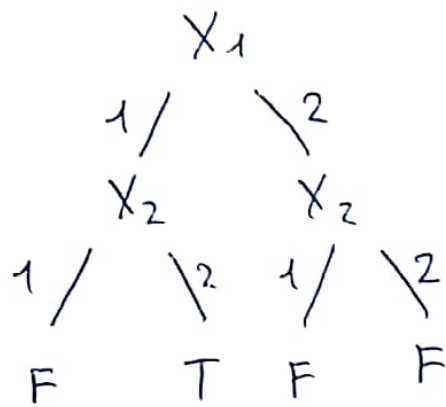
$$\begin{aligned}\tilde{D}(\tilde{f}, \gamma) &= \frac{1}{17} (1 \times 1 + x \times 3) \\ &= \frac{3x+1}{17}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{x}{17} + \frac{8}{17} &\geq \frac{1}{17} + \frac{3x}{17} \Leftrightarrow \frac{7}{17} \geq \frac{2x}{17} \\ &\Leftrightarrow \frac{7}{2} \geq x\end{aligned}$$

Ainsi : Pour $x \in]-\infty; \frac{7}{2}[$: $Y_{EST-1} > Y_{EST-2}$

et pour $x \in [\frac{7}{2}; +\infty[$: $Y_{EST-1} < Y_{EST-2}$

b)



→ risque empirique :

$$\frac{1}{17} (3 \times 2 + 1 \times 1) = \frac{7}{17}$$

c)

d) $y = \text{true}$

	1	2
X_1	5	2
X_2	2	5

 $y = \text{false}$

	1	2
X_1	3	7
X_2	6	4

e) Pour $y = \text{true}$ (X_1, X_2)

$$(1, 1) \cdot \frac{7}{17} \times \frac{5}{7} \times \frac{2}{7} = \frac{10}{119}$$

$$(1, 2) \cdot \frac{7}{17} \times \frac{5}{7} \times \frac{5}{7} = \frac{25}{119}$$

$$(2, 1) \cdot \frac{7}{17} \times \frac{2}{7} \times \frac{2}{7} = \frac{4}{119}$$

$$(2, 2) \cdot \frac{7}{17} \times \frac{2}{7} \times \frac{5}{7} = \frac{10}{119}$$

Pour $y = \text{false}$ (X_1, X_2)

$$(1, 1) \cdot \frac{10}{17} \times \frac{3}{10} \times \frac{6}{10} = \frac{9}{85}$$

$$(1, 2) \cdot \frac{10}{17} \times \frac{3}{10} \times \frac{4}{10} = \frac{6}{85}$$

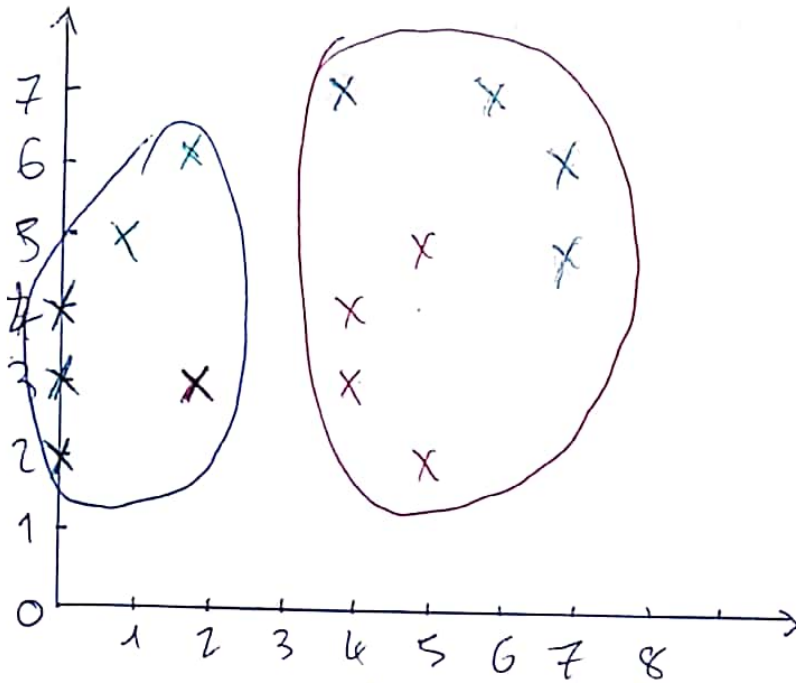
$$(2, 1) \cdot \frac{10}{17} \times \frac{7}{10} \times \frac{6}{10} = \frac{21}{85}$$

$$(2, 2) \cdot \frac{10}{17} \times \frac{7}{10} \times \frac{4}{10} = \frac{14}{85}$$

	1	2
1	False	True
2	False	False

Exercice 2

a)



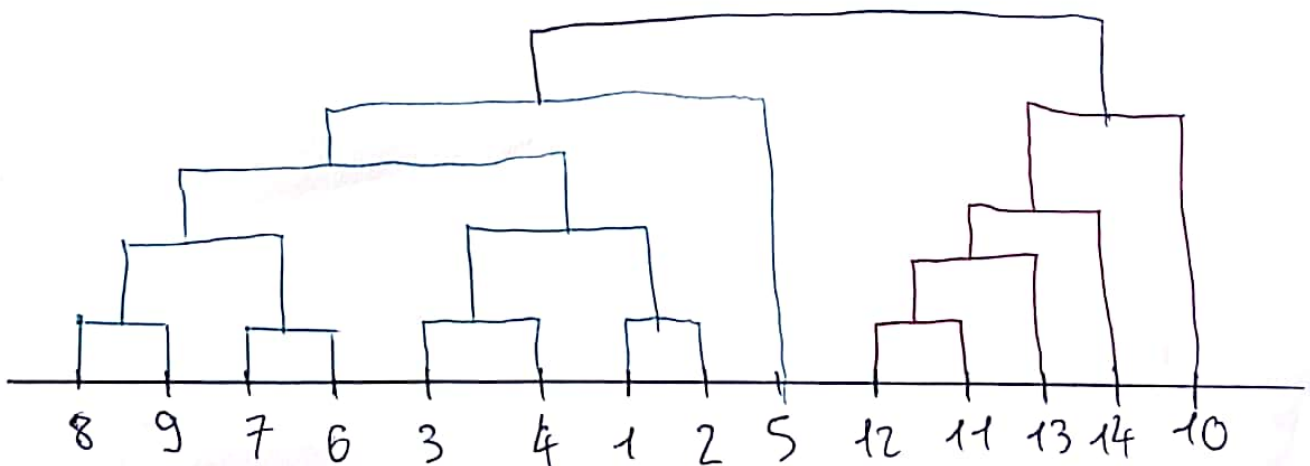
$x = 9$ points
 $x = 5$ derniers points

\circ : cluster 1

\circ : cluster 2

On utiliserait en kmeans ou une classification hiérarchique

b)



exercice 3

a) Pour savoir si les deux variables concernées par un tableau croisé d'effectifs sont indépendantes on peut utiliser le test du χ^2

- calcul des effectifs croisés

$$E_{i,j} = \frac{1}{n} \sum \text{card}(\{X=i\}) \text{card}(\{Y=j\})$$

- calcul des effectifs ~~croisés~~ observés

$$O_{i,j} = \text{card}(\{X=i \cap Y=j\})$$

- et on peut calculer l'écart relatif en les deux variables

$$T = \sum_{i,j} \frac{(O_{i,j} - E_{i,j})^2}{E_{i,j}}$$

avec un T faible cela signifie que les variables sont indépendantes

b) Il est possible de calculer la dimension de VC .

Cette dimension correspond au nombre maximum d'éléments vérifiables.