Exercice 1

a) Pour l'estimateur 1 : $\frac{1}{17}(1 \times 8 + x)$

$$= \frac{8+x}{17}$$

Pour l'estimateur 2 : $\frac{1}{17}(1 \times 1 + 3x)$

$$= \frac{3x+1}{17}.$$

Si $x \leq 3$ l'estimateur 2 est meilleur

Sinon l'estimateur 1 est meilleur.

b) Etant donné les données que l'on a on peut créer un estimateur qui retourne True dans le cas $X_1 = 1$ et $X_2 = 2$, et qui retourne False sinon.

On a alors une erreur de $\frac{7}{17}$.

c) On a pas besoin d'un bayesien naïf car :

1 – On a pas de cas ambigus où les fréquences sont égales

2 – On a peu de choix d'observations.

d)

Y=T	1	2
X_1	5	2
X_2	2	5

Y=F	1	2
X_1	3	7
X_2	6	4

e)

$$P(Y=T \mid X=1,1) = P(Y=T) \times P(X_1=1 \mid Y=T) \times P(X_2=1 \mid Y=T)$$
$$= \frac{\cancel{7}}{17} \times \frac{5}{\cancel{7}} \times \frac{2}{7}$$
$$= \frac{10}{17 \times 7}$$

$$P(Y=F \mid X=1,1) = P(Y=F) \times P(X_1=1 \mid Y=F) \times P(X_2=1 \mid Y=F)$$
$$= \frac{\cancel{10}}{17} \times \frac{3}{\cancel{10}} \times \frac{6^{3}}{10_{5}}$$
$$= \frac{9}{17 \times 5}$$

$$\Rightarrow \frac{50}{17 \times 7 \times 5} < \frac{63}{17 \times 5 \times 7}$$ → Donc on retient F.

$$P(Y=T \mid X=1,2) = P(Y=T) \times P(X_1=1 \mid Y=T) \times P(X_2=2 \mid Y=T)$$
$$= \frac{\cancel{7}}{17} \times \frac{5}{\cancel{7}} \times \frac{5}{7}$$
$$= \frac{25}{17 \times 7}$$

$$P(Y=F \mid X=1,2) = P(Y=F) \times P(X_1=1 \mid Y=F) \times P(X_2=2 \mid Y=F)$$
$$= \frac{\cancel{10}}{17} \times \frac{3}{\cancel{10}} \times \frac{4^{2}}{10_{5}}$$
$$= \frac{6}{17 \times 5}$$

$$\Rightarrow \cancel{4} \; \cancel{100} \; \frac{125}{17 \times 7 \times 5} > \frac{42}{17 \times 5 \times 7}$$ → Donc on retient T

$P(Y=T \mid X=21) = P(Y=T) \times P(X_1=2 \mid Y=T) \times P(X_2=1 \mid Y=T)$ (2)

$$= \frac{\cancel{7}}{17} \times \frac{2}{\cancel{7}} \times \frac{2}{7}$$

$$= \frac{4}{17 \times 7}$$

$P(Y=F \mid X=21) = P(Y=F) \times P(X_1=2 \mid Y=F) \times P(X_2=1 \mid Y=F)$

$$= \frac{\cancel{10}}{17} \times \frac{7}{\cancel{10}} \times \frac{\cancel{6}\,3}{\cancel{10}\,5}$$

$$= \frac{21}{17 \times 5}$$

$\Rightarrow \dfrac{20}{17 \times 5 \times 7} < \dfrac{147}{17 \times 5 \times 7} \rightarrow$ Donc on retient F.

$P(Y=T \mid X=22) = P(Y=T) \times P(X_1=2 \mid Y=T) \times P(X_2=2 \mid Y=T)$

$$= \frac{\cancel{7}}{17} \times \frac{2}{\cancel{7}} \times \frac{5}{7}$$

$$= \frac{10}{17 \times 7}$$

$P(Y=F \mid X=22) = P(Y=F) \times P(X_1=2 \mid Y=F) \times P(X_2=2 \mid Y=F)$

$$= \frac{\cancel{10}}{17} \times \frac{7}{\cancel{10}} \times \frac{\cancel{4}\,2}{\cancel{10}\,5}$$

$$= \frac{14}{17 \times 5}$$

$\Rightarrow \dfrac{50}{17 \times 7 \times 5} < \dfrac{98}{17 \times 5 \times 7} \rightarrow$ Donc on retient F

Au final on a

X_1	X_2	Y
1	1	F
1	2	T
2	1	F
2	2	F

→ Ce qui nous donne la même chose qu'à la question b)

Exercice 2

a) Cf extrait excel

Ici on a plutôt envie de séparer un "noyau" d'un cercle.
D'après les schemas proposé par sklearn des differentes
methodes de clustering, les plus adaptés semblent être :

- Spectral Clustering
- Agglomerative Clustering
- DBSCAN
- OPTICS

b)

c) Non il n'est pas possible de séparer parfaitement
ces deux classes avec un kernel linéaire.

d)

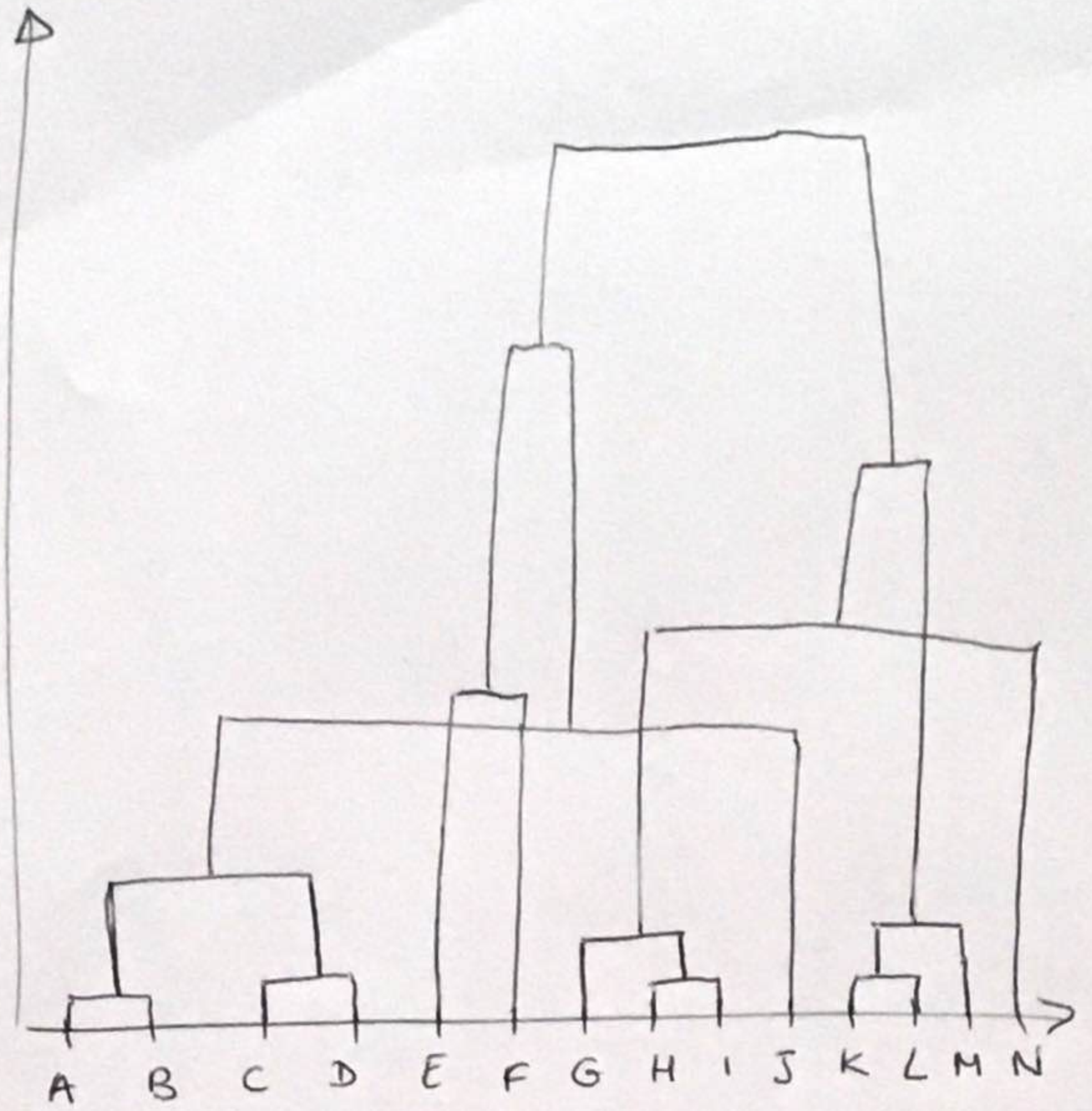
e) On peut les séparer grâce à un kernel de la
forme $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} = c$ (soit une ellipse)

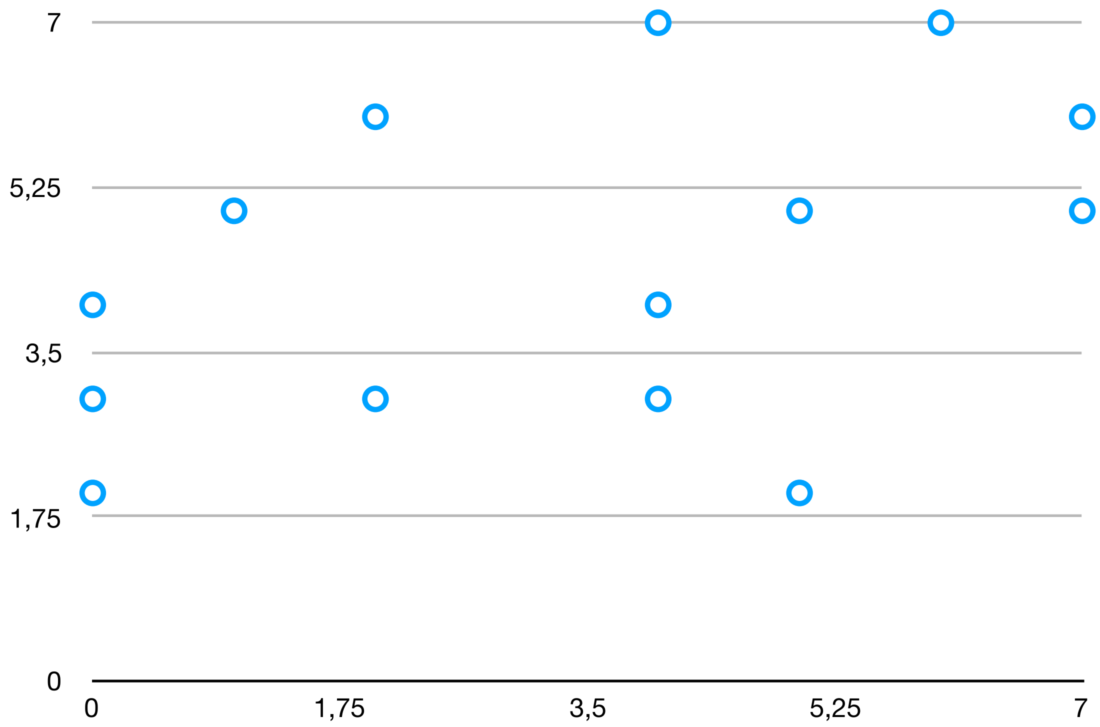
Exercice 3.

a) On calcule leur p-value
Si celle-ci < 0.1, les variables sont dependantes

b) On calcule la dimension de Vapnik-Chervonenkis pou
l'estimateur que l'on veut utiliser.

Q Ex 2 b)





Points

0	2
0	3
0	4
1	5
2	6
4	7
6	7
7	6
7	5
2	3
4	3
4	4
5	2
5	5