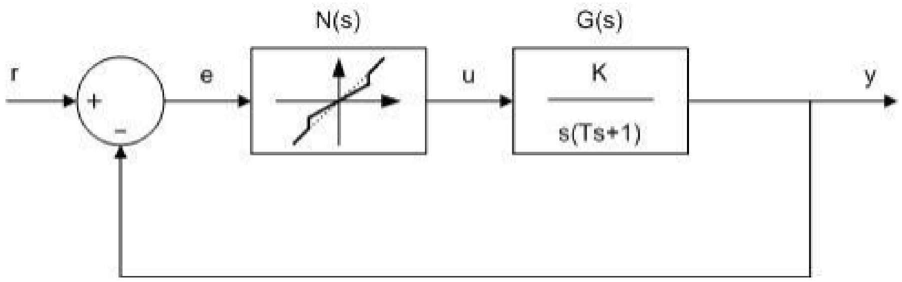
ΣΑΕ ΙΙΙ

ΕΡΓΑΣΙΑ Α

ΝΙΚΟΛΑΟΣ ΙΣΤΑΤΙΑΔΗΣ

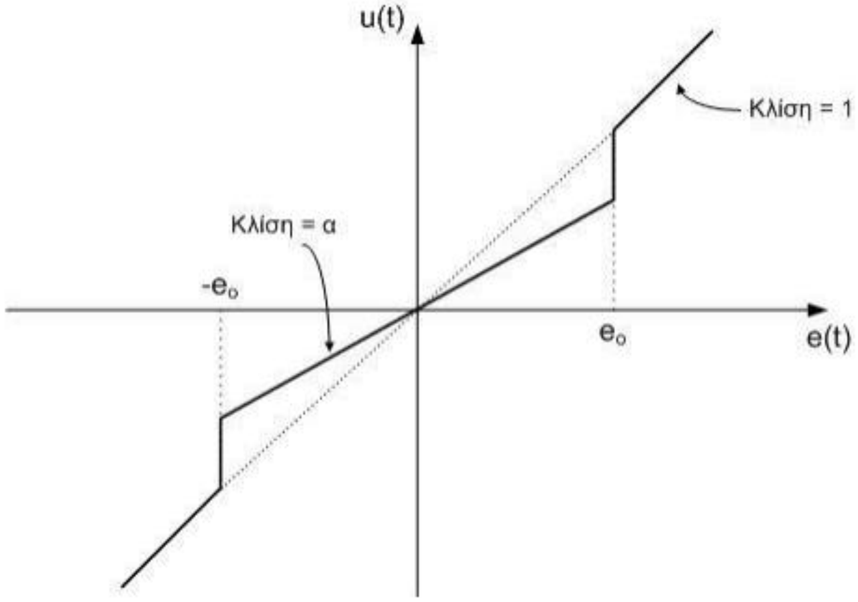
9175 nikoista@ece.auth.gr

Σύστημα κλειστού βρόγχου



Δίνεται το σύστημα κλειστού βρόγχου του παρακάτω σχήματος με Τ =1, K = 4 και με είσοδο r(t), έξοδο y(t) και σφάλμα ανάδρασης e(t)

Επίσης δίνεται η συνάρτηση μεταβλητού κέρδους N(s) αποτελεί ένα μη γραμμικό στοιχείο με χαρακτηριστική καμπύλη εισόδου-εξόδου όπως παρουσιάζεται στο παρακάτω σχήμα :



- Το μεταβλητό κέρδος του στοιχείου N(s) εξαρτάται από την τιμή του σφάλματος ανάδρασης e(t) και είναι μονάδα για τιμές του e(t) εκτός περιοχής [$-e_0$, e_0] και α για τιμές εντός περιοχής [$-e_0$,e_0]
- Έτσι επιτυγχάνεται μεγάλο κέρδος για μεγάλα σφάλματα e(t) και μικρό κέρδος για μικρά σφάλματα e(t) .
- Η μεταβολή του κέρδους μπορεί να επιτευχθεί με την χρήση διακοπτικής συσκευής που θα αλλάζει το κέρδος από την μια του τιμή στην άλλη.
- Το σύστημα θα παρουσιάζει αργή απόκριση για μικρά σφάλματα e(t) και γρήγορη απόκριση για μεγάλα σφάλματα e(t) ,
- Αυτό το χαρακτηριστικό είναι επιθυμητό σε συστήματα που υπόκεινται σε χαμηλού πλάτους-υψηλής συχνότητας σήματα θορύβου, αφού με τον τρόπο αυτό τα σήματα θορύβου θα καταστέλλονται σημαντικά ενώ λοιπά σήματα ελέγχου θα μεταδίδονται ικανοποιητικά.

Αρχικές τιμές των μεταβλητών κατάστασης: (-2,1.5) , (-2.5,0.8) , (1.5,2) , (0.2,1.8) , (2.5,-0.8) , (2,-2) , (-0.2,-1.8) και (-1,-2.5).

Θέμα Α

Συνάρτηση μεταβλητού κέρδους N(s) δεν υπάρχει (u = e)

I) Η χαρακτηριστική εξίσωση του ΣΚΒ, **2** οι τιμές των ωn και ζn ,η διαφορική εξίσωση του συστήματος ως προς το σφάλμα e(t) και οι εξισώσεις κατάστασης του συστήματος θεωρώντας ως κατάσταση τις φασικές μεταβλητές του σφάλματος

II) Το σημείο ισορροπίας του συστήματος σφάλματος όταν η είσοδος r(t) είναι α) μια βηματική συνάρτηση και β) μια συνάρτηση ράμπας με κλίση V =1,2.

III) Οι γραφικές παραστάσεις της χρονικής απόκρισης των μεταβλητών κατάστασης καθώς και το φασικό πορτραίτο του συστήματος για τις δύο εισόδους. Χρησιμοποιείστε τις αρχικές τιμές των μεταβλητών κατάστασης που δίνονται στο τέλος της εκφώνησης (προσομοιώστε το σύστημα με την χρήση του matlab και την συνάρτηση ode45).

Θεωρητική Ανάλυση Θέμα Α

ΕΡΩΤΗΜΑ Ι)

Όπως γνωρίζουμε από τα ΣΑΕ Ι η εξίσωση του ΣΚΒ είναι :

$$G_c(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)} = \frac{k}{Ts^2+s+k} = \frac{4}{s^2+s+4}$$

Γνωρίζουμε ότι :

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = s^2 + s + 4$$

Συνεπώς **ωn =** ±2 και **ζn = 1/4**

Ταυτόχρονα η διαφορική εξίσωση του συστήματος ως προς το σφάλμα e(t) είναι :

$$\ddot{y} + \dot{y} = \mathbf{4u = 4e(t)} \quad \text{για} \quad \dot{y}\mathbf{(0) = 0\ ,\ y(0) = 0}$$

Αν θεωρήσουμε πως **e = r - y** τότε η παραπάνω εξίσωση μπορεί να γραφτεί σε μορφή :

$$\ddot{e} + \dot{e} + 4e = \ddot{r} + \dot{r}$$

Επίσης μπορούμε να γράψουμε το σύστημα σε εξισώσεις κατάστασης

θεωρώντας ως κατάσταση τις φασικές μεταβλητές του σφάλματος οπότε :

- e = x1
- $\dot{e}$ = x2
- $\ddot{e} = \dot{x}_2$

Και στην συνέχεια ορίζουμε τις παραγώγους των καταστάσεων

- $\dot{x}_1$ = x2

- $\dot{x}_2$ = – x2 – 4x1 + $\ddot{r}$ + $\dot{r}$

ΕΡΩΤΗΜΑ ΙΙ)

Το Σ.Ι του συστήματος σφάλματος όταν η είσοδος r(t) είναι:

1) Βηματική συνάρτηση

- $\dot{x}_1 = 0$ => x2 = 0 => x2 = 0
- $\dot{x}_2 = 0$ => -x2 –4x1 + 0 +0 = 0 => x1 = 0

Οπότε το Σ.Ι σε αυτή την περίπτωση είναι η αρχή των αξόνων O (0,0)

2) Ράμπα συνάρτηση με κλίση V = 1.2

- $\dot{x}_1 = 0$ => x2 = 0 => x2 = 0
- $\dot{x}_2 = 0$ => -x2 –4x1 +0 +1.2 = 0 => x1 = 0.3

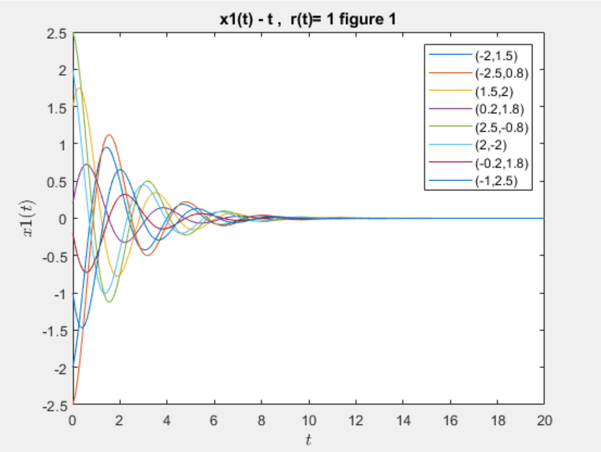
Οπότε το Σ.Ι σε αυτή την περίπτωση είναι Α (0,0.3)

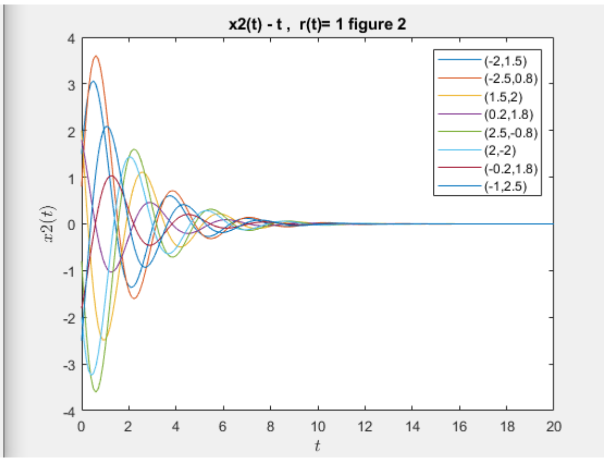
ΕΡΩΤΗΜΑ III)

Οι γραφικές παραστάσεις μετά από εκτέλεση του SAE_III_ERGASIA_A_A.m αρχείου είναι :

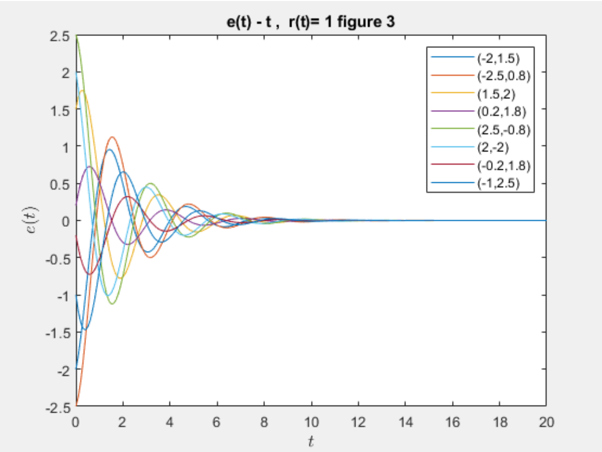
A) Βηματική συνάρτηση

1. Μεταβλητές Κατάστασης x1 , x2

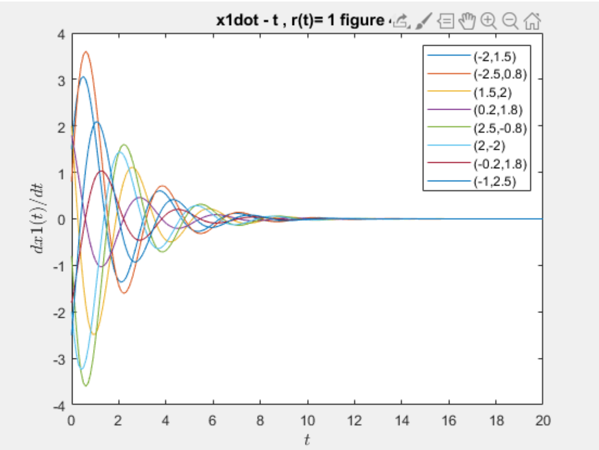


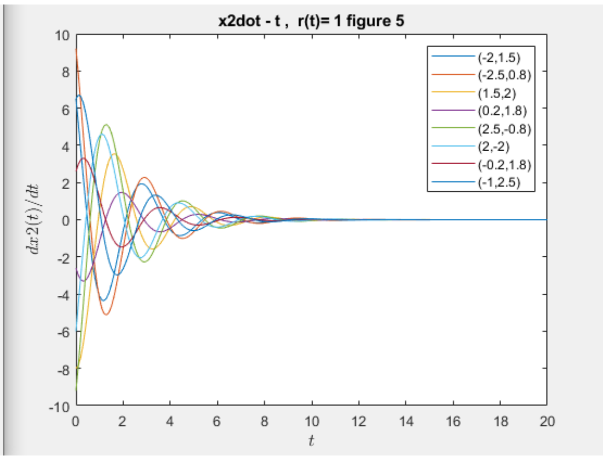


2. Σφάλμα e

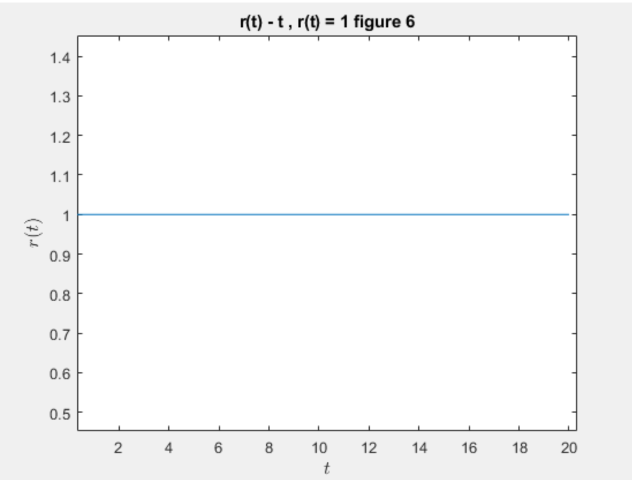


3. Μεταβλητές Κατάστασης x1dot , x2dot

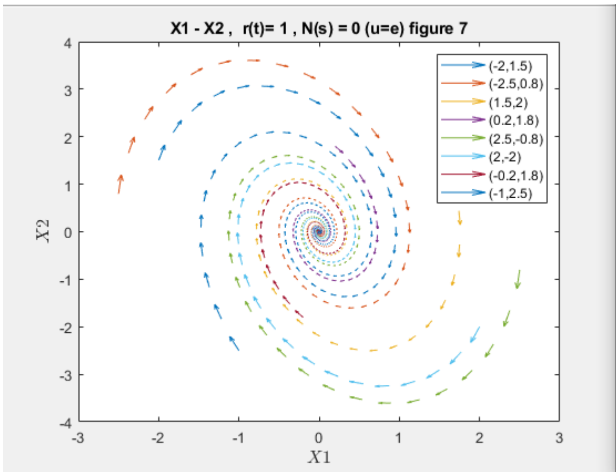


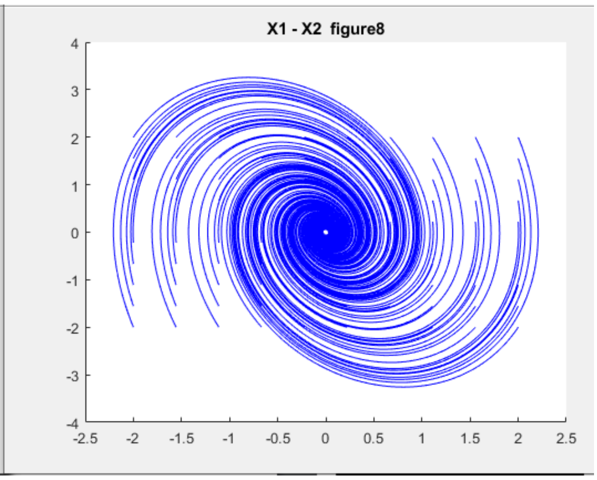


4. Είσοδο Βηματική Συνάρτηση



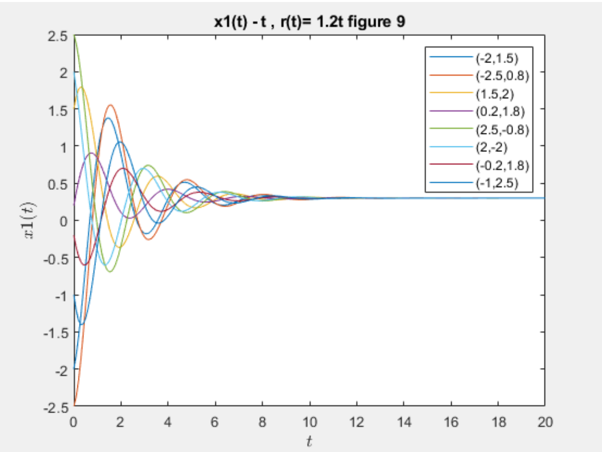
5. Φασικό Πορτραίτο

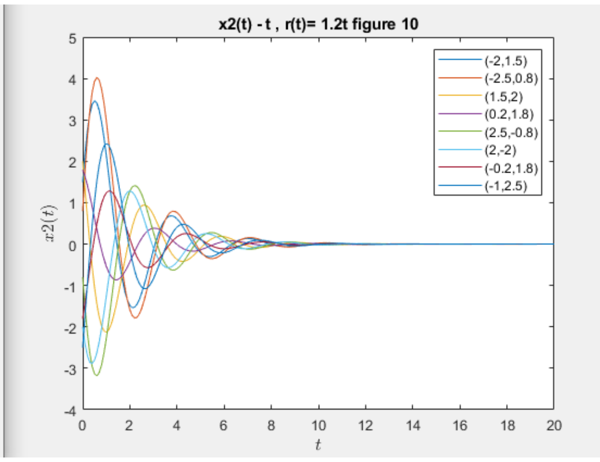




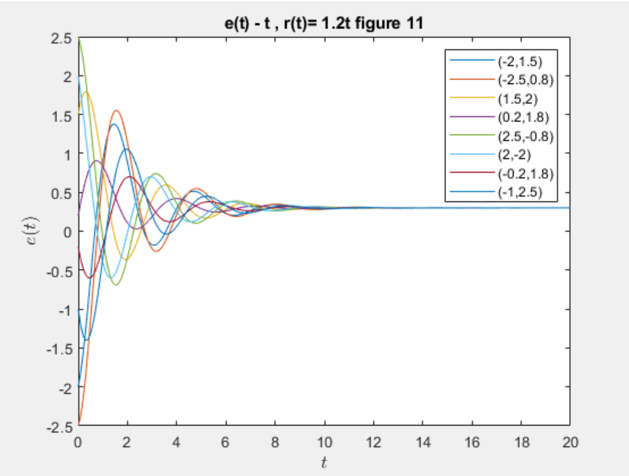
B) Ράμπα συνάρτηση με κλίση V = 1.2

1. Μεταβλητές Κατάστασης x1 , x2

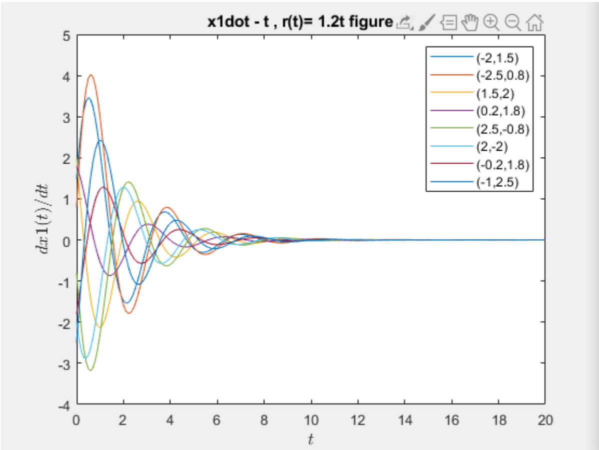


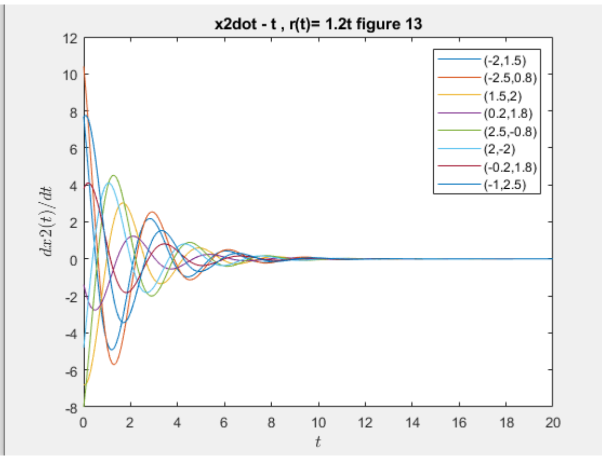


2. Σφάλμα e

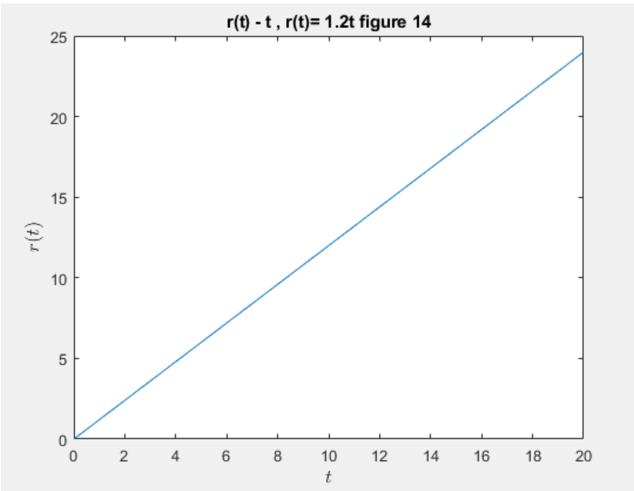


3. Μεταβλητές Κατάστασης x1dot , x2dot

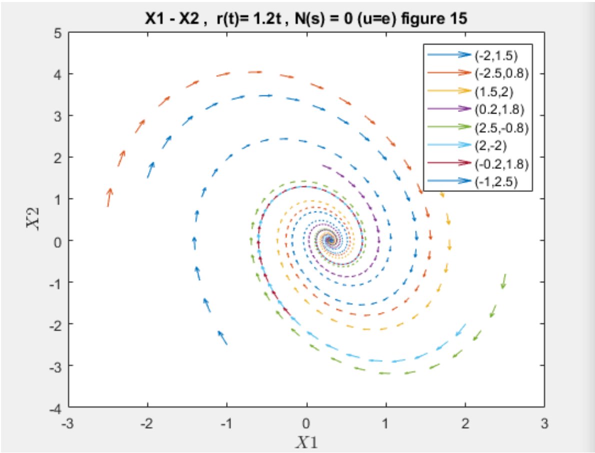


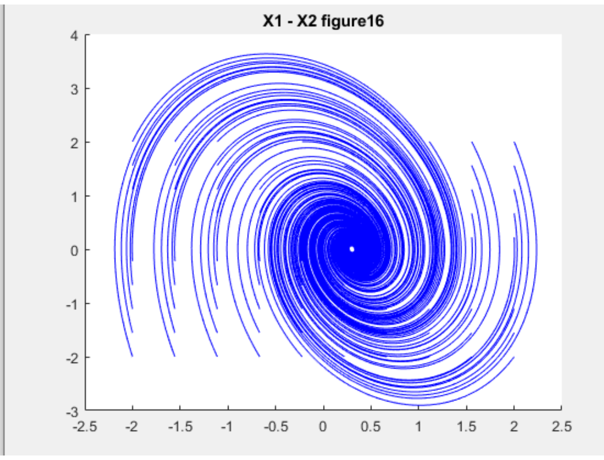


4. Είσοδο Ράμπα Συνάρτηση

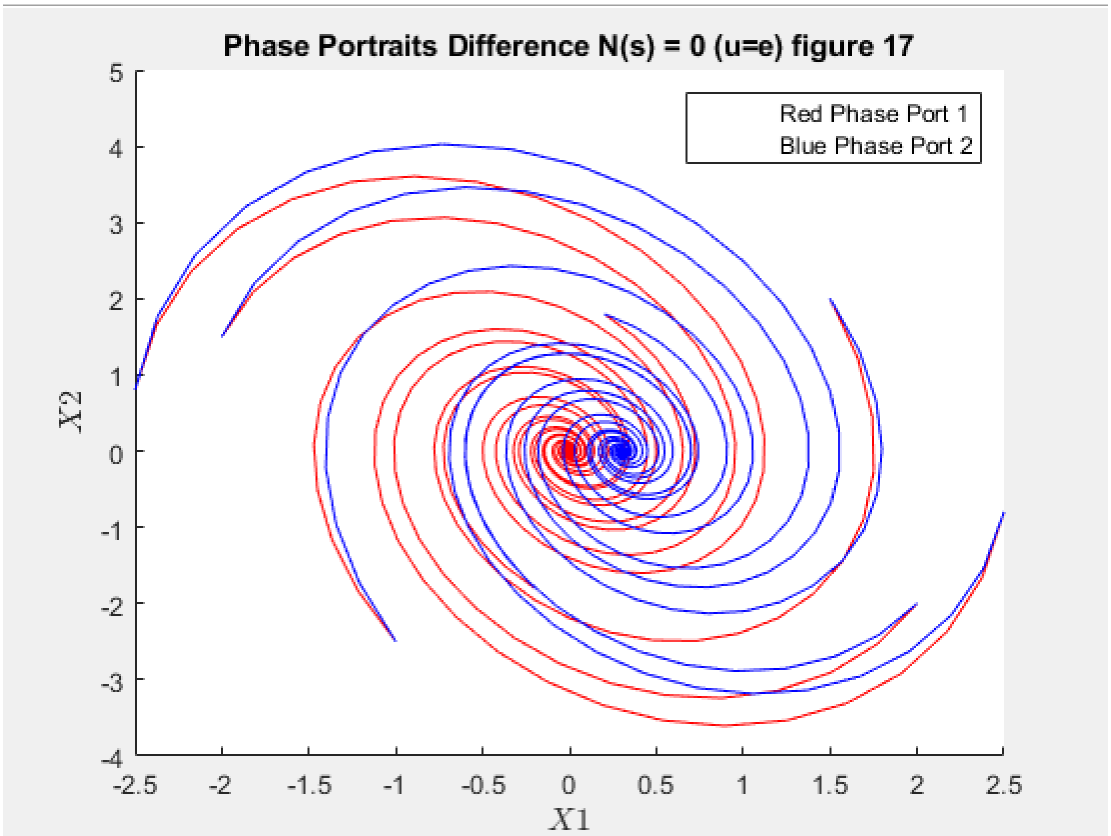


5. Φασικό Πορτραίτο





Συμπεράσματα Θέμα Α



Όπως παρατηρούμε τα δύο Φασικά Πορτραίτα βλέπουμε πως με την βηματική είσοδο το σύστημα έχει (Σ,Ι) το Ο (0,0) ενώ με την συνάρτηση ράμπα το σύστημα μας έχει (Σ.Ι) το Α (0,0.3) .Οπότε η διαφορετική είσοδο μετατόπισε το σύστημα μας 0.3 στον άξονα x , όλα αυτά εφόσον δεν υπάρχει η συνάρτηση N(s) και e = u.

Θέμα Β

Συνάρτηση μεταβλητού κέρδους N(s) υπάρχει με eo = 0.2 και a = 0.06

I) Περιγραφή με χρήση εξισώσεων κατάστασης του μη γραμμικού συστήματος σφάλματος.

II) Το φασικό πορτραίτο του συστήματος για τις δύο εισόδους του ερωτήματος Α και επιπλέον για τις περιπτώσεις που η κλίση της ράμπας είναι V = 0.04 και V = 0.4 . Χρησιμοποιείστε τις ίδιες αρχικές τιμές των μεταβλητών κατάστασης που δίνονται στο τέλος της εκφώνησης (προσομοιώστε το σύστημα με την χρήση του matlab και την συνάρτηση ode45).

III) Σύγκριση των φασικών πορτραίτων και των αποκρίσεων του γραμμικού και μη γραμμικού συστήματος. Σχολιάστε πώς επηρεάζει η ύπαρξη της συνάρτησης N (s) την ευστάθεια και την ταχύτητα απόκρισης του συστήματος.

Θεωρητική Ανάλυση Θέμα Β

ΕΡΩΤΗΜΑ Ι)

Όπως γνωρίζουμε από τα ΣΑΕ Ι η εξίσωση του ΣΚΒ είναι :

$G_c(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)}$ και $\frac{y(s)}{u(s)} = G(s)$

Οπότε μετά από πράξεις έχουμε :

$$\ddot{y} + \dot{y} = 4u$$

Και αφού η N(s) συνάρτηση κορεσμού υπάρχει θα έχουμε νόμο ελέγχου :

$u(t) = \begin{cases} ae(t), -e_0 < e < e. \\ e(t), else \end{cases}$ με **α = 0.06** και **eo = 0.2**

Αν θεωρήσουμε πως **e = r – y τότε η παραπάνω εξίσωση μπορεί να γραφτεί σε μορφή :**

$$\ddot{e} + \dot{e} = \ddot{r} + \dot{r} - 4u$$

Επίσης μπορούμε να γράψουμε το σύστημα σε εξισώσεις κατάστασης

θεωρώντας ως κατάσταση τις φασικές μεταβλητές του σφάλματος οπότε :

- e = x1
- $\dot{e}$ = x2
- $\ddot{e} = \dot{x}_2$

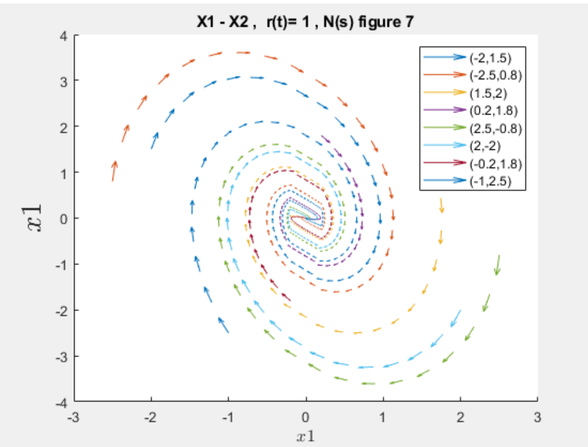
Οπότε το μη γραμμικό σύστημα μας σε μορφή εξισώσεων κατάστασης είναι :

- $\dot{x}_1$ = x2
- $\dot{x}_2$ = – x2 + $\ddot{r}$ + $\dot{r}$ -4u

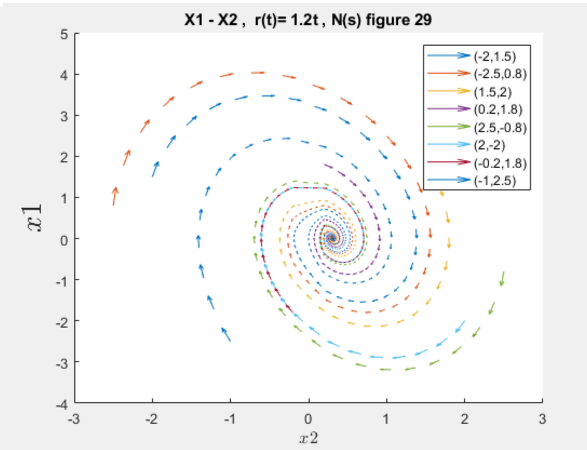
ΕΡΩΤΗΜΑ II)

Το φασικό πορτραίτο του συστήματος για τις δύο εισόδους του ερωτήματος Α και επιπλέον για τις περιπτώσεις που η κλίση της ράμπας είναι V = 0.04 και V = 0.4 .

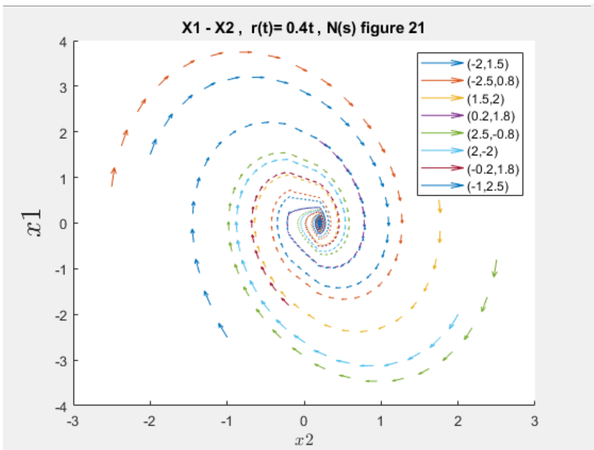
Βηματική συνάρτηση



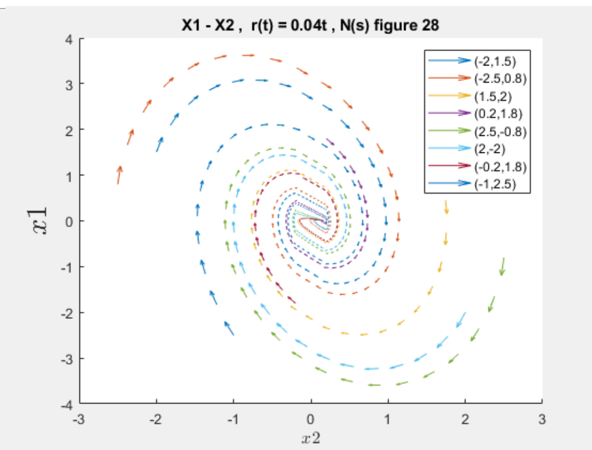
Ράμπα συνάρτηση (1.2)



Ράμπα συνάρτηση (0.4)



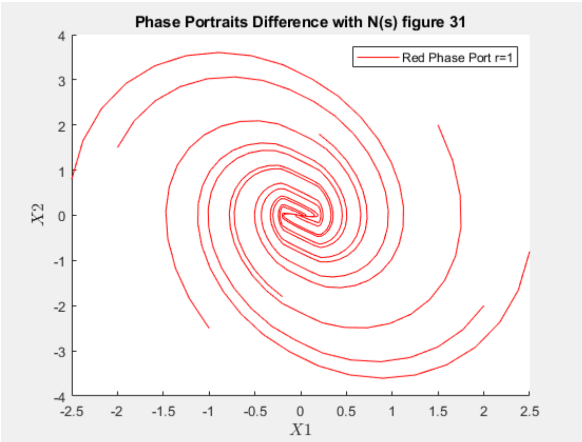
Ράμπα συνάρτηση (0.04)



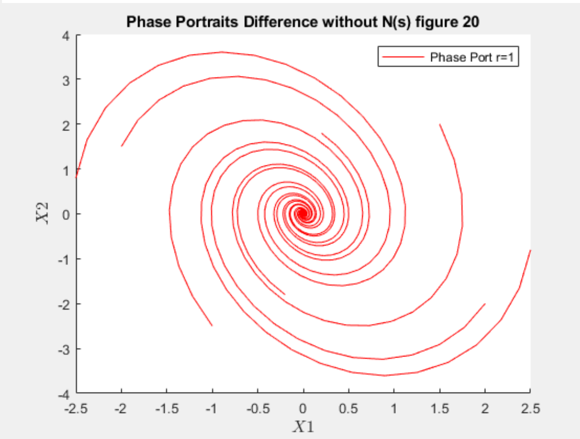
ΕΡΩΤΗΜΑ III)

Σύγκριση των φασικών πορτραίτων και των αποκρίσεων του γραμμικού και μη γραμμικού συστήματος.

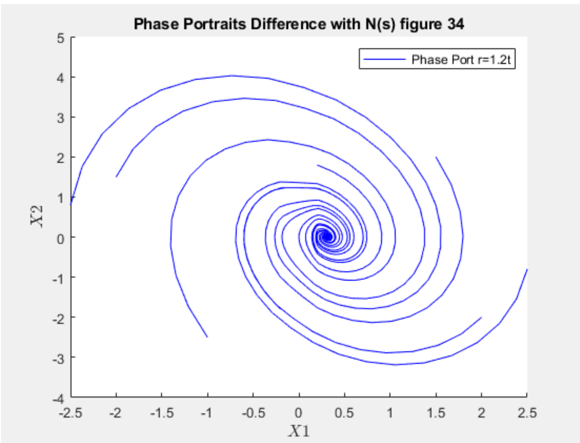
Βηματική συνάρτηση χωρίς N(s)



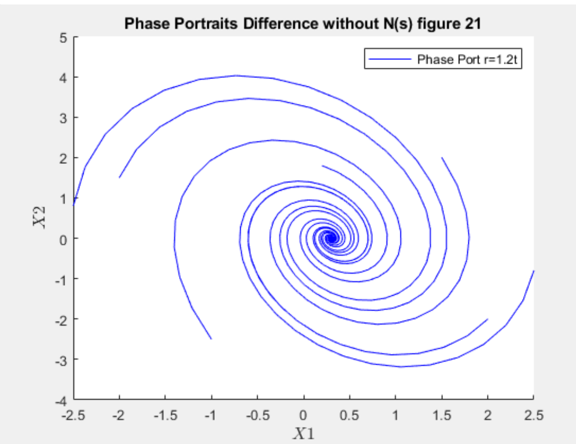
Βηματική συνάρτηση με N(s)



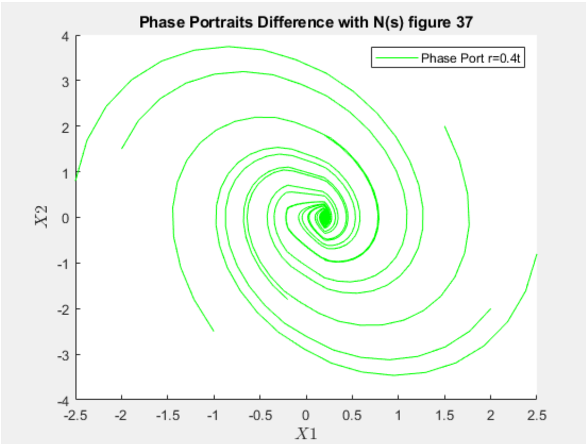
Ράμπα συνάρτηση (1.2) χωρίς N(s)



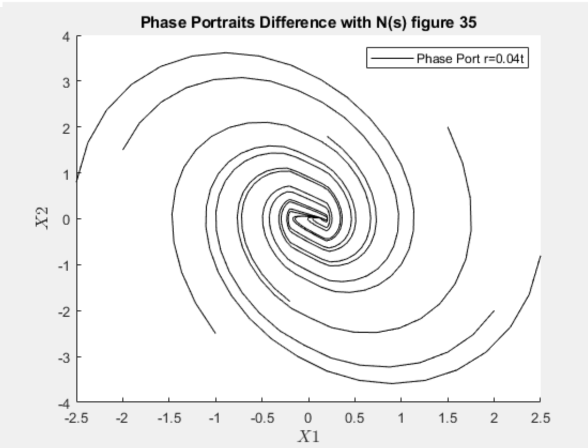
Ράμπα συνάρτηση (1.2) με N(s)



Ράμπα συνάρτηση (0.4) με N(s)

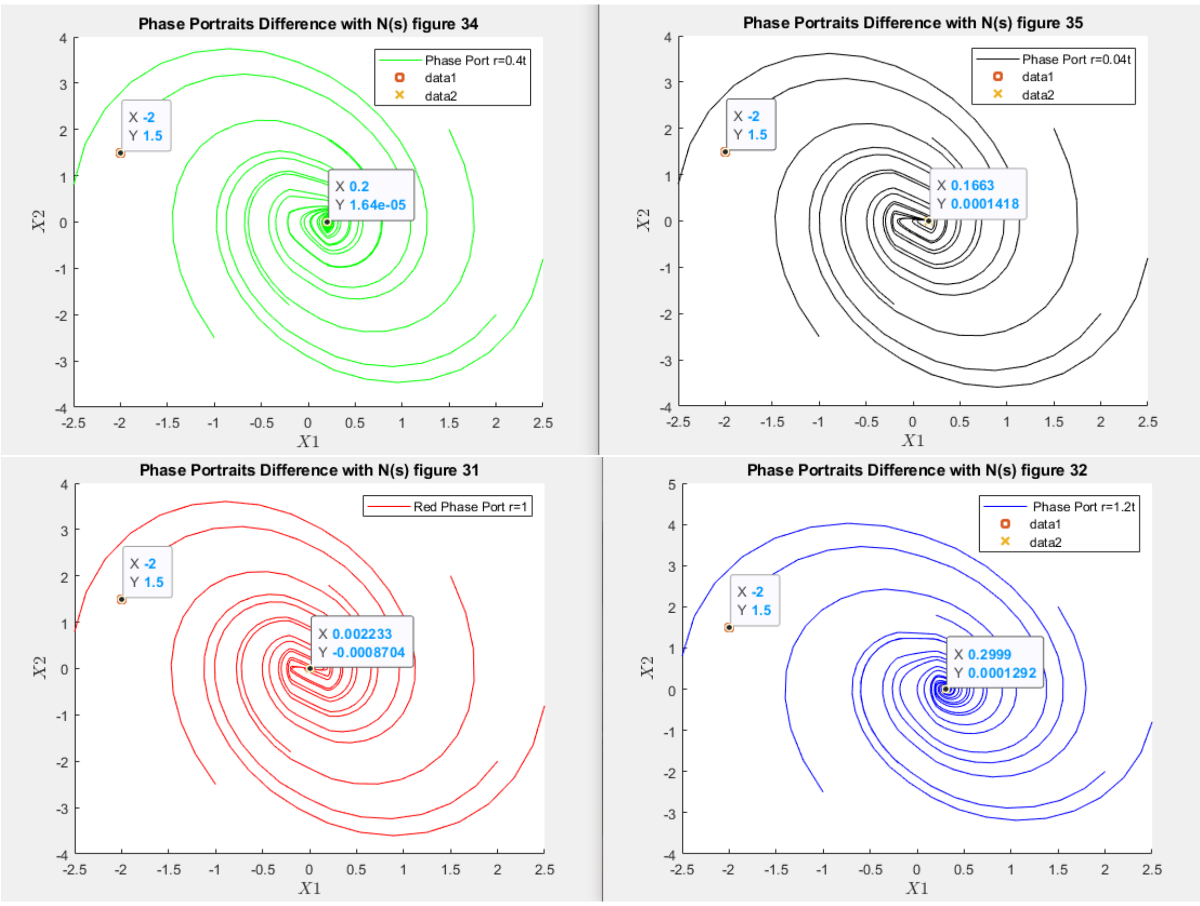


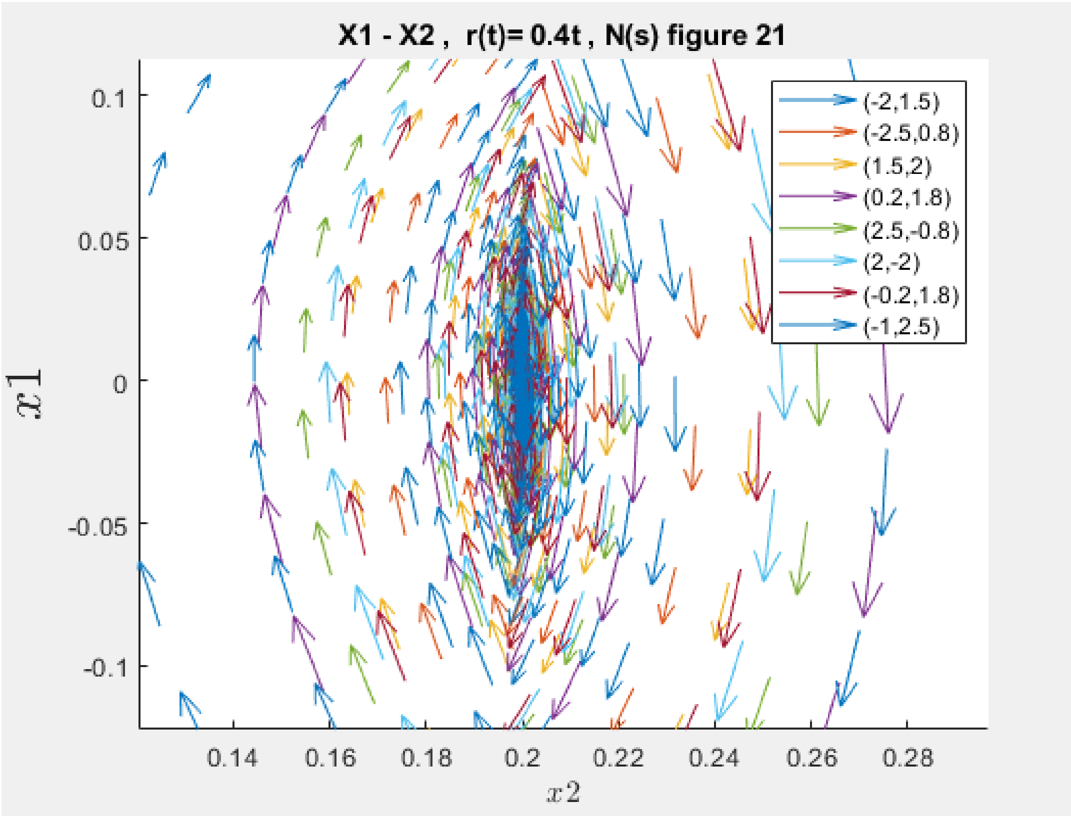
Ράμπα συνάρτηση (0.04) με N(s)



Συμπεράσματα Θέμα Β

Συγκρίνοντας τα φασικά πορτραίτα του θέματος Α και Β καταλήγουμε στα εξής συμπεράσματα:





- Όταν η είσοδο του συστήματος είναι ράμπα (0.4) τότε παίρνουμε τις παραπάνω γραφικές παραστάσεις . Αν προσπαθήσουμε να βρούμε τα ΣΙ θα ανακαλύψουμε κάποια πράγματα που φαίνονται και στις γραφικές παραστάσεις . Ειδικότερα για το ΣΙ όταν η είσοδο είναι ράμπα 0.4 τότε x2 = 0 , και για το x1 ξέρω ότι N(x1) = 0.1 , άρα για x1< 0.2 θα ισχύει ο τύπος ax1 = N(x1) που οδηγεί σε x1 > 0.2 άτοπο . Γενικά κανένα σημείο δεν το δεχόμαστε ότι είναι ΣΙ . Αυτό διότι αν παρατηρήσουμε τα σχήματα μετά από ένα σημείο οι τροχιές καταλήγουν στην ευθεία e=0.2 με διαφορά de/dt . Αρχικά το σύστημα όταν είναι σε απόσταση από την ευθεία |ε|<0.2 προσπαθεί να βρει το ΣΙ που αντιστοιχούν σε εκείνο τον κλάδο και όταν αλλάζει κλάδο προσπαθεί να βρει το άλλο ΣΙ που του αντιστοιχεί αλλά εγκλωβίζεται πάνω στην ευθεία ε=0.2 , στο όριο δηλαδή του κλάδου γιατί είναι η πρώτη ευθεία μεταξύ των 2 επιλογών-0.2 και 0.2 που είναι τα όρια του κλάδου.

- Όταν η είσοδο του συστήματος είναι βηματική συνάρτηση τότε έχουμε αύξηση της ταχύτητας απόκρισης του συστήματος ,το σύστημα είναι ασυμπτωτικά ευσταθές.

- Τέλος όταν η είσοδο του συστήματος είναι ράμπα (1.2t , 0.04t) τότε έχουμε μείωση της ταχύτητας απόκρισης του συστήματος καθώς το σημείο ισορροπίας καθίσταται ασυμπτωτικά ευσταθές και το πλησιάζει για άπειρο χρόνο.

Βλέπουμε λοιπόν πως το χαρακτηριστικό που μας προσδίδει η συνάρτηση κορεσμού N(s) είναι επιθυμητό σε συστήματα που υπόκεινται σε χαμηλού πλάτους-υψηλής συχνότητας σήματα θορύβου, αφού με τον τρόπο αυτό τα σήματα θορύβου θα καταστέλλονται σημαντικά ενώ λοιπά σήματα ελέγχου θα μεταδίδονται ικανοποιητικά.

Τέλος να τονίσουμε ότι η συναρτήσεις κορεσμού μπορεί να έχουν πολύπλοκα αποτελέσματα στην απόδοση του συστήματος ελέγχου. Εάν είναι ένα σύστημα

είναι ασταθής στα γραμμικά του μέρη, η αποκλίνουσα συμπεριφορά του μπορεί να κατασταλεί σε αυτοσυντηρούμενη ταλάντωση, λόγω της αναστολής που δημιουργείται από το κορεστικό συστατικό στα σήματα του συστήματος. Από την άλλη πλευρά, σε ένα γραμμικά σταθερό σύστημα, ο κορεσμός τείνει να επιβραδύνει την μείωση της απόκρισης του συστήματος, επειδή μειώνει το πραγματικό κέρδος.

Για την δημιουργία των παραπάνω διαγραμμάτων και πρέπει να γίνει εκτέλεση του αρχείου **SAE_III_ERGASIA_A_A.m** και **SAE_III_ERGASIA_A_B.m .**