ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΡΟΜΠΟΤΙΚΗ

ΝΙΚΟΛΑΟΣ ΙΣΤΑΤΙΑΔΗΣ

ΑΕΜ : 9175

nikoista@ece.auth.gr

ΕΡΓΑΣΙΑ στη ΡΟΜΠΟΤΙΚΗ 2021

ΜΑΪΟΣ-ΙΟΥΝΙΟΣ 2021

Εκφώνηση:

Το ρομποτικό σύστημα του Σχήματος 1 αποτελείται από έναν βραχίονα 6 βαθμών ελευθερίας και μια αυτοκινούμενη πλατφόρμα στην οποία είναι τοποθετημένος ο βραχίονας. Η πλατφόρμα μπορεί να κινηθεί προς οποιαδήποτε κατεύθυνση πάνω στο επίπεδο, καθώς και να στραφεί γύρω από τον z άξονά της. Μια τέτοια αυτοκινούμενη πλατφόρμα μπορεί να μοντελοποιηθεί ως ένα ρομπότ τριών βαθμών ελευθερίας με δύο πρισματικές και μία περιστροφική άρθρωση, $qm = [x, y, \varphi z\ ]$. Οι διαστάσεις της πλατφόρμας είναι 0.75x1x0.5m. Ένα από τα σενάρια χρήσης αυτού του ρομποτικού συστήματος είναι η λήψη και η μεταφορά αντικειμένων, όπως φαίνεται στα Σχήματα 1 και 2, από το τραπέζι στην πλατφόρμα. Ένα κυλινδρικό αντικείμενο ύψους 10cm και ακτίνας 2.5cm με πλαίσιο {A}, που βρίσκεται στο κέντρο της κάτω βάσης του αντικειμένου, είναι τοποθετημένο στο κέντρο της επιφάνειας ενός τραπεζιού διαστάσεων 0.35x0.35x0.6m. Η λήψη του αντικειμένου επιτυγχάνεται όταν η θέση του πλαισίου του άκρου {E} ταυτιστεί με κατάλληλη θέση σε σχέση με το πλαίσιο {A} και ο άξονες z των δύο πλαισίων έχουν την ίδια διεύθυνση. Αντίστοιχα, η μεταφορά του αντικειμένου και η τοποθέτησή του πάνω στην πλατφόρμα επιτυγχάνεται όταν στη συνέχεια η θέση του πλαισίου του αντικειμένου {A} ταυτιστεί με το πλαίσιο {F}. Το πλαίσιο {F} είναι τοποθετημένο στο κέντρο της πάνω επιφάνειας της πλατφόρμας και έχει τον ίδιο προσανατολισμό με το πλαίσιο της πλατφόρμας {M} που βρίσκεται στο κέντρο της κάτω επιφάνειάς της, όπως φαίνεται στα Σχήματα 1 και 2. Το πλαίσιο της πλατφόρμας {M} ταυτίζεται με το αδρανειακό πλαίσιο {0} στην αρχική θέση.

Η θέση και ο προσανατολισμός (σε Quaternion) του πλαισίου του αντικειμένου {A} ως προς το αδρανειακό πλαίσιο {0} δίνεται από:
p0A $= [1.5\ 1.5\ 0.6\ ]\ T$, Q0A $= [1\ 0\ 0\ 0]\ T$

Η θέση και ο προσανατολισμός του πλαισίου βάσης του ρομπότ {B} ως προς το πλαίσιο της πλατφόρμας {M} δίνεται από:
pMB $= [0.0\ 0.35\ 0.5]\ T$, QMB $= [1\ 0\ 0\ 0]\ T$

Ο βραχίονας δέχεται εντολές ταχύτητας αρθρώσεων, ενώ η πλατφόρμα δέχεται εντολές ταχύτητας σώματος. Έστω ότι οι αρθρώσεις του ρομπότ έχουν αρχική θέση:
$q0 = [2.6180 - 0.6695\ 1.2719\ 3.1416\ 1.2002 - 0.9821]\ T$

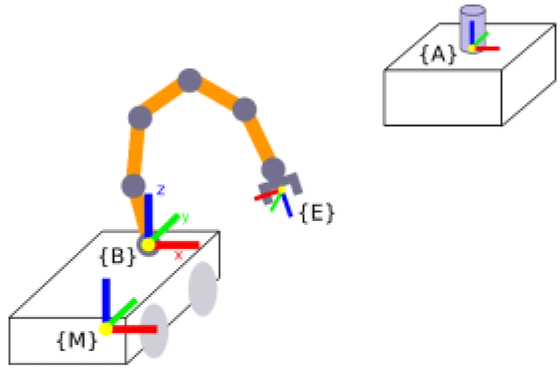
Υποδείξεις:

1) Σε περίπτωση πλεοναζόντων βαθμών ελευθερίας να χρησιμοποιήσετε τη συνάρτηση pinv αντί της inv.

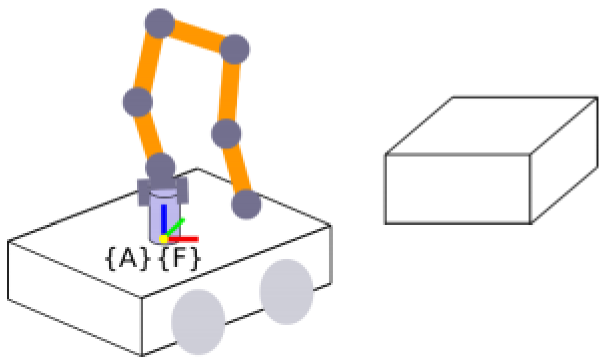
2) Για την αριθμητική ολοκλήρωση (προσομοίωση) διαφορικών εξισώσεων χρησιμοποιήστε ολοκλήρωση Euler με βήμα $dt \leq 10ms$.

3) Χρησιμοποιήστε το robotics toolbox: https://petercorke.com/toolboxes/robotics-toolbox/ Δίνονται: lwr_create.p : επιστρέφει ένα αντικείμενο LWR robot 6 βαθμών ελευθερίας.

Το καλείτε χωρίς ορίσματα lwr = lwr_create(). Απαιτεί το robotics toolbox.



Σχήμα 1



Σχήμα 2

ΕΡΩΤΗΜΑ 1

Να βρεθεί η Ιακωβιανή του άκρου για το συνολικό ρομποτικό σύστημα βραχίοναπλατφόρμας. Τι παρατηρείτε;

Εισαγωγή:

Αρχικά παρατηρούμε πως έχουμε ένα σύστημα με δύο στερεά σώματα :

- Αυτοκινούμενη πλατφόρμα τριών βαθμών ελευθερίας ή δύο βαθμών ελευθερίας σε πολικές συντεταγμένες
- Βραχίονας 6 βαθμών ελευθερίας

Κανόνες μοντελοποίησης:

Η κινηματική, όπως ορίζεται από τον Craig. Το DoF ενός ρομποτικού βραχίονα είναι απλά ο αριθμός των αρθρώσεων σε ένα ρομποτικό βραχίονα. Σε όλη αυτή τη εργασία τα M,B,E,A και F αναφέρονται στο Mobile Platform, Base ,Άκρο Αντικείμενο και Τοποθέτηση αντικειμένου και είναι τα πλαίσια συντεταγμένων τους όπως φαίνονται στο Σχήμα 1 , Σχήμα 2.Ο βραχίονας δέχεται εντολές ταχύτητας αρθρώσεων ενώ η πλατρφόρμα εντολές ταχήτυτας σώματος.

Κινηματική μοντελοποίηση:

Σύμφωνα με τα p0A ,Q0A , pMB , QMB θα μετατρέψουμε τα Unit Quartenions σε Πίνακες Στροφής σύμφωνα με τον τύπο :

$$\mathrm{R(w,\varepsilon)} = \begin{bmatrix} 2(w^2+\varepsilon_x^2)-1 & 2(\varepsilon_x\varepsilon_y - \mathrm{w}\varepsilon_z) & 2(\varepsilon_x\varepsilon_z + \mathrm{w}\varepsilon_y) \\ 2(\varepsilon_x\varepsilon_y + \mathrm{w}\varepsilon_z) & 2(w^2+\varepsilon_y^2)-1 & 2(\varepsilon_y\varepsilon_z - \varepsilon_x) \\ 2(\varepsilon_x\varepsilon_z - \mathrm{w}\varepsilon_y) & 2(\varepsilon_y\varepsilon_z + \mathrm{w}\varepsilon_x) & 2(w^2+\varepsilon_z^2)-1 \end{bmatrix}$$

και θα δημιουργήσουμε τους ομογενής μετασχηματισμούς $\mathrm{g_{MB}}$, για το {M} που ταυτίζεται με το αδρανειακό πλαίσιο{0} στην αρχική θέση, με την βάση {B} του ρομποτικού βραχίονα καθώς και τον g_{0A} =g_{MA}.

$$\mathrm{g_{MB}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.0 \\ 0 & 1 & 0 & 0.35 \\ 0 & 0 & 1 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathrm{g_{MB}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1.5 \\ 0 & 1 & 0 & 1.5 \\ 0 & 0 & 1 & 0.6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Η διαμόρφωση της αυτοκινούμενη πλατφόρμας μπορεί να περιγραφεί πλήρως από τις ακόλουθες γενικευμένες συντεταγμένες :

$$\mathrm{q}_m = [\ \mathrm{q_B q_M}]^T = [\vartheta_1\vartheta_2\vartheta_3\ \vartheta_4\ \vartheta_5\ \vartheta_6\ \mathrm{x_M}\ \mathrm{y_M}\ \varphi_z]^T$$

όπου το q_B = [ϑ_1... $\vartheta_6]^{\mathrm{T}}$ περιγράφει τη διαμόρφωση του ρομποτικού βραχίονα και το $\mathrm{q_M} = [\mathrm{x_M}\ \mathrm{y_M}\ \varphi_z]^T$ περιγράφει τη διαμόρφωση της αυτοκινούμενη πλατφόρμας , τα $\mathrm{x_M}$ και $\mathrm{y_M}$ είναι οι καρτεσιανές συντεταγμένες θέσης της αυτοκινούμενη πλατφόρμα κατά μήκος του αδρανειακού πλαισίου {0} με άξονες X και Υ αντίστοιχα, φ_z είναι η γωνία προσανατολισμού της αυτοκινούμενη πλατφόρμα σε σχέση με το αδρανειακό πλαίσιο {0}, και $\vartheta 1, \cdots, \vartheta 6$ είναι οι κοινές γωνίες του ρομποτικού βραχίονα.Ο πίνακας Jacobian που συσχετίζει το τελικό τελεστικό διάνυσμα $\dot{r_{0E}}$ με τον κινητό χειριστή (mobile manipulator) με διάνυσμα ταχύτητας άρθρωσης $\dot{q}$ μπορεί να αναπαρασταθεί ως εξής:

$$\dot{r_{0E}} = [\ J_{0E_B}\ J_{0E_M}][\ \begin{matrix} \dot{q_B} \\ \dot{q_M} \end{matrix}\ ] = \mathrm{J}_{0E}(q)\ \dot{q}$$

με $\dot{r_{0E}} = [\ \mathrm{u}_{0E}\ \omega_{0\mathrm{E}}]^{\mathrm{T}}$ και $\mathrm{u}_{0E} = [\ \dot{x}_{0E}\dot{y}_{0E}\dot{z}_{0E}\ \omega x_{0\mathrm{E}}\ \omega y_{0\mathrm{E}}\ \omega z_{0\mathrm{E}}]^{\mathrm{T}} \exists\ \mathrm{R}^m$αντιπροσωπεύει τον επιθυμητό καρτεσιανό φορέα ταχύτητας του τελικού τελεστή $\dot{q} \exists\ \mathrm{R}^m$είναι η ταχύτητα της άρθρωσης σε διάνυσμα εξόδου και $\mathrm{J}_{0E}(q) \exists\ \mathrm{R}^{mx(n+2)}$.

Οι ταχύτητες των άρθρωσεωνς του βραχίονα δεν επηρεάζουν τις ταχύτητες της κινητής πλατφόρμας . Η Ιακωβιανή του κινητού χειρηστή (mobile manipulator) είναι η εξής :

$$\dot{r_{sys}} = \mathrm{J}_{sys}(q)\ \dot{q_{sys}}$$

Σε μια βασική περίπτωση παρακολούθησης της τροχιάς της αυτοκινούμενης πλατφόρμας

$$\dot{r_{0M}}=\dot{q_M}$$

Οι ταχύτητες γωνίας άρθρωσης βραχίονα$\dot{q_A}$δεν επηρεάζουν τις ταχύτητες της κινητής πλατφόρμας . Επίσης J_{0M}συσχετίζει τις ταχύτητες της πλατφόρμας κατά μήκος του $\dot{r_{0M}}$ με τις γραμμικές και γωνιακές ταχύτητες της πλατφόρμας $\dot{q_M}$. Επομένως, J_{0M} είναι ένας μοναδιαίος πίνακας [I] με διαστάσεις 2 × 2. Συνεπώς μπορούμε να γράφουμε :

$$\mathrm{J}_{0M}= [\ [\ 0\ ]^{2x6}\ [\ \mathrm{I}\ ]\ ^{2x2}] = \begin{bmatrix} 0 & ... & 0_6 & 1 & 0 \\ 0 & ... & 0_6 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Παρατηρούμε πως αυτός ο Jacobian Πίνακας είναι μια ένα προς ένα αντιστοίχηση της ταχύτητας της αυτοκινούμενης πλατφόρμας . Η τροχιά του κινητού χειρηστή (mobile manipulator) πρέπει να είναι πλήρως προκαθορισμένη. Αυτό σημαίνει ότι πρέπει να είναι γνωστές τόσο οι θέσεις του άρκου του βραχίονα αλλά και της πλατφόρμας ως σημεία στον χώρο. Από αυτά τα σημεία, οι καρτεσιανές ταχύτητες του άκρου του βραχίονα και οι οι καρτεσιανές ταχύτητες της αυτοκινούμενης πλατφόρμας μπορούν να προσδιοριστούν .

Mobile Manipulator Ιακωβιανή :

Το διάνυσμα εργασιών του άκρου του βραχίονα σε σχέση με το πλαίσιο βάσης βραχίονα {B} είναι :

$$r_{\mathrm{BE}}= \mathrm{f}(\ \vartheta 1\ ,...\vartheta 6)$$

όπου το r_{BE} είναι ένα διάνυσμα 6 × 1 που αντιπροσωπεύει τη θέση του άκρου του βραχίονα και τον προσανατολισμό του σε σχέση με το πλαίσιο βάσης βραχίονα {B}.

$$\dot{r_{\mathrm{BE}}}= \mathrm{J}_{EB}(\vartheta)\ \dot{\theta}$$

Αξίζει να σημειωθεί ότι η παραπάνω εξίσωση ισχύει όταν η αυτοκινούμενη πλατφόρμα είναι στατική και λαμβάνεται υπόψη μόνο η κίνηση του βραχίονα. Η εξίσωση αυτή μπορεί να ξαναγραφεί σε σχέση με το αδρανειακό πλαίσιο {0} :

$$\dot{r_{0E_{\mathrm{B}}}}\ =\mathrm{J}_{0E_{\mathrm{B}}}\ \dot{q}_{\mathrm{B}}$$

όπου $\mathrm{J}_{0E_{\mathrm{B}}}$ είναι ο Jacobian που σχετίζεται με τον φορέα ταχύτητας του άκρου του βραχίονα σε σχέση με το αδρανειακό πλαίσιο {0}, στις γωνίες του βραχίονα όταν η πλατφόρμα είναι ακίνητη.

$$\mathrm{J}_{0E_{\mathrm{B}}}(\vartheta) = \begin{bmatrix} R_{0B} & 0 \\ 0 & R_{0B} \end{bmatrix} \mathrm{J}_{BE}(\theta)$$

όπου το R_{0B} είναι ένας πίνακας περιστροφής (3 × 3) του πλαισίου βάσης βραχίονα {B} σε σχέση με το αδρανειακό πλαίσιο {0}.

Mobile Platform Ιακωβιανή:

Η σχέση της αυτοκινούμενης πλατφόρμας σε καρτεσιανές ταχύτητες

$$\mathrm{q}_m = \begin{bmatrix} \dot{x}_M \\ \dot{y}_M \\ \dot{\varphi}_z \end{bmatrix} \text{ με } \mathrm{V}_M = \mathrm{J}_M \dot{q_M}$$

Το πλαίσιο βάσης βραχίονα {B} έχει τον ίδιο προσανατολισμό με το κινητό πλαίσιο της αυτοκινούμενης πλατφόρμας {M}. Επομένως, ο πίνακας ομογενούς μετασχηματισμού του πλαισίου βάσης βραχίονα {B} σε σχέσημε το κινητό πλαίσιο της αυτοκινούμενης πλατφόρμας {M} μπορεί να αναπαρασταθεί ως εξής:

$$\mathrm{g_{MB}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.0 \\ 0 & 1 & 0 & 0.35 \\ 0 & 0 & 1 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & lx \\ 0 & 1 & 0 & ly \\ 0 & 0 & 1 & lz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Η θέση του πλαισίου βάσης βραχίονα {B} σε σχέση με το αδρανειακό πλαίσιο {0} μπορεί να εκφραστεί ως:

$$\mathrm{X_{0B}} = \mathrm{X}_{0M} + \mathrm{l}_x \cos\varphi_M - \mathrm{l}_y \sin\varphi_M$$

$$\Upsilon_{0\mathrm{B}} = \Upsilon_{0\mathrm{M}} + \mathrm{l}_x \sin\varphi_M + \mathrm{l}_x \cos\varphi_M$$

$$\varphi_B = \varphi_M$$

Που X_{0M} , $\Upsilon_{0\mathrm{M}}$ είναι οι x,y συνυντεταγμένες του {M} ως προς το {0} και ϕ_{M} η γωνία προσανατολισνμού της πλατφόρμας . Παραγωγίζοντας έχουμε

$$\dot{X}_{0\mathrm{B}} = \dot{X}_{0\mathrm{M}} - \mathrm{l}_x \sin\varphi_M \dot{\varphi_M} - \mathrm{l}_y \cos\varphi_M \dot{\varphi_M}$$

$$\dot{Y}_{0\mathrm{B}} = \dot{Y}_{0\mathrm{M}} + \mathrm{l}_x \cos\varphi_M \dot{\varphi_M} + \mathrm{l}_y \sin\varphi_M \dot{\varphi_M}$$

$$\dot{\varphi}_B = \dot{\varphi}_M$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{\mathrm{B}} \\ \dot{y}_{\mathrm{B}} \\ \dot{\varphi}_{\mathrm{B}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -l_x sin\varphi_M - l_y cos\varphi_M \\ 0 & 1 & l_x cos\varphi_M + l_y sin\varphi_M \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_M \\ \dot{y}_M \\ \dot{\varphi}_z \end{bmatrix}$$

$$\mathrm{V_B} = \mathrm{J}_{MB} \mathrm{V}_M$$

Για να βρείτε την γενική Ιακωβιανή που σχετίζει την βάση του ρομποτικού βραχίονα με τις καρτεσιανές ταχύτητες , γραμμικές και γωνιακές ταχύτητες της αυτοκινούμενης πλατφόρμας

$$\mathrm{V_B} = \mathrm{J}_{MB} \mathrm{J}_{\ 0M} \dot{q_M}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{\mathrm{B}} \\ \dot{y}_{\mathrm{B}} \\ \dot{\varphi}_{\mathrm{B}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -l_x sin\varphi_M - l_y cos\varphi_M \\ 0 & 1 & l_x cos\varphi_M - l_y sin\varphi_M \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & ... & 0_6 & 1 & 0 \\ 0 & ... & 0_6 & 0 & 1 \end{bmatrix} [\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 \dot{\theta}_4 \ \dot{\theta}_5 \dot{\theta}_6 \dot{x}_M \dot{y}_M \ \dot{\varphi}_z]^T$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{\mathrm{B}} \\ \dot{y}_{\mathrm{B}} \\ \dot{\varphi}_{\mathrm{B}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -l_x sin\varphi_M - l_y cos\varphi_M \\ 0 & 1 & l_x cos\varphi_M - l_y sin\varphi_M \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_M \\ \dot{y}_M \\ \dot{\varphi}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_M - \dot{\varphi}_z [l_x sin\varphi_M + l_y cos\varphi_M] \\ \dot{y}_M + \dot{\varphi}_z [l_x cos\varphi_M - l_y sin\varphi_M] \\ \dot{\varphi}_z \end{bmatrix}$$

Συνεπώς η παραπάνω εξίσωση ορίζει την σχέση μεταξύ των ταχυτήτων , που μας δίνει η Ιακωβιανή της αυτοκινούμενης πλατφόρμας και συσχετίζει την γραμμική και γωνιακή ταχύτητα της πλατφόρμας με της 3 καρτεσιανές ταχύτητες που έχει η βάση του ρομποτικού βραχίονα στο πλάσιο {B} . Στην συνέχεια θα γίνει συσχέτιση μεταξύ των 6 καρτεσιανών ταχυτήτων του άκρου του ρομποτικού βραχίονα $[x_{\dot{M}B} y_{\dot{M}B} z_{\dot{M}B}\ \omega_{x_{MB}} \omega_{y_{MB}} \omega_{z_{MB}}]$ και :

$$r_{\dot{M}E} = \mathrm{J}_c{*}\mathrm{J}_{ME}\ \dot{q}_M = \mathrm{J}_{ME}{*}\dot{q}_M$$

Η τροχιά της ταχύτητας στο πλαίσιο Ε σε σχέση με το πλαίσιο Μ , όταν κινείται μόνο η πλατφόρμα χωρίς να κινείται ο ρομποτικός βραχίονας μπορεί να εκφραστεί ως :

$$r_{\dot{M}E} = \mathrm{J}_c{*}\mathrm{J}_{ME}\ \dot{q}_M = \mathrm{J}_{ME}{*}\dot{q}_M$$

$$\dot{X}_{\mathrm{0E}} = \dot{X}_{\mathrm{0B}} - \mathrm{X}_{BE}\ \sin\varphi_M \dot{\varphi_M} - \mathrm{Y}_{BE}\cos\varphi_M \dot{\varphi_M}$$

$$\dot{Y}_{\mathrm{0E}} = \dot{Y}_{\mathrm{0B}} + \mathrm{X}_{BE}\cos\varphi_M \dot{\varphi_M} + \mathrm{Y}_{BE}\sin\varphi_M \dot{\varphi_M}$$

$$Z_{\dot{M}E} = Z_{\dot{M}B}$$

$$\omega_{x_{ME}} = \omega_{x_{MB}}$$

$$\omega_{y_{ME}} = \omega_{y_{MB}}$$

$$\omega_{z_{ME}} = \omega_{z_{MB}}$$

Πάνω στο οριζόντιο επίπεδο, οι γωνιακές ταχύτητες $\omega_{x_{MB}}$ και $\omega_{y_{MB}}$ είναι ίσες με μηδέν μοίρες. Το $\omega_{z_{MB}}$ είναι το ίδιο με τη γωνιακή ταχύτητα της πλατφόρμας με $\dot{\varphi_M}$. Αυτό συμβαίνει επειδή δεν κινείται ο αρθρωτός βραχίονας.

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_{\mathrm{ME}} \\ \dot{Y}_{\mathrm{ME}} \\ Z_{\dot{M}E} \\ \omega_{x_{ME}} \\ \omega_{y_{ME}} \\ \omega_{z_{ME}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -X_{\mathrm{BE}} sin\varphi_M - Y_{BE} cos\varphi_M \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & X_{\mathrm{BE}} cos\varphi_M - Y_{BE} sin\varphi_M \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X}_{\mathrm{MB}} \\ \dot{Y}_{\mathrm{MB}} \\ Z_{\dot{M}B} \\ \omega_{x_{MB}} \\ \omega_{y_{MB}} \\ \omega_{z_{MB}} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow r_{0\dot{E}_M} = \mathrm{J}_{0E_{\mathrm{M}}}{*}\ r_{\dot{0}B}$$

$$\Rightarrow r_{0\dot{E}_M} = \mathrm{J}_{0E_M}{*}\ \mathrm{J}_{0B}{*}\dot{q}_M$$

Συνοπτικά, οι καρτεσιανές ταχύτητες του άκρου {E} σχετικά με το αδρανειακό πλαίσιο {0} που ταυτίζεται με το {M} καθορίζονται μέσω δύο περιπτώσεων:

- Η αυτοκινούμενη πλατφόρμα είναι στάσιμη κινείται μόνο ο βραχίονας.
- Ο βραχίονας είναι στατικός και κινείται μόνο η αυτοκινούμενη πλατφόρμα.

Mobile Manipulator Συνολική Ιακωβιανή του Συστήματος:

Μια ενιαίη, συνδυασμένη, Ιακωβιανή μπορεί να προέλθει για το ρομποτικό βραχίονα και την αυτοκινούμενη πλατφόρμα χρησιμοποιόντας τις παραπάνω εξισώσεις

$$r_{\dot{0}E} = r_{0\dot{E}_B} + r_{0\dot{E}_M}$$

$$r\dot{_{ME}} = \mathrm{J}_{0E_B}{*}\ \dot{q}_B + \mathrm{J}_{0E_M}{*}\ \mathrm{J0}{*}\dot{q}_M$$

$$r\dot{_{0E}}= \begin{bmatrix} J_{0E_B} & J_{0E_M} * J_{0B} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{q}_B \\ \dot{q}_M \end{bmatrix}$$

$$= \mathrm{J}_{0\mathrm{E}}{*}\ \dot{q}$$

όπου J_{0E} είναι ο συνδυασμένη Ιακωβιανή της αυτοκινούμενης πλατφόρμας μαζί με τον ρομποτικό βραχίονα και συσχετίζει τις έξι καρτεσιανές ταχύτητες του άκρου του βραχίονα {E} με τις γωνίες των αρθρώσεων του βραχίονα και της αυτοκινούμενης πλατφόρμας .Η πλατφόρμα έχει 3 βαθμούς ελευθερίας σε καρτεσιανές συντεταγμένες .

Τέλος θα οριστεί η Ιακωβιανή που συνδέει τις γωνίες των άρθρωσεων με τις καρτεσιανές ταχύτητες του άκρου του βραχίονα όταν κινείται και ο βραχίονας και η πλατφόρμα κάνοντας χρήση των εξισώσεων

$$\mathbf{1)}\ \mathrm{J}_{0\mathrm{E_B}}(\vartheta) = \begin{bmatrix} R_{0B} & 0 \\ 0 & R_{0B} \end{bmatrix}\mathrm{J}_{BE}(\theta)$$

$$\mathbf{2)}\ r\dot{_{0E}}= \begin{bmatrix} J_{0E_B} & J_{0E_M} * J_{0B} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{q}_B \\ \dot{q}_M \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{3)}\ J_{0E_M} * J_{0B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -X_{\mathrm{BE}}sin\varphi_M - Y_{BE}cos\varphi_M \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & X_{\mathrm{BE}}cos\varphi_M - Y_{BE}sin\varphi_M \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{4)}\mathrm{q}_m= \begin{bmatrix} \dot{x}_M \\ \dot{y}_M \\ \dot{\varphi}_z \end{bmatrix}$$

Οπότε αποδείχθηκε ότι

$$r\dot{_{0E}}= \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{0B} & 0 \\ 0 & R_{0B} \end{bmatrix} J_{BE} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & -l_x sin\varphi_M - l_y cos\varphi_M - X_{\mathbf{BE}}sin\varphi_M - Y_{BE}cos\varphi_M \\ 0 & 1 & l_x cos\varphi_M - l_y sin\varphi_M + X_{\mathbf{BE}}cos\varphi_M - Y_{BE}sin\varphi_M \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_B \\ \dot{x}_M \\ \dot{y}_M \\ \dot{\varphi}_z \end{bmatrix}$$

Αν τοποθετούμε στην παραπάνω εξίσωση όλες τις τιμές των γνωστών μεταβλητών η Ιακωβιανή του άκρου για το συνολικό ρομποτικό σύστημα βραχίονα- πλατφόρμα είναι

$$\mathrm{J}_{0\mathrm{E}} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} J_{BE}^{6x6} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & -l_x sin\varphi_M - l_y cos\varphi_M - X_{\mathbf{BE}}sin\varphi_M - Y_{BE}cos\varphi_M \\ 0 & 1 & l_x cos\varphi_M - l_y sin\varphi_M + X_{\mathbf{BE}}cos\varphi_M - Y_{BE}sin\varphi_M \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

$$
= \begin{bmatrix} I * J_{BE}^{6x6} & \begin{matrix} 1 & 0 & -l_x sin\varphi_M - l_y cos\varphi_M - X_{\mathbf{BE}} sin\varphi_M - Y_{BE} cos\varphi_M \\ 0 & 1 & l_x cos\varphi_M - l_y sin\varphi_M + X_{\mathbf{BE}} cos\varphi_M - Y_{BE} sin\varphi_M \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix} \end{bmatrix}
$$

$$
= \begin{bmatrix} J1_X & J2_X & J3_X & J4_X & J5_X & J6_X & 1 & 0 & -0.35 * cos\varphi_M - X_{\mathbf{BE}} sin\varphi_M - Y_{BE} cos\varphi_M \\ J1_Y & J2_Y & J3_Y & J4_Y & J5 & J6_Y & 0 & 1 & -0.35 * sin\varphi_M + X_{\mathbf{BE}} cos\varphi_M - Y_{BE} sin\varphi_M \\ J1_Z & J2_Z & J3_Z & J4_Z & J5_Z & J6_Z & 0 & 0 & 0 \\ J1_{\omega_x} & J2_{\omega_x} & J3_{\omega_x} & J4_{\omega_x} & J5_{\omega_x} & J6_{\omega_x} & 0 & 0 & 0 \\ J1_{\omega_y} & J2_{\omega_y} & J3_{\omega_y} & J4_{\omega_y} & J5_{\omega_y} & J6_{\omega_y} & 0 & 0 & 0 \\ J1_{\omega_z} & J2_{\omega_z} & J3_{\omega_z} & J4_{\omega_z} & J5_{\omega_z} & J6_{\omega_z} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

Σύμφωνα με την εκφώνηση της εργασίας, οι αρθρώσεις του ρομπότ έχουν αρχική θέση: $q0 = [2.6180 - 0.6695$ 1.2719 3.1416 $1.2002 - 0.9821]^{\mathrm{T}}$ οπότε χρησιμοποιόντας το matlab και την συνάρτηση lwr.fkine(); μας επιστρέφει τον ομογενή μετασχηματισμό του βραχίονα καθώς και την συνάρτηση lwr.jacob0(q0); που επιστρέφει το J_{BE} του βραχίονα .

$$
\mathrm{g}_{BE} = \begin{bmatrix} -0.8967 & -0.4426 & 0 & -0.5298 \\ -0.4426 & 0.8967 & 0 & 0.3059 \\ 0 & 0 & -1 & 0.4049 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \ \mathrm{p}_{BE} = \begin{bmatrix} -0.5298 \\ 0.3059 \\ 0.4049 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{\mathrm{BE}} \\ Y_{BE} \\ Z_{BE} \end{bmatrix}
$$

$$
\mathrm{J}_{BE} = \begin{bmatrix} -0.3059 & 0.0818 & 0.1899 & -0.0364 & 0.0676 & 0 \\ -0.5298 & -0.0472 & -0.1096 & -0.0630 & -0.0390 & 0 \\ 0 & 0.6118 & -0.3635 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5000 & -0.5000 & -0.8072 & -0.5000 & 0 \\ 0 & 0.8660 & -0.8660 & 0.4660 & -0.8660 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -0.3622 & 0 & -1 \end{bmatrix}
$$

καθώς και για την αυτοκινούμενη πλατφόρμα με $\mathrm{q0M} = [\ 0\ 0\ 0]^{\ T}$

$$
\mathrm{p}_{\mathrm{M}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{\mathrm{M}} \\ y_{\mathrm{M}} \\ \varphi_z \end{bmatrix}
$$

Οπότε για την αρχική θέση q0 και q0M αντικαθοιστόντας όλες τις τιμές των μεταβλητών η Ιακωβιανή του άκρου για το συνολικό ρομποτικό σύστημα βραχίονα- πλατφόρμα είναι

$$
\mathrm{J}_{M\mathrm{E}} = \begin{bmatrix} -0.3059 & 0.0818 & 0.1899 & -0.0364 & 0.0676 & 0 & 1 & 0 & -1.0059 \\ -0.5298 & -0.0472 & -0.1096 & -0.0630 & -0.0390 & 0 & 0 & 1 & -0.5298 \\ 0 & 0.6118 & -0.3635 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5000 & -0.5000 & -0.8072 & -0.5000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.8660 & -0.8660 & 0.4660 & -0.8660 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -0.3622 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

ΕΡΩΤΗΜΑ 2

Να σχεδιαστεί τροχιά θέσης και ταχύτητας για το άκρο του ρομπότ από την αρχική θέση του {E} σε κατάλληλη θέση ως προς το {A} ώστε να μπορεί να λάβει το αντικείμενο, σε συνολικό χρόνο 10 sec χωρίς να συγκρουστεί με αυτό και με το τραπέζι.

Σχεδίαση τροχιάς με ενδιάμεση θέση

Από το ερώτημα 1 της εργασίας υπολογίστηκε ο ομογενής μετασχηματισμός του βραχίονα gBE και pBE . Ταυτόχρονα έχει αναφερθεί πως το πλαίσιο {M} ταυτίζεται με το πλαίσιο {0} και δίνονται οι ομογενής μετασχηματισμοί g0A=gMA και gMB . Ωστόσο ο ομογενής μετασχηματισμός gMA περιέχει το pMA = [1.5 1.5 0.6] ^{T}και αφού το άκρο του βραχίονα θα πιάση το αντικείμενο (κύλινδρο) από την πάνω πλευρά , καθώς το πλαίσιο {A} είναι στην κάτω πλευρά τοποθετημένο θα οριστεί η τελική θέση pMK = [1.5 1.5 0.6 + 0.1] ^{T}= [1.5 1.5 0.7] ^{T} . Ο ομογενής μετασχηματισμός του άκρου του βραχίονα ως προς το αδρανειακό πλαίσιο {M} είναι:

$$\mathrm{g}_{ME} = \mathrm{g}_{MB}*\mathrm{g}_{BE} = \begin{bmatrix} -0.8967 & -0.4426 & 0 & -0.5298 \\ -0.4426 & 0.8967 & 0 & 0.6559 \\ 0 & 0 & -1 & 0.9049 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{οπότε } \mathrm{p}_{ME} = \begin{bmatrix} -0.5298 \\ 0.6559 \\ 0.9049 \end{bmatrix}$$

Συνεπώς η αρχική και τελική θέση της τροχιάς που πρέπει να ακολουθήσει ο βραχίονας για να πιάσει το αντικείμενο είναι :

$$\mathrm{p}_{start} = \begin{bmatrix} -0.5298 \\ 0.6559 \\ 0.9049 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q0_x \\ q0_y \\ q0_z \end{bmatrix}$$

$$\mathrm{p}_{final} = \begin{bmatrix} 1.5 \\ 1.5 \\ 0.7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} qf_x \\ qf_y \\ qf_z \end{bmatrix}$$

Επίσης δίνεται από την εκφώνηση ότι t_f= 10 (sec) . Για να αποφευχθεί η σύγκρουση του άκρου του βραχίονα με το τραπέζι αλλά και ο βραχίονας να πιάσει το αντικείμενο από την πάνω πλευρά χωρίς να το ρίξει το περασμά του θα γίνει ανάλυση τροχιάς με ενδιάμεση θέση από την οποία θα περάσει το άκρο . Συνεπώς θέλω το άκρο να ακολουθήσει την διαδρομή E $\rightarrow$ H $\rightarrow$ A και έστω ότι:

$$\mathrm{pH} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1.1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} qH_x \\ qH_y \\ qH_z \end{bmatrix}$$

Άρα υπάρχουν δύο τμήματα τροχιάς E $\rightarrow$ H και H $\rightarrow$ A οπότε θα ορίσω 2 πολυωνυμικές συναρτήσεις για κάθε x,y,z .

Πολυώνυμο 3 βαθμού για κάθε συντεταγμένη

Η συντεταγμένη x έχει τα εξής πολυώνυμα :

$$\mathrm{x}_1(\mathrm{t}) = \mathrm{a}_{10} + \mathrm{a}_{11}\mathrm{t} + \mathrm{a}_{12}\mathrm{t}^2 + \mathrm{a}_{13}\mathrm{t}^3$$

$$\mathrm{x}_2(\mathrm{t}) = \mathrm{a}_{21} + \mathrm{a}_{21}(\mathrm{t} - \mathrm{t}_1) + \mathrm{a}_{22}(\mathrm{t} - \mathrm{t}_1)^2 + \mathrm{a}_{23}(\mathrm{t} - \mathrm{t}_1)^3$$

Ορίζω t_1= 5 (sec) η χρονική στιγμή στην οποία το αντικείμενο θα περάσει από το ενδιάμεσο σημείο H με ταχύτητα u_{H_x} ενώ η ταχύτητα στην αρχή και στο τέλος θα είναι 0 . Οι τροχιά θα έχει τους εξής περιορισμούς :

$$\left\{\begin{array}{ccc} t=0: & x_1(0)=q0_x & \dot{x_2}(0)=0 \\ t=t1: & x_1(t1)=qH_x & \dot{x_1}(t1)=u_{H_x} \\ t=t1: & x_2(t1)=qH_x & \dot{x_2}(t1)=u_{H_x} \\ t=t_f: & x_2(t_f)=qf_x & \dot{x_2}(tf)=0 \end{array}\right\}$$

Σύμφωνα με τους οποίους θα προσδιοριστούν οι συντελεστές του πολυωνύμου . Για το $\mathrm{x}_1(t)$ σύμφωνα με τους τύπου του βιβλιού :

$$\mathrm{a}_{10} = \mathrm{q0}_x = -0.5298$$

$$\mathrm{a}_{11} = 0$$

$$\mathrm{a}_{12} = \frac{3}{(t1-t_0)^2}(x_1(t_1) - \mathrm{x}_1(0)) - \frac{2}{(t1-t_0)}\dot{x}_1(0) - \frac{1}{(t1-t_0)}\dot{x}_1(t1) = \frac{3}{t_1^2}(\mathrm{qH}_x - \mathrm{q0}_x) - \frac{1}{t_1}\mathrm{u}_{H_x}$$

$$\mathrm{a}_{13} = \frac{2}{(t1-t_0)^3}(x_1(t_1) - \mathrm{x}_1(0)) + \frac{1}{(t1-t_0)^2}(\dot{x}_1(0) - \dot{x}_1(t_1)) = -\frac{2}{t_1^3}(\mathrm{qH}_x - \mathrm{q0}_x) + \frac{1}{t_1^2}\mathrm{u}_{H_x}$$

Ομοίος για το $\mathrm{x}_2(t)$:

$$\mathrm{a}_{20} = \mathrm{qH}_x$$

$$\mathrm{a}_{21} = \mathrm{u}_{H_x}$$

$$\mathrm{a}_{22} = \frac{3}{(t_f-t_1)^2}(qf_x - \mathrm{qH}_x) - \frac{2}{(t_f-t_1)}u_{H_x}$$

$$\mathrm{a}_{23} = \frac{2}{(t_f-t_1)^3}(qf_x - \mathrm{qH}_x) + \frac{2}{(t_f-t_1)^2}u_{H_x}$$

Επίσης υπάρχει η απαίτηση για συνέχεια της επιτάχυνσης όπου προκύπτει :

$$\ddot{x_1}(t1) = \ddot{x_2}(t1)$$

$$\Rightarrow 2\mathrm{a}_{12} + 6\mathrm{a}_{13}\mathrm{t}_1 = 2\mathrm{k}_{22}$$

$$\Rightarrow 2[\frac{3}{t_1^2}\ (\mathrm{qH}_x - \mathrm{q0}) - \frac{1}{t1}\mathrm{u}_{H_x}] + 6[-\frac{2}{t_1^3}\ (\mathrm{qH}_x - \mathrm{q0}) + \frac{1}{t1^2}\mathrm{u}_{H_x}]\mathrm{t}_1 = 2[\frac{3}{(t1-t_0)^2}(qf_x - \mathrm{qH}_x) - \frac{2}{(t1-t_0)}u_{H_x}]$$

$$\Rightarrow \frac{6}{t_1^2}\ (\mathrm{qH}_x - \mathrm{q0}) - \frac{2}{t1}\mathrm{u}_{H_x} - \frac{12}{t_1^2}\ (\mathrm{qH}_x - \mathrm{q0}) + \frac{6}{t1}\mathrm{u}_{H_x} = \frac{6}{(t1-t_0)^2}(qf_x - \mathrm{qH}_x) - \frac{4}{(t1-t_0)}u_{H_x}$$

$$\Rightarrow u_{H_x} = \frac{6\frac{(qf_x - qH_x)}{(t_f-t_1)^2} + \frac{(qH_x - q0_x)}{(t_1)^2}}{\frac{4}{t1} + \frac{4}{t_f - t_1}}$$

$$\Rightarrow u_{H_x} = 0.3045(\frac{m}{sec})$$

Επομένως οι συντελεστές των πολυωνύμων έχουν τις εξής τιμές :

$$\begin{cases} a_{10} = -0.5298 & a_{11} = 0 \\ a_{12} = 0.1227 & a_{13} = -0.0123 \\ a_{20} = 1 & a_{21} = 0.3045 \\ a_{22} = -0.0618 & a_{23} = 0.0042 \end{cases}$$

Τέλος τα δύο πολυώνυμα μπορούν να γραφτούν ως εξής :

$$\mathrm{x(t)} = \begin{cases} x_1(t) & 0 \leq t \leq t_1 \\ x_2(t) & t1 \leq t \leq t_f \end{cases}$$

$$\mathrm{x(t)} = \begin{cases} -0.5298 + 0.1227t^2 - 0.0123t^3 & 0 \leq t \leq t_1 \\ 1 + 0.3045t + -0.0618t^2 + 0.0042t^3 & t1 \leq t \leq t_f \end{cases}$$

Με την ίδια λογική ορίζονται και οι τροχιές για τις συντεταγμένες y,z

Η συντεταγμένη y έχει τα εξής πολυώνυμα :

$$\mathrm{y_1(t) = b_{10} + b_{11}t + b_{12}t^2 + b_{13}t^3}$$

$$\mathrm{y_2(t) = b_{21} + b_{21}(t - t_1) + k_{22}(t - t_1)^2 + b_{23}(t - t_1)^3}$$

και ορίζω $\mathrm{t_1}$= 5 (sec) η χρονική στιγμή στην οποία το αντικείμενο θα περάσει από το ενδιάμεσο σημείο H με ταχύτητα u_{H_y} ενώ η ταχύτητα στην αρχή και στο τέλος θα είναι 0 . Οι τροχιά θα έχει τους εξής περιορισμούς :

$$\left\{ \begin{array}{ccc} t = 0 : & y_1(0) = q0_y & \dot{y_2}(0) = 0 \\ t = t1 : & y_1(t1) = qH_y & \dot{y_1}(t1) = u_{H_y} \\ t = t1 : & y_2(t1) = qH_y & \dot{y_2}(t1) = u_{H_y} \\ t = t_f : & y_2(t_f) = q0_y & \dot{y_2}(tf) = 0 \end{array} \right\}$$

Επίσης υπάρχει η απαίτηση για συνέχεια της επιτάχυνσης όπου προκύπτει :

$$\ddot{y_1}(t1) = \ddot{y_2}(t1)$$

$$\Rightarrow u_{H_y} = 0.1266(\tfrac{m}{sec})$$

Επομένως οι συντελεστές των πολυωνύμων έχουν τις εξής τιμές :

$$\begin{cases} b_{10} = 0.6559 & b_{11} = 0 \\ b_{12} = 0.0160 & b_{13} = -0.000441 \\ b_{20} = 1 & b_{21} = 0.1226 \\ b_{22} = 0.0094 & b_{23} = -0.0029 \end{cases}$$

Τέλος τα δύο πολυώνυμα μπορούν να γραφτούν ως εξής :

$$\mathrm{y(t)} = \begin{cases} y_1(t) & 0 \leq t \leq t_1 \\ y_2(t) & t1 \leq t \leq t_f \end{cases}$$

$$\mathrm{y(t)} = \begin{cases} 0.6559 + 0.0160t^2 - 0.000441t^3 & 0 \leq t \leq t_1 \\ 1 + 0.1226t + 0.0094t^2 - 0.0029t^3 & t1 \leq t \leq t_f \end{cases}$$

Η συντεταγμένη z έχει τα εξής πολυώνυμα :

$$\mathrm{z_1(t) = m_{10} + m_{11}t + m_{12}t^2 + m_{13}t^3}$$

$$\mathrm{z_2(t) = m_{21} + m_{21}(t - t_1) + m_{22}(t - t_1)^2 + m_{23}(t - t_1)^3}$$

και ορίζω $\mathrm{t_1}$= 5 (sec) η χρονική στιγμή στην οποία το αντικείμενο θα περάσει από το ενδιάμεσο σημείο H με ταχύτητα u_{H_z} ενώ η ταχύτητα στην αρχή και στο τέλος θα είναι 0 . Οι τροχιά θα έχει τους εξής περιορισμούς :

$$\left\{\begin{array}{ccc} t = 0: & z_1(0) = q0_z & \dot{z_2}(0) = 0 \\ t = t1: & z_1(t1) = qH_z & \dot{z_1}(t1) = u_{H_z} \\ t = t1: & z_2(t1) = qH_z & \dot{z_2}(t1) = u_{H_z} \\ t = t_f: & z_2(t_f) = q0_z & \dot{z_2}(tf) = 0 \end{array}\right\}$$

Επίσης υπάρχει η απαίτηση για συνέχεια της επιτάχυνσης όπου προκύπτει :

$$\ddot{z_1}(t1) = \ddot{z_2}(t1)$$

$$\Rightarrow u_{H_z} = \text{-0.0307}(\tfrac{m}{sec})$$

Επομένως οι συντελεστές των πολυωνύμων έχουν τις εξής τιμές :

$$\begin{cases} m_{10} = 0.9049 & m_{11} = 0 \\ m_{12} = 0.0296 & m_{13} = -0.0044 \\ m_{20} = 1.1000 & m_{21} = -0.0307 \\ m_{22} = -0.0357 & m_{23} = 0.0052 \end{cases}$$

Τέλος τα δύο πολυώνυμα μπορούν να γραφτούν ως εξής :

$$\mathrm{z(t)} = \begin{cases} z_1(t) & 0 \le t \le t_1 \\ z_2(t) & t1 \le t \le t_f \end{cases}$$

$$\mathrm{z(t)} = \begin{cases} 0.9049 + 0.0296t^2 - 0.0044t^3 & 0 \le t \le t_1 \\ 1.1000 - 0.0307t - 0.0357t^2 + 0.0052t^3 & t1 \le t \le t_f \end{cases}$$

ΕΡΩΤΗΜΑ 3

Βρείτε την ταχύτητα αναφοράς [$\dot{q}$, $\dot{q}m$] που απαιτείται έτσι ώστε να υλοποιήσετε την τροχιά του άκρου στον χώρο των αρθρώσεων. Ο προσανατολισμός του άκρου να παραμένει σταθερός ως προς το αδρανειακό πλαίσιο καθ' όλη την διάρκεια της κίνησης. Επίσης κατά τη διάρκεια της κίνησης ο βραχίονας να μην περνάει από ιδιάζοντα σημεία. Το μοντέλο του βραχίονα δίνεται στο αρχείο lwr_create.p.

Κώδικας Matlab

Αρχικά θα αναφερθούν μερικά σημεία του κώδικα που υλοποιεί το συγκεκριμένο ερώτημα. Στην προσπάθια να παραμείνει σταθερός ο προσανατολισμός του άρκου του βραχίονα θα χρησιμοποιήσουμε το εξής κομμάτι κώδικα:

T0 = lwr.fkine(q0); T0 = [T0.n T0.o T0.a T0.t ; 0 0 0 1];

R0 = [T0(1,1) T0(1,2) T0(1,3);... T0(2,1) T0(2,2) T0(2,3);... T0(3,1) T0(3,2) T0(3,3)];

Συνεχίζοντας εφαρμόστηκε ότι αποδείχθηκε παραπάνω για τον υπολογισμό των ομογενών μετασχηματισμών g0B , g0E gBE και μέσω αυτών και η Ιακωβιανή του συστήματος (mobile manipulator) ενώ ταυτόχρονα γίνεται έλεγχος για ιδιάζοντα σημεία:

if det(J_sys(1:6,1:6))== 0

print('IDIAZON SHMEIO (det=0)') break;

end

*dq_sys (:,h) = pinv(J_sys)*V (:,h);*

Τέλος μέσω τις επαναλληπτικής μεθόδου Euler υπολογίστηκαν οι γωνίες των αρθρώσεων (Euler: Q_NEXT = Q_BEFORE + DQ*Dt) :

*q_sys(:,h+1)= q_sys(:,h) + dq_sys(:,h)*tstep;*

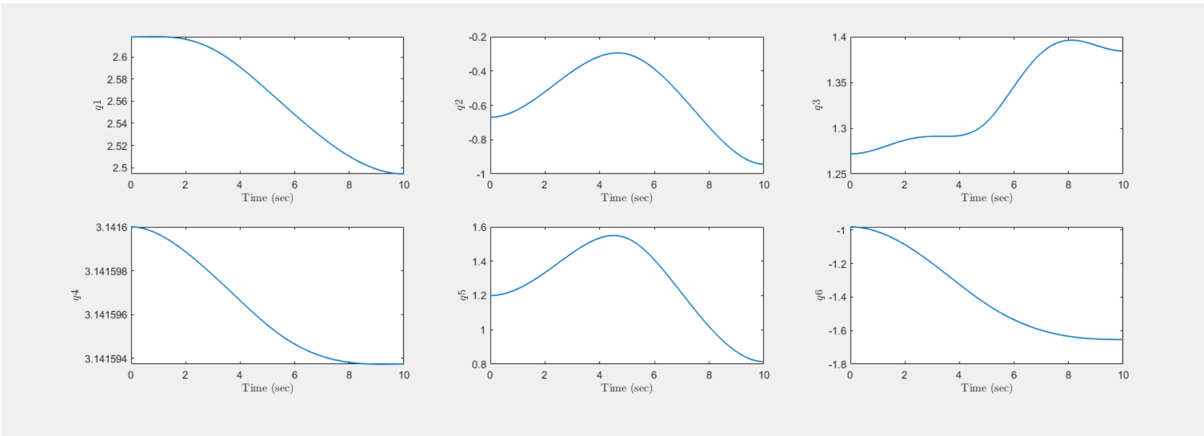
Καθώς διατηρείται σταθερός ο προσανατολισμός του άκρου του βραχίονα σε όλη την διάρκεια της κίνησης μέσω :

V(:,h)= [qd(h,1) qd(h,2) qd(h,3) 0 0 q_sys(9,h)];

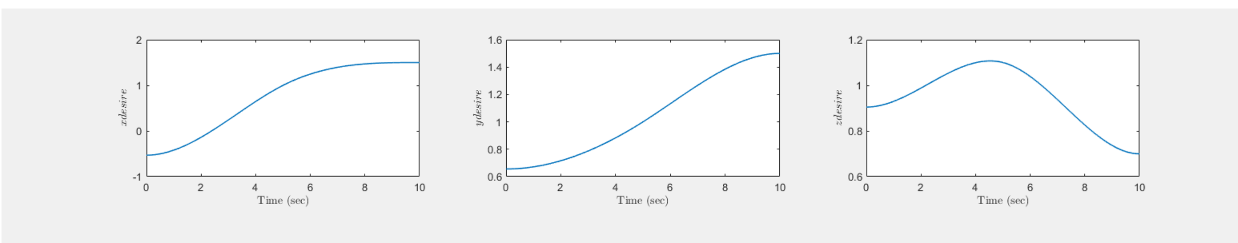
Γραφήματα - Αποκρίση στο χρόνο

Θα περιληφθούν τα γραφήματα :

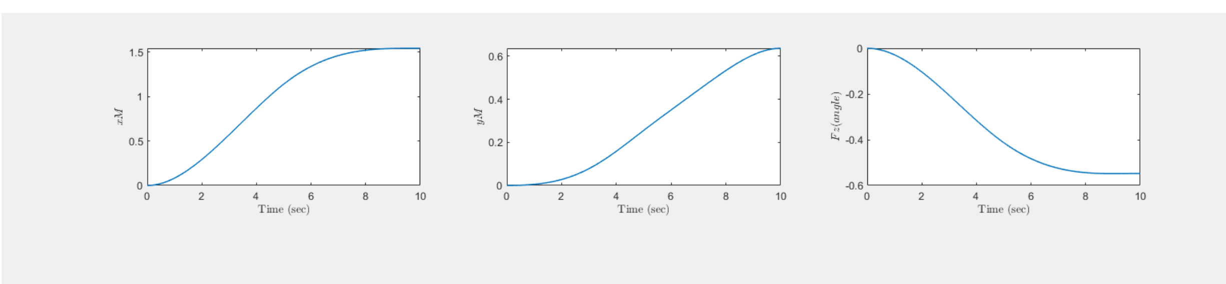
1) Της απόκρισης στο χρόνο των γωνιών των αρθρώσεων και της θέσης του άκρου και της πλατφόρμας ως προς το αδρανειακό πλαίσιο.



Γωνίες των αρθρώσεων (Σχήμα 1.)

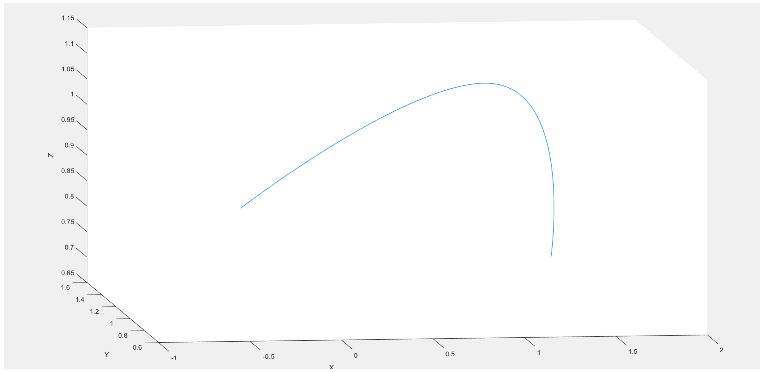


Θέση του άκρου (Σχήμα 2.)

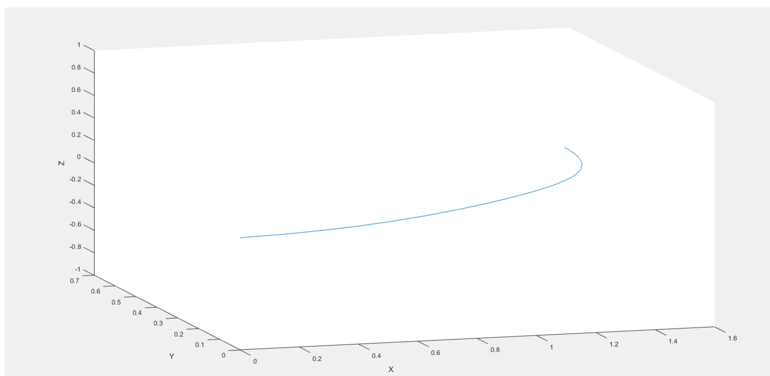


Θέση της πλατφόρμας (Σχήμα 3.)

2) Της απόκρισης στο χρόνο της διαδρομής του άκρου και της πλατφόρμας στον τρισδιάστατο χώρο

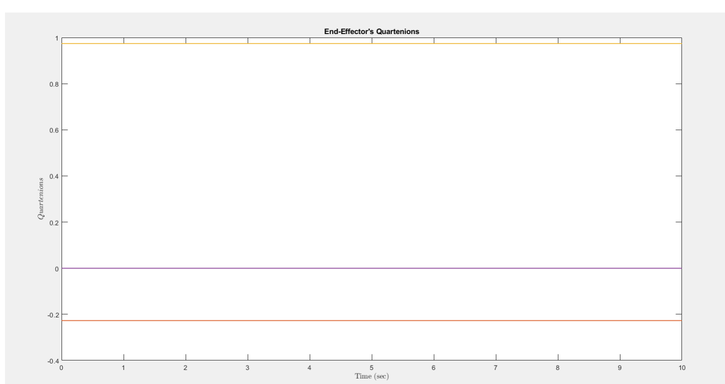


Διαδρομή της πλατφόρμας (Σχήμα 4.)



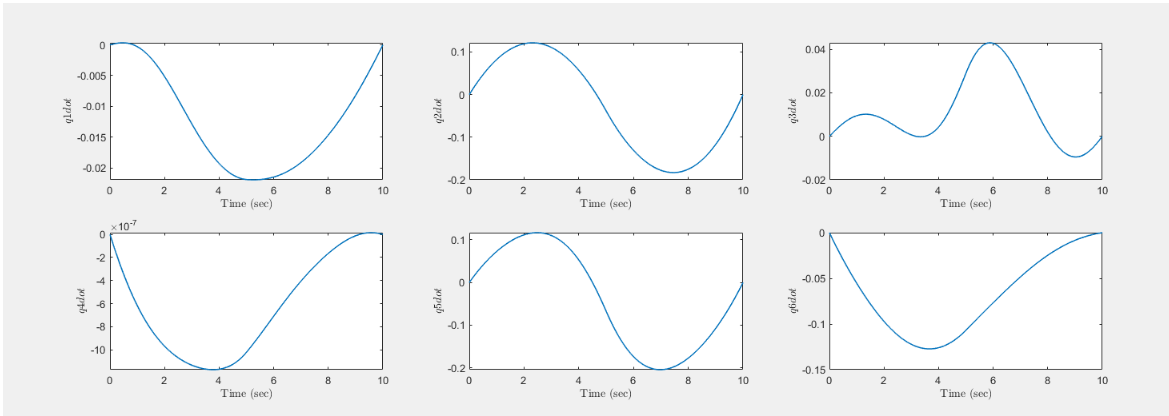
Διαδρομή του άκρου (Σχήμα 5.)

3) Της απόκρισης στο χρόνο της γωνίας του προσανατολισμού του άκρου ως Quaternion.

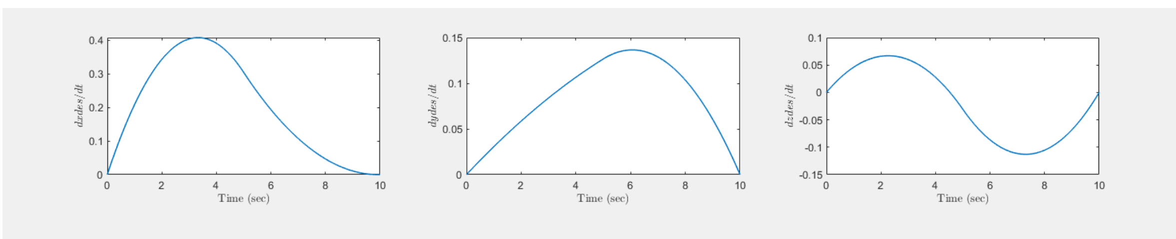


Προσανατολισμός του άκρου ως Quartenion (Σχήμα 6.)

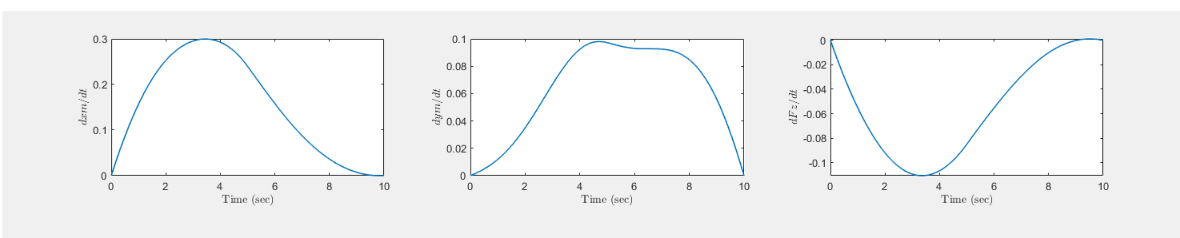
4) Της απόκρισης στο χρόνο των ταχυτήτων του άκρου, της πλατφόρμας και των αρθρώσεων.



Ταχύτητες των αρθρώσεων (Σχήμα 7.)



Ταχύτητες του άκρου (Σχήμα 8.)



Ταχύτητες της πλατφόρμας (Σχήμα 9.)

Συμπεράσματα

Είναι φανερό πως ο βραχίονας κρατάει σταθερό τον προσανατολισμό του άκρου του καθόλη την διάρκεια της κινησής του συστήματος (βραχίονας - πλατφόρμα).Αυτό φαίνεται μέσω των ευθειών του διαγράμματος των Quartenions. Επίσης οι συναρτήσεις κίνησης είναι ομαλές και δεν υπάρχουν ασυνέχειες .Ο βραχίονας δεν περνάει από ιδιάζοντα σημεία όπου θα μηδενίζονταν η Ορίζουσα της Ιακωβιανής του .

ΕΡΩΤΗΜΑ 4

Να σχεδιάσετε τροχιά θέσης και ταχύτητας του άκρου για την μεταφορά και τοποθέτηση του αντικειμένου πάνω στην πλατφόρμα στο πλαίσιο {F} και να βρείτε την ταχύτητα αναφοράς [$\dot{}q$, $\dot{}qm$] που απαιτείται έτσι ώστε να υλοποιήσετε αυτην την τροχιά του άκρου στον χώρο των αρθρώσεων.

Σχεδίαση τροχιάς με ενδιάμεση θέση

Όπως και στο ερώτημα 2 θα γίνει ανάλυση-σχεδίαση τροχιάς , συνεπώς η αρχική και τελική θέση της τροχιάς που πρέπει να ακολουθήσει ο βραχίονας για να πιάσει το αντικείμενο είναι :

$$\mathrm{p}'_{start} = \begin{bmatrix} 1.5 \\ 1.5 \\ 0.7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q0_x \\ q0_y \\ q0_z \end{bmatrix}$$

$$\mathrm{p}'_{final} = \begin{bmatrix} 1.7230 \\ 0.5852 \\ 0.6000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} qf_x \\ qf_y \\ qf_z \end{bmatrix}$$

Επίσης δίνεται από την εκφώνηση ότι $\mathrm{t}_f = 10$ (sec) . Για να αποφευχθεί η σύγκρουση του άκρου του βραχίονα με το τραπέζι αλλά και ο βραχίονας να πιάσει το αντικείμενο από την πάνω πλευρά χωρίς να το ρίξει το περασμά του θα γίνει ανάλυση τροχίας με ενδιάμεση θέση από την οποία θα περάσει το άκρο . Συνεπώς θέλω το άκρο να ακολουθήσει την διαδρομή E $\rightarrow$ H $\rightarrow$ F και έστω ότι:

$$\mathrm{p'H} = \begin{bmatrix} 1.1 \\ 1.1 \\ 0.7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} qH_x \\ qH_y \\ qH_z \end{bmatrix}$$

Άρα υπάρχουν δύο τμήματα τροχίας E' $\rightarrow$ H' και H' $\rightarrow$ F οπότε θα ορίσω 2 πολυωνυμικές συναρτήσεις για κάθε x,y,z .

Πολυώνυμο 3 βαθμού για κάθε συντεταγμένη

Συντελεστές των πολυωνύμων σύμφωνα με την ανάλυση που έγινε παραπάνω :

$$\begin{cases} a_{10} = 1.5 & a_{11} = 0 \\ a_{12} = -0.0547 & a_{13} = 0.0077 \\ a_{20} = 1.1 & a_{21} = 0.0335 \\ a_{22} = 0.0614 & a_{23} = -0.0086 \end{cases}, \begin{cases} b_{10} = 1.5 & b_{11} = 0 \\ b_{12} = -0.0206 & b_{13} = 0.0009 \\ b_{20} = 1.1 & b_{21} = -0.1372 \\ b_{22} = -0.0069 & b_{23} = 0.0027 \end{cases}, \begin{cases} m_{10} = 0.7 & m_{11} = 0 \\ m_{12} = 0.0030 & m_{13} = -0.0006 \\ m_{20} = 0.7 & m_{21} = -0.0150 \\ m_{22} = -0.006 & m_{23} = 0.001 \end{cases}$$

Επίσης υπάρχει η απαίτηση για συνέχεια της επιτάχυνσης όπου προκύπτει :

$$\begin{cases} \ddot{x_1}(t1) = \ddot{x_2}(t1) & u_{H_x} = 0.0335(\frac{m}{sec}) \\ \ddot{y}_1(t1) = \ddot{y_2}(t1) & u_{H_y} = -0.1372(\frac{m}{sec}) \\ \ddot{z}_1(t1) = \ddot{z_2}(t1) & u_{H_z} = -0.0150(\frac{m}{sec}) \end{cases}$$

Τέλος τα δύο πολυώνυμα για κάθε συντεταγμένη x,y,z μπορούν να γραφτούν ως εξής :

$$x(t) = \begin{cases} x_1(t) & 0 \le t \le t_1 \\ x_2(t) & t1 \le t \le t_f \end{cases},\ y(t) = \begin{cases} y_1(t) & 0 \le t \le t_1 \\ y_2(t) & t1 \le t \le t_f \end{cases},\ z(t) = \begin{cases} z_1(t) & 0 \le t \le t_1 \\ z_2(t) & t1 \le t \le t_f \end{cases}$$

$$x(t) = \begin{cases} 1.5 - 0.0547t^2 + 0.0077t^3 & 0 \le t \le t_1 \\ 1.1 + 0.0335t + 0.0614t^2 - 0.0086t^3 & t1 \le t \le t_f \end{cases},\ y(t) = \begin{cases} 1.5 - 0.0206t^2 + 0.0009t^3 & 0 \le t \le t_1 \\ 1.1 - 0.1372t - 0.0069t^2 + 0.0027t^3 & t1 \le t \le t_f \end{cases},\ z(t) = \begin{cases} 0.7 + 0.0030t^2 - 0.0006t^3 & 0 \le t \le t_1 \\ 0.7 - 0.0150t - 0.0060t^2 + 0.001t^3 & t1 \le t \le t_f \end{cases}$$

Κώδικας Matlab

Όπως και στο προϊγούμενο ερώτημα έτσι και έδω θα χρησιμοποιήσουμε παρόμοιο κώδικα για την υλοποίηση του ερωτήματος μόνο που σε αυτή την περίπτωση κινείται μόνο ο βραχίονας του συστήματος και όχι η πλατφόρμα. Εφαρμόστηκε ότι αποδείχθηκε παραπάνω για τον υπολογισμό των ομογενών μετασχηματισμών g0B , g0E gBE και μέσω αυτών και η Ιακωβιανή του συστήματος (mobile manipulator) , που στην συγκεκριμένη περίπτωση μηδενίζουμε τις 3 τελευταίες στήλες της (στήλες της Ιακωβιανής της πλατφόρμας αφού δεν κινείται) ενώ ταυτόχρονα γίνεται έλεγχος για ιδιάζοντα σημεία:

```
J_sys2(:,7:9) = 0;
if det(J_sys2(1:6,1:6))== 0
print('IDIAZON SHMEIO (det=0)')
break;
end
dq_sys2(:,h) = pinv(J_sys2)*V2(:,h);
```

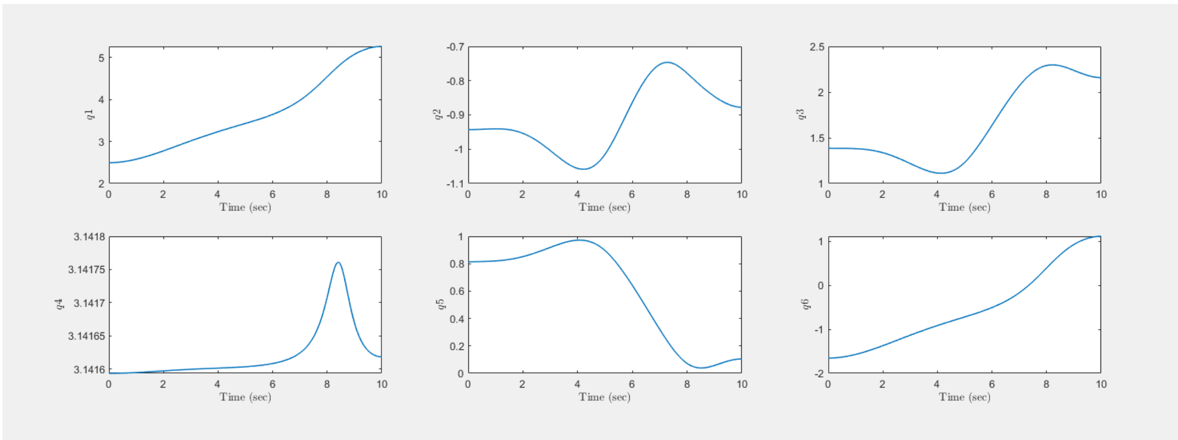
Τέλος μέσω τις επαναλληπτικής μεθόδου Euler υπολογίστηκαν οι γωνίες των αρθρώσεων (Euler: Q_NEXT = Q_BEFORE + DQ*Dt) :

```
q_sys2(:,h+1)= q_sys2(:,h) + dq_sys2(:,h)*tstep;
```

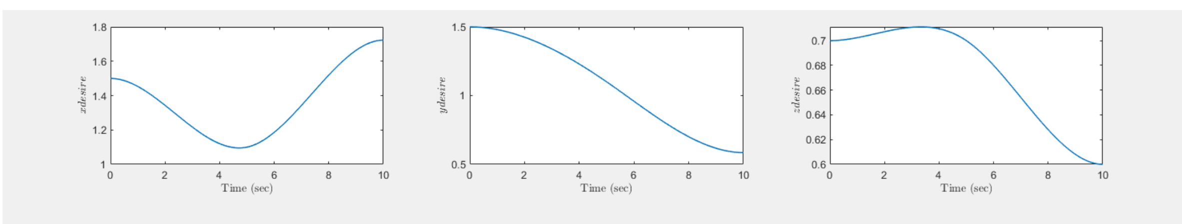
Γραφήματα - Αποκρίση στο χρόνο

Θα περιληφθούν τα γραφήματα :

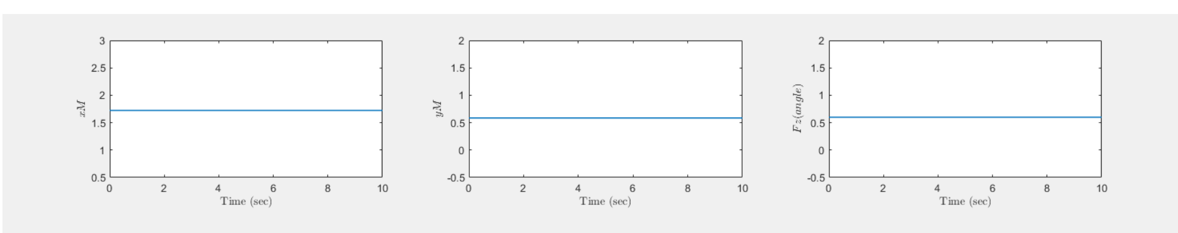
1) Της απόκρισης στο χρόνο των γωνιών των αρθρώσεων και της θέσης του άκρου και της πλατφόρμας ως προς το αδρανειακό πλαίσιο.



Γωνίες των αρθρώσεων (Σχήμα 10.)

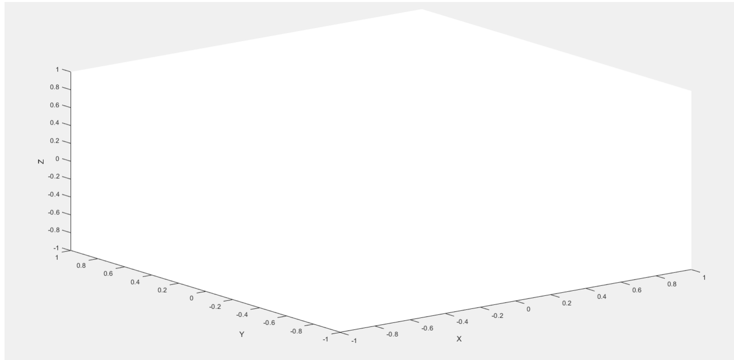


Θέση του άκρου (Σχήμα 11.)

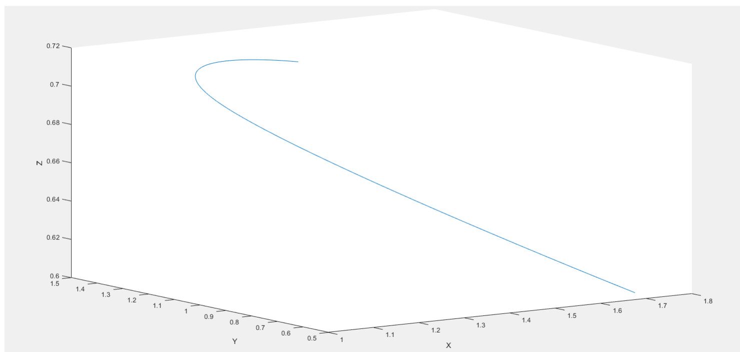


Θέση της πλατφόρμας (Σχήμα 12.)

2) Της απόκρισης στο χρόνο της διαδρομής του άκρου και της πλατφόρμας στον τρισδιάστατο χώρο

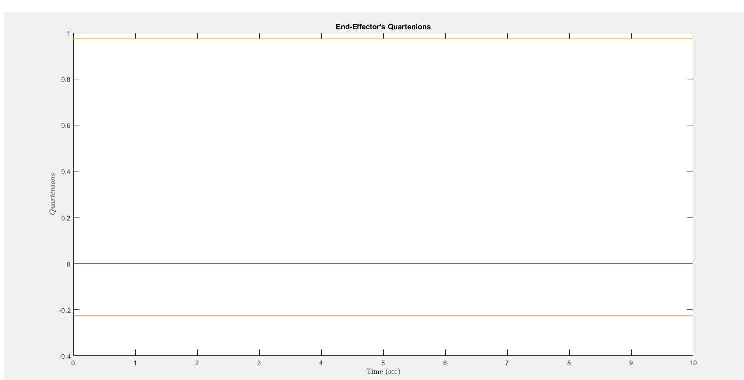


Διαδρομή της πλατφόρμας (Σχήμα 13.)



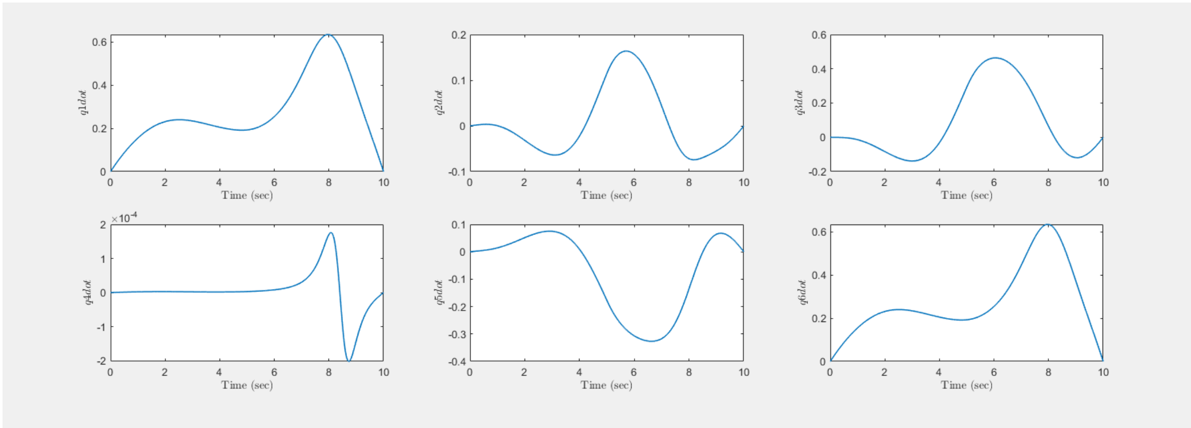
Διαδρομή του άκρου (Σχήμα 14.)

3) Της απόκρισης στο χρόνο της γωνίας του προσανατολισμού του άκρου ως Quaternion.

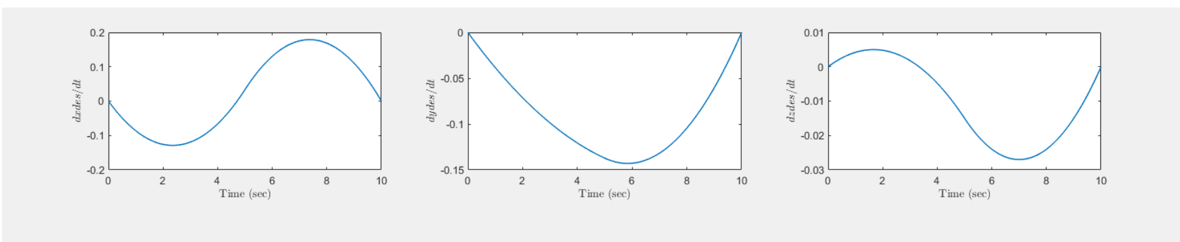


Προσανατολισμός του άκρου ως Quartenion (Σχήμα 15.)

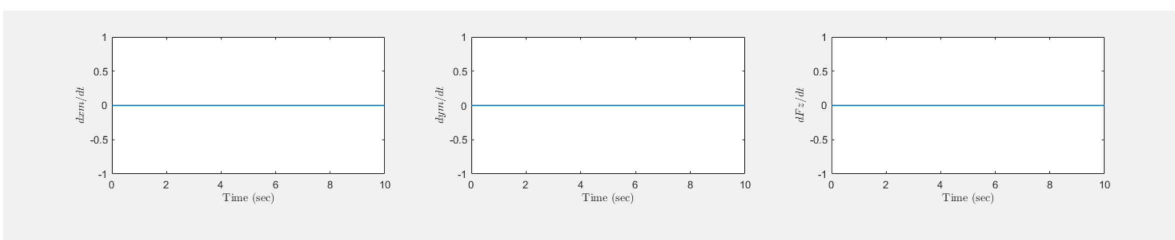
4) Της απόκρισης στο χρόνο των ταχυτήτων του άκρου, της πλατφόρμας και των αρθρώσεων.



Ταχύτητες των αρθρώσεων (Σχήμα 16.)



Ταχύτητες του άκρου (Σχήμα 17.)



Ταχύτητες της πλατφόρμας (Σχήμα 18.)

Συμπεράσματα

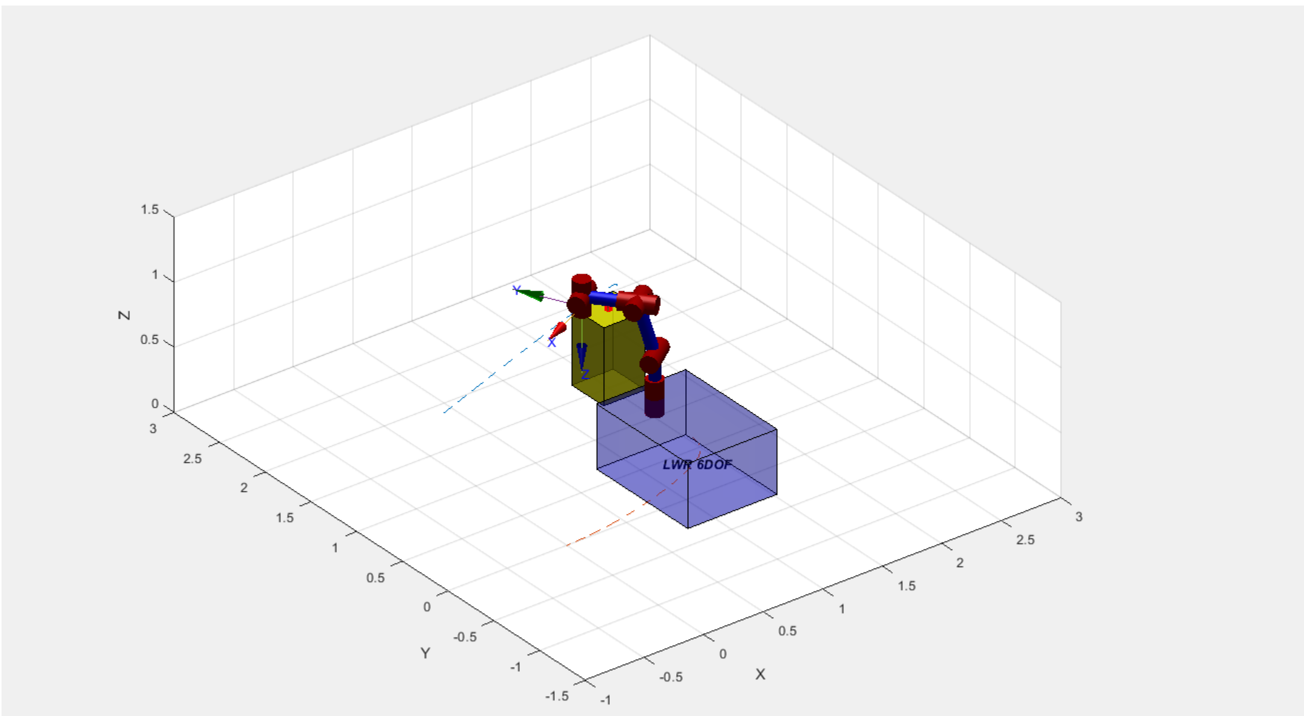
Όπως και πριν ο βραχίονας κρατάει σταθερό τον προσανατολισμό του άκρου του καθόλη την διάρκεια της κινησής του συστήματος (βραχίονας - πλατφόρμα) .Ωστόσο δεν ζητείται σαν προδιαγραφή για την σχεδίαση της κίνησης του .Αυτό φαίνεται μέσω των ευθειών του διαγράμματος των Quartenions. Ταυτόχρονα η πλατφόρμα παραμένει ακίνητη καθόλη την διάρκεια της κίνησης ,αφού η ταχύτητα της είναι συνεχώς μηδενική . Τέλος οι συναρτήσεις κίνησης είναι ομαλές και δεν υπάρχουν ασυνέχειες ενώ ο βραχίονας δεν περνάει από ιδιάζοντα σημεία όπου θα μηδενίζονταν η Ορίζουσα της Ιακωβιανής του .

ΕΡΩΤΗΜΑ 5

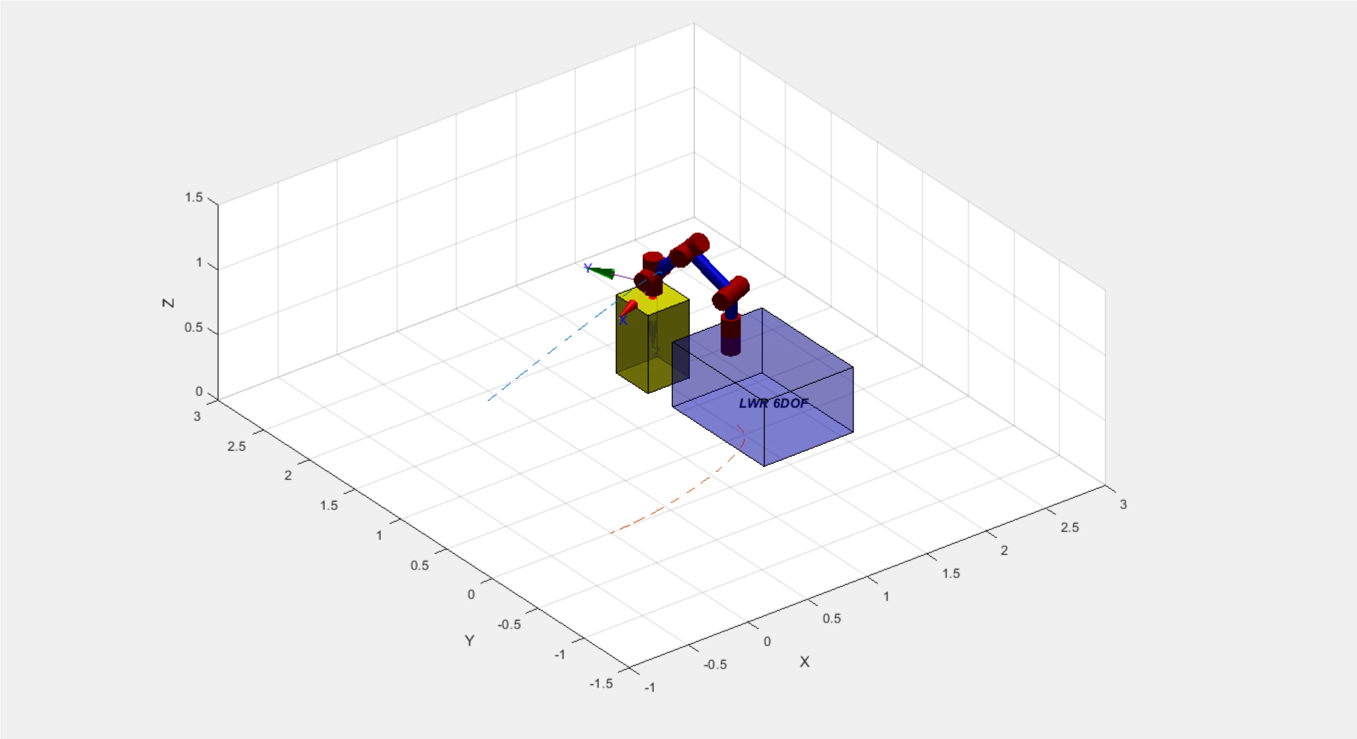
Να προσομοιωθεί και να απεικονιστεί η κίνηση του βραχίονα σε τρισδιάστατο εικονικό περιβάλλον.

Προσομοίωση και Απεικόνιση

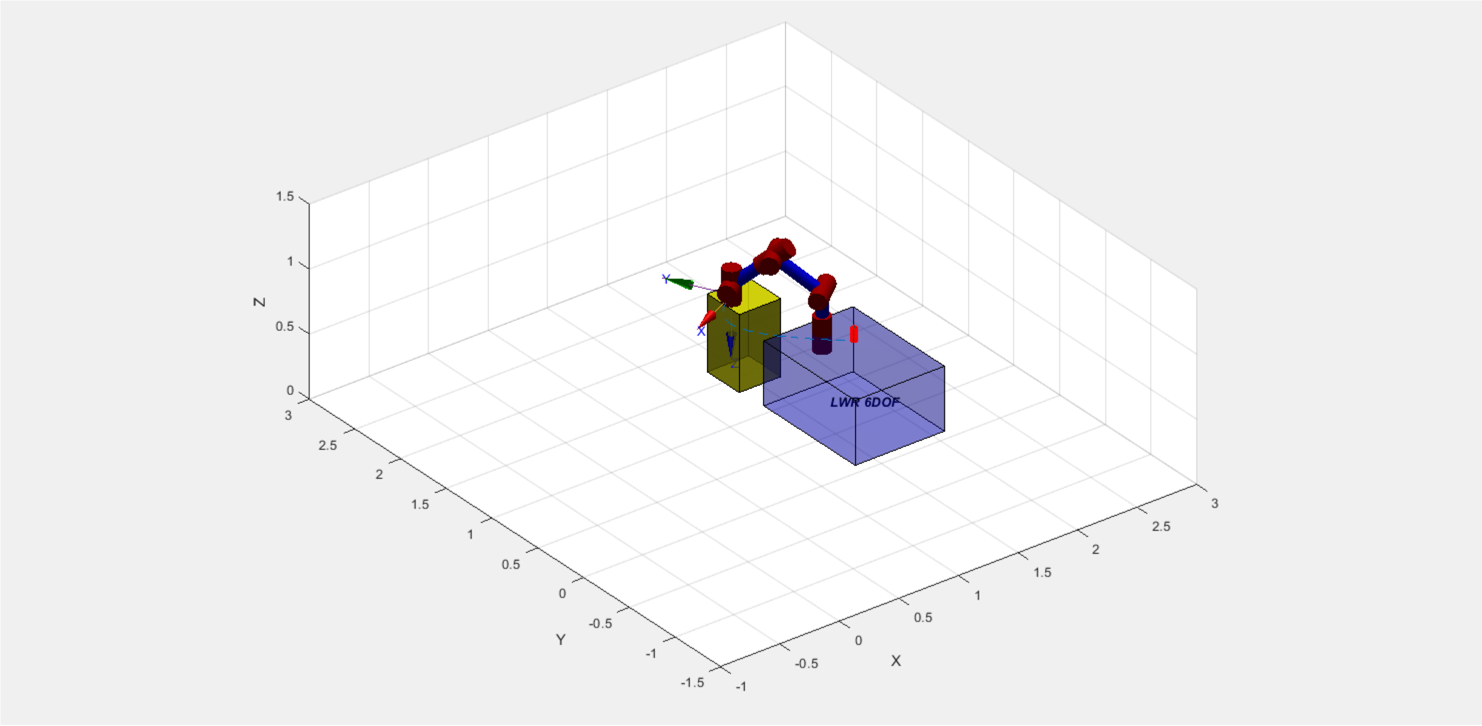
Με την χρήση plot και δημιουργία "απλών" γραφικών γίνεται μια προσπάθεια αναπαράστασης της συνολικής κίνησης του βραχίονα για τα ερωτήματα 3 και 4. Χρησιμοποιήθηκαν συναρτήσεις του Matlab καθώς και ο βραχίονας που μας δίνεται στην εκφώνηση μέσω του Robotic Toolbox.



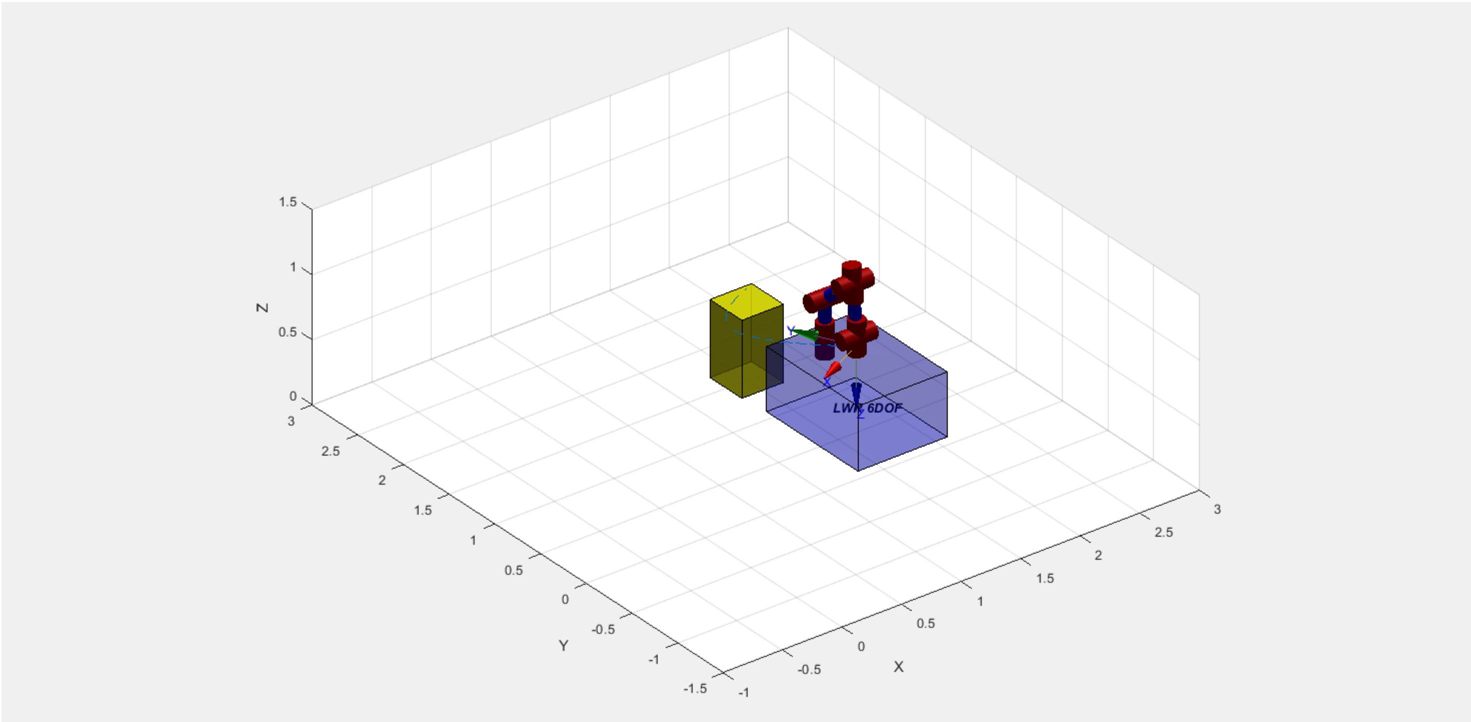
Ερώτημα 3 - Ενδιάμεσο σημείο διαδρομής Mobile Manipulator (Σχήμα 18.)



Ερώτημα 3 - Τέλος διαδρομής Mobile Manipulator (Σχήμα 19.)



Ερώτημα 4 - Ενδιάμεσο σημείο διαδρομής Mobile Manipulator (Σχήμα 20.)



Ερώτημα 4 - Τέλος διαδρομής Mobile Manipulator (Σχήμα 21.)

Συμπεράσματα

Ο βραχίονας ακολουθεί πιστά την σχεδίαση τροχίας που τέθηκε να ακολουθήσει καθώς ολοκληρώνει και τις δυο κινήσεις σε χρόνο tf = 10 (sec) , περνόντας από τα ενδιάμεσα σημεία με επιτυχία και φτάνοντας στο τελικό σημείο με μηδενική ταχύτητα . Στο ερώτημα 3 πίανει το αντικείμενο από την πάνω πλευρά και ταυτόχρονα στο ερώτημα 4 το αφήνει πάνω στο κέντρο της πλατφόρμας .

Αρχεία Matlab

Χρησιμοποιήθηκε το πρόγραμμα Matlab για την εργασία καθώς και το Robotics Toolbox. Τα αρχεία που δημιουργήθηκαν για την εκτέλεση των παραπάνω αποκρίσεων,προσομοιώσεων είναι :

mobile_manipulator.m , polynomial_Orbit.m , plot_System_Responses.m , jacobian_System.m , robot_Visualise.m , plotcube.m , lwr_create.p .