

Диференциални уравнения

Задължително избираема дисциплина
за специалност “Информационни системи”

2020/2021 учебна година

Тема 32

Задача 1. Използвайки диференчна схема решете числено задачата на Коши

$$y'' + (2 - \sin x)y' + 12y = 0, \quad -1 \leq x \leq 7, \\ y(0) = -2, \quad y'(0) = -1.$$

Използвайте стъпки 0.1, 0.01 и 0.001 и изобразете резултатите в една и съща координатна система.

Задача 2. Дадена е системата

$$\begin{cases} \dot{x} = -y^3 + x \\ \dot{y} = -xy + 1. \end{cases}$$

- a) Намерете равновесните точки на системата.
- б) Начертайте фазов портрет на системата.
- в) Определете кои равновесни точки са устойчиви.
- г) За решението на задачата на Коши за системата с начални данни $x(0) = 6, y(0) = 4$ направете анимация на движението на точката $(x(t), y(t))$ във фазовото пространство, когато времето t се мени от 0 до 1.

Задача 3. Дадена е смесената задача за уравнението на струната

$$u_{tt} = u_{xx} \quad 0 < x < 6, \quad t > 0 \\ u(0, t) = 0 \quad , t > 0 \\ u(6, t) = 0 \quad , t > 0 \\ u(x, 0) = \begin{cases} 1 + \cos(\pi x) & \text{за } 1 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{за } 0 < x < 1 \text{ и } 2 < x < 6, \end{cases} \\ u_t(x, 0) = 0 \quad , 0 < x < 6.$$

С помощта на формулата на Даламбер визуализирайте трептенето на струната за $t \in [0, 12]$.