

Тема 6 “Понятие о производной”

1. Найти производную выражения:

a. $\sin x \cdot \cos x$

b. $\ln(2x + 1)^3$

c. $\sqrt{\sin^2(\ln(x^3))}$

d. $\frac{x^4}{\ln(x)}$

2. Найти выражение производной функции и ее значение в точке:

$$f(x) = \cos(x^2 + 3x), x_0 = \sqrt{\pi}$$

3. * Найти значение производной функции в точке:

$$f(x) = \frac{x^3 - x^2 - x - 1}{1 + 2x + 3x^2 - 4x^3}, x_0 = 0$$

4. Найти угол наклона касательной к графику функции в точке:

$$f(x) = \sqrt{3x} \cdot \ln x, x_0 = 1$$

«Понятие о производной»

① a) $(\sin x \cdot \cos x)' = (\sin x)' \cdot \cos x + (\cos x)' \cdot \sin x = \cos^2 x - \sin^2 x$

b) $(\ln(2x+1)^3)' = \frac{1}{(2x+1)^3} \cdot ((2x+1)^3)' =$
 $= \frac{3 \cdot (2x+1)^2}{(2x+1)^3} \cdot (2x+1)' = \frac{6}{2x+1}$

c) $(\sqrt{\sin^2(\ln x^3)})' = \frac{1}{2\sqrt{\sin^2(\ln x^3)}}$

$\cdot (\sin^2(\ln x^3))' = \frac{2 \cdot \sin(\ln x^3)}{2\sqrt{\sin^2(\ln x^3)}}$

$\cdot (\sin(\ln x^3))' = \frac{\sin(\ln x^3) \cdot \cos(\ln x^3)}{\sqrt{\sin^2(\ln x^3)}}$

$\cdot (\ln x^3)' = \frac{\sin(\ln x^3) \cdot \cos(\ln x^3)}{\sqrt{\sin^2(\ln x^3)}} \cdot (x^3)' =$

$= \frac{3 \cdot \sin(\ln x^3) \cdot \cos(\ln x^3)}{x \cdot \sqrt{\sin^2(\ln x^3)}}$

$$d) \left(\frac{x^4}{\ln(x)} \right)' = \frac{(x^4)' \cdot \ln(x) - (\ln(x))' \cdot x^4}{\ln^2(x)}$$

$$= \frac{4x^3 \ln(x) - x^3}{\ln^2(x)} = \frac{x^3 (4 \cdot \ln(x) - 1)}{\ln^2(x)}$$

$$(2) f(x) = \cos(x^2 + 3x), \quad x_0 = \sqrt{\pi}$$

$$f'(x) = -\sin(x^2 + 3x) \cdot (x^2 + 3x)' =$$

$$= -(2x + 3) \cdot \sin(x^2 + 3x)$$

$$f'(x_0) = -(2\sqrt{\pi} + 3) \cdot \sin(\pi + 3\sqrt{\pi}) =$$

$$= -(2\sqrt{\pi} + 3) \cdot \sin(3\sqrt{\pi})$$

$$(3) f(x) = \frac{x^3 - x^2 - x - 1}{1 + 2x + 3x^2 - 4x^3}, \quad x_0 = 0$$

$$f'(x) = \frac{(3x^2 - 2x - 1) \cdot (1 + 2x + 3x^2 - 4x^3) - (x^3 - x^2 - x - 1) \cdot (2 + 6x - 12x^2)}{(1 + 2x + 3x^2 - 4x^3)^2}$$

$$f'(x_0) = \frac{-1 + 2}{1} = 1$$

$$(4) f(x) = \sqrt{3x} \cdot \ln x, \quad x_0 = 1$$

$$f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x}} \cdot \ln x + \frac{\sqrt{3x}}{x}; \quad f'(x_0) = \sqrt{3}$$

$\begin{aligned} \tan \alpha &= \sqrt{3} \\ \alpha &= \frac{\pi}{3} = 60^\circ \end{aligned}$