Практическое задание к уроку 4

Инструкции к сдаче:
Присылайте фото листочков с вашими решениями в текстовом файле .doc или .txt или в формате .pdf

Прикладывайте ссылку на ваш репозиторий с кодом. Для написания кода используйте привычную среду программирования, желательно, Jupiter Notebook

Тема "Предел функции"

1. Предложить пример функции, не имеющей предела в нуле и в бесконечностях.
2. Привести пример функции, не имеющей предела в точке, но определенной в ней.
3. Исследовать функцию $f(x) = x^3 - x^2$ по плану:
    a. Область задания и область значений.
    b. Нули функции и их кратность.
    c. Отрезки знакопостоянства.
    d. Интервалы монотонности.
    e. Четность функции.
    f. Ограниченность.
    g. Периодичность.
4. Найти предел:
    a. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{3x^3 - 2x^2}{4x^2}$
    b. $* \lim\limits_{x \to 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{\sqrt[3]{1+x} - 1}$

c. $* \lim_{x\to\infty} \left(\frac{x+3}{x}\right)^{4x+1}$

Тема “Теоремы о пределах”

1. Найти предел:

   a. $\lim_{x\to 0} \frac{\sin(2x)}{4x}$

   b. $\lim_{x\to 0} \frac{x}{sin(x)}$

   c. $\lim_{x\to 0} \frac{x}{arcsin(x)}$

   d. $\lim_{x\to\infty} \left(\frac{4x+3}{4x-3}\right)^{6x}$

   e. $* \lim_{x\to\infty} \frac{\sin x+\ln x}{x}$

   f. $* \lim_{x\to\infty} \frac{\sin x+\ln x}{x}$

Тема «Предел ф-ии»

① $f(x) = \frac{1}{\sin(x)}$

② $f(x) = sgn(x)$

$\lim\limits_{x\to 0^-} sgn(x) = -1$ $\lim\limits_{x\to 0^+} sgn(x) = 1$

③ $f(x) = x^3 - x^2$

a) $dom(f) = R$ $ran(f) = R$

b) $x^3 - x^2 = 0$ $x^2(x-1) = 0$

$x - 1 = 0$ $x^2 = 0$

$x_1 = 1$ $x_2 = 0$ $x_3 = 0$ (?)

корень в 0 кратностью 2

т.к. полином 3й степени, (?)

д.б. 3 корня, если я все верно понял

c) $(-\infty;0)$ $(0;1)$ $(1;\infty)$

$f(x)<0$ $f(x)<0$ $f(x)>0$

d) $(-\infty;0)$ возрастает

$(0;\frac{2}{3})$ убывает $(\frac{2}{3};\infty)$ возрастает

e) $f(x)$ - ф-я общего вида

f) $f(x)$ неограниченная ф-я

g) $f(x)$ - непериодическая ф-я

④ a) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{3x^3-2x^2}{4x^2} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{3x-2}{4} =$

$= \lim\limits_{x\to 0} \left(\frac{3x}{4} - \frac{1}{2}\right) = \lim\limits_{x\to 0} \left(0 - \frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$

c) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\frac{x+3}{x}\right)^{4x+1} = \lim\limits_{x\to\infty} \left(1+\frac{3}{x}\right)^{4x+1} =$

$= \lim\limits_{x\to\infty} \left(1+\frac{4\cdot 3}{4x}\right)^{4x+1} = \lim\limits_{x\to\infty} \left(\left(1+\frac{12}{4x}\right)^{4x} \cdot \left(1+\frac{12}{4x}\right)^{1}\right) = e^{12} \cdot \lim\limits_{x\to\infty} \left(1+\frac{12}{4x}\right) =$

$= e^{12} \cdot \left(\lim\limits_{x\to\infty} 1 + \lim\limits_{x\to\infty} \frac{12}{4x}\right) = e^{12}(1+0) =$

$= e^{12}$

« Теоремы о пределах »

(1) a) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin(2x)}{4x} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{2\sin x \cos x}{4x} =$

$= \lim\limits_{x\to 0} \frac{1}{2} \cdot \cancel{\frac{\sin x}{x}} \cdot \cos x = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{2}$

b) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{x}{\sin(x)} = \lim\limits_{x\to 0} \left(\frac{\sin(x)}{x}\right)^{-1} = 1$

c) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{x}{\arcsin(x)} = \lim\limits_{x\to 0} \left(\frac{\arcsin(x)}{x}\right)^{-1} = 1$

d) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\frac{4x+3}{4x-3}\right)^{6x} = \lim\limits_{x\to\infty} \left(\frac{6+4x-3}{4x-3}\right)^{6x} =$

$= \lim\limits_{x\to\infty} \left(\frac{6}{4x-3}+1\right)^{6x} = \lim\limits_{x\to\infty} \left(\frac{9}{6x-4,5}+1\right)^{6x-4,5+4,5}$

$= \lim\limits_{x\to\infty} \left(\frac{9}{6x-4,5}+1\right)^{6x-4,5} \cdot \lim\limits_{x\to\infty} \left(\frac{9}{6x-4,5}+1\right)^{4,5}$

$= e^{9} \cdot \left(\lim\limits_{x\to\infty} \left(\frac{9}{6x-4,5}\right)^{4,5} + \lim\limits_{x\to\infty} 1^{4,5}\right) =$

$= e^{9} \cdot (0+1) = e^{9}$