

① Найти собственные векторы и значения

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -6 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} -1-\lambda & -6 \\ 2 & 6-\lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$(\lambda - 6)(\lambda + 1) + 12 = 0$$

$$\lambda^2 - 5\lambda + 6 = 0$$

$$\underline{\lambda_1 = 3} \quad \underline{\lambda_2 = 2}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & -6 \\ 2 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} -x_1 - 6x_2 = 3x_1 \\ 2x_1 + 6x_2 = 3x_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x_1 - 6x_2 = 2x_1 \\ 2x_1 + 6x_2 = 2x_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x_1 = -6x_2 \\ 2x_1 = -3x_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x_1 = -6x_2 \\ 2x_1 = -4x_2 \end{cases}$$

$$x_1 = -1,5x_2$$

$$x_1 = -2x_2$$

~~$$\begin{cases} x_1 = -1,5x_2 \\ x_1 = -2x_2 \end{cases}$$~~

$$\text{для } \lambda = 2 \quad x = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{для } \lambda = 3 \quad x = \begin{pmatrix} -1,5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$(2) A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Собств.-й вектор - это ненулевой вектор, действие опер-ра на к-й сводится к умножению его на число: $Ax = \lambda x$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} -x_1 = \lambda x_1 \\ -x_2 = \lambda x_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = -\lambda x_1 \\ x_2 = -\lambda x_2 \end{cases}$$

$$(3) A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \quad x = (1, 1) \leftarrow$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} \lambda = 2 \\ \lambda = 2 \end{cases}$$

собств.
вектор
да

$$(4) A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad x = (3, -3, -4)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} 3\lambda = -9 \\ -3\lambda = +9 \\ -4\lambda = -12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lambda = -3 \\ \lambda = -3 \\ \lambda = 3 \end{cases}$$

нет