Коси квадрат

Задатак

Нацртати квадрат са задатим координатама доње леве тачке, дужином странице и углом који основица заклапа са x осом. Одштампати колика је дужина пројекције нацртаног квадрата на x осу. Задатак урадити:

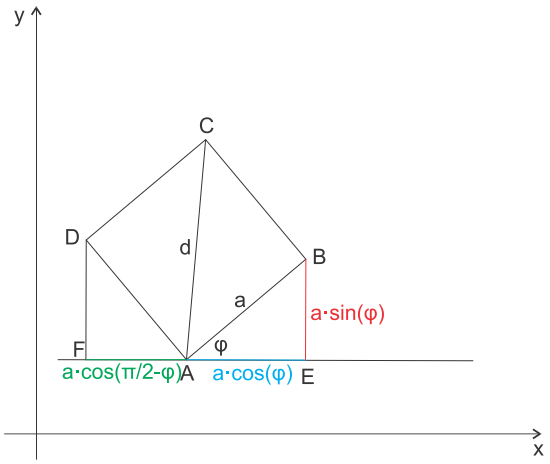
1. Коришћењем тригонометријских функција.
2. Коришћењем вектора. Креирати класу Vector2D која ће представљати дводимензионални вектор. Класа треба да садржи методе за интензитет вектора, нормализацију вектора, штампање вектора, за скаларни и векторски производ, и за пројекцију вектора на дати вектор. Класа треба да садржи и предефинисане операторе за сабирање, одузимање и множење. Дозвољено је додавање и других потребних метода.
3. Написати и функцију која црта полигон за задати низ тачака, а поред тога штампа и површину тог полигона.
4. Искористити методу за цртање квадрата под неким углом, и направити анимацију у којој се квадрат окреће око осе која пролази кроз доњу леву тачку квадрата и нормална је на раван xOy.
5. Модификовати методу за цртање косог квадрата тако да се уместо доње леве тачке задаје центар квадрата, а потом направити анимацију у којој се квадрат окреће око осе која пролази кроз центар квадрата и нормална је на раван xOy.

Решење

Нека је задата дужина странице квадрата a, координате доње леве тачке квадрата (x_a, y_a) и угао који треба да заклапа доња страна квадрата са позитивним делом x осе.

1. Нека је тачка E подножје нормале из тачке B на праву која пролази кроз тачку A и која је паралелна x оси (Слика 1). Тада се добија да је дужина страница $AE = a \cdot \cos(\varphi)$, а дужина странице $BE = a \cdot \sin(\varphi)$. Како су координате тачке $A(x_a, y_a)$, тада се једноставно рачунају координате тачке B:

$$x_b = x_a + a \cdot \cos(\varphi) \text{ и } y_b = y_a + a \cdot \sin(\varphi).$$



Слика 1. Коси квадрат

Угао $\sphericalangle DAE$ једнак је $\frac{\pi}{2}+\varphi$ па се на сличан начин добијају координате тачке D:

$$x_d = x_a + a\cdot\cos\left(\frac{\pi}{2}+\varphi\right) \text{ и } y_d = y_a + a\cdot\sin\left(\frac{\pi}{2}+\varphi\right).$$

Угао $\sphericalangle CAE$ једнак је $\frac{\pi}{4}+\varphi$. Дужина странице AC једнака је дијагонали квадрата па се координате тачке C могу добити са:

$$x_c = x_a + d\cdot\cos\left(\frac{\pi}{4}+\varphi\right) \text{ и } y_c = y_a + d\cdot\sin\left(\frac{\pi}{4}+\varphi\right).$$

Тиме су добијене координате свих тачкака квадрата па се исти може нацртати.

Дуж FE представља део x осе на коме би се простирала пројекција квадрата на x осу. Дужина дужи FE једнака је

$$FE = a\cdot\cos\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)+a\cdot\cos(\varphi) = a\cdot\sin(\varphi)+a\cdot\cos(\varphi) = a\cdot\left(\sin(\varphi)+\cos(\varphi)\right).$$

Пример 1. Коси квадрат – коришћењем тригонометријских функција.

```
void drawSquareTrig(double a_length, double fi, double xa, double ya)
{
    double xb,yb,xc,yc,xd,yd;

    double senka = a_length * cos(fi) + a_length * sin(fi);
    cout << "Senka ce biti duzine " << senka << "\n";

    xb = xa + a_length * cos(fi);
    yb = ya + a_length * sin(fi);

    xd = xa + a_length * cos(M_PI/2.0 + fi);
    yd = ya + a_length * sin(M_PI/2.0 + fi);
```

```
    double d = sqrt(a_length*a_length + a_length*a_length);

    xc = xa + d * cos(M_PI/4.0 + fi);
    yc = ya + d * sin(M_PI/4.0 + fi);

    glColor3f (1.0, 1.0, 1.0);
    glBegin(GL_POLYGON);
        glVertex2f (xa, ya);
        glVertex2f (xb, yb);
        glVertex2f (xc, yc);
        glVertex2f (xd, yd);
    glEnd();
}
```

2. Са слике 1 се види да је јединични вектор у правцу вектора $\overrightarrow{AB}$ једнак

$$\overrightarrow{ABnorm} = \left(\cos(\varphi), \sin(\varphi)\right),$$

а јединични вектор у правцу вектора $\overrightarrow{AD}$ једнак

$$\overrightarrow{ADnorm} = \left(\cos\left(\frac{\pi}{\varphi} + \varphi\right), \sin\left(\frac{\pi}{\varphi} + \varphi\right)\right).$$

Тада је

$$\overrightarrow{AB} = a \cdot \overrightarrow{ABnorm},$$

а

$$\overrightarrow{AD} = a \cdot \overrightarrow{ADnorm}.$$

Сада се координате тачака B и D добијају са $\vec{B} = \vec{A} + \overrightarrow{AB}$ и $\vec{D} = \vec{A} + \overrightarrow{DB}$ где су $\vec{A}, \vec{B}$ и $\vec{D}$ радијус вектори тачака A, B и D.

Координата тачке C се добија са $\vec{C} = \vec{A} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

Дужина дужи FE добија се као збир интезитета вектора $\overrightarrow{AF}$ и $\overrightarrow{AE}$. Вектор $\overrightarrow{AE}$ се добија као пројекција вектора $\overrightarrow{AB}$ на x осу, а вектор $\overrightarrow{AF}$ као пројекција вектора $\overrightarrow{AD}$ такође на x осу.

Пример 2. Коси квадрат – Коришћењем вектора.

У примеру 2 коришћена је метода која је дефинисана у класи $Vector2D$, а која враћа вектор пројекције посматраног вектора на задати вектор:

`Vector2D ProjectionVector(Vector2D &V).`

```
void drawSquare(double a_length, double fi, Vector2D &A)
{
    Vector2D ABnorm(cos(fi), sin(fi));
    Vector2D ADnorm(cos(M_PI/2.0 + fi), sin(M_PI/2.0 + fi));

    Vector2D AB = ABnorm * a_length;
```

```
    Vector2D AD = ADnorm * a_length;
    Vector2D AC = AB + AD;

    Vector2D xAxis(1.0,0.0);

    double senka = AB.ProjectionVector(xAxis).Intensity() +
AD.ProjectionVector(xAxis).Intensity();
    cout << "Vektorski: Senka ce biti duzine " << senka << "\n";

    Vector2D B = A +AB;
    Vector2D C = A +AC;
    Vector2D D = A +AD;

    glColor3f (1.0, 1.0, 1.0);
    glBegin(GL_POLYGON);
        glVertex2f (A.m_x, A.m_y);
        glVertex2f (B.m_x, B.m_y);
        glVertex2f (C.m_x, C.m_y);
        glVertex2f (D.m_x, D.m_y);
    glEnd();
}
```

3. Да би се израчунала површина полигона површ полигона се може поделити на троуглове, а потом израчунати површина полигона као сума површина тихтроуглова. Површина троугла се може израчунати Хероновим обрасцем $P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, где је s полуобим троугла, а a, b и c дужине страница троугла, као ипреко интезитета векторског производа два вектора.

Пример 3. Цртање полигона и израчунавање његове површине.

```
double sqr(double x) { return x * x; }

void drawPolygon(vector<Vector2D>&points, int n)
{
    glColor3f (1.0, 1.0, 1.0);
    glBegin(GL_POLYGON);
    for(int i = 0; i < n; i++)
        glVertex2d(points[i].X(), points[i].Y());
    glEnd();


    // Povrsina
    double p = 0.0;
    for(int i = 1; i < n-1; i++)
    {
        Vector2D v1(points[i] - points[0]);
        Vector2D v2(points[i+1] - points[0]);
        p += (0.5*fabs(v1.CrossProductIntensity(v2)));
    }

    cout << "Polygon area = " << p << endl;

    p = 0.0;
    for(int i = 1; i < n-1; i++)
    {
        double a = sqrt(sqr(points[i].m_x - points[0].m_x) +
sqr(points[i].m_y - points[0].m_y));
        double b = sqrt(sqr(points[i+1].X() - points[i].m_x) +
sqr(points[i+1].m_y - points[i].m_y));
        double c = sqrt(sqr(points[i+1].m_x- points[0].m_x) +
sqr(points[i+1].m_y - points[0].m_y));

        double s = 0.5*(a+b+c);
        p += sqrt(s*(s-a)*(s-b)*(s-c));
    }

    cout << "Polygon area (HERONOV) = " << p << endl;
}
```

4. Анимација

При креирању анимације потребно је користи

- `void glutTimerFunc(unsigned int msecs, void (*func)(int value), value);`

Брзину анимације подесити на 60 fps. Дефинишемо методу `timer` у којој увећавамо вредност угла φ.

```
void timer(int v)
{
	fi += deltaFi;

	if (fi > 360)
		fi = 0.0;

	glutTimerFunc(1000 / FPC, timer, v);
	glutPostRedisplay();
}
```