НИУ МЭИ
А-13а-19
Вариант 13
Николаев Юрий

Расчетное задание №10

1 Задание

Вычислив норму обратной матрицы A^{-1}, оценить погрешность решения СЛАУ $Ax = b$ в каждой из трех указанных норм для найденных в задании 9 погрешностей вектора b.

A			b
-2,693	2,013	2,284	-3
-2,487	-2,574	-0,792	-3,87
1,602	2,557	1,563	8

2 Решение

1. Обратная матрица A^{-1}:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -0,36 & 0,49 & 0,77 \\ 0,47 & -1,42 & -1,41 \\ -0,4 & 1,82 & 2,15 \end{pmatrix}$$

2. Найдем норму $\|\cdot\|_\infty$ матриц A, A^{-1} и число обусловленности:

$$\|A\|_\infty = \max_{1\le i\le m} \sum_{j=1}^{m} |a_{i,j}| = \max_{1\le i\le m} (6,990; 5,853; 5,722)^T = 6,99$$

$$\|A^{-1}\|_\infty = \max_{1\le i\le m} \sum_{j=1}^{m} |a_{i,j}| = \max_{1\le i\le m} (1,62; 3,30; 4,37)^T = 4,37$$

$$\nu_\delta = cond(A) = \|A\|\|A^{-1}\| = 30,5463$$

3. Найдем нормы $\|\cdot\|_1$, $\|\cdot\|_2$, $\|\cdot\|_\infty$ вектора b:

$$\|b\|_1 = \sum_{i=1}^{m} |b_i| = 3 + 3,87 + 8 = 14,87$$

$$\|b\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^{m} |b_i|^2} = \sqrt{9 + 14,9769 + 64} \approx 9,38$$

$$\|b\|_\infty = \max_{1\le i\le m} |b_i| = 8$$

4. Относительные погрешности вектора b соответственно для норм $\|b\|_1$, $\|b\|_2$, $\|b\|_\infty$ равны:

   (a) в норме $\|b\|_1$: $\delta b \approx 6,7 \cdot 10^{-2}$
   (b) в норме $\|b\|_2$: $\delta b \approx 7,5 \cdot 10^{-2}$
   (c) в норме $\|b\|_\infty$: $\delta b \approx 6,3 \cdot 10^{-2}$

5. Получим оценки погрешности решения СЛАУ в каждой из трех указанных норм по формуле $\delta(x^*) \leq \nu_\delta \delta(b^*)$:

   (a) в норме $\|b\|_1$: $\delta(x^*) \leq 30,5463 \cdot 6,7 \cdot 10^{-2} \approx 2,05$
   (b) в норме $\|b\|_2$: $\delta(x^*) \leq 30,5463 \cdot 7,5 \cdot 10^{-2} \approx 2,29$
   (c) в норме $\|b\|_\infty$: $\delta(x^*) \leq 30,5463 \cdot 6,3 \cdot 10^{-2} \approx 1,92$