

Расчетное задание №5

1 Задание

Решить систему уравнений $Ax = b$ методом Гаусса (схема единственного деления).

A				b
-2	-2	-8	-10	60
10	15	41	44	-276
-14	1	-46	-97	567
20	-15	24	204	-1287

2 Решение

- Исключаем неизвестные из всех уравнений, кроме первого:

$$\begin{cases} -2x_1 - 2x_2 - 8x_3 - 10x_4 = 60 \\ 10x_1 + 15x_2 + 41x_3 + 44x_4 = -276 \\ -14x_1 + x_2 - 46x_3 - 97x_4 = 567 \\ 20x_1 - 15x_2 + 24x_3 + 204x_4 = -1287 \end{cases}$$

$$A = \left(\begin{array}{cccc|c} -2 & -2 & -8 & -10 & 60 \\ 10 & 15 & 41 & 44 & -276 \\ -14 & 1 & -46 & -97 & 567 \\ 20 & -15 & 24 & 204 & -1287 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{l} \mu_{2,1} = \frac{10}{-2} = -5 \\ \mu_{3,1} = \frac{-14}{-2} = 7 \\ \mu_{4,1} = \frac{20}{-2} = -10 \end{array} \right)$$
$$\sim \left(\begin{array}{cccc|c} -2 & -2 & -8 & -10 & 60 \\ 0 & 5 & 1 & -6 & 24 \\ 0 & 15 & 10 & -27 & 147 \\ 0 & -35 & -56 & 104 & -687 \end{array} \right)$$

- Ведущий элемент 2-го шага - "5":

$$A = \left(\begin{array}{cccc|c} -2 & -2 & -8 & -10 & 60 \\ 0 & 5 & 1 & -6 & 24 \\ 0 & 15 & 10 & -27 & 147 \\ 0 & -35 & -56 & 104 & -687 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{l} \mu_{3,2} = \frac{15}{5} = 3 \\ \mu_{4,2} = \frac{-35}{5} = -7 \end{array} \right)$$
$$\sim \left(\begin{array}{cccc|c} -2 & -2 & -8 & -10 & 60 \\ 0 & 5 & 1 & -6 & 24 \\ 0 & 0 & 7 & -9 & 75 \\ 0 & 0 & -49 & 62 & -519 \end{array} \right)$$

3. Ведущий элемент 3-го шага - "7":

$$A = \left(\begin{array}{cccc|c} -2 & -2 & -8 & -10 & 60 \\ 0 & 5 & 1 & -6 & 24 \\ 0 & 15 & 10 & -27 & 75 \\ 0 & -35 & -56 & 104 & -519 \end{array} \right) \sim (\mu_{4,3} = \frac{-49}{7} = -7)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|c} -2 & -2 & -8 & -10 & 60 \\ 0 & 5 & 1 & -6 & 24 \\ 0 & 0 & 7 & -9 & 75 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 6 \end{array} \right)$$

$$\begin{cases} -2x_1 - 2x_2 - 8x_3 - 10x_4 = 60 \\ 5x_2 + x_3 - 6x_4 = 24 \\ 7x_3 - 9x_4 = 75 \\ -x_4 = 6 \end{cases}$$

Привели матрицу к треугольному виду, перейдем ко второму этапу.

4. Обратный ход метода Гаусса (снизу вверх):

$$x_4 = -6$$

$$x_3 = \frac{75-54}{7} = 3$$

$$x_2 = \frac{24-36-3}{5} = -3$$

$$x_1 = \frac{60-60+24-6}{-2} = -9$$

Ответ:

$$\begin{cases} x_1 = -9 \\ x_2 = -3 \\ x_3 = 3 \\ x_4 = -6 \end{cases}$$