НИУ МЭИ
А-13а-19
Вариант 13
Николаев Юрий

Расчетное задание №9

1 Задание

Вычислить нормы $\|\cdot\|_1$, $\|\cdot\|_E$, $\|\cdot\|_\infty$ матрицы A и нормы $\|\cdot\|_1$, $\|\cdot\|_2$, $\|\cdot\|_\infty$ вектора b. Считая, что компоненты вектора b получены в результате округления по дополнению, найти его относительную погрешность в каждой из трех указанных норм.

A			b
-2,693	2,013	2,284	-3
-2,487	-2,574	-0,792	-3,87
1,602	2,557	1,563	8

2 Решение

1. Найдем нормы $\|\cdot\|_1$, $\|\cdot\|_E$, $\|\cdot\|_\infty$ матрицы A:

   $\|A\|_1 = \max\limits_{1\le j\le m} \sum\limits_{i=1}^{m} |a_{i,j}| = \max\limits_{1\le j\le m}(6,782; 7,144; 4,639) = 7,144$

   $\|A\|_E = \sqrt{2.693^2 + 2.013^2 + 2.284^2 + 2.487^2 + 2.574^2 + 0.792^2 + 1.602^2 + 2.557^2 + 1.563^2} \approx 6,443$

   $\|A\|_\infty = \max\limits_{1\le i\le m} \sum\limits_{j=1}^{m} |a_{i,j}| = \max\limits_{1\le i\le m}(6,990; 5,853; 5,722)^T$

2. Найдем нормы $\|\cdot\|_1$, $\|\cdot\|_2$, $\|\cdot\|_\infty$ вектора b:

   $\|b\|_1 = \sum\limits_{i=1}^{m} |b_i| = 3 + 3,87 + 8 = 14,87$

   $\|b\|_2 = \sqrt{\sum\limits_{i=1}^{m} |b_i|^2} = \sqrt{9 + 14,9769 + 64} \approx 9,38$

   $\|b\|_\infty = \max\limits_{1\le i\le m} |b_i| = 8$

3. Считая, что компоненты вектора b получены в результате округления по дополнению, найдем его относительную погрешность в каждой из трех указанных норм:

   $\Delta b = \|\overline{b} - b\|$

   $\delta b = \frac{\Delta b}{\|\overline{b}\|}$

   Абсолютные погрешности компонент вектора равны соответвенно: $5 \cdot 10^{-1}, 5 \cdot 10^{-3}, 5 \cdot 10^{-1}$. Тогда абсолютная погрешность вектора равна:

   (a) в норме $\|b\|_1$: $\Delta b = 1,005 \approx 1$
   (b) в норме $\|b\|_2$: $\Delta b \approx 0,7$
   (c) в норме $\|b\|_\infty$: $\Delta b = 0,5$

   Тогда относительные погрешности соответственно для норм $\|b\|_1$, $\|b\|_2$, $\|b\|_\infty$ равны:

   (a) в норме $\|b\|_1$: $\delta b \approx 6,7 \cdot 10^{-2}$
   (b) в норме $\|b\|_2$: $\delta b \approx 7,5 \cdot 10^{-2}$
   (c) в норме $\|b\|_\infty$: $\delta b \approx 6,3 \cdot 10^{-2}$