

Задание 1.

Вычислить значение  $Z$  и оценить абсолютную и относительную погрешности результата, считая, что значения исходных данных получены в результате округления по дополнению. Записать результат с учетом погрешности. Указать верные цифры.

N	Z	N	Z
1	$\cos 3.14 + 2.15 - 3.0^3$	2	$1.4^3 - 1.89^2 - 2.02$
3	$e^{1.64} - 3^{-0.88} + 3.4$	4	$\cos 1.57 - \sqrt{3.007 - 1.4}$
5	$(2^{\sqrt{5.12}} - 3^{\sqrt{1.21}})/5.8$	6	$1.25^3 + 1.687 - 2.2^2$
7	$\frac{1}{3.09^2} - 5.4^2 + 3.09$	8	$\frac{2.2}{0.84} - \ln(1.354)$
9	$e^{-3.55} + 2.068 - \frac{1}{\sqrt{2.068}}$	10	$5.05^2 - 0.21 - \frac{1}{1.718}$
11	$\frac{1}{\sqrt{4.00}} - 0.11^2 - 3.6$	12	$\sqrt[3]{7.98} + 1.5 - 1.04^3$
13	$(e^{-0.248} + e^{-0.343})/(-0.248 + 0.343)$	14	$\log_2 2.01 - 2^{-1.006+2.0}$
15	$\ln(\cos(0.25 + 0.52 + \sqrt{0.25 \cdot 0.52}))$	16	$\sqrt[3]{3.44} - 1.600 - \cos 2.0$
17	$\sqrt{\sin(0.895)} - \cos(0.7 + 1.7)$	18	$e^{0.22+1.22}/\sqrt{0.429}$
19	$1.06e^{2.252} - 1.3e^{1.06}$	20	$\ln(5.358 + \sqrt{5.538})/2.21$
21	$3^{-0.4} - (2.44 + 0.44)^3$	22	$3.7(\cos(3.7 \cdot 1.7))^2 \sin(1.7)$
23	$\sin(e^{2.15} - \sqrt{2.51}) + \sqrt{6.523}$	24	$\sqrt[3]{e^{-3.03} - e^{3.03} \cdot 5.5}$
25	$0.5e^{2.45} + 6.061e^{-2.45}$	26	$\sqrt[3]{15.0 - 8.09 \cdot 8.766}$
27	$15.324 \sin(13.538) + 13.538 \sin(15.324)$	28	$e^{\sqrt{3.18}}/(0.21^2 + 0.893)$
29	$2.1e^{-4.6} - 4.6e^{2.1} + 1.535e^{-4.6}$	30	$\sqrt{7.9^2 + 1.7^3} + 2^4$

Задание 2.

Локализовать корень нелинейного уравнения  $f(x) = 0$  и найти его методом бисекции с точностью  $\varepsilon = 0.01$ .

N	$f(x)$	N	$f(x)$	N	$f(x)$
1	$\cos x + 2 - x^3$	2	$x^3 - x^2 + 3x - 2$	3	$e^x - 3^{-x} + 3$
4	$3 \cos x - \sqrt{3x - 1}$	5	$e^{-x} - x - 3$	6	$x^3 + x - 3$
7	$\frac{1}{(x+1)^2} - x^2 + 2$	8	$\frac{1}{2+x} - \ln(x+1)$	9	$e^{x-3} + 2 - \frac{1}{\sqrt{x}}$
10	$x^2 - 3x - \frac{1}{x+1}$	11	$\frac{1}{x-2} - \sqrt{x} + 1$	12	$\sqrt[3]{x+1} + 1 - x^3$
13	$\ln(x+1) + x - 2$	14	$\log_2 x - 2^{-x}$	15	$\ln(x+1) + x^2 - 3$
16	$\sqrt[3]{3x} - 1 - \cos x$	17	$\cos x + (x - 0.5)^3$	18	$e^x - x^2 + 3x$
19	$e^x + x + 1$	20	$\ln x + 2 - \frac{1}{x}$	21	$3^x + (x - 2)^3$
22	$e^x - (x - 3)^2 + 2$	23	$e^x + x - 2$	24	$\sin x + (x - 1.5)^3$
25	$e^x + 2x - 2$	26	$\sin x - \sqrt{x - 1}$	27	$\ln x - \sqrt{x - 2}$
28	$\sqrt{x+1} - x + 2$	29	$\sqrt{x-1} - x + 4$	30	$\ln(x+1) - \sqrt{x-1}$

Задание 3.

Найти корень нелинейного уравнения из задачи 2 методом простой итерации. Для этого преобразовать уравнение  $f(x) = 0$  к виду, удобному для итераций и проверить выполнение условия сходимости. В качестве отрезка локализации взять отрезок, полученный методом бисекции при решении задачи 2. Найти корень методом простой итерации с точностью  $\varepsilon = 0.0001$ .

УКАЗАНИЕ. Для поиска экстремумов функции допускается построение ее графика в любом математическом пакете. Соответствующий график должен быть приведен при оформлении задачи.

## Задание 4.

Найти корень нелинейного уравнения  $f(x) = 0$ , локализованный на отрезке  $[a, b]$ , методом Ньютона с точностью  $\varepsilon = 10^{-8}$ .

N	$f(x)$	$[a, b]$	N	$f(x)$	$[a, b]$	N	$f(x)$	$[a, b]$
1	$\frac{1}{2\sqrt{x+1}} - \frac{1}{x}$	[4, 6]	2	$\ln(x+3) + 6x + 1$	[-2, 1]	3	$x - \frac{1}{x} - 2$	[2, 4]
4	$2x - 5 + \frac{1}{(x+1)^2}$	[1, 3]	5	$2x + e^{2-x} - 6$	[0, 2]	6	$3x^2 - \frac{1}{x} - 5$	[1, 3]
7	$x - \frac{1}{\sqrt{x-1}} - 2$	[2, 5]	8	$e^x + 2x + 1$	[-1, 1]	9	$3e^x + 2x - 6$	[0, 3]
10	$2x + \frac{1}{\sqrt{x-1}} - 6$	[2, 5]	11	$x - 2e^{-x} - 1$	[1, 3]	12	$\ln x - e^{-x} + 1$	[0.5, 2]
13	$e^x - \sin x - 2$	[0, 3]	14	$2\cos x - \frac{1}{2\sqrt{x+3}}$	[4, 6]	15	$e^x - \frac{1}{2\sqrt{x+4}}$	[-2, 0]
16	$3\cos x + \ln x + 1$	[3, 5]	17	$2x - 2 - \frac{1}{x+1}$	[0, 3]	18	$x - \cos x$	[-1, 1]
19	$2x + \sin 2x - 2$	[0, 2]	20	$2x + \cos x + 1$	[-1, 1]	21	$x - e^{-x-1}$	[-1, 1]
22	$\frac{1}{(x+1.5)^2} - 2x + 3$	[1, 3]	23	$(x-1)e^{-x} + 3$	[-2, 1]	24	$3(x-2) - \frac{1}{x+1}$	[2, 4]
25	$3(x-1)^2 - \sin 2x$	[1, 3]	26	$4x^3 - \frac{3}{\sqrt{x+3}}$	[0, 3]	27	$2x - \cos x + 8$	[-5, -3]
28	$e^{x-2} - \frac{1}{2\sqrt{x+2}}$	[0, 2]	29	$e^{x-1} - x^2$	[-2, 0]	30	$4x^3 - \cos x$	[-1, 1]

## Задание 5.

Решить систему уравнений  $Ax = b$  методом Гаусса (схема единственного деления).

N	A	b	N	A	b	N	A	b
1	-4 -7 -3 -2	-18	2	-1 -8 7 -5	122	3	9 2 9 -6	65
	40 61 29 11	238		7 61 -40 34	-884		45 13 40 -39	256
	40 7 29 -52	652		4 27 -30 27	-518		36 11 36 -34	233
	24 87 41 25	36		6 78 -23 -16	-512		-54 -3 -64 15	-534
4	1 7 3 -5	77	5	-9 -9 -8 5	-106	6	-4 -4 3 3	-26
	5 26 17 -30	325		45 51 37 -23	532		-12 -4 5 8	-38
	4 91 5 8	728		63 75 48 -27	702		24 32 -27 -14	206
	-8 -128 27 -40	-1061		-36 -12 -26 -9	-12		20 -4 -33 22	70
7	-9 8 6 3	54	8	-10 -4 8 0	102	9	8 0 -4 -2	0
	9 0 -11 1	-154		80 28 -66 8	-910		-16 -6 1 7	2
	18 -80 32 -39	727		-70 -32 50 5	621		-48 -36 -9 32	32
	81 -72 -42 -27	-390		-30 20 28 -74	1068		8 48 70 -19	0
10	-3 -3 -9 -1	-37	11	6 5 8 -7	-189	12	-2 -10 -7 4	26
	-27 -28 -78 -3	-364		-18 -10 -29 16	512		10 46 32 -20	-134
	21 31 34 -58	596		12 35 -5 -40	-684		6 6 -2 -19	-117
	21 31 30 -41	503		-6 -35 34 43	489		20 124 133 18	-126
13	-2 -2 -8 -10	60	14	9 -8 -6 5	-53	15	-5 7 8 -10	-51
	10 15 41 44	-276		81 -63 -55 35	-509		-25 42 48 -51	-268
	-14 1 -46 -97	567		-63 -34 53 71	730		50 -91 -101 100	531
	20 -15 24 204	-1287		-81 0 68 79	1007		20 -91 -89 32	227

N	A				b	N	A				b	N	A				b
16	2	9	-1	-1	-7	17	7	-9	-1	8	-106	18	-6	-1	-2	0	67
	-20	-81	4	3	59		35	-38	2	44	-577		48	12	21	-4	-534
	4	-9	14	22	4		49	-77	-12	42	-651		-30	23	15	-26	391
	0	18	-24	9	-117		-70	48	-23	-117	1409		54	13	-27	1	-346
19	-5	-10	-4	7	12	20	-10	-4	7	-1	8	21	-7	4	-5	-4	53
	5	17	2	-12	-38		60	31	-39	4	-113		56	-38	30	40	-406
	-40	-52	-42	33	-36		20	36	-1	-14	-296		28	-34	-7	31	-200
	10	-43	14	16	60		-30	-61	9	-52	317		-42	-18	-121	98	753
22	7	4	-5	1	-11	23	-6	-7	-2	9	-76	24	-3	4	7	6	-27
	-7	-12	1	-4	-48		36	43	9	-57	450		18	-27	-39	-41	266
	35	-12	-43	-6	-312		18	12	38	8	274		-18	51	22	74	-965
	-49	-4	31	18	62		0	0	0	3	-18		6	19	22	-33	345
25	-8	8	-4	9	-74	26	-1	-9	-7	9	-101	27	3	4	-5	8	-25
	40	-45	25	-38	366		1	10	6	-2	71		-30	-46	49	-83	287
	-48	88	-66	-2	-408		7	59	59	-90	828		-3	-40	5	-24	241
	-24	34	-20	8	-208		2	17	-3	-30	239		21	64	25	82	-451
28	4	1	0	0	-32	29	8	1	9	5	51	30	-5	-5	-9	-5	25
	4	5	7	0	-70		40	2	35	15	213		20	26	30	17	-178
	20	21	30	6	-308		-72	18	11	50	-90		35	23	76	32	4
	-28	25	52	-14	-96		-24	-24	-109	-116	-388		5	-43	54	51	540

Задание 6.

Записать  $LU$  разложение матрицы  $A$  из задачи 5 (не проводя дополнительных расчетов). Используя полученное разложение, найти решение системы  $Ax = d$ .

N	d	N	d	N	d	N	d	N	d	N	d	N	d	N	d
1	-58	2	99	3	-74	4	-46	5	199	6	-47	7	93	8	-140
	558		-701		-501		-160		-1036		-89		-37		1196
	486		-335		-416		-660		-1485		279		-641		-893
	658		-937		125		1003		729		-283		-885		-1002
9	-60	10	-72	11	-12	12	-105	13	104	14	-54	15	-91	16	4
	44		-646		1		500		-462		-472		-465		-31
	-64		506		-188		200		978		271		889		26
	606		427		336		935		-1968		604		181		333
17	18	18	-17	19	-31	20	-111	21	39	22	-38	23	80	24	-62
	82		160		47		637		-398		50		-495		359
	145		115		-176		106		-414		-124		-38		-332
	-115		357		-46		-139		-362		438		27		-458
25	-64	26	-12	27	-53	28	27	29	-23	30	40				
	368		38		534		21		-101		-130				
	-770		-48		81		163		59		-322				
	-306		78		-319		-357		307		-324				

## Задание 7.

Решить систему уравнений  $Ax = b$  методом Холецкого.

N	A	b	N	A	b	N	A	b
1	25 30 10	−95	2	49 21 14	−350	3	36 0 30	318
	30 40 30	−270		21 90 69	−1023		0 49 14	−147
	10 30 110	−990		14 69 134	−1589		30 14 93	671
4	16 0 4	−28	5	64 40 24	−24	6	4 6 6	34
	0 25 10	−95		40 34 24	48		6 25 25	99
	4 10 54	−388		24 24 43	29		6 25 29	123
7	36 6 12	84	8	81 36 54	−918	9	1 2 5	−66
	6 5 6	−6		36 80 80	−608		2 5 11	−145
	12 6 17	17		54 80 89	−815		5 11 30	−383
10	64 16 48	−704	11	4 2 0	20	12	9 24 21	138
	16 8 16	−200		2 5 12	26		24 89 96	473
	48 16 65	−577		0 12 40	56		21 96 129	522
13	36 0 48	−504	14	36 42 30	−138	15	9 9 24	−156
	0 4 12	−104		42 113 99	−865		9 25 36	−324
	48 12 116	−1080		30 99 114	−969		24 36 137	−670
16	9 9 12	−129	17	16 4 4	−172	18	25 15 20	190
	9 58 33	−423		4 17 33	−379		15 34 52	99
	12 33 89	−746		4 33 129	−1099		20 52 116	−88
19	25 5 20	35	20	36 6 24	−72	21	64 56 48	−576
	5 37 34	−263		6 82 76	474		56 50 50	−580
	20 34 42	−194		24 76 89	384		48 50 149	−1530
22	64 16 48	−144	23	1 5 3	−22	24	1 6 9	−45
	16 5 16	−34		5 50 20	−265		6 72 60	−102
	48 16 101	47		3 20 91	227		9 60 163	−1025
25	16 16 20	−208	26	1 2 8	61	27	25 45 15	−150
	16 32 40	−336		2 20 16	42		45 97 43	−382
	20 40 75	−520		8 16 65	497		15 43 26	−205
28	49 49 28	−280	29	16 28 0	−272	30	9 24 9	9
	49 130 91	134		28 65 24	−652		24 68 42	−60
	28 91 69	178		0 24 37	−266		9 42 126	−585

## Задание 8.

Решить систему уравнений  $Ax = b$  методом прогонки.

УКАЗАНИЕ. Промежуточные результаты вычислять с шестью знаками после запятой.

N	A	b	N	A	b	N	A	b
1	4 2 0 0 0	−28	2	8 4 0 0 0	−48	3	4 −2 0 0 0	22
	−6 20 −4 0 0	−36		3 10 2 0 0	52		5 13 −2 0 0	70
	0 −3 7 −1 0	58		0 0 2 −1 0	8		0 −1 6 −2 0	1
	0 0 1 6 −3	11		0 0 −6 14 2	−82		0 0 4 16 5	97
	0 0 0 5 8	76		0 0 0 −1 2	14		0 0 0 −2 4	12

N	A					b	N	A					b	N	A					b
4	9	-5	0	0	0	-43	5	5	-3	0	0	0	-43	6	10	-5	0	0	0	-50
	-1	10	4	0	0	-33		2	11	-4	0	0	27		2	7	2	0	0	-76
	0	0	2	2	0	12		0	-4	11	2	0	-78		0	2	14	-6	0	-6
	0	0	3	7	1	44		0	0	-4	16	-4	112		0	0	-5	16	4	-91
	0	0	0	2	4	20		0	0	0	4	8	92		0	0	0	-3	6	-36
7	7	4	0	0	0	12	8	4	-2	0	0	0	-14	9	10	5	0	0	0	-40
	-3	18	-6	0	0	-96		-6	22	-6	0	0	32		-4	16	4	0	0	-108
	0	-3	17	-6	0	46		0	0	11	-6	0	-1		0	-6	22	-6	0	218
	0	0	-5	22	-6	2		0	0	0	4	3	-24		0	0	-1	13	-6	-105
	0	0	0	-3	5	-10		0	0	0	-1	2	17		0	0	0	2	4	-40
10	8	-4	0	0	0	88	11	4	-2	0	0	0	-4	12	6	-3	0	0	0	3
	-3	8	1	0	0	-101		0	0	1	0	0	4		-2	12	5	0	0	-93
	0	-6	16	3	0	-18		0	-5	17	-4	0	88		0	-2	13	-5	0	-45
	0	0	0	1	-1	-2		0	0	0	11	-6	-1		0	0	-6	14	-1	75
	0	0	0	1	2	-26		0	0	0	-1	2	-13		0	0	0	4	8	8
13	4	-2	0	0	0	22	14	11	-6	0	0	0	113	15	5	3	0	0	0	22
	-2	11	4	0	0	3		1	10	5	0	0	-13		3	17	-6	0	0	38
	0	1	12	-5	0	31		0	0	8	4	0	84		0	-5	21	-6	0	118
	0	0	5	17	4	174		0	0	1	14	-6	72		0	0	-3	13	4	-64
	0	0	0	4	7	46		0	0	0	-3	5	-10		0	0	0	-5	9	-35
16	12	-6	0	0	0	72	17	10	-6	0	0	0	26	18	9	-5	0	0	0	48
	4	16	5	0	0	-80		3	14	5	0	0	110		0	2	-2	0	0	-2
	0	4	15	-4	0	120		0	1	6	3	0	-60		0	5	20	5	0	50
	0	0	2	9	-3	-32		0	0	0	2	2	-22		0	0	-1	6	-3	-76
	0	0	0	-6	10	-32		0	0	0	-2	4	-2		0	0	0	2	4	6
19	4	2	0	0	0	-2	20	8	-5	0	0	0	1	21	6	-3	0	0	0	9
	-6	14	-2	0	0	6		1	2	1	0	0	-20		-1	4	-1	0	0	-15
	0	3	11	-3	0	-134		0	-6	16	-3	0	-100		0	-5	21	-6	0	-23
	0	0	-5	18	5	146		0	0	5	17	-4	95		0	0	2	12	5	-40
	0	0	0	-6	12	-114		0	0	0	-5	8	-86		0	0	0	5	9	42
22	8	-4	0	0	0	-80	23	2	1	0	0	0	2	24	8	4	0	0	0	4
	2	9	-3	0	0	35		-2	11	-4	0	0	50		0	10	-5	0	0	-5
	0	-5	22	-6	0	-154		0	3	12	3	0	-54		0	-3	12	4	0	103
	0	0	3	16	-6	61		0	0	-2	10	-3	76		0	0	-6	20	4	130
	0	0	0	-5	8	-36		0	0	0	-4	7	10		0	0	0	-5	8	29
25	6	-3	0	0	0	-42	26	5	-3	0	0	0	29	27	4	-2	0	0	0	-8
	-2	13	-5	0	0	-9		3	18	-6	0	0	12		0	8	5	0	0	-62
	0	-4	17	-5	0	-29		0	-3	14	-5	0	-127		0	3	12	4	0	-88
	0	0	-4	12	-2	-78		0	0	4	11	-2	-12		0	0	-2	6	-2	18
	0	0	0	-2	4	20		0	0	0	3	5	1		0	0	0	1	2	-13

N	A					b	N	A					b	N	A					b
28	6	3	0	0	0	-3	29	6	3	0	0	0	-30	30	5	-3	0	0	0	-8
	2	5	-1	0	0	34		5	18	4	0	0	-152		5	14	-3	0	0	103
	0	-1	6	-2	0	-49		0	2	4	-1	0	-1		0	1	7	-3	0	-21
	0	0	0	10	-5	-35		0	0	1	11	-5	96		0	0	3	7	1	6
	0	0	0	-2	4	28		0	0	0	-5	10	-25		0	0	0	-2	4	0

Задание 9.

Вычислить нормы  $\|\cdot\|_1$ ,  $\|\cdot\|_E$ ,  $\|\cdot\|_\infty$  матрицы  $A$  и нормы  $\|\cdot\|_1$ ,  $\|\cdot\|_2$ ,  $\|\cdot\|_\infty$  вектора  $b$ .

Считая, что компоненты вектора  $b$  получены в результате округления по дополнению, найти его относительную погрешность в каждой из трех указанных норм.

N	A			b	N	A			b
1	-1,745	-0,504	0,792	-6,1	2	-1,96	-1,222	-2,533	1
	-2,556	0,574	0,138	4,8		-2,923	-2,797	-2,045	7
	1,851	-2,972	1,21	-2,16		0,56	0,497	1,701	-7,03
3	2,816	0,824	-0,625	-4,46	4	-2,944	-0,709	1,536	-2,18
	-0,318	-2,488	2,219	-4,13		-1,447	0,334	-1,093	6
	-0,539	1,33	-1,818	-3		0,431	0,602	-0,122	-1,2
5	1,134	2,352	0,434	-5	6	0,829	1,895	-2,256	-2,88
	1,239	-1,12	0,835	-6,7		0,44	1,035	-1,65	7,7
	-2,731	1,764	0,501	5,5		-0,037	1,321	-1,284	6,95
7	1,773	1,842	-0,726	1,47	8	0,509	-2,981	-0,549	-5,788
	2,917	2,345	0,941	1		-2,176	-1,786	-0,402	1
	-0,289	-1,379	2,441	0		-0,762	0,336	2,336	2,37
9	-0,057	0,398	-0,91	0,11	10	0,464	2,201	-1,852	-5,2
	2,762	-1,753	-2,831	-6,965		0,924	1,257	0,924	-6,3
	0,112	0,202	1,602	2,8		1,461	-0,391	-0,629	7,8
11	-0,344	2,454	-1,559	4,6	12	-1,36	-2,552	-2,58	5
	-0,574	0,372	-1,448	3,02		0,088	2,616	0,441	7,63
	0,988	-0,302	-2,208	7		-0,712	0,629	-1,236	-4,077
13	-2,693	2,013	2,284	-3	14	-0,038	-2,187	1,202	4,3
	-2,487	-2,574	-0,792	-3,87		2,673	1,444	-2,185	8
	1,602	2,557	1,563	8		-1,131	2,712	-2,789	-5,1
15	1,219	0,363	0,283	-2	16	1,019	-2,231	1,309	7,29
	1,187	-0,667	-2,812	3,207		0,232	-2,264	-0,847	7,4
	2,566	1,86	-0,704	3		2,363	-0,113	2,507	7
17	-2,569	-2,904	-0,453	4,3	18	1,288	-0,097	-2,373	2,577
	1,809	-2,605	-2,498	4,8		-1,407	0,092	-2,951	2,95
	2,277	1,788	-0,871	2,503		-2,663	-1,315	2,515	-3
19	-2,695	0,657	2,837	-7,5	20	0,029	-2,559	-2,799	-4,7
	-0,823	-2,658	2,384	-4,73		-0,058	0,947	-1,93	1,166
	-0,451	-0,985	1,347	1,9		1,581	1,194	-1,99	7,65

N	A				b	N	A				b
21	0,868	2,22	-2,21	-5,28		22	-2,718	-1,261	0,143	-7	
	2,728	-2,54	-2,091	-4,54			2,381	0,141	-0,221	1,419	
	-1,536	0,134	-0,813	-8			-0,456	2,681	-0,301	2,5	
23	-2,085	-1,303	1,091	-2,18		24	1,663	1,876	-1,421	-6,371	
	-1,664	2,682	-0,821	1			-1,249	0,684	2,117	1,92	
	-2,111	0,05	-1,182	-3,85			-2,299	1,04	-0,965	2,4	
25	2,638	2,608	-1,243	-5,37		26	0,342	2,414	-0,688	5,166	
	-2,124	1,171	2,869	-0,08			0,769	-0,252	-1,107	-4	
	2,568	1,997	1,864	7,839			0,244	0,498	1,622	3,66	
27	1,96	-2,446	0,211	1,323		28	-0,514	-2,803	-1,346	5,509	
	0,506	0,358	-2,357	-6,39			-2,457	1,093	-2,704	-1,4	
	0,451	1,104	2,43	-6,115			-1,348	-0,913	0,718	1,664	
29	-1,681	-1,86	-2,946	5,882		30	2,842	0,963	-1,457	2	
	1,49	2,658	-2,824	-4,42			2,49	-2,205	2,416	-1,041	
	-0,659	2,538	2,351	-0,4			0,671	2,602	-2,504	-1,9	

Задание 10.

Вычислив норму обратной матрицы  $A^{-1}$ , оценить погрешность решения СЛАУ  $Ax = b$  в каждой из трех указанных норм для найденных в задании 9 погрешностей вектора  $b$ .

Задание 11.

Дана система уравнений  $Ax = b$ . Привести ее к виду, удобному для итераций, проверить выполнение достаточного условия сходимости указанных ниже методов. Выполнить три итерации по методу Якоби и три итерации по методу Зейделя. Определить, во сколько раз уменьшится норма невязки в каждом случае. Используя апостериорную оценку, вычислить погрешность приближенного решения, полученного на третьей итерации каждого метода.

УКАЗАНИЕ. Для обеспечения выполнения достаточного условия сходимости воспользоваться перестановкой строк в исходной системе уравнений.

N	A				b	N	A				b	N	A				b
1	4	-10	151	-10	119	2	-10	8	-8	158	-1594	3	93	-7	5	-7	-417
	78	2	5	-8	-629		86	-1	9	0	-406		-9	6	6	150	1359
	-9	3	-3	83	149		-9	62	1	-3	-295		5	129	9	-10	468
	1	59	3	-7	-71		4	-5	76	5	112		-1	-2	91	-7	-798
4	97	-4	9	3	-824	5	-6	-6	0	79	-632	6	4	2	-4	76	-48
	-9	0	90	-3	891		52	0	2	7	-522		6	5	137	-10	496
	8	-2	6	93	-34		4	120	6	6	1002		127	-9	-6	5	-895
	-4	148	-9	-9	1139		9	-3	132	-7	80		-3	124	-4	-9	-243
7	7	94	-5	-1	914	8	0	8	7	101	753	9	-4	64	6	-2	260
	-4	5	6	92	-19		-2	1	79	-7	-764		-10	6	-8	154	-314
	46	-2	-4	-1	198		-5	115	-4	-8	92		114	-2	6	-9	-396
	5	5	100	-1	-735		92	1	3	9	-46		-8	-9	137	-2	1105
10	-7	8	5	121	208	11	6	-6	0	89	623	12	12	2	1	0	87
	84	9	0	-6	111		6	3	95	1	790		-9	-9	-7	169	1134
	6	113	2	-9	-563		7	123	-8	5	-1077		-4	111	8	7	-815
	8	9	118	-6	431		112	-5	7	-3	-814		2	6	42	1	269

N	A				b	N	A				b	N	A				b
13	-2	-8	-3	66	-629	14	99	-7	-7	4	318	15	-7	-10	-4	152	407
	67	4	0	-5	507		-7	130	-9	2	829		8	4	118	6	-508
	0	-10	86	-1	-562		-10	4	-6	145	671		-2	64	-1	6	137
	0	115	9	-6	-348		-4	4	105	9	792		77	-2	-6	-3	556
16	0	86	7	7	51	17	-10	8	180	9	-1390	18	-7	-2	-6	101	679
	9	4	124	3	164		-1	43	0	-3	316		-2	54	-2	-4	218
	-7	2	-4	83	-542		7	-4	3	110	-513		-7	-9	114	-1	-1161
	86	8	2	-7	568		94	-4	-8	-1	-242		73	-1	6	-7	-325
19	1	127	-7	-9	559	20	1	9	83	0	-597	21	6	5	-6	130	-208
	98	3	-4	-3	630		7	-2	-10	108	563		6	141	9	8	-1459
	-3	7	-3	73	183		129	5	-9	-8	-885		9	1	120	-10	-998
	-10	-9	185	9	-1743		-6	96	1	-6	-91		61	-10	0	-1	590
22	-3	4	80	3	745	23	-7	83	-7	1	-785	24	7	3	9	130	-186
	-7	143	-8	-5	449		121	-10	4	-3	353		92	8	5	1	-479
	-4	7	2	101	640		-6	3	7	89	-285		-8	5	99	-3	-160
	154	-8	9	-7	469		-10	-10	158	-3	553		-1	30	2	3	-32
25	3	135	9	-9	-717	26	7	4	110	9	636	27	-8	3	-3	103	209
	-8	1	84	-1	-209		3	105	-8	-1	-147		131	-9	5	-6	336
	9	-2	-3	74	348		-7	7	-1	88	-284		-7	9	94	-2	-871
	44	0	2	7	200		98	-5	-4	-2	85		-4	92	-6	-6	30
28	88	-9	-2	-6	-175	29	-6	-7	-1	96	-820	30	-5	7	-1	108	762
	7	8	1	124	-1286		2	-7	99	-7	412		-2	121	6	9	-401
	-8	-8	97	-3	-19		76	2	9	5	84		128	8	7	5	-886
	-5	86	-5	4	-278		9	87	-5	-2	527		0	-3	80	-9	29

## Задание 12.

Выполнить три итерации по методу Зейделя для системы уравнений  $Ax = b$  (не переставляя строк). В качестве начального приближения взять нулевой вектор. Изобразить графически поведение итерационного процесса. Сопоставить наблюдаемое поведение метода с выполнением достаточных условий сходимости метода.

N	A		b	N	A		b	N	A		b	N	A		b	N	A		b
1	5	2	5	2	2	2	2	3	2	1	2	4	1	5	5	5	2	2	6
	2	5	20		2	-2	-6		1	2	4		5	1	2		1	2	2
6	1	2	2	7	1	1	3	8	5	6	10	9	5	-5	25	10	4	5	16
	1	1	2		1	2	8		5	5	25		5	5	20		5	4	4
11	3	3	9	12	4	3	16	13	3	3	3	14	3	3	3	15	1	4	2
	3	5	10		3	4	16		4	3	3		5	3	6		4	1	3
16	4	3	20	17	1	3	5	18	5	1	20	19	5	4	5	20	3	3	15
	3	4	16		3	3	3		1	5	5		4	5	5		3	-3	-6
21	2	5	8	22	4	4	20	23	4	3	8	24	2	1	8	25	2	1	6
	5	2	6		4	3	6		3	4	12		1	2	8		1	2	2



N	A	b	N	A	b	N	A	b	N	A	b	N	A	b
26	1 2	4	27	5 2	25	28	3 4	3	29	2 3	6	30	2 4	10
	2 1	5		2 5	25		4 3	15		3 2	8		4 4	20

Задание 13.

Функция  $y = y(x)$  задана таблицей своих значений. Применяя метод наименьших квадратов, приблизить функцию многочленами 1-й и 2-й степеней. Для каждого приближения определить величину среднеквадратичной погрешности. Построить на одном чертеже точечный график функции и графики многочленов.

N	таблица						N	таблица					
1	x	-4,8	-2,4	0	2,4	4,8	2	x	-1	-0,5	0	0,5	1
	y	-2,9	-3,3	-5,6	-7,4	-9,2		y	0,1	0,7	-1,3	-2	-2,9
3	x	-1	-0,5	0	0,5	1	4	x	-2,4	-1,2	0	1,2	2,4
	y	3,9	0,8	4	7,6	9,8		y	0,9	3,8	5,1	5,7	8,4
5	x	-5	-2,5	0	2,5	5	6	x	-2,4	-1,2	0	1,2	2,4
	y	-0,9	-1,1	1,8	3,8	5,7		y	3,5	7,1	9,5	11,8	14,8
7	x	-5,2	-2,6	0	2,6	5,2	8	x	-4,4	-2,2	0	2,2	4,4
	y	1,8	-0,6	-3,4	-0,5	1,8		y	0,4	2,2	4	3,9	3,2
9	x	-5,2	-2,6	0	2,6	5,2	10	x	-5,2	-2,6	0	2,6	5,2
	y	1,5	-0,2	0,2	1,4	2,7		y	2,2	3,5	6,3	4,4	1,8
11	x	-1,4	-0,7	0	0,7	1,4	12	x	-3,6	-1,8	0	1,8	3,6
	y	-3,4	-1,7	0,6	-1,5	-2,7		y	-1,9	-2,9	-5,2	-6,1	-9,7
13	x	-5,2	-2,6	0	2,6	5,2	14	x	-5,8	-2,9	0	2,9	5,8
	y	-1,7	-3,4	-4,7	-4,8	-8		y	-2,7	-4,9	-5,5	-7,3	-11,1
15	x	-1	-0,5	0	0,5	1	16	x	-1,4	-0,7	0	0,7	1,4
	y	2,9	3,2	6,7	4,8	4,7		y	-1,3	1,7	5,5	7,3	11
17	x	-3,2	-1,6	0	1,6	3,2	18	x	-5,8	-2,9	0	2,9	5,8
	y	0	-2,1	-5	-8,9	-9,1		y	-2,2	-4,2	-6,5	-9,9	-11,4
19	x	-3,6	-1,8	0	1,8	3,6	20	x	-1,2	-0,6	0	0,6	1,2
	y	-0,3	-1,6	-4,3	-7,6	-7,7		y	-3,8	-0,4	0,4	3,8	4,7
21	x	-5,8	-2,9	0	2,9	5,8	22	x	-3	-1,5	0	1,5	3
	y	-3,7	-1,9	-2	-4,8	-6,1		y	-2,1	-0,5	0,4	3,1	6
23	x	-1,2	-0,6	0	0,6	1,2	24	x	-5,6	-2,8	0	2,8	5,6
	y	2,5	0,2	-2,3	-3,7	-4,5		y	-3,4	-3,4	-5,9	-9,2	-11,6
25	x	-4,2	-2,1	0	2,1	4,2	26	x	-5,6	-2,8	0	2,8	5,6
	y	-3,3	-2,3	-1,1	0,7	1,5		y	2,3	-1,5	-2,3	-4,6	-5,8
27	x	-4,8	-2,4	0	2,4	4,8	28	x	-2	-1	0	1	2
	y	-2	-0,9	-0,1	1,5	4,8		y	-1,6	-2,3	-4,9	-6,6	-6,6
29	x	-4,2	-2,1	0	2,1	4,2	30	x	-1,4	-0,7	0	0,7	1,4
	y	0,5	-1,5	1,8	3,8	4,5		y	3,5	0,9	2,6	5,9	7,5

## Задание 14.

Функция  $y = y(x)$  задана таблицей своих значений. Применяя метод наименьших квадратов, приблизить ее функцией вида  $\Phi(x) = a\varphi_0(x) + b\varphi_1(x)$ . Определить величину среднеквадратичной погрешности. Построить на одном чертеже точечный график исходных данных и график функции  $\Phi(x)$ .

N	$\varphi_0(x)$	$\varphi_1(x)$	таблица						
1	$x$	$3^{x-4}$	x	1,7	3,1	3,5	5,2	6	6,7
			y	2,234	4,142	4,723	7,881	10,5	14,536
2	$x$	$\cos(x/2)$	x	2,3	2,9	3	3,2	3,4	4
			y	10,875	12,094	12,29	12,68	13,072	14,294
3	$x$	$\cos 2x$	x	2,9	3,1	5,3	5,8	6,2	6,3
			y	8,02	8,813	5,04	10,268	12,794	12,987
4	$x$	$\ln(x + 0.2)$	x	3	3,1	3,7	5,8	5,9	6,9
			y	13,212	13,642	16,199	24,949	25,361	29,458
5	1	$\sin x$	x	0,1	1,5	3,6	4,4	5,9	6,6
			y	0,95	1,399	0,679	0,424	0,713	1,056
6	$x - 2$	$\sin x$	x	2,5	2,7	2,9	4,4	5,2	5,5
			y	3,876	4,483	5,05	9,811	13,968	15,877
7	$\sin x$	$\sin 3x$	x	3,8	4,7	5,4	5,6	5,8	6,7
			y	-3,95	-0,701	-3,405	-3,935	-3,677	3,398
8	$\cos x$	$\cos 2x$	x	0,8	3,2	5,4	5,7	6,3	6,5
			y	0,499	3,472	-0,284	2,483	5,297	4,872
9	$\cos x$	$\cos 3x$	x	3,4	3,8	3,9	4	6,3	6,8
			y	-5,052	-1,982	-1,189	-0,497	5,797	3,175
10	$\sin x$	$\sin 2x$	x	1,9	3,5	4	4,5	5	5,1
			y	3,128	-1,031	-2,352	-3,298	-3,519	-3,45
11	$\sin x$	$\cos 2x$	x	3,8	3,9	4	5,1	5,2	5,5
			y	-0,214	-0,881	-1,543	-3,389	-2,896	-1,046
12	$x - 3$	$\cos x$	x	1,7	4,1	4,5	4,8	6,4	6,8
			y	-5,729	2,728	5,497	7,651	17,019	18,275
13	1	$x^2$	x	0,9	2,2	3,9	5,3	6	6,7
			y	3,562	4,368	6,442	9,018	10,6	12,378
14	$x$	$x^2$	x	0,4	1,8	2,3	4,9	6,3	6,6
			y	0,648	7,452	11,592	47,628	77,112	84,348
15	1	$\sin(1/x)$	x	0,3	1,2	2	3,3	4,7	5,5
			y	2,176	3,758	3,315	3,007	2,859	2,807
16	$x$	$x^3$	x	3,4	4	4,3	5,7	6,2	6,8
			y	145,574	235,2	291,385	673,535	865,421	1140,115
17	1	$1/(x + 1)$	x	1	3,1	4,7	5,5	5,8	6,3
			y	6,1	5,229	4,996	4,923	4,9	4,866
18	1	$(x - 3)^3$	x	1,6	3	5	5,4	5,9	6,5
			y	-8,381	0,4	26	44,637	78,445	137,6
19	1	$1/(x + 0.5)$	x	1,8	2,2	5,4	5,6	5,8	6,5
			y	2,504	2,311	1,708	1,692	1,676	1,629

N	$\varphi_0(x)$	$\varphi_1(x)$	таблица						
20	1	$3^{x-3}$	x	3,6	4,1	4,2	4,7	5,4	6,7
			y	2,227	3,783	4,211	7,22	15,463	64,183
21	$x$	$\ln(x + 0.5)$	x	4	4,9	5,3	5,5	6,1	6,8
			y	5,261	6,023	6,336	6,488	6,925	7,407
22	1	$2^{x-3}$	x	0,1	4,6	5,1	5,7	5,8	6
			y	3,869	14,01	18,405	26,143	27,775	31,4
23	1	$e^{x-4}$	x	2,7	3,5	4,5	5,3	5,8	6,6
			y	2,191	2,425	3,154	4,569	6,235	11,425
24	1	$\cos(2x)$	x	1,4	3,6	4,3	5	6	6,8
			y	-2,852	3,816	-1,718	-2,408	4,829	3,4
25	1	$e^{x-3}$	x	3,7	4,6	5,3	5,5	6,3	6,8
			y	6,234	13,583	26,135	31,656	68,982	112,953
26	1	$\cos(x - 1)$	x	0,8	2,3	4,4	5,7	6,1	6,5
			y	3,894	3,68	3,31	3,596	3,713	3,813
27	1	$1/(x + 0.2)^2$	x	1,4	4,7	5,2	5,9	6	6,3
			y	3,017	2,912	2,91	2,908	2,908	2,907
28	1	$\cos x$	x	3,7	4,4	5,3	5,6	6,4	6,6
			y	0,767	1,362	2,31	2,553	2,793	2,745
29	1	$(x - 1)^2$	x	1,2	3,7	5,4	5,6	5,8	6,9
			y	0,784	16,009	41,356	45,136	49,084	73,801
30	1	$\sin(x + 2)$	x	3,5	4,7	5,1	5,8	5,9	6,4
			y	-0,153	0,402	0,564	0,699	0,699	0,627

Задание 15.

Для функции  $y = y(x)$ , заданной таблицей своих значений, построить интерполяционные многочлены в форме Лагранжа и Ньютона. Используя их, вычислить приближенное значение функции в точке  $\tilde{x}$ .

N	таблица					$\tilde{x}$	N	таблица					$\tilde{x}$	N	таблица					$\tilde{x}$
1	x	-2	-1	0	1	-1,33	2	x	-2	-1	0	1	-0,85	3	x	-4	-3	-2	-1	-3,5
	y	1	3	0	1			y	-3	-1	0	2			y	-3	0	-1	2	
4	x	-4	-3	-2	-1	-2,85	5	x	-2	-1	0	1	-0,74	6	x	4	5	6	7	5,14
	y	0	2	2	1			y	-5	-2	0	1			y	2	-3	0	-4	
7	x	-1	0	1	2	-0,13	8	x	-2	-1	0	1	-0,14	9	x	1	2	3	4	1,23
	y	0	1	4	-2			y	0	-5	-5	-2			y	1	-4	0	1	
10	x	-1	0	1	2	0,57	11	x	-2	-1	0	1	-1,61	12	x	-5	-4	-3	-2	-4,2
	y	0	2	1	4			y	-5	0	1	-1			y	1	0	4	1	
13	x	0	1	2	3	0,22	14	x	0	1	2	3	1,79	15	x	0	1	2	3	1,21
	y	1	4	0	1			y	0	3	-2	-5			y	-5	-3	0	2	
16	x	1	2	3	4	1,66	17	x	0	1	2	3	1,3	18	x	-3	-2	-1	0	-1,83
	y	0	3	-4	4			y	-1	0	-2	1			y	0	-2	1	2	
19	x	0	1	2	3	0,78	20	x	2	3	4	5	3,18	21	x	-5	-4	-3	-2	-3,86
	y	0	-2	-3	2			y	3	1	0	2			y	2	3	0	-2	

N	таблица					$\tilde{x}$	N	таблица					$\tilde{x}$	N	таблица					$\tilde{x}$
22	x	4	5	6	7	4,82	23	x	3	4	5	6	3,87	24	x	-3	-2	-1	0	-1,55
	y	0	-1	1	-1			y	3	0	2	3			y	0	-4	-2	-4	
25	x	2	3	4	5	3,85	26	x	-3	-2	-1	0	-1,51	27	x	3	4	5	6	3,4
	y	-1	2	0	-2			y	0	3	-5	3			y	2	-1	0	1	
28	x	3	4	5	6	3,37	29	x	-3	-2	-1	0	-2,3	30	x	-1	0	1	2	0,32
	y	0	4	1	1			y	-3	0	4	-1			y	-4	0	-5	-4	

Задание 16.

Функция  $y = y(x)$  задана таблицей своих значений. Вычислить приближенное значение функции в точке  $\tilde{x}$ , используя интерполяционные многочлены Ньютона первой, второй и третьей степеней. Для каждого вычисленного значения найти практическую оценку погрешности. Записать все результаты с учетом погрешности.

УКАЗАНИЕ. Перед построением многочленов следует переупорядочить таблицу, расположив точки в порядке удаления от  $\tilde{x}$ .

N	таблица						$\tilde{x}$	N	таблица						$\tilde{x}$
1	x	1	1,8	2,2	2,6	3	2,35	2	x	3	3,4	3,8	4,2	4,6	3,63
	y	3	5,6	7,3	9,4	11,7			y	11,7	14,4	17,4	20,7	24,3	
3	x	0	0,8	1,6	2	2,8	0,96	4	x	0	0,4	1,2	1,6	2,4	1,47
	y	1	2,5	4,8	6,4	10,5			y	1	1,8	3,5	4,8	8,3	
5	x	3	3,4	3,8	4,2	5	3,61	6	x	0	0,8	1,6	2	2,8	1,83
	y	11,7	14,4	17,4	20,7	28,2			y	1	2,5	4,8	6,4	10,5	
7	x	1	1,4	1,8	2,2	2,6	2	8	x	4	4,4	5,2	5,6	6	4,59
	y	3	4,1	5,6	7,3	9,4			y	19	22,5	30,3	34,7	39,4	
9	x	3	3,8	4,6	5	5,8	3,96	10	x	3	3,8	4,6	5,4	5,8	4,8
	y	11,7	17,4	24,3	28,2	37			y	11,7	17,4	24,3	32,5	37	
11	x	3	3,4	4,2	4,6	5,4	3,58	12	x	2	2,4	2,8	3,2	3,6	2,64
	y	11,7	14,4	20,7	24,3	32,5			y	6,4	8,3	10,5	13	15,9	
13	x	4	4,4	5,2	5,6	6,4	5,38	14	x	0	0,4	1,2	2	2,4	0,69
	y	19	22,5	30,3	34,7	44,5			y	1	1,8	3,5	6,4	8,3	
15	x	1	1,4	2,2	2,6	3	1,59	16	x	2	2,4	2,8	3,6	4	2,56
	y	3	4,1	7,3	9,4	11,7			y	6,4	8,3	10,5	15,9	19	
17	x	0	0,8	1,2	1,6	2,4	0,99	18	x	2	2,8	3,2	4	4,4	3,39
	y	1	2,5	3,5	4,8	8,3			y	6,4	10,5	13	19	22,5	
19	x	3	3,8	4,6	5,4	5,8	4,05	20	x	1	1,8	2,2	3	3,8	2,46
	y	11,7	17,4	24,3	32,5	37			y	3	5,6	7,3	11,7	17,4	
21	x	1	1,8	2,6	3,4	3,8	2,04	22	x	4	4,8	5,2	5,6	6	5,41
	y	3	5,6	9,4	14,4	17,4			y	19	26,2	30,3	34,7	39,4	
23	x	4	4,8	5,2	6	6,4	5,44	24	x	1	1,8	2,2	2,6	3	2,47
	y	19	26,2	30,3	39,4	44,5			y	3	5,6	7,3	9,4	11,7	
25	x	1	1,4	2,2	3	3,4	2,35	26	x	4	4,4	4,8	5,2	5,6	4,53
	y	3	4,1	7,3	11,7	14,4			y	19	22,5	26,2	30,3	34,7	

N	таблица						$\tilde{x}$	N	таблица						$\tilde{x}$
27	x	2	2,4	2,8	3,6	4	2,63	28	x	2	2,8	3,2	3,6	4,4	3,09
	y	6,4	8,3	10,5	15,9	19			y	6,4	10,5	13	15,9	22,5	
29	x	3	3,4	4,2	5	5,4	4,45	30	x	0	0,4	1,2	2	2,8	1,45
	y	11,7	14,4	20,7	28,2	32,5			y	1	1,8	3,5	6,4	10,5	

Задание 17.

Функция  $y = y(x)$  задана таблицей своих значений:

x	0	1	2	3
y	$y_0$	$y_1$	$y_2$	$y_3$

Построить параболический сплайн дефекта 1 для функции  $y = y(x)$ , если известно также дополнительное условие. На одном чертеже построить график сплайна и указать исходные точки  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 0, \dots, 3$ .

УКАЗАНИЕ. Для упрощения вычислений записать многочлен на отрезке  $[x_{i-1}, x_i]$  в виде  $P_i(x) = a_{i,0} + a_{i,1}(x - x_{i-1}) + a_{i,2}(x - x_{i-1})(x - x_i)$ .

N	$y_0$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	Доп. условие	N	$y_0$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	Доп. условие
1	-1	5	14	18	$S''(3) = -8$	2	4	0	-10	-22	$S''(1-0) = S''(1+0)$
3	0	2	7	10	$S''(3) = -12$	4	-3	2	5	14	$S''(2-0) = S''(2+0)$
5	0	0	4	2	$S'(3) = -8$	6	-1	-4	-6	-12	$S'(0) = -5$
7	-5	-7	-7	-4	$S''(1-0) = S''(1+0)$	8	-1	-6	-10	-15	$S''(3) = -2$
9	2	7	9	5	$S''(0) = 2$	10	-3	-3	-8	-20	$S'(3) = -17$
11	1	1	0	-11	$S''(3) = -12$	12	5	-2	-8	-12	$S'(0) = -5$
13	6	-10	-29	-58	$S''(2-0) = S''(2+0)$	14	-6	-9	-13	-26	$S'(3) = -18$
15	-2	-1	-4	-15	$S''(0) = 0$	16	-2	0	7	18	$S'(3) = 14$
17	-3	-2	-1	3	$S''(3) = 4$	18	-5	-7	-11	-13	$S'(3) = 3$
19	5	1	-12	-30	$S''(0) = -6$	20	2	-5	-18	-30	$S''(1-0) = S''(1+0)$
21	4	5	6	3	$S'(0) = -1$	22	-3	-1	-6	-17	$S''(2-0) = S''(2+0)$
23	0	6	12	14	$S''(0) = 2$	24	-2	-1	8	25	$S''(3) = 8$
25	-4	-3	-1	1	$S'(0) = 5$	26	4	-5	-13	-16	$S'(0) = -6$
27	-3	-5	-11	-17	$S'(3) = -4$	28	-5	-3	9	25	$S''(1-0) = S''(1+0)$
29	-3	-5	-9	-12	$S'(3) = -1$	30	12	-8	-28	-58	$S''(2-0) = S''(2+0)$