

## Расчетное задание №7

### 1 Задание

Решить систему уравнений  $Ax = b$  методом Холецкого.

A			b
36	0	48	-504
0	4	12	-104
48	12	116	-1080

### 2 Решение

1. Найдем разложение  $LL^T$ :

$$\begin{cases} 36x_1 + 0x_2 + 48x_3 = -504 \\ 0x_1 + 4x_2 + 12x_3 = -104 \\ 48x_1 + 12x_2 + 116x_3 = -1080 \end{cases}$$

$$LL^T = \begin{pmatrix} l_{11} & 0 & 0 \\ l_{21} & l_{22} & 0 \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_{11} & l_{21} & l_{31} \\ 0 & l_{22} & l_{32} \\ 0 & 0 & l_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 36 & 0 & 48 \\ 0 & 4 & 12 \\ 48 & 12 & 116 \end{pmatrix}$$

1-ая строка:

$$l_{11}^2 = 36 \Rightarrow l_{11} = 6$$

$$l_{21} \cdot l_{11} = 0 \Rightarrow l_{21} = \frac{0}{6} = 0$$

$$l_{31} \cdot l_{11} = 48 \Rightarrow l_{31} = \frac{48}{6} = 8$$

2-ая строка:

$$l_{21} \cdot l_{11} = 0 \Rightarrow l_{21} = \frac{0}{6} = 0 - \text{ равенство было получено выше в силу симметрии.}$$

$$l_{21}^2 + l_{22}^2 = 4 \Rightarrow l_{22}^2 = 4 - 0 = 4 \Rightarrow l_{22} = 2$$

$$l_{21} \cdot l_{31} + l_{22} \cdot l_{32} = 12 \Rightarrow l_{32} = 6$$

3-ья строка:

$$l_{31}^2 + l_{32}^2 + l_{33}^2 = 116 \Rightarrow l_{33} = \sqrt{116 - 36 - 64} = 4$$

Получили  $LL^T$  разложение:

$$LL^T = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 8 & 6 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 & 0 & 8 \\ 0 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 36 & 0 & 48 \\ 0 & 4 & 12 \\ 48 & 12 & 116 \end{pmatrix}$$

2. Как в методе  $LU$ -разложения решаем две системы уравнений:

$$\begin{cases} 6y_1 = -504 \\ 2y_2 = -104 \\ 8y_1 + 6y_2 + 4y_3 = -1080 \end{cases} \Rightarrow y = \begin{cases} y_1 = -84 \\ y_2 = -52 \\ y_3 = -96 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x_1 + 8x_3 = -84 \\ 2x_2 + 6x_3 = -52 \\ 4x_3 = -96 \end{cases} \Rightarrow x = \begin{cases} x_1 = 18 \\ x_2 = 46 \\ x_3 = -24 \end{cases}$$

**Ответ:**

$$\begin{cases} x_1 = 18 \\ x_2 = 46 \\ x_3 = -24 \end{cases}$$