НИУ МЭИ
А-13а-19
Вариант 13
Николаев Юрий

# Расчетное задание №4

## 1 Задание

Найти корень нелинейного уравнения $f(x) = 0$, локализованный на отрезке $[a, b]$, методом Ньютона с точностью $\varepsilon = 10^{-8}$.

$$f(x) = e^x - \sin x - 2$$
$$[a, b] = [0, 3]$$

## 2 Решение

1. Расчетная формула принимает вид:

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - \frac{e^{x^{(k)}} - \sin x^{(k)} - 2}{e^{x^{(k)}} - \cos x^{(k)}}$$

2. В качестве начального приближения возьмем середину отрезка $[a, b]$: $x^{(0)} = 1,5$

Вычисляем первое приближение:

$$x^{(1)} = x^{(0)} - \frac{e^{x^{(0)}} - \sin x^{(0)} - 2}{e^{x^{(0)}} - \cos x^{(0)}} = 1,5 - \frac{4,48168907 - 0,99749499 - 2}{4,48168907 - 0,07073720} = 1,16352068$$

Проверяем критерий окончания итераций: $|x^{(1)} - x^{(0)}| \approx 0,33647932 > \varepsilon$.

Точность не достигнута, переходим ко второй итерации:

$$x^{(2)} = x^{(1)} - \frac{e^{x^{(1)}} - \sin x^{(1)} - 2}{e^{x^{(1)}} - \cos x^{(1)}} = 1,06263907$$

Проверяем критерий окончания итераций: $|x^{(2)} - x^{(1)}| \approx 0,10088161 > \varepsilon$.

Точность не достигнута, переходим к третьей итерации:

$$x^{(3)} = x^{(2)} - \frac{e^{x^{(2)}} - \sin x^{(2)} - 2}{e^{x^{(2)}} - \cos x^{(2)}} = 1,05418367$$

Проверяем критерий окончания итераций: $|x^{(3)} - x^{(2)}| \approx 0,0084554 > \varepsilon$.

Точность не достигнута, переходим к четвертой итерации:

$$x^{(4)} = x^{(3)} - \frac{e^{x^{(3)}} - \sin x^{(3)} - 2}{e^{x^{(3)}} - \cos x^{(3)}} = 1,05412713$$

Проверяем критерий окончания итераций: $|x^{(4)} - x^{(3)}| \approx 5,7 * 10^{-6} > \varepsilon$.

Точность не достигнута, переходим к пятой итерации:

$$x^{(5)} = x^{(4)} - \frac{e^{x^{(4)}} - \sin x^{(4)} - 2}{e^{x^{(4)}} - \cos x^{(4)}} = 1,05412712$$

Проверяем критерий окончания итераций: $|x^{(5)} - x^{(4)}| \approx 10^{-8} \approx \varepsilon$.

Неравенство выполнено, следовательно, точность достигнута.

Представим результаты в виде таблицы:

| $k$ | $x^{(k)}$ | $\|x^{(k)} - x^{(k-1)}\|$ |
|---|---|---|
| 0 | 1,50000000 | |
| 1 | 1,16352068 | $\approx 0,33647932$ |
| 2 | 1,06263907 | $\approx 0,10088161$ |
| 3 | 1,05418367 | $\approx 0,0084554$ |
| 4 | 1,05412713 | $\approx 5,7 * 10^{-6}$ |
| 5 | 1,05412712 | $\approx 10^{-8}$ |

## Таким образом, найденное значение корня:

$$\dot{x} = x^{(5)} \pm \varepsilon = 1,05412712 \pm 0,00000001.$$