

Расчетное задание №16

1 Задание

Функция $y = y(x)$ задана таблицей своих значений. Вычислить приближенное значение функции в точке \bar{x} , используя интерполяционные многочлены Ньютона первой, второй и третьей степеней. Для каждого вычисленного значения найти практическую оценку погрешности. Записать все результаты с учетом погрешности.

УКАЗАНИЕ. Перед построением многочленов следует переупорядочить таблицу, расположив точки в порядке удаления от \bar{x} .

$$\bar{x} = 5,38$$

x	4	4,4	5,2	5,6	6,4
y	19	22,5	30,3	34,7	44,5

2 Решение

1. Построим многочлен Ньютона $P_n(x)$:

Упорядочим узлы в порядке возрастания расстояния от точки \bar{x} :

$$x_0 = 5,2; \quad x_1 = 5,6 \quad x_2 = 4,4 \quad x_3 = 6,4 \quad x_4 = 4$$

Составим диагональную таблицу разделенных разностей:

x_i	y_i	$y(x_0, x_1)$	$y(x_0, x_1, x_2)$	$y(x_0, x_1, x_2, x_3)$	$y(x_0, x_1, x_2, x_3, x_4)$
5,2	30,3				
		11			
5,6	34,7		1,04125		
		10,167		0	
4,4	22,5		1,04125		-0,05404
		11		0,06484	
6,4	44,5		0,9375		
		10,625			
4	19				

Многочлен Ньютона первой степени:

$$P_1(x) = 30,3 + 11(x - 5,2)$$

$$P_1(5,38) = 32,28$$

Многочлен Ньютона второй степени:

$$P_2(x) = 30,3 + 11(x - 5,2) + 1,04125(x - 5,2)(x - 5,6)$$

$$P_2(5,38) = 32,2388$$

Многочлен Ньютона третьей степени:

$$P_3(x) = 30,3 + 11(x - 5,2) + 1,04125(x - 5,2)(x - 5,6) + 0(x - 5,2)(x - 5,6)(x - 4,4)$$

$$P_3(5,38) = 32,2388$$

Многочлен Ньютона четвертой степени (нахожу для оценки погрешности):

$$P_4(x) = 30,3 + 11(x - 5,2) + 1,04125(x - 5,2)(x - 5,6) - 0,05404(x - 5,2)(x - 5,6)(x - 6,4)(x - 4,4)$$

$$P_4(5,38) = 32,236627$$

Найдем погрешность:

$$R_1(5,38) = 32,28 - 32,2388 = 0,0412$$

$$R_3(5,38) = 32,2388 - 32,236627 = 0,002173$$

Получим ответы:

$$f(5,38) = 32,280 \pm 0,041$$

$$f(5,38) = 32,239 \pm 0,002$$

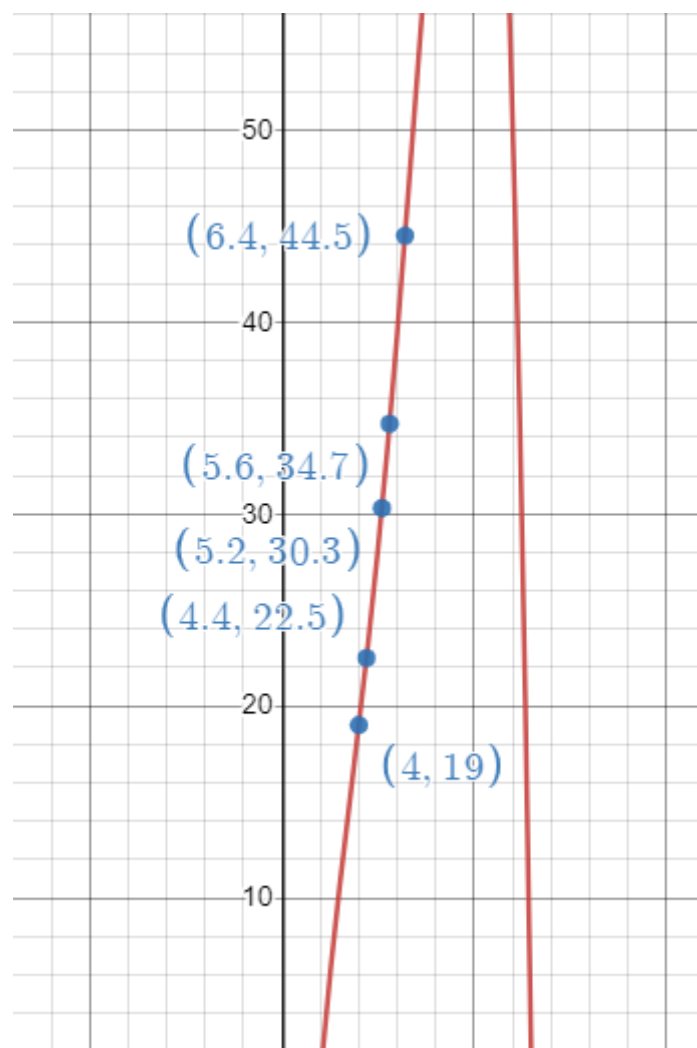


Рис. 1: График многочлена и исходных точек