

## Расчетное задание №5

### 1 Задание

Записать  $LU$  разложение матрицы  $A$  из задачи 5 (не проводя дополнительных расчетов). Используя полученное разложение, найти решение системы  $Ax = d$ .

d
104
-462
978
-1968

### 2 Решение

1. Запишем  $LU$ -разложение матрицы:

$$A = LU = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -5 & 1 & 0 & 0 \\ 7 & 3 & 1 & 0 \\ -10 & -7 & -7 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & -2 & -8 & -10 \\ 0 & 5 & 1 & -6 \\ 0 & 0 & 7 & -9 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -2 & -8 & -10 \\ 10 & 15 & 41 & 44 \\ -14 & 1 & -46 & -97 \\ 20 & -15 & 24 & 204 \end{pmatrix}$$

2. Запишем систему как  $LUx = d$ , для удобства введем вспомогательный вектор  $y = Ux$ . Из  $Ly = d$  найдем  $y$ :

$$Ly = \begin{cases} y_1 = 104 \\ -5y_1 + y_2 = -462 \\ 7y_1 + 3y_2 + y_3 = 978 \\ -10y_1 - 7y_2 - 7y_3 + y_4 = -1968 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 104 \\ y_2 = 520 - 462 = 58 \\ y_3 = 978 - 728 - 174 = 76 \\ y_4 = -1968 + 1040 + 406 + 532 = 10 \end{cases}$$

3. Теперь вычислим  $Ux = y$ , таким образом, найдем решение:

$$Ux = \begin{cases} -2x_1 - 2x_2 - 8x_3 - 10x_4 = 104 \\ 5x_2 + x_3 - 6x_4 = 58 \\ 7x_3 - 9x_4 = 76 \\ -x_4 = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{104 - 100 - 16}{-2} = 6 \\ x_2 = \frac{58 + 2 - 60}{5} = 0 \\ x_3 = \frac{76 - 90}{7} = -2 \\ x_4 = -10 \end{cases}$$

$$Answer : \begin{cases} x_1 = 6 \\ x_2 = 0 \\ x_3 = -2 \\ x_4 = -10 \end{cases}$$