

Расчетное задание №1

1 Задание

Вычислить значение Z и оценить абсолютную и относительную погрешности результата, считая, что значения исходных данных получены в результате округления по дополнению. Записать результат с учетом погрешности. Указать верные цифры.

$$Z = \frac{e^{-0.248} + e^{-0.343}}{-0.248 + 0.343}$$

2 Решение

1. Вычислим значение Z :

$$Z = 15.68419110356$$

2. Для оценки погрешности введем функцию:

$$Z(x, y) = \frac{e^{-x} + e^{-y}}{-x + y}$$

$$x = 0.248 \pm 0.0005, y = 0.343 \pm 0.0005$$

3. По формуле оценки погрешности функции многих переменных имеем:

$$\frac{\partial Z}{\partial x} = -\frac{e^{-x}}{-x + y} + \frac{e^{-y} + e^{-x}}{(-x + y)^2}$$

$$\frac{\partial Z}{\partial y} = -\frac{e^{-y}}{-x + y} - \frac{e^{-y} + e^{-x}}{(-x + y)^2}$$

4. Подставим $x = 0.248$ и $y = 0.343$:

$$\frac{\partial Z}{\partial x} = 156.88243326613$$

$$\frac{\partial Z}{\partial y} = -172.56662436969$$

$$\Delta Z = 156.88243326613 * 0.0005 + 172.56662436969 * 0.0005 = 0.16472452881791$$

5. Величину погрешности округляем до 2-х значащих цифр:

$$\Delta Z = 0.16$$

6. В числе Z получили две верные цифры. Найдём относительную погрешность:

$$\delta Z = \frac{0.16}{15.68419110356} = 0.0102$$

Ответ: $Z = 15.68 \pm 0.16$, верных цифр - 2, $\delta Z = 1\%$