

## Расчетное задание №12

### 1 Задание

Выполнить три итерации по методу Зейделя для системы уравнений  $Ax = b$  (не переставляя строк). В качестве начального приближения взять нулевой вектор. Изобразить графически поведение итерационного процесса. Сопоставить наблюдаемое поведение метода с выполнением достаточных условий сходимости метода.

A	b
3 3	3
4 3	3

### 2 Решение

1. Преобразование Якоби и расчетные формулы метода.

$$\begin{cases} x_1^{(n+1)} = \frac{1}{3}(-3x_2^{(n)} + 3) \\ x_2^{(n+1)} = \frac{1}{3}(-4x_1^{(n+1)} + 3) \end{cases}$$

n	$x_1^{(n)}$	$x_2^{(n)}$
0	0	0
1	1	-1/3
2	4/3	-7/9
3	16/9	-37/27

$$B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -\frac{4}{3} & 0 \end{pmatrix}$$

Проверим необходимое условие сходимости метода Зейделя:

$$\|B_1\| + \|B_2\| = 1 + 4/3 = 5/3 > 1 - \text{условие не выполняется.}$$

По графику (Рис. 1) видно, что каждая итерация идет в противоположную сторону от решения СЛАУ. Это сопоставимо тому, что необходимое условие сходимости метода Зейделя не выполняется.

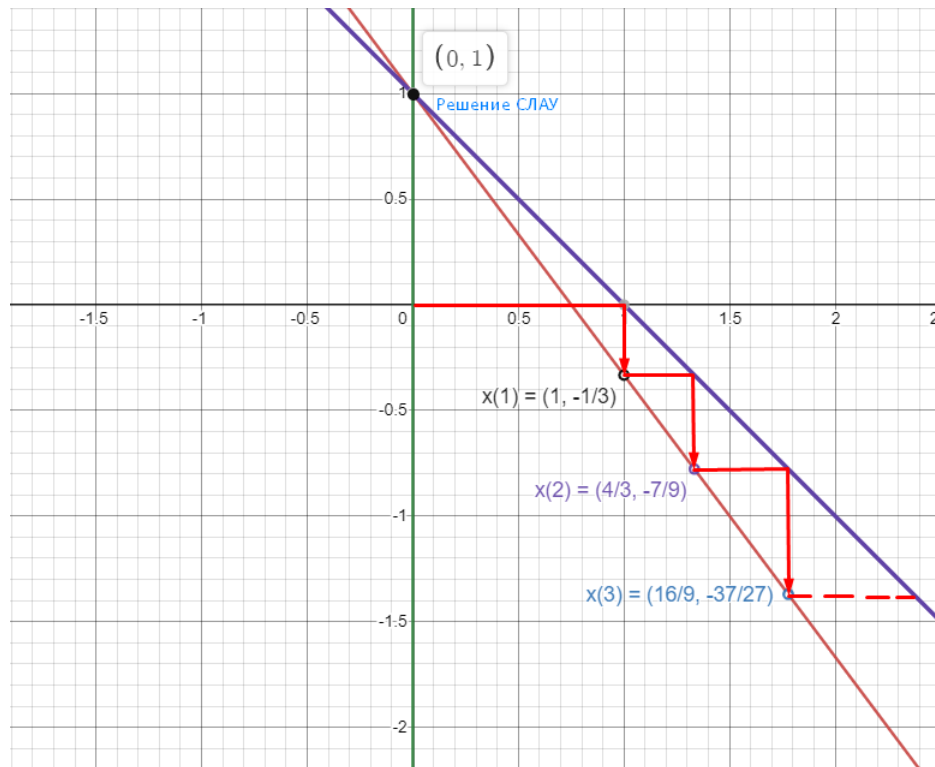


Рис. 1: График с итерациями

2. Найдем собственные числа матрицы  $B$ , увидим, что условие сходимости не выполнено, так как все собственные числа данной матрицы по модулю больше единицы.

$$\begin{pmatrix} -\lambda & -1 \\ -\frac{4}{3} & -\lambda \end{pmatrix}$$

$$\lambda^2 = \frac{4}{3} \Rightarrow |\lambda| = \left| \pm \sqrt{\frac{4}{3}} \right| \approx 1,15 > 1$$