НИУ МЭИ
А-13а-19
Вариант 13
Николаев Юрий

Расчетное задание №15

1 Задание

Для функции $y = y(x)$, заданной таблицей своих значений, построить интерполяционные многочлены в форме Лагранжа и Ньютона. Используя их, вычислить приближенное значение функции в точке $\bar{x}$.

$$\bar{x} = 0,22$$

x	0	1	2	3
y	1	4	0	1

2 Решение

1. Построим многочлен Лагранжа $L_n(x) = \sum_{i=0}^{n} y_i \prod_{\substack{k=0\\k\neq i}}^{n} \frac{(x-x_k)}{(x_i-x_k)}$:

$$L_3(x) = y_0\frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)(x_0-x_3)} + y_1\frac{(x-x_0)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)(x_0-x_3)} +$$
$$+y_2\frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_3)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)(x_2-x_3)} + y_3\frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)}{(x_3-x_0)(x_3-x_1)(x_3-x_2)} =$$
$$= 1\cdot\frac{(x-1)(x-2)(x-3)}{(-1)(-2)(-3)} + 4\cdot\frac{(x)(x-2)(x-3)}{(1)(1-2)(1-3)} + 1\cdot\frac{(x)(x-1)(x-2)}{(3)(3-1)(3-2)}$$

   Получили: $L_3(x) = 2x^3 - 9,5x^2 + 11x$

   Приближенное значение в точке $\bar{x}$: $L_3(0,22) \approx$ **1,9815**

2. Построим многочлен Ньютона $P_n(x)$:

   Составим диагональную таблицу конечный разностей. Шаг таблицы $h = 1$.

x_i	y_i	Δy	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$
0	1			
		3		
1	4		-3,5	
		-4		2
2	0		2,5	
		1		
3	1			

$$P_3(x) = 1 + \frac{3x}{1! \cdot 1} - \frac{3,5x(x-1)}{2! \cdot 1^2} + \frac{2x(x-1)(x-2)}{3! \cdot 1^3} =$$

$$= 1 + 3x - \frac{7}{4}x(x-1) + \frac{1}{3}x(x-1)(x-2) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{11}{4}x^2 + \frac{65}{12}x + 1$$

Получили: $P_3(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{11}{4}x^2 + \frac{65}{12}x + 1$

Приближенное значение в точке $\bar{x}$: $P_3(0,22) \approx$ **2,0621**

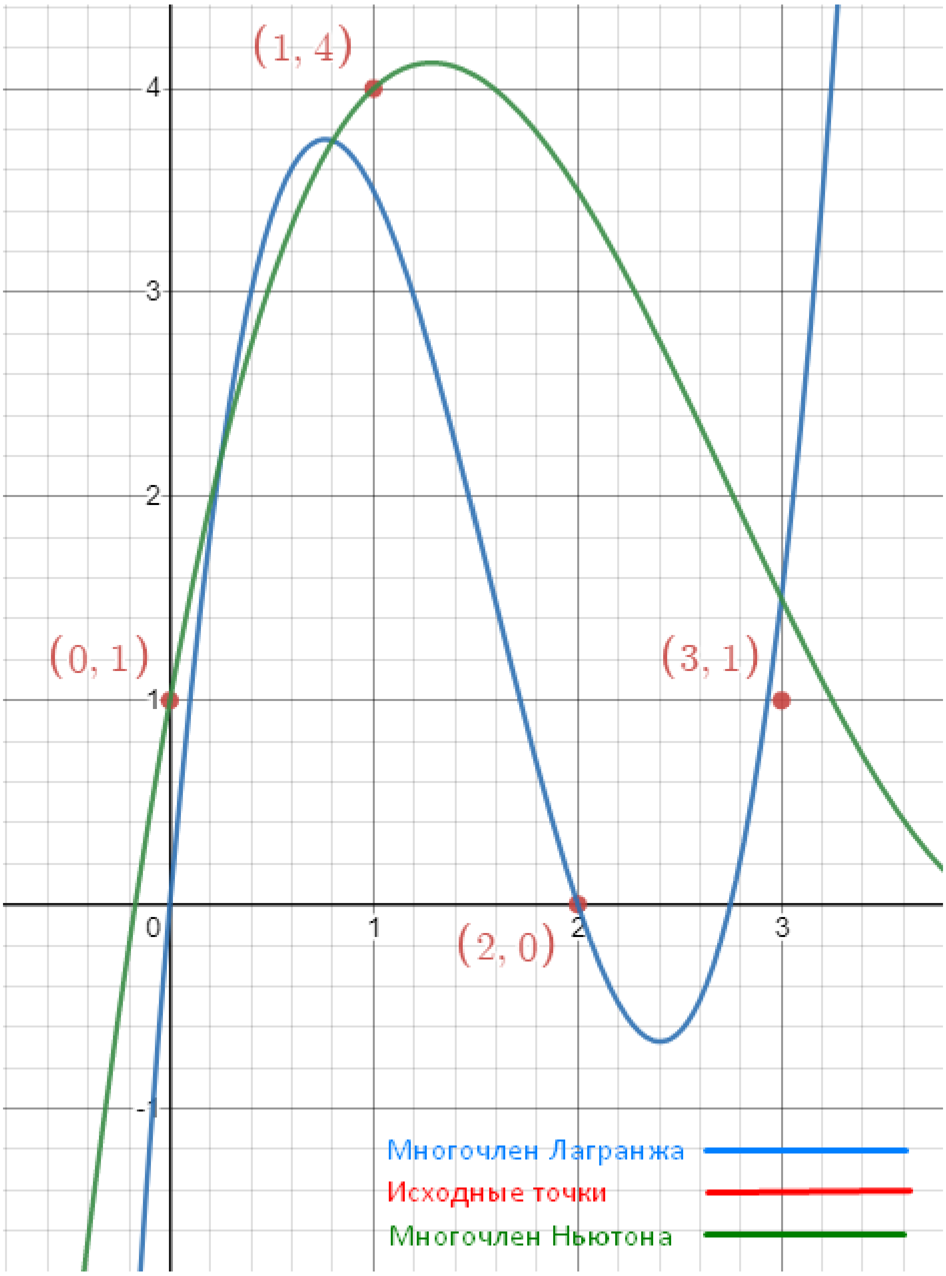

Рис. 1: График исходных точек и многочленов