Hochschule Fulda
Fachbereich Angewandte Informatik
Prof. Dr. A. Radl

Sommersemester 2025
Algebraische Grundlagen – AI1010
Besprechung: 22.04.–23.04.2025

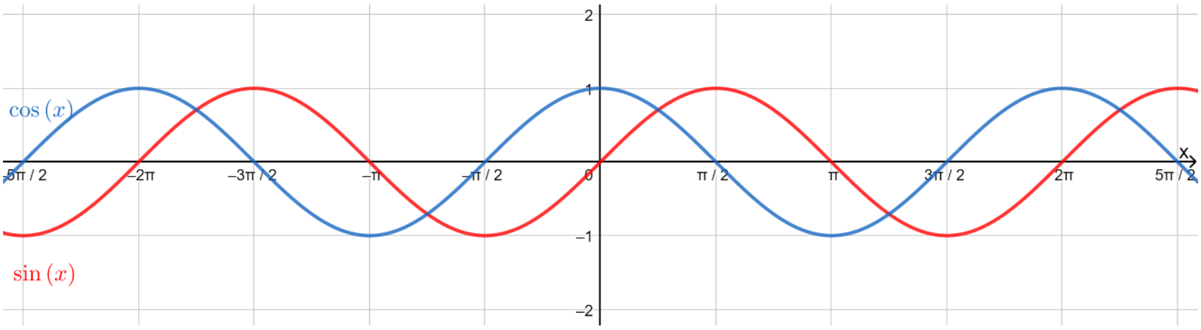
Übungsblatt 0 – Lösungshinweise

(trigonometrische Funktionen, Teilmengen von $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$)

Aufgabe 1

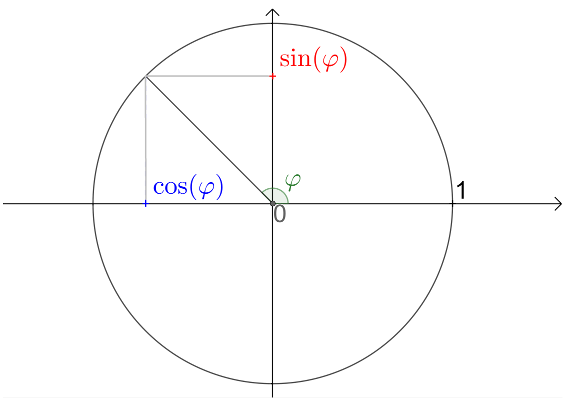
(a) Skizzieren Sie die Graphen der Sinus- und der Cosinusfunktion.

Graph der Sinus- und Cosinusfunktion:



	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
sin	0	1	0	-1	0
cos	1	0	-1	0	1

(b) Zeichnen Sie $\sin(\varphi)$ und $\cos(\varphi)$ in folgende Zeichung ein.



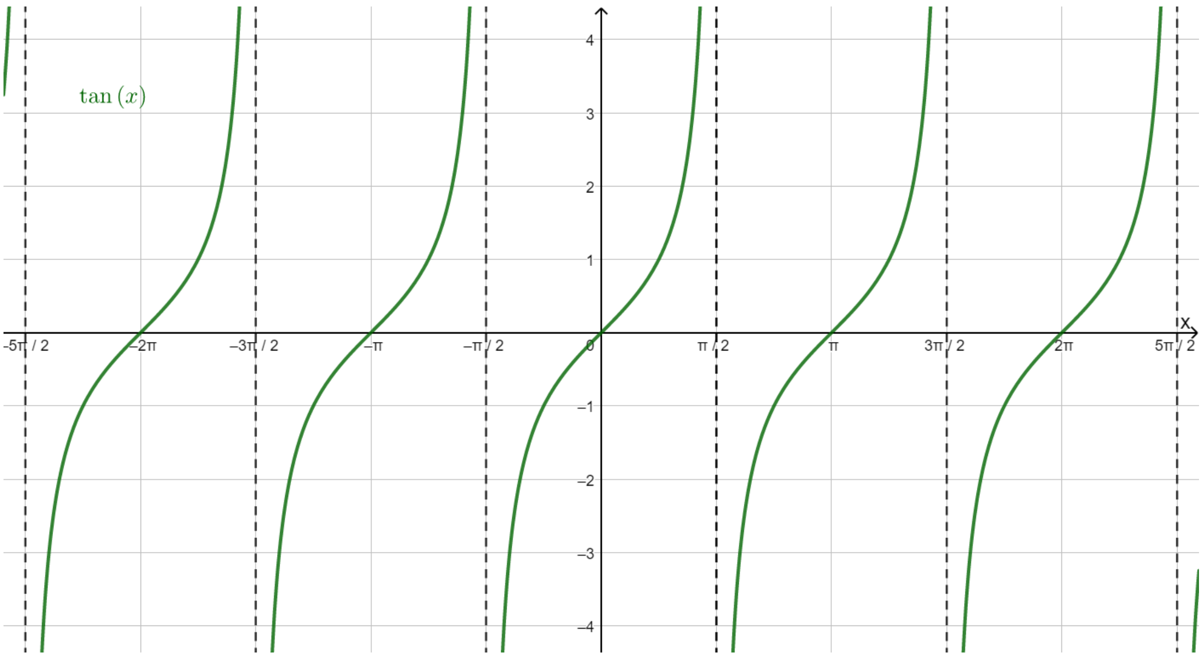
(c) Rechnen Sie folgende Winkel vom Gradmaß ins Bogenmaß um.

Winkel im Gradmaß	$0°$	$360°$	$90°$	$60°$	$36°$	$29°$
Winkel im Bogenmaß	0	2π	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{5}$	$\frac{29}{360} \cdot 2\pi = \frac{29}{180}\pi$

(d) Rechnen Sie folgende Winkel vom Bogenmaß ins Gradmaß um.

Winkel im Bogenmaß	π	5π	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{18}$	$\frac{2\pi}{17}$
Winkel im Gradmaß	$180°$	$900°$	$120°$	$30°$	$10°$	$\left(\frac{360}{17}\right)°$

(e) Skizzieren Sie die Tangensfunktion.



(f) Geben Sie die Definitionsbereiche und Wertemengen von arcsin, arccos und arctan an.

$$\begin{aligned}\arcsin &: [-1,1] \to \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right],\\ \arccos &: [-1,1] \to [0,\pi],\\ \arctan &: \mathbb{R} \to \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)\end{aligned}$$

Aufgabe 2

Bestimmen Sie folgende Funktionswerte.

(a)	$\sin(-64\pi) = 0$	(b)	$\cos(-64\pi) = 1$	(c)	$\tan(-64\pi) = 0$
(d)	$\sin(65\pi) = 0$	(e)	$\cos(65\pi) = -1$	(f)	$\tan(65\pi) = 0$
(g)	$\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$	(h)	$\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$	(i)	$\tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$
(j)	$\arctan(1) = \frac{\pi}{4}$	(k)	$\arcsin(1) = \frac{\pi}{2}$	(l)	$\arccos(1) = 0$

Aufgabe 3

Bestimmen Sie folgende Urbilder.

(a)	$\sin^{-1}(\{1\})$	(b)	$\sin^{-1}(\{0\})$	(c)	$\sin^{-1}(\{-1\})$
(d)	$\cos^{-1}(\{1\})$	(e)	$\cos^{-1}(\{0\})$	(f)	$\cos^{-1}(\{-1\})$
(g)	$\tan^{-1}(\{1\})$	(h)	$\tan^{-1}(\{0\})$	(i)	$\tan^{-1}(\{-1\})$

(a) $\sin^{-1}(\{1\}) = \left\{\frac{\pi}{2} + 2k\pi : k \in \mathbb{Z}\right\}$

(b) $\sin^{-1}(\{0\}) = \{k\pi : k \in \mathbb{Z}\}$

(c) $\sin^{-1}(\{-1\}) = \left\{\frac{3\pi}{2} + 2k\pi : k \in \mathbb{Z}\right\}$

(d) $\cos^{-1}(\{1\}) = \{2k\pi : k \in \mathbb{Z}\}$

(e) $\cos^{-1}(\{0\}) = \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi : k \in \mathbb{Z}\right\}$

(f) $\cos^{-1}(\{-1\}) = \{(2k+1)\pi : k \in \mathbb{Z}\}$

(g) $\tan^{-1}(\{1\}) = \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi : k \in \mathbb{Z}\right\}$

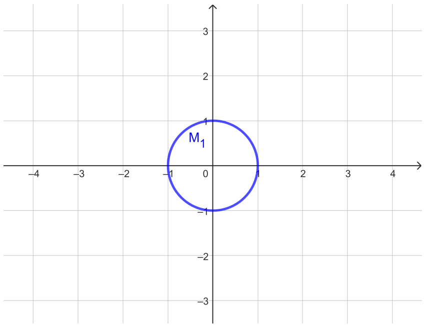
(h) $\tan^{-1}(\{0\}) = \{k\pi : k \in \mathbb{Z}\}$

(i) $\tan^{-1}(\{-1\}) = \left\{-\frac{\pi}{4} + k\pi : k \in \mathbb{Z}\right\}$

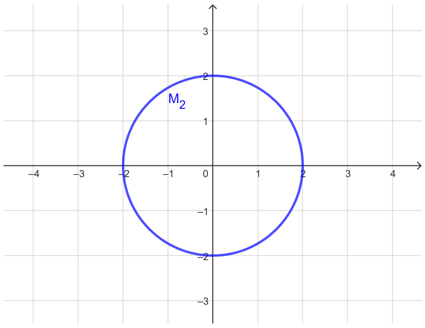
Aufgabe 4

Skizzieren Sie folgende Teilmengen von $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

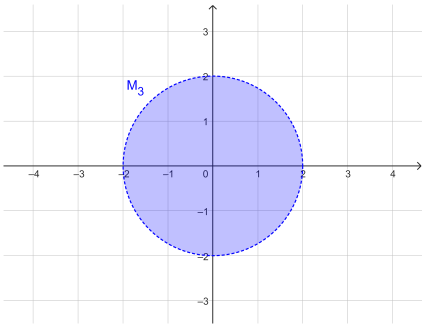
(a) $M_1 = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : x^2 + y^2 = 1\}$



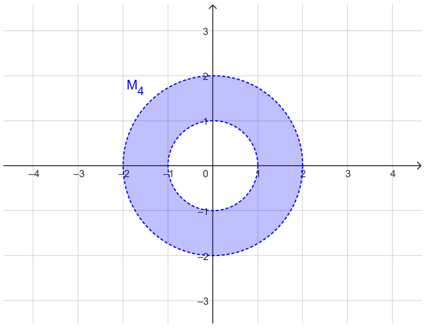
(b) $M_2 = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : x^2 + y^2 = 4\}$



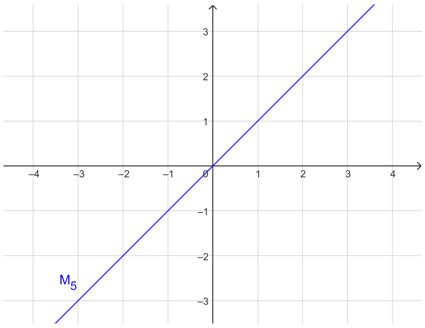
(c) $M_3 = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : x^2 + y^2 < 4\}$



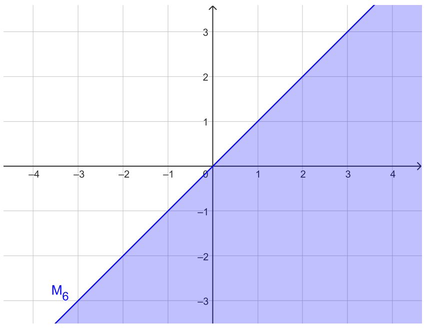
(d) $M_4 = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : x^2 + y^2 < 4 \text{ und } x^2 + y^2 > 1\}$



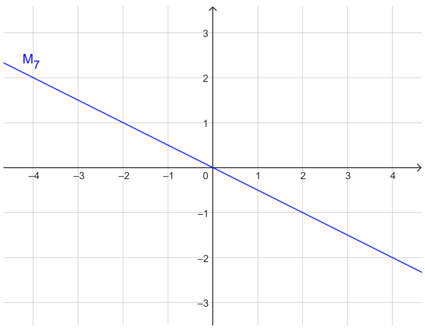
(e) $M_5 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : x = y\}$



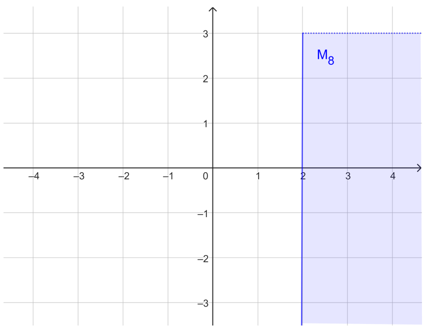
(f) $M_6 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : x \geq y\}$



(g) $M_7 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : x = -2y\}$



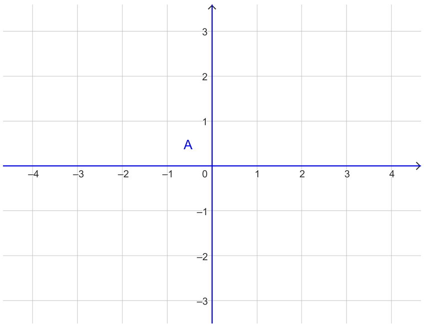
(h) $M_8 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : x \geq 2 \text{ und } y < 3\}$



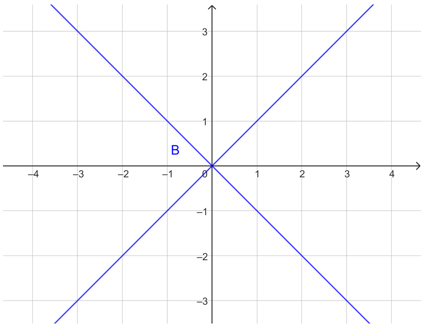
Aufgabe 5

Geben Sie folgende Teilmengen von $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ in Mengenschreibweise an, also in der Form

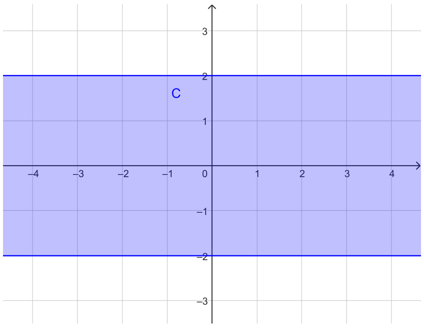
$$M = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : \text{ Eigenschaft von } x \text{ und } y\}.$$



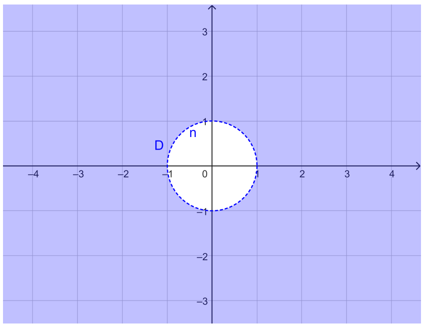
$A = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : x = 0 \text{ oder } y = 0\}$



$B = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : x = y \text{ oder } x = -y\}$



$C = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : -2 \leq y \leq 2\}$



$D = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : x^2 + y^2 > 1\}$

Aufgabe 6

Machen Sie den Nenner rational (im Nenner soll also keine irrationale Zahl stehen).

(a) $\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}$ (b) $\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$

Mit Hilfe der 3. binomischen Formel berechnen wir

(a) $$\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{3-5} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{-2},$$

(b) $$\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{3-5} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{-2}.$$