

## Математички методи за машинско учење 2023

### Домаћи задатак број 7

```
import numpy as np
import numpy.random as rndm
import matplotlib as mplb
import matplotlib.pyplot as plt
```

**Задатак 1.** а) Израчунати DFT вектора генерисаних наредним кодом.

(5 поена)

```
u1 = np.ones(8)
u2 = np.array([1, -1j, 1j, -1])

# Израчунавање DFT за векторе u1 i u2
dft_u1 = np.fft.fft(u1)
dft_u2 = np.fft.fft(u2)

print("DFT за вектор u1:\n", dft_u1)
print("DFT за вектор u2:\n", dft_u2)
```

```
DFT за вектор u1:
[8.+0.j 0.+0.j 0.+0.j 0.+0.j 0.+0.j 0.+0.j 0.+0.j 0.+0.j]
DFT за вектор u2:
[0.+0.j 0.-2.j 2.+2.j 2.+0.j]
```

б) Ако је позната DFT вектора  $v$ ,  $V = DFT(v)$ , колико износи  $DFT(3v)$ ?

(5 поена)

```
# Primer vektora v
v = np.array([1, 2, 3, 4, 5])

# Израчунавање DFT за вектор v
V = np.fft.fft(v)

# Израчунавање DFT за вектор 3v
dft_3v = np.fft.fft(3 * v)

# Provera jednakosti DFT(3v) i 3 * V
print("DFT(3v):\n", dft_3v)
print("3 * V:\n", 3 * V)
```

```
DFT(3v):
[45. +0.j -7.5+10.3228644j -7.5 +2.43689772j -7.5 -
2.43689772j -7.5-10.3228644j ]
3 * V:
```

```
[45.  +0.j          -7.5+10.3228644j  -7.5  +2.43689772j  -7.5  -
2.43689772j
-7.5-10.3228644j ]
```

**Задатак 2.** Користећи брзу Фуријеову трансформацију написати код за брзо множење бројева у бројном систему основе 8.

(10 поена)

```
n1, n2 = rndm.randint(333, 556, 2)
print(n1)
print(n2)
br1 = np.append(rndm.randint(1, 7, 1), rndm.randint(0, 7, n1 - 1)) #
veći broj
br2 = np.append(rndm.randint(1, 7, 1), rndm.randint(0, 7, n2 - 1)) #
manji broj

print(br1)
print(br2)

# Brza Furijeova transformacija (FFT) i konvolucija
n = n1 + n2 - 1
br1_fft = np.fft.fft(br1, n)
br2_fft = np.fft.fft(br2, n)
product_fft = br1_fft * br2_fft
product = np.fft.ifft(product_fft).real.round().astype(int)

# Korekcija rezultata
carry = np.zeros(product.shape, dtype=int)
for i in range(n - 1):
    carry[i + 1] = product[i] // 8
    product[i + 1] += carry[i + 1]
    product[i] %= 8

# Uklanjanje vodećih nula
product = np.trim_zeros(product, 'f')
print("Rezultat množenja (osnovica 8):", product)

438
393
[5 5 0 2 1 2 0 3 3 0 3 6 0 5 0 1 5 5 0 1 1 4 4 6 3 5 0 5 0 5 0 5 0 1 6
6 2
 6 2 1 6 5 0 2 6 0 1 6 2 5 6 5 3 1 4 6 2 0 2 3 5 3 0 1 3 6 6 1 6 0 4 3
3 5
 2 0 0 5 1 6 0 6 6 3 5 0 4 4 3 0 2 6 3 1 4 0 3 6 3 0 2 5 4 1 1 5 1 6 1
2 0
 2 6 4 1 6 1 3 4 4 3 0 4 3 2 6 6 2 5 2 2 0 3 2 3 1 2 6 1 3 0 1 1 2 3 2
4 3
 5 3 5 0 1 0 5 2 3 5 1 0 3 3 1 5 6 0 2 3 5 5 6 2 1 3 5 1 2 1 0 0 0 3 3
5 5]
```

4 1 6 4 2 5 5 0 0 3 3 1 4 4 2 1 1 6 5 1 5 5 2 4 0 1 0 3 6 2 5 0 5 4 6  
 0 6  
 5 4 0 5 5 1 1 5 1 2 0 4 1 3 6 5 2 4 5 1 3 2 2 0 6 5 5 1 5 5 0 0 6 5 3  
 0 1  
 0 2 5 3 5 2 4 6 4 4 6 6 6 2 1 1 6 1 0 5 2 5 6 0 4 2 6 0 4 1 0 0 4 2 0  
 0 1  
 2 0 1 3 1 2 1 2 5 3 0 4 3 0 5 4 4 5 2 3 4 0 2 6 0 2 1 4 5 6 1 4 0 2 5  
 5 2  
 4 6 2 5 2 0 2 1 3 1 4 5 3 2 1 1 3 6 6 0 5 6 6 6 5 2 0 3 0 0 0 1 4 3 6  
 5 1  
 1 3 6 3 3 2 3 2 1 6 4 2 1 1 1 3 0 0 3 2 1 0 3 0 2 4 3 0 4 5 5 4 3 4 2  
 3 0  
 1 1 1 6 1 0 4 6 0 0 2 6 5 1 6 4 6 3 1 4 4 3 1 6 6 1 3 3 5 1 5]  
 [2 4 6 4 3 3 1 4 0 1 1 2 6 1 5 4 0 1 3 5 3 4 3 5 4 5 6 6 3 4 2 3 0 0 0  
 4 1  
 6 0 0 6 3 0 0 5 4 5 4 0 5 2 5 3 0 2 5 1 6 0 4 2 0 0 1 0 2 5 1 0 5 0 6  
 3 5  
 1 2 0 1 6 1 5 2 5 0 1 0 5 1 0 0 1 3 3 5 3 1 2 2 5 2 6 1 6 0 0 3 3 0 5  
 2 3  
 1 2 6 6 1 4 5 4 5 5 2 3 2 2 1 0 5 5 6 5 5 5 3 5 0 6 1 3 1 6 5 5 6 5 2  
 3 4  
 1 2 6 5 0 5 0 6 4 6 2 0 6 6 1 3 3 2 4 3 3 6 4 0 6 4 6 2 6 5 1 4 6 2 6  
 3 0  
 6 2 2 1 6 1 0 2 1 6 6 6 4 3 0 0 0 3 6 5 6 4 1 3 3 6 5 4 5 0 0 0 2 3 5  
 6 4  
 6 5 3 1 6 2 0 4 4 5 1 0 1 0 2 3 2 1 1 1 1 6 4 4 3 6 2 5 2 5 2 2 3 2 2  
 1 0  
 1 0 1 1 3 1 2 6 1 3 6 1 4 3 1 2 6 3 3 2 6 3 5 3 0 6 3 1 5 6 0 4 6 5 0  
 4 1  
 6 2 4 1 1 0 6 1 2 1 2 6 5 0 4 1 4 2 6 1 5 2 1 2 4 1 3 0 6 2 1 6 6 3 2  
 3 6  
 3 3 3 5 3 1 2 3 1 4 0 2 0 1 6 0 3 2 6 6 1 2 1 3 4 3 5 3 4 2 1 4 6 4 4  
 2 5  
 4 6 5 2 3 6 4 0 5 6 2 6 6 6 6 3 3 4 4 0 2 2 2]  
 Rezultat množenja (osnovica 8): [ 2 7 5 4 4 0 1 3 6 5 3 2  
 7 2 0 3 4 4 7 7 3 5 3 4  
 0 5 1 3 0 6 3 1 0 5 0 5 4 5 3 2 0 1 7 3 7 4 7  
 0  
 0 1 3 4 3 0 5 2 7 1 4 1 7 5 0 2 6 3 3 0 1 0 4  
 1  
 7 5 0 1 2 3 2 5 6 6 0 3 3 7 5 2 1 5 4 4 6 4 7  
 2  
 2 4 6 5 1 4 3 1 7 4 1 6 1 7 5 3 2 6 6 2 1 6 5  
 6  
 4 1 3 3 2 6 1 6 2 6 4 7 0 3 2 7 0 6 7 5 4 1 6  
 3  
 5 4 6 0 1 1 3 4 2 1 7 2 5 1 1 5 0 0 1 2 6 5 2  
 3  
 2 2 1 6 0 6 5 0 1 2 1 1 2 5 2 0 0 6 7 0 2 6 3  
 4

3	3	1	6	4	7	2	2	6	1	2	4	3	4	5	0	5	3	4	5	5	1	3	5
0	1	4	5	7	1	6	4	3	7	1	2	2	6	6	5	7	2	2	7	3	0	6	5
2	7	3	0	2	2	3	0	4	5	4	5	1	1	7	5	6	1	4	2	3	1	4	7
6	2	5	3	0	6	2	3	6	1	0	5	7	4	4	4	4	5	3	0	6	4	4	0
4	2	4	1	6	6	3	5	2	6	6	6	4	6	2	4	0	7	4	4	4	5	2	1
4	6	7	4	6	1	6	7	0	0	5	6	5	0	0	3	3	4	5	7	1	5	7	0
5	1	0	6	2	4	3	2	3	5	0	5	2	6	4	4	3	3	0	7	3	5	5	0
6	0	6	3	5	2	6	5	3	3	6	5	4	6	5	2	1	5	4	3	2	1	3	6
5	2	3	5	1	6	5	2	5	6	0	0	0	6	3	0	3	7	5	2	6	2	0	5
7	7	3	7	7	7	7	6	7	2	0	0	6	4	4	0	2	0	0	5	1	2	5	3
2	5	0	7	5	3	6	2	0	5	1	5	7	7	0	2	3	5	5	5	0	5	6	4
4	2	7	5	7	2	3	2	6	7	0	5	3	5	1	6	2	6	0	4	6	4	4	2
7	1	0	0	2	6	6	3	5	7	0	3	0	4	1	1	2	3	4	6	7	1	5	7
5	0	4	6	7	3	0	0	4	0	2	5	5	0	6	5	4	2	7	1	5	5	7	2
1	1	7	4	2	5	4	4	3	5	6	7	0	5	1	5	4	0	5	6	3	3	0	7
2	7	6	1	0	5	4	7	3	7	5	1	1	0	3	3	4	7	4	4	5	4	1	1
0	2	7	6	3	3	4	6	7	4	3	2	4	1	6	5	0	3	0	4	4	3	7	7
4	1	7	4	3	5	1	7	6	1	5	7	7	7	3	3	1	4	7	2	2	2	2	5
6	7	6	7	0	1	0	3	7	6	5	0	4	7	6	4	6	2	4	7	3	5	3	5
0	3	0	5	4	5	0	5	3	6	4	1	3	4	6	5	1	4	1	0	1	4	5	5
2	7	0	1	7	7	7	4	7	2	4	6	0	7	6	1	7	7	4	0	6	4	2	0
3	3	3	7	3	5	6	4	2	3	6	6	3	3	0	3	2	2	4	4	4	6	3	2
0	5	7	6	0	0	0	1	2	5	1	2	6	7	5	1	2	2	6	0	2	7	0	2
3	3	3	5	6	3	4	5	2	5	7	7	2	4	5	7	6	2	7	4	5	2	5	5
6	0	4	0	7	2	1	6	3	4	3	6	7	7	2	1	1	5	4	0	0	0	5	3

```

    4  3  3  1  0  4  0  4  4  5  5  0  3  4  1  7  7  6  2  6  4  2  7
1
    7  5  3  7  2  0  2  6  6  7  7  0  7 11]

```

**Задатак 3.** Функција  $f$  је узоркована у еквилистантним тачкама на интервалу  $[-\pi, \pi]$ . Вектор  $y$  садржи резултате овог узорковања. Након примене функције `fft` на вектор  $y$  добијен је вектор

$c = [0 \quad -5i \quad 1-3i \quad 4 \quad 0 \quad 4 \quad 1+3i \quad 5i]$ . Наћи вектор  $u$  и тригонометријски полином који интерполира функцију  $f$  на узоркованим подацима. Дати графички приказ података и добијеног тригонометријског полинома.

(10 поена)

```

# DFT koeficijenti
c = np.array([0, -5j, 1 - 3j, 4, 0, 4, 1 + 3j, 5j])

# Inverzna brza Furijeova transformacija (IFFT)
y = np.fft.ifft(c)

# Trigonometrijski polinom
def trigonometric_poly(x, coeffs):
    n = len(coeffs)
    result = coeffs[0] / 2
    for k in range(1, n // 2):
        result += coeffs[k] * np.exp(1j * k * x) + coeffs[-k] *
np.exp(-1j * k * x)
    if n % 2 == 0:
        result += coeffs[n // 2] * np.cos(n // 2 * x)
    return result.real

# Vrednosti x
x_values = np.linspace(-np.pi, np.pi, len(c), endpoint=False)

# Izračunavanje vrednosti polinoma
poly_values = trigonometric_poly(x_values, c)

# Grafički prikaz podataka i dobijenog trigonometrijskog polinoma
plt.scatter(x_values, y.real, marker='o', label='Uzorkovani podaci')
plt.plot(x_values, poly_values, label='Trigonometrijski polinom')
plt.xlabel('x')
plt.ylabel('f(x)')
plt.legend()
plt.show()

```

