Εργασία 1 : Άσκηση 2.

$$I(x;y)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left(p(x,y)\log\frac{p(y|x)p(x)}{p(x)p(y)}\right)dxdy$$

$$I(x;y)=I(y;x)\Leftrightarrow\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}p(x,y)\log\frac{p(y|x)p(x)}{p(x)p(y)}dxdy=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}p(y,x)\log\frac{p(x|y)p(y)}{p(x)p(y)}dxdy\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}p(x,y)[\log p(y|x)p(x)-\log(p(y)\cdot p(x))]dxdy=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}p(y,x)[\log(p(x|y)p(y))-\log(p(x)\cdot p(y))]dxdy\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\cancel{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}p(x,y)\log(p(y,x))dxdy}-\cancel{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}p(x,y)\log(p(y)\cdot p(x))dxdy}=$$

$p(x,y)=p(y,x)$

$$=\cancel{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}p(y,x)\log(p(y,x))dxdy}-\cancel{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}p(y,x)\log(p(y)\cdot p(x))dxdy}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 0=0 \checkmark$$

Άσκ. 3 $P(X=0)=0.35$, $P(X=1)=1-P(X=0)=0.65$

Εφόσον η πηγή εμφανίζει 0 με πιθανότητα 0.35, τότε αν X η τ.μ. που είναι είσοδος στο κανάλι, τότε $P(X=0)=0.35$.
Επειδή η πηγή παράγει μόνο 0 ή 1, τότε ισχύει η σχέση:
$P(X=1)=1-P(X=0)=1-0.35=0.65$

Επίσης, η πιθανότητα αλλοίωσης του 0 στην είσοδο σε 1 στην έξοδο και αντίστοιχα για την αλλοίωση του 1 σε 0, εκφράζει τις εξής δεσμευμένες πιθανότητες αν Y η τ.μ. που περιγράφει την έξοδο του καν.

$$P(Y=1|X=0)=0.25 \text{ ενώ } P(Y=0|X=1)=0.1$$

Αντίστοιχα, θα έχουμε ότι η πιθανότητα να μην υποστούν αλλοίωση, θα είναι ίση με το συμπλήρωμά της, δηλαδή:

$$P(Y=1|X=1)=1-P(Y=0|X=1)=0.75 \text{ ενώ } P(Y=0|X=0)=1-P(Y=1|X=0)=0.9$$

Από τον νόμο του Bayes, μπορούμε να βρούμε τα $P(Y=y_i)$ ως εξής:

$$P(Y=0) = P(Y=0|X=0)P(X=0) + P(Y=0|X=1)P(X=1) =$$

$$= 0.9 \cdot 0.35 + 0.25 \cdot 0.65 = 0.4775$$

$$P(Y=1) = P(Y=1|X=0)P(X=0) + P(Y=1|X=1)P(X=1) =$$

$$= 0.1 \cdot 0.35 + 0.75 \cdot 0.65 = 0.5225 \checkmark$$

Επιβεβαίωση ($P(Y=0) = 1 - P(Y=1)$ ✓) Δες πάλι ίδια

B) 2-2-21 σελ 19
Φυλλάδιο: 1