

# HW1 Linear Optimization 2022-23

Νικόλας Φιλιππάτος  
AM:1072754

## Άσκηση 1

Έστω το πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού

$$(Π1) 2x_1 + x_2 \geq 4$$

$$(Π2) x_1 + 2x_2 \geq 5$$

$$(Π3) x_1 - 2x_2 \leq 1$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

(α) Παραστήστε γραφικά την εφικτή περιοχή του προβλήματος καθώς και όλες τις κορυφές της. Περιγράψτε τη μορφή της εφικτής περιοχής.

(β) Λύστε το παραπάνω πρόβλημα γραφικά με κάθε μία από τις παρακάτω αντικειμενικές συναρτήσεις:

$$(ι) \max Z = 2x_1 - 5x_2 \quad (ιι) \max Z = 2x_1 - 4x_2 \quad (ιιι) \max Z = 2x_1 - 3x_2$$

Σε κάθε περίπτωση περιγράψτε αναλυτικά τη μορφή της λύσης, εφ' όσον υπάρχει.

(α)

Αρχικά σχεδιάσαμε τις ευθείες των περιορισμών του προβλήματος (Σχήμα ;). Για τον περιορισμό  $x_1, x_2 \geq 0$  έχουμε την πορτοκαλί και καφέ ευθεία. Στην συνέχεια έχουμε την μπλε ευθεία για τον περιορισμό (Π1), την κίτρινη ευθεία για τον περιορισμό (Π2), την πράσινη για τον περιορισμό (Π3) και την κόκκινη για τον περιορισμό (Π4). Η περιοχή εφικτών λύσεων του προβλήματος βρίσκεται πάνω από τις ευθείες με χρώμα μπλε, κίτρινο, πορτοκαλί και καφέ, και κάτω από τις ευθείες με χρώμα πράσινο και κόκκινο. Στο σχήμα αυτό φαίνεται στην γραμμοσκιασμένη περιοχή.

Στην συνέχεια βλέπουμε με μωβ την αντικειμενική συνάρτηση για διάφορες τιμές της. Η πρώτη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι 3 και βρίσκεται στα αριστερά και κανένα σημείο της δεν τέμνει την περιοχή εφικτών λύσεων. Αυξάνοντας κατά 1 την τιμή της  $Z$  βλέπουμε πως η ευθεία κινείται προς τα δεξιά και έχουμε την τελευταία ευθεία που τέμνει την περιοχή εφικτών λύσεων, να την τέμνει στο σημείο τομής της πράσινης και της πορτοκαλί. Το σημείο αυτό είναι το  $(x_1, x_2) = (5, 0)$  επομένως η  $Z = 15$ .

Της ις α τεστ

## Άσκηση 2

Έστω το πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού

$$(Π1) 2x_1 + x_2 \geq 4$$

$$(Π2) x_1 + 2x_2 \geq 5$$

$$(Π3) x_1 - 2x_2 \leq 1$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

(α) Παραστήστε γραφικά την εφικτή περιοχή του προβλήματος καθώς και όλες τις κορυφές της. Περιγράψτε τη μορφή της εφικτής περιοχής.

(β) Λύστε το παραπάνω πρόβλημα γραφικά με κάθε μία από τις παρακάτω αντικειμενικές συναρτήσεις:

(ι)  $\max Z = 2x_1 - 5x_2$  (ιι)  $\max Z = 2x_1 - 4x_2$  (ιιι)  $\max Z = 2x_1 - 3x_2$

Σε κάθε περίπτωση περιγράψτε αναλυτικά τη μορφή της λύσης, εφ' όσον υπάρχει.

(α)