Εθνικό **Μ**ετσόβιο **Π**ολυτεχνείο
Σχολή **Ε**φαρμοσμένων **Μ**αθηματικών και **Φ**υσικών **Ε**πιστημών

Όνομα : Κάραλης Νικόλας
Α/Μ: 09104042

Εργαστηριακή Άσκηση 9
Χαρτογράφηση Ηλεκτρικού Πεδίου.

Συνεργάτες:
Καλαμαρά Αντιγόνη

Υπεύθυνος Εργαστηρίου:

Ημερομηνία Διεξαγωγής : 8/12/2005
Ημερομηνία Παράδοσης : 15/12/2005

Εισαγωγή

Στην άσκηση αυτή θα μελετήσουμε και θα χαράξουμε τις ισοδυναμικές επιφάνειες και τις δυναμικές γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου μεταξύ 2 ηλεκτροδίων.

Στοιχεία Θεωρίας

Η σχέση μεταξύ του δυναμικού V και του ηλεκτρικού πεδίου E δίνεται από την παρακάτω εξίσωση :

$$\vec{E}(x,y,z) = -\nabla V(x,y,z) \equiv \left[\vec{x}\frac{\partial V}{\partial x} + \vec{y}\frac{\partial V}{\partial y} + \vec{z}\frac{\partial V}{\partial z} \right]$$

Η εξίσωση Poisson συνδέει τη συνάρτηση δυναμικού V(x,y,z) και την πυκνότητα ηλεκτρικού φορτίου ρ(x,y,z) στον κενό χώρο :

$\nabla^2\nabla \equiv divgradV = -\dfrac{\rho}{\varepsilon_0}$, όπου ε_0 η διηλεκτρική σταθερά του κενού.

Για περιοχές του χώρου όπου ρ(x,y,z)=0 ισχύει η εξίσωση Laplace :

$$\nabla^2\nabla(x,y,z) = 0$$

Η εξίσωση συνέχειας του ηλεκτρικού ρεύματος είναι η :

$div\vec{J} + \dfrac{\partial\rho}{\partial t} = 0$, όπου $\vec{J}$ η πυκνότητα ρεύματος και ρ η πυκνότητα φορτίου.

Για στατικά ρεύματα, αυτή ανάγεται στην $\nabla \cdot \vec{J} = div\vec{J} = 0$

Από την τοπική μορφή του νόμου του Ohm έχουμε : $\vec{J}$=σ$\vec{E}$ όπου σ είναι η αγωγιμότητα του αγωγού σε κάθε σημείο.

Έτσι έχουμε : $\nabla \cdot (\sigma\vec{\mathrm{E}}) = div(\sigma\vec{\mathrm{E}}) = 0$

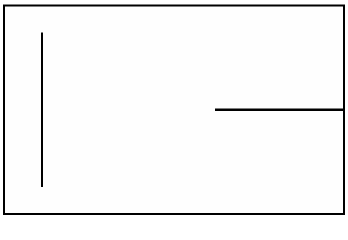
Αν ο αγωγός είναι ομοιογενής, έχουμε : $div\vec{\mathrm{E}} = 0$

Τελικά έχουμε : $divgradV = \nabla^2\nabla = 0$

Από τα παραπάνω, προκύπτει ότι το πρόβλημα του προσδιορισμού του δυναμικού μέσα σε αγωγούς που διαρρέονται από ηλεκτρικά ρεύματα ανάγεται στην εύρεση του δυναμικού στο χώρο ανάμεσα σε αγωγούς με δεδομένα δυναμικά.

Πειραματική διάταξη

Η πειραματική διάταξη αποτελείται από μια σκάφη κατασκευασμένη από μονωτικό υλικό ο πυθμένας της οποίας περιέχει ένα φύλλο μιλλιμετρέ, που περιέχει αποσταγμένο νερό. Εκεί βρίσκονται τοποθετημένα δύο ηλεκτρόδια με τη διάταξη που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Ακόμα έχουμε μια συσκευή η οποία αποτελείται από την πηγή τάσης (20 V εναλλασσόμενης τάσης, συχνότητας 50 Hz), από το ποτενσιόμετρο (βαθμονομημένο από 0 μέχρι 1000) και από το αμπερόμετρο. Τέλος, έχουμε ένα μετρητικό ηλεκτρόδιο, με τη βοήθεια του οποίου βρίσκουμε τις ισοδυναμικές γραμμές.



Μετρήσεις

Οι μετρήσεις μας κατά την εκτέλεση του πειράματος αυτού έχουν καταγραφεί στο επισυναπτόμενο φύλλο μιλλιμετρέ.

Μια καταγραφή των μετρήσεων αυτών φαίνεται στους παρακάτω πίνακες.

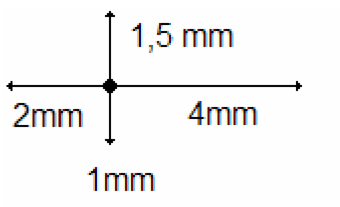
Πίνακας 1

x	y_{900}	y_{800}	y_{700}	y_{600}	y_{500}	y_{400}	y_{300}	y_{200}	y_{100}
0,0	0,0	1,5	3,0	5,0	7,0	10,0	12,0	15,0	18,0
3,0	-3,3	0,5	2,1	4,9	7,0	10,0	12,0	15,0	18,0
6,0	-6,5	-1,8	1,5	3,5	7,0	10,0	12,0	15,0	18,0
9,0	-8,3	-3,2	0,5	2,8	7,0	10,0	12,0	15,0	18,0
12,0	-9,0	-4,0	-0,1	3,0	7,0	10,0	12,0	15,0	18,0

Πίνακας 2

Potential	850	750	650	550	450	350	250	150	50
y	1	2	4	6	8,5	11	13	17	19

Με τη μέθοδο που περιγράφεται στο βιβλίο (Εργαστηριακές Ασκήσεις Φυσικής, Τόμος 1) σχηματίζουμε το παρακάτω ορθογώνιο με τα σφάλματα στις μετρήσεις του y και του x.



Με βάση αυτό, το σφάλμα στη μέτρηση του y υπολογίζεται ως 3mm.

Επεξεργασία των μετρήσεων

1. Στο φύλλο μιλλιμετρέ με τις μετρήσεις, σχεδιάζουμε τις ισοδυναμικές γραμμές και τις δυναμικές γραμμές του, οι οποίες είναι κάθετες στις ισοδυναμικές.

2. Με βάση του *Πίνακες 1 και 2* σχηματίζουμε τον παρακάτω *Πίνακα 3*.

Πίνακας 3

Ένδειξη	y	Δυναμικό	$E_{μέσο}$	$\delta E_{μέσο}$	$y_{μέσο}$
50	19,0	1	1,00	0,42	18,5
100	18,0	2	1,00	0,42	17,5
150	17,0	3	0,50	0,11	16,0
200	15,0	4	0,50	0,11	14,0
250	13,0	5	1,00	0,42	12,5
300	12,0	6	1,00	0,42	11,5
350	11,0	7	1,00	0,42	10,5
400	10,0	8	0,67	0,19	9,3
450	8,5	9	0,67	0,19	7,8
500	7,0	10	1,00	0,42	6,5
550	6,0	11	1,00	0,42	5,5
600	5,0	12	1,00	0,42	4,5
650	4,0	13	1,00	0,42	3,5
700	3,0	14	1,00	0,42	2,5
750	2,0	15	2,00	1,68	1,8
800	1,5	16	2,00	1,68	1,3
850	1,0	17	1,00	0,42	0,5
900	0,0	18			

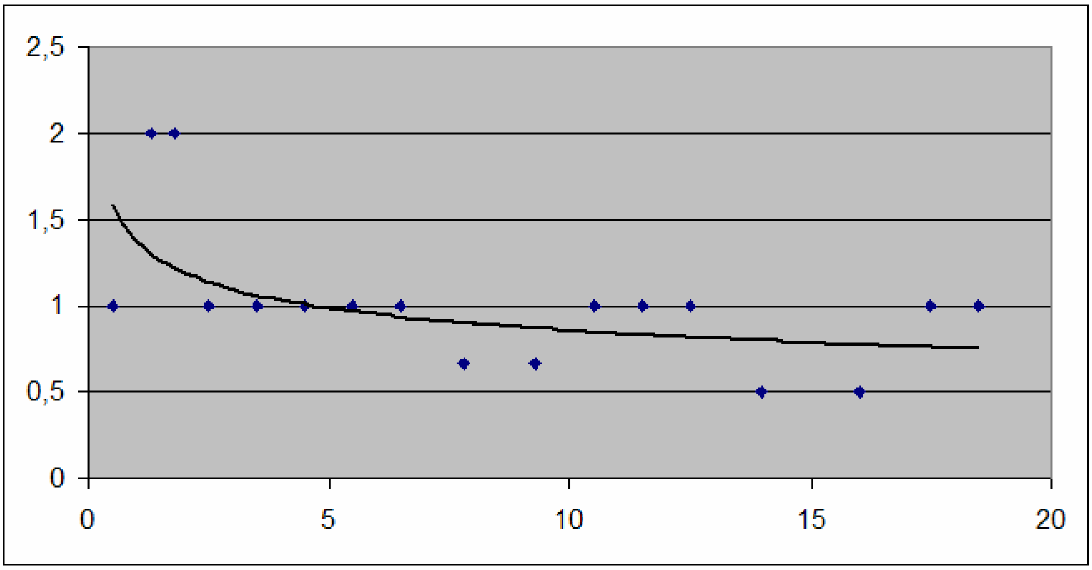
Για το σχηματισμό του πίνακα αυτού, χρησιμοποιούμε τη σχέση :
$V = \frac{1}{1000} \times 20V \times \delta\varepsilon$, όπου δε η διαφορά στην ένδειξη του ποτενσιόμετρου, οπότε εδώ που έχουμε δε = 50 είναι V=1Volt.

Επιπλέον, γνωρίζουμε ότι το σφάλμα δy είναι 0,3 οπότε μπορούμε να υπολογίσουμε το $\delta E_{μέσο}$.

Ακόμα έχουμε : $E_{y_{μέσο}} = \frac{1}{y_2 - y_1} \pm \frac{\sqrt{2} \cdot \delta y}{(y_2 - y_1)^2}$

Με βάση αυτόν τον πίνακα, σχηματίζουμε την παρακάτω κατανομή (Σχήμα 1) των μετρήσεων του πεδίου πάνω στον άξονα συναρτήσει του y.

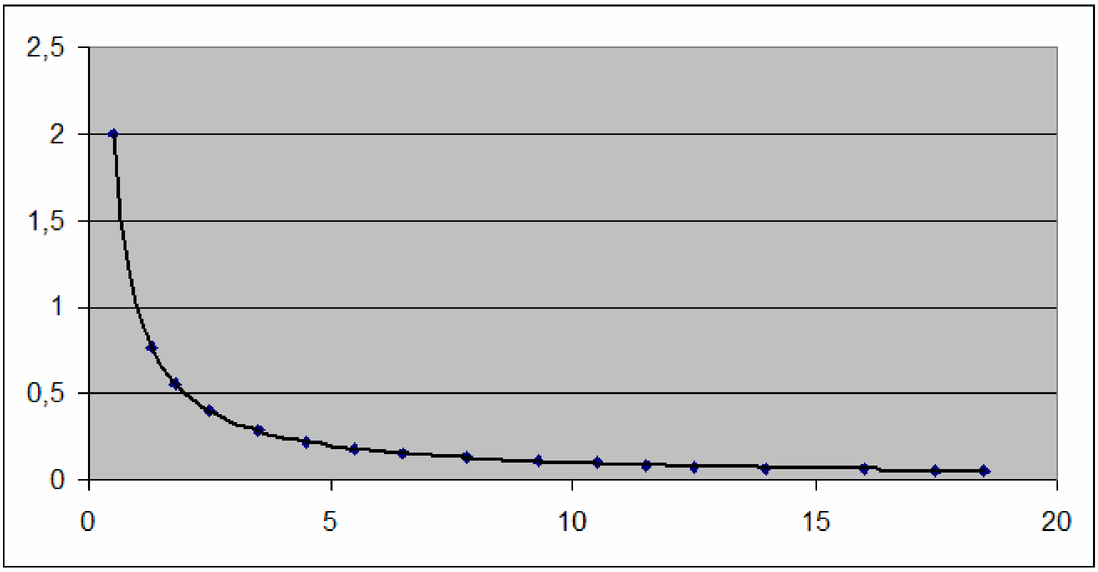
Σχήμα 1



Η προκύπτουσα συνάρτηση είναι της μορφής : $E = \dfrac{a}{y^{0,2}}$

4. Κανονικά περιμέναμε ότι η συνάρτηση θα ήταν της μορφής : $E = \dfrac{1}{y} + b$, το γράφημα της οποίας παρουσιάζεται εδώ (Σχήμα 2).

Σχήμα 2



Αυτό, εξαιτίας του ανθρώπινου παράγοντα στις μετρήσεις και τα σημαντικά σφάλματα εξαιτίας αυτού, δεν συμβαίνει. Παρατηρούμε ότι η η τιμές του Ε παρουσιάζουν μια (μη φυσιολογική) «κβάντωση» και αποτελούνται συνολικά από 2-3 διακριτές τιμές. Αυτό συμβαίνει εξαιτίας της δυσκολίας ανάγνωσης των δεδομένων από την πειραματική διάταξη. Έτσι, η σχέση που παρατηρούμε τείνει, αλλά απέχει αρκετά από αυτή που περιμέναμε.

3. Με βάση αυτό, μπορούμε να υπολογίσουμε το σφάλμα του Ε στη γενική περίπτωση.

$$\delta \mathrm{E}(y) = \frac{\partial\left(\frac{1}{y} + b\right)}{\partial y}\delta y = \frac{1}{y^2}\delta y$$

Για το τυχαίο σημείο y=3,0 cm, η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου είναι $E = 1{,}00 \pm 0{,}03\,\mathrm{cm}$

5. Η θεωρία, προβλέπει συμμετρία ως προς τον άξονα y (τον οριζόντιο άξονα στο παράδειγμα μας), γεγονός που επιβεβαιώνεται από τις μετρήσεις και τις παρατηρήσεις μας.