Αριθμητική Ανάλυση Ι - ΣΕΜΦΕ
Εργασία 2
Άμεσες και επαναληπτικές μέθοδοι

Νικόλας Κάραλης
Α/Μ : 09104042
Τμήμα 1ο

28 Σεπτεμβρίου, 2006

1 Άμεσες Μέθοδοι

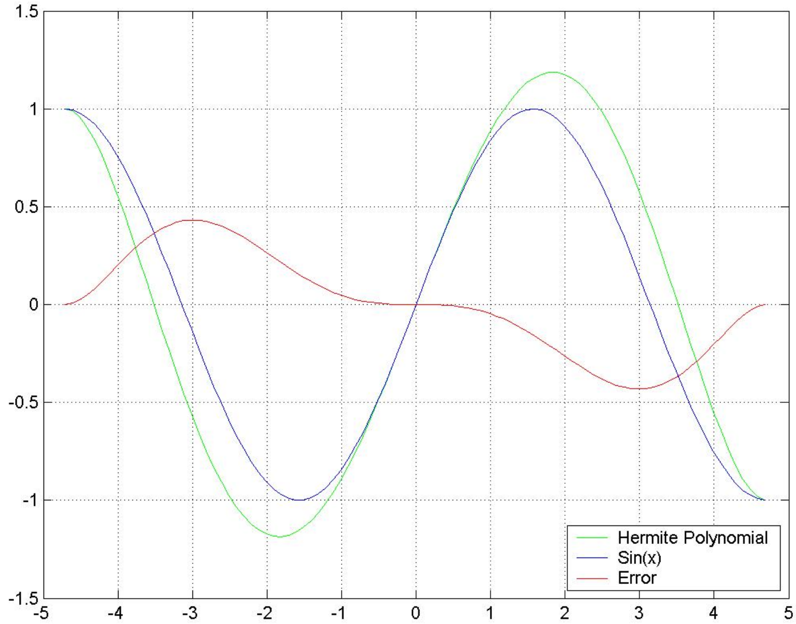
1.1 Ερώτημα 1

Χρησιμοποιώντας την gauss.m και την herm5.m, και εκτελώντας την εντολή
» question1a
προκύπτει το παρακάτω γράφημα της sin(x), της παρεμβολής της sin(x) καθώς και το σφάλμα της, στο διάστημα $[-\frac{3\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$.
Το αποτέλεσμα που προκύπτει για τους συντελεστές του πολυωνύμου παρεμβολής είναι το ακόλουθο :

0.00267333252301
0.00000000000000
−0.11395329985482
0
1.00000000000000
0

άρα

$$p(s) = 0.00267333252301s^5 - 0.11395329985482s^3 + s$$

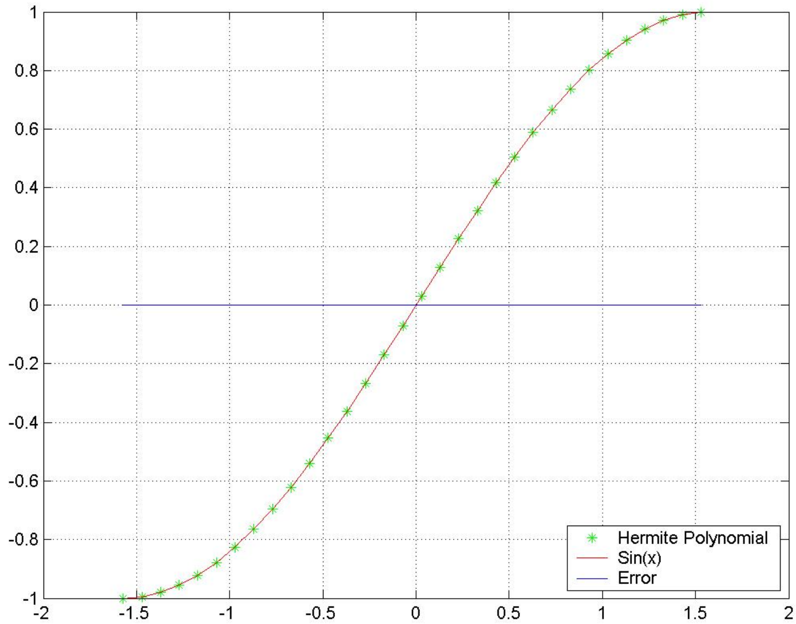


Εκτελώντας την εντολή
» question1b
προκύπτει το παρακάτω γράφημα της sin(x), της παρεμβολής της sin(x) καθώς και το σφάλμα της, στο διάστημα $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$.
Το αποτέλεσμα που προκύπτει για τους συντελεστές του πολυωνύμου παρεμβολής είναι το ακόλουθο :

0.00740306120839
0.00000000000000
−0.16553878047471
0
1.00000000000000
0

άρα

$$p(s) = 0.00740306120839s^5 - 0.16553878047471s^3 + s$$



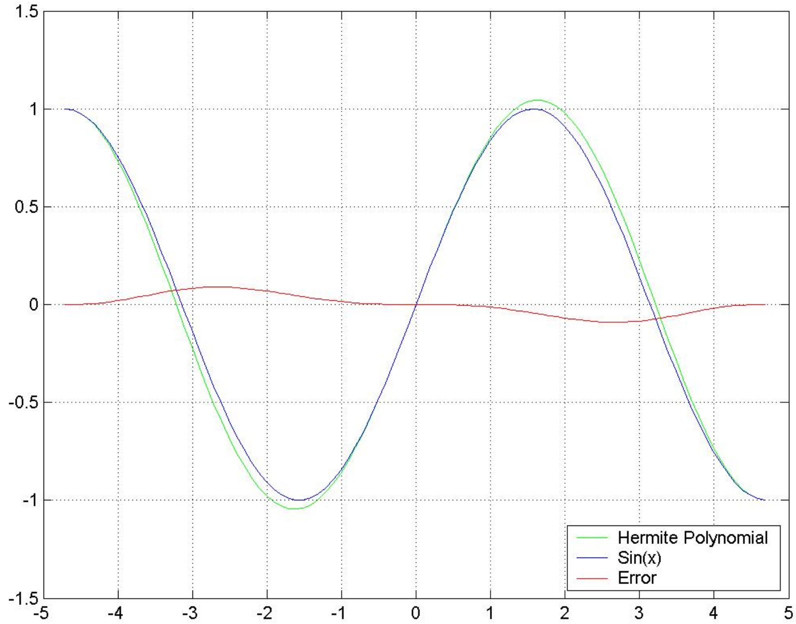
1.2 Ερώτημα 2

Χρησιμοποιώντας την gauss.m και την herm8.m, και εκτελώντας την εντολή
» question2a
προκύπτει το παρακάτω γράφημα της sin(x), της παρεμβολής της sin(x) καθώς και το σφάλμα της, στο διάστημα $[-\frac{3\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$.
Το αποτέλεσμα που προκύπτει για τους συντελεστές του πολυωνύμου παρεμβολής είναι το ακόλουθο :

-0.00000000000000
-0.00007386099450
0.00000000000000
0.00595373710663
-0.00000000000000
-0.15037663231010
0
1.00000000000000
0

άρα

$$p(s) = -0.00007386099450s^7 + 0.00595373710663s^3 - 0.15037663231010s^3 + s$$

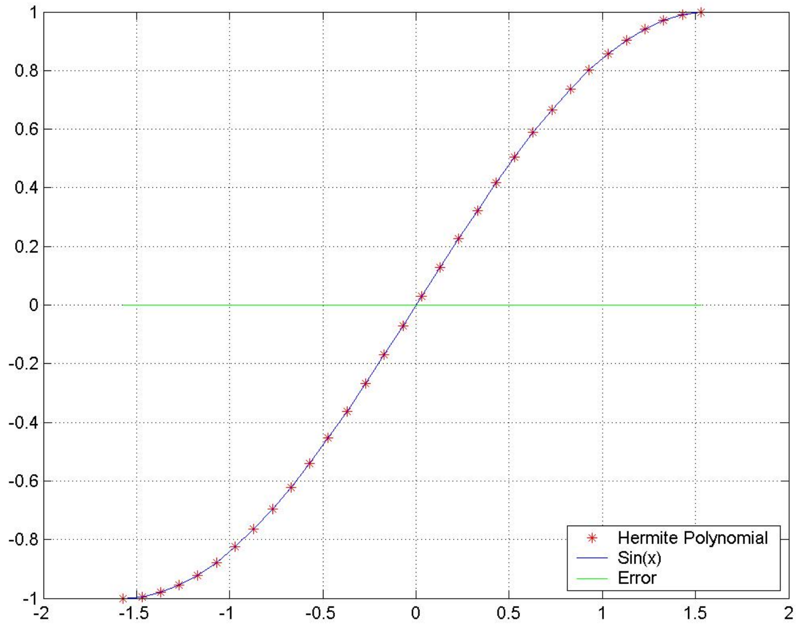


Εκτελώντας την εντολή
» question1b
προκύπτει το παρακάτω γράφημα της sin(x), της παρεμβολής της sin(x) καθώς και το σφάλμα της, στο διάστημα $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$.
Το αποτέλεσμα που προκύπτει για τους συντελεστές του πολυωνύμου παρεμβολής είναι το ακόλουθο :

-0.00000000000000
-0.00017890562053
0.00000000000000
0.00828592505828
-0.00000000000000
-0.16662797009202
0
1.00000000000000
0

άρα

$$p(s) = -0.00017890562053^7 + 0.00828592505828s^3 - 0.16662797009202s^3 + s$$



1.3 Ερώτημα 3

Παρατηρούμε οτι στους συντελεστές μηδενίζονται όλοι οι όροι άρτιας τάξης. Η αιτία για αυτό μπορεί να γίνει κατανοητή αν παρατηρήσουμε οτι και το ανάπτυγμα της σειράς Taylor για την συνάρτηση sin(x) περιέχει μόνο όρους περιττής τάξης.

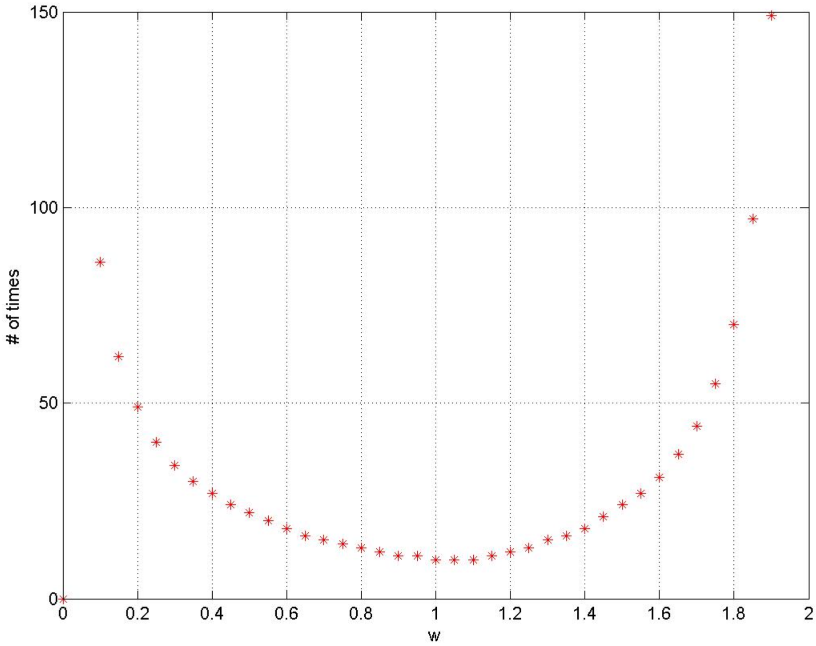
2 Επαναληπτικές Μέθοδοι

2.1 Ερώτημα 1

Με χρήση του τύπου για την επίλυση συστήματος με την μέθοδο SOR, δημιουργούμε το sortri.m. Η βέλτιστη επιλογή του ω δίνεται απο τον τύπο : $\omega = \frac{2}{1+\sqrt{1-\rho(B)^2}}$

2.2 Ερώτημα 2

Με χρήση του script question3a.m προκύπτει η παρακάτω γραφική παράσταση :



Παρατηρούμε οτι ο ελάχιστος αριθμός επαναλήψεων είναι 10 και εμφανίζονται για τις τιμές του ω 1, 1.05, 1.1 Η θεωρητική τιμή του ω για τον ελάχιστο αριθμό επαναλήψεων, προκύπτει με χρήση του script question3b.m και είναι : ω=1.14584974455195

3 Παράρτημα

Εδώ παρατίθεται ο πηγαίος κώδικας για τις συναρτήσεις που χρησιμοποιήθηκαν παραπάνω.

3.1 Gauss.m

```
function x=gauss(a,b);
n=length(b);
for i=1:n-1,
    [amax,imax]=max(abs(a(i:n,i)));
    if amax<eps,
        disp('Singular Matrix');
        break;
    end
    imax=imax+i-1;
    if imax~=i,
        sa=a(imax,i:n);sb=b(imax);
        a(imax,i:n)=a(i,i:n);b(imax)=b(i);
        a(i,i:n)=sa;b(i)=sb;
```

```
    end
    b(i+1:n)=b(i+1:n)-b(i)*a(i+1:n,i)/a(i,i);
    a(i+1:n,i+1:n)=a(i+1:n,i+1:n)-a(i+1:n,i)*a(i,i+1:n)/a(i,i);
end;
if abs(a(n,n))<eps,
    disp('Singular Matrix');
    break;
end
x(n,1)=b(n)/a(n,n);
for i=n-1:-1:1,
    x(i,1)=(b(i)-a(i,i+1:n)*x(i+1:n,1))/a(i,i);
end;
```

3.2 herm5.m

```
function c=herm5(x0,f0,df0);
if nargin<3,
    error('Not enough arguments."');
end;
if ( (size(x0)~=size(f0)) | (size(f0)~=size(df0)) | (size(x0)~=size(df0)) ),
    error('Wrong size of input');
end;
if size(x0)~=3
    error('Not right # of points.');
end;
a=[[x0.^5]' [x0.^4]' [x0.^3]' [x0.^2]' x0' [ones(size(x0))]'
    [5*x0.^4]' [4*x0.^3]' [3*x0.^2]' [2*x0]' [ones(size(x0))]' [zeros(size(x0)
b=[f0'
    df0'];
c=gauss(a,b)
```

3.3 herm8.m

```
function c=herm5(x0,f0,df0,ddf0);
if nargin<3,
    error('Not enough arguments.');
end;
if ( (size(x0)~=size(f0)) | (size(f0)~=size(df0)) | (size(x0)~=size(df0)) ),
    error('Wrong size of input');
end;
if size(x0)~=3
    error('Not right # of points.');
end;
a=[[x0.^8]' [x0.^7]' [x0.^6]' [x0.^5]' [x0.^4]' [x0.^3]' [x0.^2]' x0' [ones(siz
    [8*x0.^7]' [7*x0.^6]' [6*x0.^5]' [5*x0.^4]' [4*x0.^3]' [3*x0.^2]' [2*x0]' [
    [8*7*x0.^6]' [7*6*x0.^5]' [30*x0.^4]' [20*x0.^3]' [12*x0.^2]' [6*x0]' [2*[c
b=[f0'
    df0'
    ddf0'];
c=gauss(a,b)
```

3.4 sortri.m

```
function [x,k]=sortri(a,b,tol,w);
if nargin<2,
    error('Wrong input');
end;
if nargin<3,
    tel=eps;
end;
if nargin<4,
    d=diag(a);
    D=diag(d,0);
    L=tril(a)-D;
    U=triu(a)-D;
    B=-inv(D)*(L+U);
    y=eig(B);
    p=max(abs(y));
    less=min(y);
    if less<0,
        w=1;
    else
        w=2/(1+sqrt(1-p^2));
    end;
end;
n=length(b);
x=ones(n,1);
xnew=zeros(n,1);
k=0;
while max(abs(xnew-x))>tol & k<2000,
    x=xnew;
    k=k+1;
    xnew(1)=(1-w)*x(1)+w/a(1,1)*(b(1)-a(1,2)*x(2));
    for i=2:n-1,
        xnew(i)=(1-w)*x(i)+w/a(i,i)*(b(i)-a(i,i-1)*xnew(i-1)-a(i,i+1)*x(i+1));
    end;
    xnew(n)=(1-w)*x(n)+w/a(n,n)*(b(n)-a(1,n-1)*xnew(n-1));
end;
x=xnew;
```

3.5 question1a.m

```
clear all;
clf;
format long;
x0=[-3*pi/2 0 3*pi/2];
f0=sin(x0);
df0=cos(x0);
c=herm5(x0,f0,df0);
x=-3*pi/2:0.1:3*pi/2;
y=polyval(c,x);
```

```
z=sin(x);
error=z-y;
plot(x,y,'g',x,z,'b',x,error,'r')
legend('Hermite Polynomial','Sin(x)','Error',4);
grid on;
```

3.6 question1b.m

```
clear all;
clf;
format long;
x0=[-pi/2 0 pi/2];
f0=sin(x0);
df0=cos(x0);
c=herm5(x0,f0,df0);
x=-pi/2:0.1:pi/2;
y=polyval(c,x);
z=sin(x);
error=z-y;
plot(x,y,'g*',x,z,'r',x,error,'b')
legend('Hermite Polynomial','Sin(x)','Error',4);
grid on;
```

3.7 question2a.m

```
clear all;
format long;
x0=[-3*pi/2 0 3*pi/2];
f0=sin(x0);
df0=cos(x0);
ddf0=-sin(x0);
c=herm8(x0,f0,df0,ddf0);
x=-3*pi/2:0.1:3*pi/2;
y=polyval(c,x);
z=sin(x);
error=z-y;
plot(x,y,'g',x,z,'b',x,error,'r')
legend('Hermite Polynomial','Sin(x)','Error',4);
grid on;
```

3.8 question2b.m

```
clear all;
format long;
x0=[-pi/2 0 pi/2];
f0=sin(x0);
df0=cos(x0);
ddf0=-sin(x0);
c=herm8(x0,f0,df0,ddf0);
x=-pi/2:0.1:pi/2;
```

```
y=polyval(c,x);
z=sin(x);
error=z-y;
plot(x,y,'r*',x,z,'b',x,error,'g')
legend('Hermite Polynomial','Sin(x)','Error',4);
grid on;
```

3.9 question3a.m

```
clear all;
clf;
format long;
v=[3 3];
u=1;
for i=1:197,
    v=[v 3];
    u=[u 1];
end;
a=diag(v)+diag(u,1)+diag(u,-1);
for i=1:199,
    b(i)=i/1000;
end;
r=0;
for w=0.1:0.05:1.9,
    [x,k]=sortri(a,b,1e-5,w)
    w
    r=[r k];
end;
w=0.1:0.05:1.9;
w=[0 w];
plot(w,r,'r*');
XLABEL('w');
YLABEL('# of times');
grid on;
```

3.10 question3b.m

```
d=diag(a);
D=diag(d,0);
L=tril(a)-D;
U=triu(a)-D;
B=-inv(D)*(L+U);
y=eig(B);
p=max(abs(y));
w=2/(1+sqrt(1-p^2));
```

Created with LaTeX
Algorithms programmed in MATLAB