



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών

Όνομα : Κάραλης Νικόλας
A/M: 09104042

Εργαστηριακή Άσκηση 15
Παλμογράφος

Συνεργάτες:
Καλαμαρά Αντιγόνη

Υπεύθυνος Εργαστηρίου:
Λυκοδήμος

Ημερομηνία Διεξαγωγής : 10/5/2005
Ημερομηνία Παράδοσης : 17/5/2005

Σκοπός της Άσκησης:

Σκοπός της άσκησης αυτής είναι η μέτρηση της συνεχούς και εναλλασσόμενης τάσης, συχνότητας και διαφοράς φάσης μεταξύ δύο κυματομορφών. Ακόμα, σκοπός είναι να μελετηθεί το φαινόμενο των διακροτημάτων και οι καμπύλες Lissajous.

Πειραματική Μέθοδος

Σε αυτό το πείραμα θα μετρήσουμε την συνεχή τάση μιας μπαταρίας καθώς και τη συχνότητα μιας κυματομορφής προερχόμενης από μια γεννήτρια εναλλασσόμενης τάσης.

Ακόμα θα μετρήσουμε τη διαφορά φάσης μεταξύ της τάσης και του ρεύματος ενός κυκλώματος RC. Για να το κάνουμε αυτό μετράμε τη χρονική διαφορά της απεικόνισης στον παλμογράφο των κυματομορφών που προκύπτουν από την μέτρηση των τάσεων στα άκρα του κυκλώματος και στα άκρα της αντίστασης.

Επίσης θα μελετήσουμε τη σύνθεση δύο αρμονικών ταλαντώσεων με παραπλήσιες συχνότητες οι οποίες παράγονται από δύο γεννήτριες εναλλασσόμενης τάσης συνδεδεμένες σε σειρά. και θα προσδιορίσουμε την περίοδο των διακροτημάτων που προκύπτουν.

Τέλος, παρατηρούμε της καμπύλες Lissajous που σχηματίζονται καθώς μεταβάλλεται ο λόγος των συχνοτήτων των δύο ταλαντώσεων.

Πειραματική διάταξη

Η πειραματική διάταξη αποτελείται από έναν παλμογράφο τύπου HUNG CHANG L202 20MHz, δύο γεννήτριες χαμηλών συχνοτήτων, ένα κύκλωμα RC καθώς και μια μπαταρία συνεχούς τάσης.

Επεξεργασία Δεδομένων

Άσκηση 1

Πείραμα 1

Θέλουμε να προσδιορίσουμε την τάση μιας μπαταρίας συνεχούς τάσης την οποία και συνδέουμε στον παλμογράφο. Την μετράμε και βρίσκουμε ότι είναι

$$V = 9,0 \pm 0,1V.$$

Πείραμα 2

Θέλουμε να προσδιορίσουμε την τάση μιας γεννήτριας εναλλασσόμενης τάσης την οποία και συνδέουμε στον παλμογράφο. Την μετράμε και βρίσκουμε ότι είναι $V_0 = 3,0 \pm 0,1V$. Ακόμα μετράμε την περίοδο της ημιτονικής κυματομορφής που απεικονίζεται στον παλμογράφο. Βρίσκουμε ότι είναι

$$T = 5ms \pm 0,1 ms$$

Πείραμα 3

Σε ένα κύκλωμα RC με $R = 6,8k\Omega$ και $C = 0,05\mu F$ θέλουμε να μετρήσουμε τη διαφορά φάσης μεταξύ της τάσης και του ρεύματος. Η περίοδος της κυματομορφής είναι $T = 5ms \pm 0,1ms$ και η χρονική διαφορά τους είναι $\Delta t = 1ms \pm 0,1ms$.

Πείραμα 4

Θέλουμε να μετρήσουμε την περίοδο ενός διακροτήματος που παράγεται από τη σύνθεση δύο αρμονικών ταλαντώσεων και να συγκρίνουμε τη μέτρηση αυτή με τη θεωρητικά αναμενόμενη τιμή. Μετράμε την περίοδο του διακροτήματος η οποία είναι $T = 65ms \pm 1ms$ ενώ οι περίοδοι των 2 ταλαντώσεων είναι

$$T_1 = 5,2ms \pm 0,1ms \text{ και } T_2 = 5ms \pm 0,1ms$$

Άσκηση 2

Η ενεργός τιμή της εναλλασσόμενης τάσης ορίζεται από τη σχέση $V_{\text{ev}} = V_0/\sqrt{2}$. Συνεπώς αφού έχουμε $V_0 = 3,0 \pm 0,1 V$ και $\delta V_{\text{ev}} = \delta V_0/\sqrt{2}$ θα είναι $V_{\text{ev}} = 2,1 \pm 0,1$

Για την συχνότητα της κυματομορφής ισχύει $\nu = 1/T$, και $\delta \nu = 1/T^2 \delta T$ οπότε έχουμε $\nu = 200 \pm 5 \text{ Hz}$

Άσκηση 3

Η διαφορά φάσης και το σφάλμα της μεταξύ του ρεύματος και της τάσης

$$\phi = 2\pi \frac{\Delta t}{T} \quad \text{και} \quad \delta \phi = 2\pi \frac{\Delta t}{T} \sqrt{\left(\frac{\delta \Delta t}{\Delta t}\right)^2 + \left(\frac{\delta T}{T}\right)^2}$$

δίνεται από τη σχέση

$$\text{Συνεπώς } \phi = 1,256 \pm 0,1$$

Επειδή όμως το ρεύμα προηγείται χρονικά της τάσης, η διαφορά φάσης είναι αρνητική, οπότε $\phi = -1,256 \pm 0,1$

Άσκηση 4

Η διαφορά φάσης μπορεί να υπολογιστεί θεωρητικά με την εξίσωση

$$\tan(\phi) = \frac{-1}{\omega C R} \Rightarrow \phi = \arctan\left(-\frac{T}{2\pi RC}\right)$$

Από αυτήν την εξίσωση παίρνουμε την τιμή $\phi = \arctan(-2,34)$

Άσκηση 5

Η πειραματική τιμή διαφέρει από την θεωρητική σε ποσοστό μεγαλύτερο από αυτό που το σφάλμα επιτρέπει. Όμως και η θεωρητική τιμή έχει υπολογιστεί με σφάλμα καθώς έχουμε χρησιμοποιήσει τις τιμές R και C καθώς και την πειραματικά υπολογιζόμενη τιμή T.

Άσκηση 6

Για την συχνότητα των διακροτημάτων ισχύει $\nu = 1/T$, και $\delta\nu = 1/T^2 \delta T$ οπότε έχουμε $\nu = 15,3 \pm 0,2 \text{ Hz}$

Άσκηση 7

Για τη συχνότητα των ημιτονικών κυματομορφών που συνθέτουν το διακρότημα ισχύει $\nu = 1/T$, και $\delta\nu = 1/T^2 \delta T$ οπότε έχουμε

$$\nu_1 = 200,0 \pm 4,0 \text{ Hz}$$

$$\nu_2 = 192,3 \pm 3,4 \text{ Hz}$$

Άσκηση 8

Το σφάλμα της διαφοράς συχνοτήτων $\nu_{12} = \nu_1 - \nu_2$ δίνεται από τη σχέση $\delta\nu_{12} = \sqrt{(\delta\nu_1)^2 + (\delta\nu_2)^2}$, οπότε έχουμε $\nu_{12} = 7,7 \pm 5,2 \text{ Hz}$

Άσκηση 9

Η τιμή της διαφοράς των συχνοτήτων βρίσκεται σχετικά κοντά στην τιμή της συχνότητας του διακροτήματος. Βέβαια, το σφάλμα της διαφοράς είναι πάρα πολύ μεγάλο, και γι' αυτό δεν μπορούν να εξαχθούν ασφαλή αποτελέσματα.

Άσκηση 10

Έχοντας τις 2 γεννήτριες συνδεδεμένες σε σειρά μεταξύ τους και με τον παλμογράφο, πειραματιζόμενοι με διάφορες τιμές των συχνοτήτων και παρατηρώντας τη μεταβολή των καμπυλών Lissajous, επαληθεύουμε την ισχύ της σχέσης $\omega_1/\omega_2 = N_1/N_2$, όπου N_1 και N_2 ο αριθμός των σημείων της καμπύλης Lissajous με την οριζόντια και κατακόρυφη αντίστοιχα του περιγεγραμμένου ορθογωνίου παραλληλογράμμου.

Άσκηση 11

Έστω ένα σύστημα με 2 βαθμούς ελευθερίας x και y που ταλαντώνεται έτσι ώστε $x = A \cos(\omega t)$ και $y = A \cos(\omega t + \phi)$.

Παρατηρήσαμε ότι η καμπύλη Lissajous για $\phi = 0^\circ$ είναι μια ευθεία. Αυτό επαληθεύεται και από τις εξισώσεις, καθώς για $\phi = 0$ έχουμε :

$$\left. \begin{array}{l} x = A \cos \omega t \\ y = A \cos \omega t \end{array} \right\} \Rightarrow y = x$$

η οποία είναι εξίσωση ευθείας.

Ακόμα για $\phi = 90^\circ$, από τις εξισώσεις έχουμε :

$$\left. \begin{array}{l} x = A \cos \omega t \\ y = A \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} y^2 + x^2 = A^2 \cos^2 \omega t + A^2 \cos^2(\omega t + \frac{\pi}{2}) \\ y^2 + x^2 = A^2 (\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t) \Rightarrow x^2 + y^2 = A^2 \end{array} \right.$$

η οποία είναι εξίσωση κύκλου.