



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών

Όνομα : Κάραλης Νικόλας
A/M: 09104042

Εργαστηριακή Άσκηση 14
Μέτρηση του λόγου e/m του ηλεκτρονίου.

Συνεργάτες:
Καΐνιχ Αλέξανδρος

Υπεύθυνος Εργαστηρίου:

Ημερομηνία Διεξαγωγής : 5/4/2005
Ημερομηνία Παράδοσης : 12/4/2005

Σκοπός της Άσκησης:

Σκοπός της άσκησης αυτής είναι ο προσδιορισμός του λόγου του φορτίου προς τη μάζα του ηλεκτρονίου, μέσω της μελέτης κίνησης δέσμης ηλεκτρονίων σε μαγνητικό και ηλεκτρικό πεδίο.

Θεωρία

Η μαγνητική δύναμη \vec{F}_m που δρα σε ένα σωματίδιο φορτίου q κινούμενο με ταχύτητα \vec{v} μέσα σε ένα μαγνητικό πεδίο \vec{B} είναι

$$\vec{F}_m = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

Όταν το μαγνητικό πεδίο είναι κάθετο στην ταχύτητα η προηγούμενη σχέση γράφεται ως

$$F_m = evB \quad (1)$$

όπου e το φορτίο του ηλεκτρονίου.

Τότε τα ηλεκτρόνια κινούνται σε κυκλική τροχιά και η κεντρομόλος δύναμη ισούται με

$$F_c = m \frac{v^2}{r} \quad (2)$$

όπου m η μάζα του ηλεκτρονίου, v η ταχύτητά του και r η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς. Η μόνη δύναμη που ασκείται στα ηλεκτρόνια είναι η δύναμη του μαγνητικού πεδίου, συνεπώς οι σχέσεις (1) και (2) δίνουν

$$F_m = F_c \Leftrightarrow evB = m \frac{v^2}{r} \Leftrightarrow e/m = \frac{v}{B \cdot r} \quad (3)$$

Έτσι, για να υπολογίσουμε το λόγο e/m πρέπει να ξέρουμε την ταχύτητα των ηλεκτρονίων, το μαγνητικό πεδίο (το οποίο στο πείραμα αυτό παράγεται από ένα πηνίο Helmholtz) και την ακτίνα της κυκλικής τροχιάς που ακολουθεί η δέσμη.

Τα ηλεκτρόνια επιταχύνονται λόγω του ηλεκτρικού δυναμικού V και επομένως η κινητική τους ενέργεια είναι

$$\frac{1}{2} m \cdot v^2 = eV$$

Από τη σχέση αυτή υπολογίζουμε την ταχύτητά τους

$$v = \sqrt{\frac{2eV}{m}} \quad (4)$$

Το μαγνητικό πεδίο που παράγεται από το πηνίο Helmholtz είναι

$$B = \frac{N\mu_0 I}{(5/4)^{3/2} \cdot a} \quad (5)$$

Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (4) και (5) στην (3) προκύπτει η σχέση

$$e/m = \frac{2 \cdot V (5/4)^3 a^2}{(N\mu_0 I r)^2} \quad (6)$$

όπου V είναι το ηλεκτρικό δυναμικό που επιταχύνει τα ηλεκτρόνια, a η ακτίνα των σπειρών του πηνίου, N ο αριθμός των σπειρών του πηνίου, μ_0 η μαγνητική διαπερατότητα του κενού, I η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο και r η ακτίνα της τροχιάς των ηλεκτρονίων.

Στην πειραματική διάταξη έχουμε $N = 130$ σπείρες, $R = 0,15 \text{ m}$, ενώ ισχύει $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$, συνεπώς έχουμε :

$$B = 0,00078 I$$

$$e/m = 3287310,98 V (1/r^2 I^2)$$

Πειραματική Μέθοδος

Στο πείραμα θα ακολουθήσουμε 2 μεθόδους για να υπολογίσουμε το λόγο e/m . Στη μία, κάνουμε 10 μετρήσεις, και από τις εξισώσεις που βρήκαμε παραπάνω υπολογίζουμε 10 τιμές του e/m . Έπειτα βρίσκουμε τη μέση τιμή του λόγου καθώς και το σφάλμα της μέσης τιμής. Στη δεύτερη μέθοδο, βρίσκουμε μία γραμμική σχέση μεταξύ των r^2 και $1/I^2$. Με τα πειραματικά δεδομένα, σχεδιάζουμε τη βέλτιστη ευθεία και βρίσκοντας την κλίση της, μπορούμε να υπολογίσουμε το λόγο e/m .

Πειραματική διάταξη

Η πειραματική διάταξη αποτελείται από τα εξής :

- 1) Μια καθοδική λυχνία ατμών υδραργύρου σε χαμηλή πίεση, η οποία περιέχει : α) μία κάθοδο έμμεσης θέρμανσης τροφοδοτούμενη με τάση 6.3 V και ρεύμα 3A, β) μια διπλή άνοδο που τροφοδοτείται με συνεχή τάση μέχρι 210V, γ) ένα ζευγάρι πλακιδίων απόκλισης που μπορεί να τροφοδοτηθεί με τάση ίδια με την ανοδική
- 2) Ένα ζευγάρι πηνίων Helmholtz για τη δημιουργία του μαγνητικού πεδίου
- 3) Ένα τροφοδοτικό χαμηλής σταθεροποιημένης τάσης 6-8 V για την τροφοδότηση των πηνίων Helmholtz.
- 4) Ένα αμπερόμετρο για την μέτρηση του ρεύματος που διαρρέει τα πηνία Helmholtz.
- 5) Ένα τροφοδοτικό υψηλής συνεχούς τάσης (0 - 350V) για την τροφοδότηση της λυχνίας, με ενσωματωμένο βολτόμετρο για την μέτρηση

της ανοδικής τάσης V . Το ίδιο τροφοδοτικό παρέχει και εναλλασσόμενη τάση για την θέρμανση της καθόδου της λυχνίας.

6) Ένα κιβώτιο συνδεσμολογίας που αποτελεί και τη βάση της λυχνίας και των πηνίων.

7) Ένα βαθμολογημένο καθρέφτη, τοποθετημένο πίσω από τη λυχνία για τη μέτρηση της ακτίνας της κυκλικής τροχιάς των ηλεκτρονίων.

Επεξεργασία Δεδομένων

Σφάλματα ανάγνωσης των μετρήσεων

Το σφάλμα της μέτρησης της τάσης είναι $\delta V = \pm 5 \text{ V}$.

Το σφάλμα της μέτρησης της έντασης του ρεύματος είναι $\delta I = \pm 0,03 \text{ A}$.

Το σφάλμα της μέτρησης της ακτίνας είναι $\delta r = \pm 2^{1/2} \text{ mm}$.

Υπολογισμός της μέσης τιμής του λόγου e/m .

Στον παρακάτω πίνακα είναι καταχωρημένες οι τιμές των V , I , r και οι αντίστοιχες τιμές των υπολογιζόμενων B και e/m .

Έπειτα, υπολογίζεται η μέση τιμή του λόγου e/m καθώς και το σφάλμα της μέσης τιμής.

A/A	V (V)	I (A)	R left (m)	R right (m)	r (m)	B (Tesla)	e/m (C/kg)
1	210	1,20	4,40	5,00	0,0470	0,000936	$2,17 \times 10^{11}$
2	200	1,30	4,30	4,60	0,0445	0,001014	$1,96 \times 10^{11}$
3	190	1,40	3,80	4,10	0,0395	0,001092	$2,04 \times 10^{11}$
4	180	1,50	3,40	3,70	0,0355	0,001170	$2,09 \times 10^{11}$
5	170	1,60	3,20	3,50	0,0335	0,001248	$1,95 \times 10^{11}$
6	200	1,20	4,40	4,90	0,0465	0,000936	$2,11 \times 10^{11}$
7	190	1,15	4,40	4,70	0,0455	0,000897	$2,28 \times 10^{11}$
8	180	1,20	4,30	4,90	0,0460	0,000936	$1,94 \times 10^{11}$
9	170	1,20	4,30	4,90	0,0460	0,000936	$1,83 \times 10^{11}$
10	160	1,20	3,80	4,00	0,0390	0,000936	$2,40 \times 10^{11}$

Η μέση τιμή του λόγου e/m είναι $2,08 \times 10^{11} \text{ C/Kg}$

Το απόλυτο σφάλμα της μέσης τιμής δίνεται από τη σχέση

$$\delta(e/m) = \sqrt{\sum \{(e/m)_i - (e/m)\}^2} / n(n-1)$$
 , συνεπώς έχουμε :

$$\delta(e/m) = 0,26 \times 10^{11} \text{ C/Kg}$$

Το σχετικό σφάλμα της μέσης τιμής δίνεται από τη σχέση

$$\sigma_{\sigma\chi} = \delta(e/m) / (e/m)$$
 , οπότε έχουμε $\sigma_{\sigma\chi} = 0,1250$ ή $\sigma_{\sigma\chi} = 12,5 \%$

Άρα $(e/m) = 2,08 \times 10^{11} \pm 0,26 \times 10^{11} \text{ (Cb / kg)}$

Υπολογισμός του λόγου e/m με χρήση της γραφικής μεθόδου.

A/A	I (A)	r (m)	$1/I^2$ ($1/A^2$)	r^2 (m^2)	$\delta 1/I^2$ ($1/A^2$)	δr^2 (m^2)
1	1,1	0,0465	0,826	0,002162	0,0751	0,00045
2	1,2	0,0470	0,694	0,002209	0,0579	0,00043
3	1,3	0,0425	0,592	0,001806	0,0455	0,00038
4	1,4	0,0435	0,510	0,001892	0,0364	0,00035
5	1,5	0,0390	0,444	0,001521	0,0296	0,00032

Στον παραπάνω πίνακα φαίνονται οι μετρήσεις της έντασης του ρεύματος καθώς και της ακτίνας των ηλεκτρονίων σε τάση 200 V.

Τα σφάλματα των μετρήσεων υπολογίζονται ως εξής :

- $\delta(1/I^2) = \{\partial(1/I^2)/\partial I\} \delta I \Rightarrow \delta(1/I^2) = 2/I^3 \delta I = 0,1 / I^3$
- $\delta(r^2) = \{\partial(r^2)/\partial r\} \delta r \Rightarrow \delta(r^2) = 2r \delta r = 0,1 r$

Στην γραφική παράσταση, βλέπουμε τα σημεία (r^2 , $1/I^2$) καθώς και τα σφάλματά τους.

Ο υπολογισμός της κλίσης της ευθείας γίνεται γραφικά, και καταλήγουμε :
 $\alpha = 0,0030$

Από τη θεωρία, με απλές πράξεις αν αντικαταστήσουμε $V = 200 \text{ V}$ έχουμε
 $(e/m) = 657462196 / \alpha$

Οπότε για $\alpha = 0,0030$ έχουμε : $e/m = 2,19 \times 10^{11} \text{ C/Kg}$

Με της εξισώσεις που παρατίθενται, καταλήγουμε σε μία σχέση μεταξύ της κλίσης της ευθείας και της του λόγου e/m . Από αυτή τη σχέση υπολογίζουμε το λόγο.

Σύγκριση των υπολογιζόμενων τιμών από τις 2 μεθόδους.

Παρατηρούμε ότι οι 2 τιμές που παίρνουμε από τις 2 μεθόδους δεν απέχουν πολύ μεταξύ τους, απέχουν όμως σημαντικά από τη θεωρητική τιμή του λόγου $(e/m) = 1,76 \times 10^{11}$. Αυτή η απόκλιση (της τάξεως του 20%) υπάρχει λόγω του σημαντικότερου σφάλματος ανάγνωσης των οργάνων και κυρίως το σφάλμα μέτρησης της ακτίνας των ηλεκτρονίων. Επιπλέον, το πάχος της δέσμης των ηλεκτρονίων μεταβάλλεται καθώς αλλάζει η ένταση και η τάση του ρεύματος, ενώ και το παραγόμενο από τα πηνία μαγνητικό πεδίο, δεν είναι «τελείως» ομογενές.

Παρατήρηση της κίνησης των ηλεκτρονίων όταν η ταχύτητα τους v δεν είναι κάθετη στο B .

Η πειραματική διάταξη μας δίνει τη δυνατότητα να στρέψουμε τη λυχνία κατά τρόπο τέτοιο ώστε η ταχύτητα u των ηλεκτρονίων να μην είναι κάθετη στη διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου. Τότε, στις εξισώσεις της ταχύτητας υπεισέρχεται ο παράγοντας $\sin x$ (για το u_x) και ο παράγοντας $\cos x$ (για το u_y). Έτσι, από τη σύνθεση της κυκλικής και της ευθύγραμμης τροχιάς σε κάθετους άξονες, προκύπτει μια σπειροειδής κίνηση.

Ακόμα, η αύξηση του ρεύματος συνεπάγεται αύξηση της έντασης του μαγνητικού πεδίου άρα και μείωση της ακτίνας της τροχιάς και της περιόδου. Αυτό οδηγεί σε αύξηση του αριθμού των σπειρών που σχηματίζονται και παρατηρούνται.

Παρατήρηση της κίνησης των ηλεκτρονίων μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο και στο συνδυασμό ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου.

Μετά την αποσύνδεση των πηνίων Helmholtz και την εφαρμογή διαφοράς δυναμικού μεταξύ των πλακιδίων αποκλίσεως, παρατηρούμε κίνηση της δέσμης ηλεκτρονίων προς το θετικά φορτισμένο πλακίδιο. Από αυτό καταλαβαίνουμε ότι το ηλεκτρόνιο είναι αρνητικά φορτισμένο.

Κατά την εφαρμογή δύο πεδίων (ηλεκτρικό και μαγνητικό) στη λυχνία, είναι δυνατό να αναιρεθεί η δράση των δυο πεδίων, αλλά αυτό μπορεί να συμβεί μόνο στο χώρο μεταξύ των δύο πλακιδίων όπου το ηλεκτρικό πεδίο είναι αρκετά ισχυρό (εν συγκρίσει με το μαγνητικό).