Εθνικό **Μ**ετσόβιο **Π**ολυτεχνείο
Σχολή **Ε**φαρμοσμένων **Μ**αθηματικών και **Φ**υσικών **Ε**πιστημών

Όνομα : Κάραλης Νικόλας
Α/Μ: 09104042

Εργαστηριακή Άσκηση 30
Μέτρηση του συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας υλικών.

Συνεργάτες:
Καλαμαρά Αντιγόνη

Υπεύθυνος Εργαστηρίου:

Ημερομηνία Διεξαγωγής : 3/11/2005
Ημερομηνία Παράδοσης : 10/11/2005

Εισαγωγή

Σκοπός αυτής της εργαστηριακής άσκησης είναι η μέτρηση του συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας ενός καλού (ορειχάλκινη ράβδος) και ενός κακού αγωγού θερμότητας. Επιπλέον μετράμε την σταθερά χρόνου θέρμανσης καθώς και την κατανομή θερμοκρασίας της ορειχάλκινης ράβδου.

Στοιχεία Θεωρίας

Όταν θερμαίνουμε ένα σώμα, του προσδίδουμε ενέργεια, και για αυτό το λόγο τα άτομα του σώματος αυτού ταλαντώνονται ταχύτερα καθώς αυξάνεται η ενέργεια ταλάντωσης τους. Λόγω της αλληλεπίδρασης αυτών, όλα τα άτομα του σώματος αποκτούν μεγαλύτερη ενέργεια έως ότου επέλθει θερμική ισορροπία. Αυτό παρατηρείται ως ροή θερμότητας από τις θερμότερες στις ψυχρότερες περιοχές. Στα μέταλλα, η ύπαρξη ελεύθερων ηλεκτρονίων προκαλεί ταχύτερη διάδοση της θερμότητας και άρα ταχύτερη αποκατάσταση της θερμικής ισορροπίας.

Κατανομή θερμοκρασίας κατά μήκος ράβδου

Σύμφωνα με το Θεμελιώδη Νόμο της Θερμικής Αγωγιμότητας, η ποσότητα θερμότητας που ρέει ανά μονάδα χρόνου κατά μήκος μιας ομογενούς μεταλλικής ράβδου μήκους L με σταθερό εμβαδόν διατομής S είναι :

$$\frac{dQ}{dT} = -\lambda S \frac{dT}{dx}$$

όπου $\frac{dT}{dx}$ ο ρυθμός μεταβολής της θερμοκρασίας ανά μονάδα μήκους οι οποία καλείται θερμοβαθμίδα και λ ο χαρακτηριστικός για το υλικό συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας.

Αν το ένα άκρο της ράβδου που εξετάζουμε έρθει σε επαφή με σώμα μεγάλης θερμοχωρητικότητας και σταθερής θερμοκρασίας ίσης με αυτή του περιβάλλοντος, και διοχετεύσουμε στο άλλο άκρο σταθερή θερμική ισχύ P, τότε θα διαμορφωθεί στη ράβδο μια γραμμική κατανομή θερμοκρασίας της μορφής :

$$T(x) = \mathrm{T}_{\pi} + \frac{\mathrm{T}_1 - \mathrm{T}_{\pi}}{L} x$$

Σταθερά χρόνου θέρμανσης

Η σταθερά χρόνου θέρμανσης τ_0 που εκφράζει την εκθετική αύξηση της θερμοκρασίας σε κάθε σημείο της ράβδου έως ότου επέλθει θερμική ισορροπία, είναι ανάλογη του παράγοντα : $\frac{\rho c}{\lambda} L^2$

Συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας καλού αγωγού

$$P = \frac{dQ}{dT} = -\lambda S \frac{\Delta T}{L} \Leftrightarrow \frac{\Delta \mathrm{T}}{L} = -\frac{1}{\lambda S} P$$

Συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας κακού αγωγού

$$T = T_\pi + (\mathrm{T}_{\alpha\rho\chi} - \mathrm{T}_\pi) e^{-\frac{\lambda S}{mca} t}$$

Πειραματική διάταξη

Η πειραματική διάταξη αποτελείται από :
1. Μια μεταλλική βάση μεγάλης θερμοχωρητικότητας
2. Μια ορειχάλκινη ράβδο, μήκους $L = 70 \times 10^{-3}\, m$ και διαμέτρου $d = (11.0 \pm 0.1) \times 10^{-3}\, m$.

Για τη διατομή της ράβδου ισχύει : $S = \frac{\pi d^2}{4}$, οπότε:

$$\delta S = \left| \frac{\partial S}{\partial d} \right| \delta d = \pi \frac{d}{2} \delta d = 0.17 \times 10^{-5}\, m^2$$

και τελικά : $S = (9.50 \pm 0.17) \times 10^{-5}\, m^2$
Το ένα άκρο της ράβδου βρίσκεται σε επαφή με τη μεταλλική βάση ενώ στο άλλο υπάρχει ένας λαμπτήρας που λειτουργεί σαν πηγή θερμότητας.
Η ράβδος έχει 5 υποδοχές οι οποίες απέχουν μεταξύ τους $(15.0 \pm 0.1) \times 10^{-3}\, m$, ενώ η πρώτη απέχει $5 \times 10^{-3}\, m$ από τη μεταλλική βάση.
3. Μεταλλικός δίσκος διαμέτρου $d = (59.6 \pm 0.3) \times 10^{-3}\, m$ και μάζας m = 351,5gr.
Όπως παραπάνω βρίσκουμε ότι το εμβαδόν του δίσκου είναι :
$S_d = (270.0 \pm 2.8) \times 10^{-5}\, m^2$
4. Τροφοδοτικό σταθερής τάσης, που παρέχει τάση 0-15 Watt.
5.Ψηφιακό θερμόμετρο θερμικής αδράνειας $\cong 30\sec$, διακριτικής ικανότητας 0,1 ^oC και σφάλματος 0,5 ^oC .
6.Λεπτό φύλλο κακού αγωγού θερμότητας πάχους α = 0,100 ± 0,005mm
7.Ηλεκτρικός θερμαντήρας

Μετρήσεις

Σταθερά χρόνου θέρμανσης της ράβδου (P = 3W)

Πίνακας 1

t (s)	T (^oC)
0	21,5
30	25,5
60	28,1
90	30,0
120	31,2
150	32,0
180	32,5
210	32,7
240	33,1
270	33,3
300	33,3

Μέτρηση του συντελεστή λ του ορείχαλκου

Πίνακας 2

P (W)	$T_1 (^oC)$	$T_2 (^oC)$
3,0	21,5	33,3
6,0	24,0	44,1
9,0	25,4	56,7
12,0	27,7	68,5
15,0	29,7	78,5

Εύρεση της κατανομής της θερμοκρασίας κατά μήκος της ράβδου (P = 15W)

Πίνακας 3

	x (cm)	T(x)(^oC)
T_1	0,5	78,5
T_2	2,0	67,3
T_3	3,5	55,0
T_4	5,0	41,5
T_5	6,5	29,7

Μέτρηση του συντελεστή λ κακού αγωγού θερμότητας

Πίνακας 4

Αέρας

t (s)	T (^oC)
0	75,0
30	74,6
60	73,7
90	72,9
120	72,1
150	71,3
180	70,4

Πίνακας 5

Κακός Αγωγός

t (s)	T (^oC)
0	69,3
30	65,6
60	59,9
90	53,9
120	48,4
150	44,0
180	40,4
210	37,3
240	34,4
270	32,1

300	30,2
330	28,6
360	27,2

Επεξεργασία των μετρήσεων

Σταθερά χρόνου θέρμανσης της ράβδου

Λαμβάνοντας υπ' όψιν μας της μετρήσεις που έχουν καταγραφεί στον Πίνακα 1, σχεδιάζουμε τη γραφική παράσταση 1 της θερμοκρασίας του ελεύθερου άκρου συναρτήσει του χρόνου. Γνωρίζουμε θεωρητικά ότι σε χρόνο τ_0 η θερμοκρασία του ελεύθερου άκρου μεταβάλλεται κατά 63% της μέγιστης μεταβολής της θερμοκρασίας. Επειδή η μέγιστη μεταβολή είναι 33,3 – 21,5 = 11,8 ^oC και το 63% αυτής είναι 7,43 ^oC έχουμε ότι σε χρόνο τ_0 η θερμοκρασία θα είναι :

$T(\tau_0) = 21{,}5 + 7{,}43 = 28{,}93^0 C$

Από τη γραφική παράσταση βρίσκουμε ότι η θερμοκρασία αυτή αντιστοιχεί σε χρόνο $\tau_0 = 69\,^oC$

Αν ήταν $L_1 = 7 \cdot L$, τότε επειδή το τ_0 είναι ανάλογο του $\frac{\rho c}{\lambda} L^2$, θα ίσχυε :

$$\frac{\tau_{10}}{\tau_0} = \frac{L_1^2}{L^2} \Leftrightarrow \tau_{10} = \tau_0 \left(\frac{L_1}{L} \right)^2 = 49 \cdot \tau_0$$

Άρα τ_{10} =3381 ^oC

Η μεταβατική περίοδος θα διαρκούσε περίπου 5 τ_{10} = 16905 ^oC

Μέτρηση του συντελεστή λ του ορείχαλκου

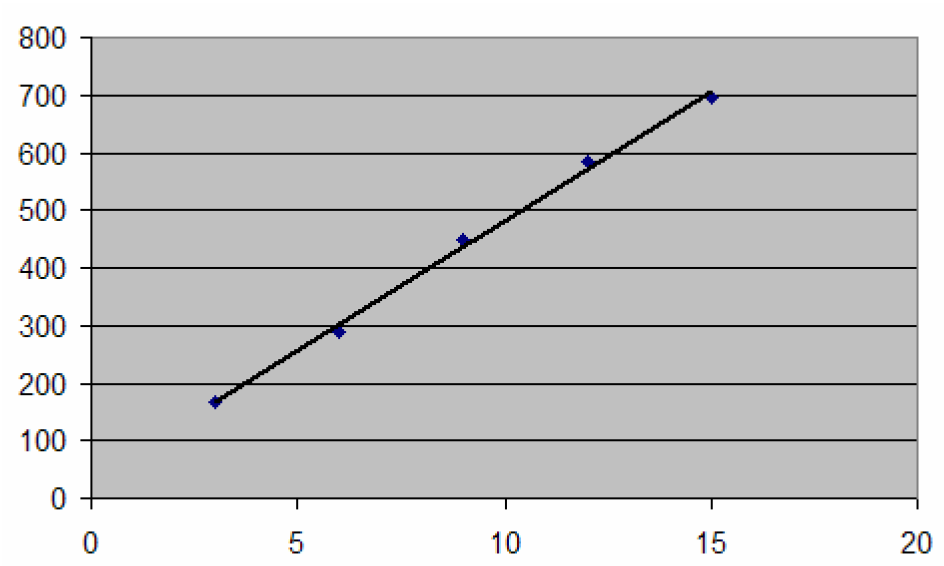
Από τον Πίνακα 2 προκύπτει ο παρακάτω πίνακας :

P(W)	$\frac{(T_5 - T_1)}{L} (\frac{^0C}{m})$
3	168,57
6	287,14
9	447,14
12	582,86
15	697,14

Με βάση τις τιμές του πίνακα αυτού σχεδιάστηκε η γραφική παράσταση 2 της θερμοβαθμίδα συναρτήσει τις ισχύος.

Με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων βρίσκουμε την κλίση της ευθείας καθώς και το σφάλμα της.

Η ευθεία είναι η y = αx + β, με α = 45,0 ± 1,4 και β = 30,7 ± 14,0



Όπως αναπτύχθηκε παραπάνω, έχουμε $K = -\frac{1}{\lambda S} \Leftrightarrow \lambda = -\frac{1}{KS}$

και το σφάλμα του λ δίνεται από τη σχέση : $\delta\lambda = \frac{1}{\lambda}\sqrt{\frac{\delta K^2}{K^2} + \frac{\delta S^2}{S^2}}$

Οπότε έχουμε : λ = (234,19 ± 26,21) W/m^oC

Κατανομή θερμοκρασίας κατά μήκος της ράβδου

Με σταθερή ισχύ 15 W μετρήσαμε την τιμή της θερμοκρασίας σε 5 διαδοχικές θέσεις της ράβδου, όπως φαίνεται στον Πίνακα 3.
Παρατηρούμε ότι η γραφική παράσταση 3 του T συναρτήσει του χ είναι γραμμική.

Μέτρηση του συντελεστή λ κακού αγωγού θερμότητας

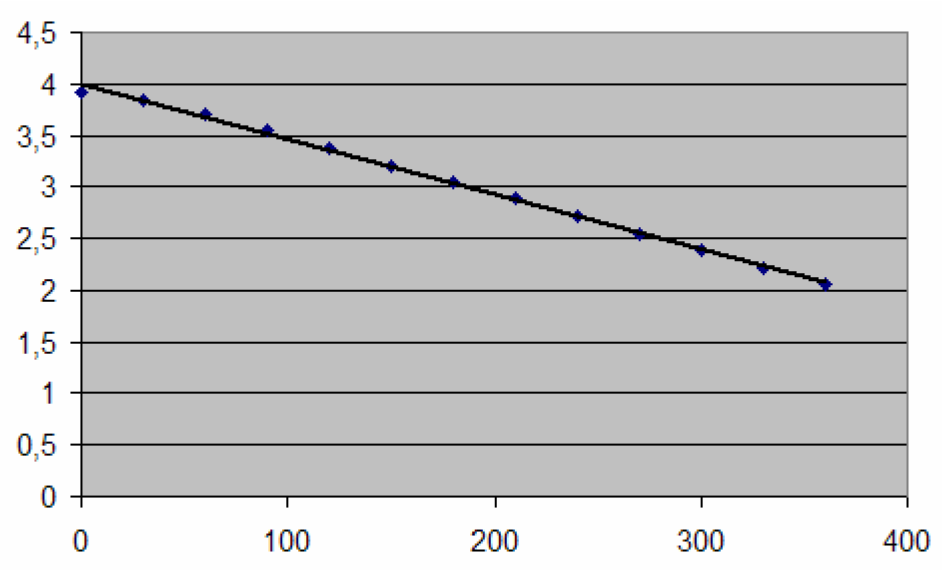
Με βάση τον Πίνακα 5 φτιάχνουμε τον παρακάτω πίνακα :

t (s)	T (^oC)	ln(T-T_π)
0	69,3	3,910
30	65,6	3,832
60	59,9	3,701
90	53,9	3,540
120	48,4	3,367
150	44,0	3,202
180	40,4	3,044
210	37,3	2,884
240	34,4	2,708
270	32,1	2,541
300	30,2	2,379
330	28,6	2,219
360	27,2	2,054

Από τους Πίνακες 4 και 5 σχεδιάζουμε τη γραφική παράσταση 4 της θερμοκρασίας συναρτήσει του χρόνου στις 2 περιπτώσεις και με βάση τον παραπάνω πίνακα σχεδιάζουμε την γραφική παράσταση 5 του ln(T-T_{π}) συναρτήσει του χρόνου.

Με τη μέθοδο τον ελαχίστων τετραγώνων βρίσκουμε την κλίση της ευθείας που προκύπτει στη γραφική παράσταση 5.

Η ευθεία είναι η y = αx + β με α = (-53,3 ± 0,7)$\cdot 10^{-4} s^{-1}$ και β = (39899 ± 150) $\cdot 10^{-4} s^{-1}$



Άρα η κλίση είναι Κ = (-53,3 ± 0,7)$\cdot 10^{-4} s^{-1}$

Όπως είδαμε από τη θεωρία, έχουμε $\lambda = -\mathrm{K}\dfrac{mca}{S_d}$

και $\delta\lambda = \dfrac{1}{S_d}\sqrt{(mc\alpha\delta\mathrm{K})^2 + (Kmc\delta\alpha)^2 + (\mathrm{K}c\alpha\delta m)^2 + \left(\dfrac{Kmc\alpha}{S_d}\delta S_d\right)^2}$

όπου c = 370 $\dfrac{J}{kg \cdot K}$ η ειδική θερμότητα του ορείχαλκου.

οπότε λ =(0,72±0,04)W/m ^{o}C