

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Институт компьютерных наук и технологий
Высшая школа программной инженерии

Лабораторная работа №3
по дисциплине «Статистическое моделирование»

Выполнил студент
гр. 33534/5

Стойкоски Н.С.

Руководитель

Чуркин В.В.

Санкт-Петербург
2019 г.

Содержание

| | |
|------------------------|---|
| Цель работы..... | 3 |
| Проведение работы..... | 3 |
| Результаты | 4 |
| Вывод..... | 8 |
| Текст программы..... | 8 |

Цель работы

1. Практическое освоение методов получения случайных величин, имеющих непрерывный характер распределения.
2. Разработка программных датчиков дискретных случайных величин.
3. Оценка точности моделирования: вычисление математического ожидания и дисперсии, сравнение полученных оценок с соответствующими теоретическими значениями.
4. Графическое представление функции плотности распределения и интегральной функции распределения.

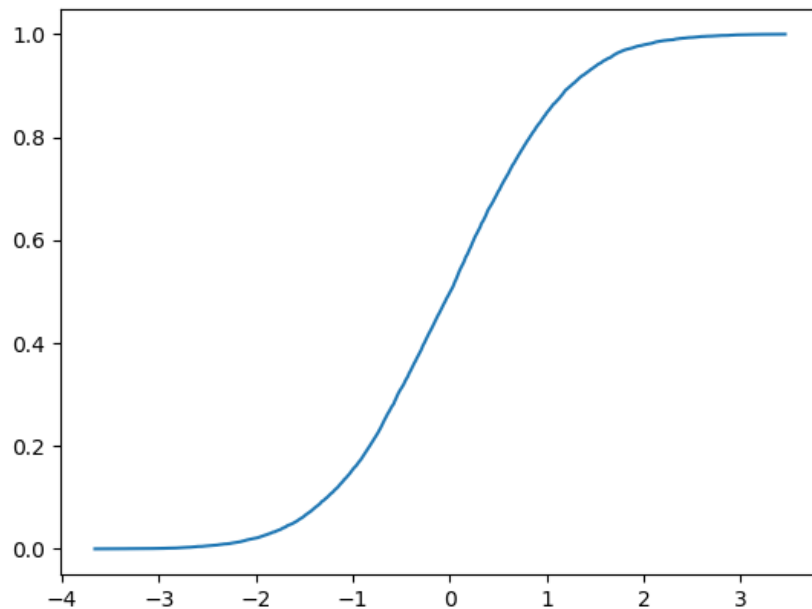
Проведение работы

Была написана программа на языке python, содержащая набор функций для генераций случайных величин, имеющих непрерывный характер распределения в соответствии с разных алгоритмов моделирования. Так же были написаны функции которые получают последовательности заданного распределения используя генераторов случайных величин, далее вычисляется математическое ожидание и дисперсия полученной последовательности, а так же и соответствующие теоретические значения. Строится таблица результатов и графики функции плотности распределения и интегральной функции распределения с использованием библиотеки matplotlib.

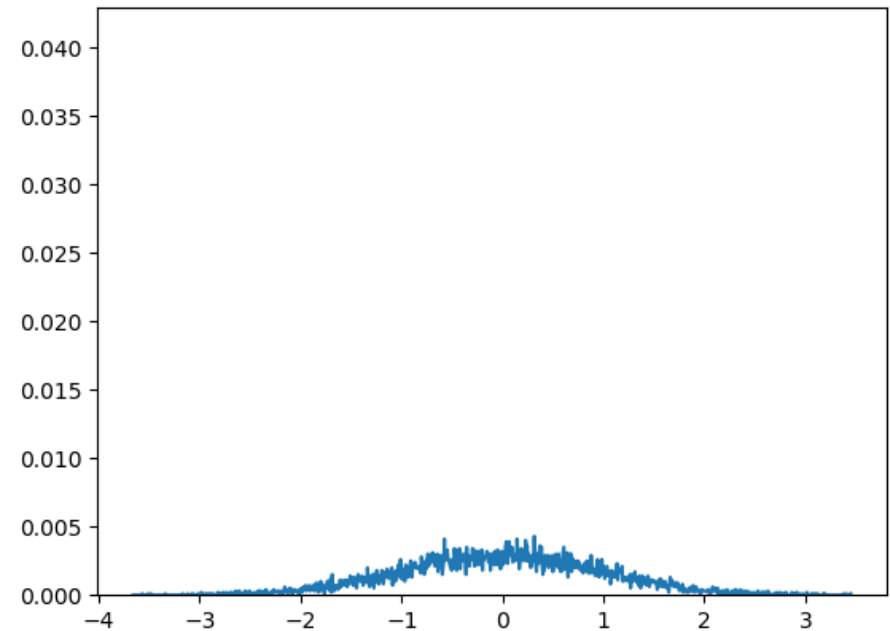
Результаты

1. Нормальное распределение

| Момент | RNNRM1 | RNNRM2 | Теоретическое значение |
|--------|---------|--------|------------------------|
| @M@ | -0,0064 | 0,0037 | 0.0 |
| @D@ | 0,9670 | 0,9952 | 1.0 |



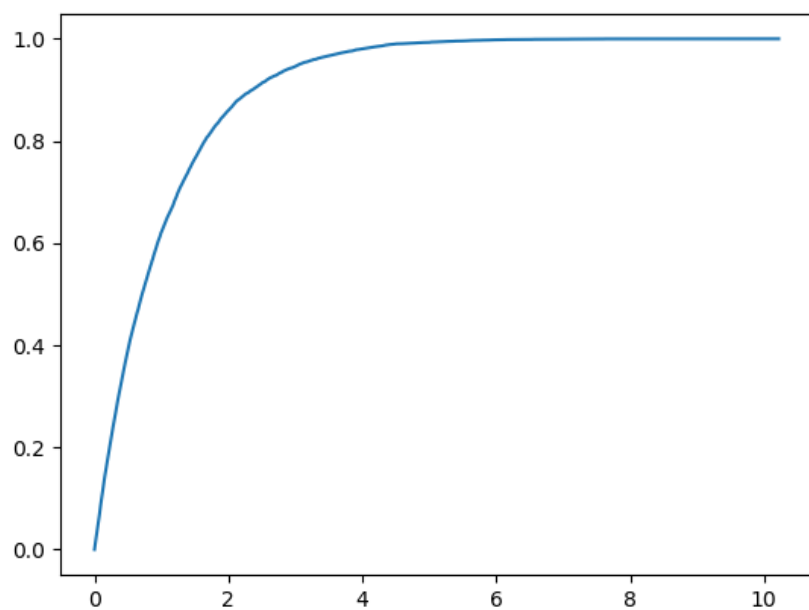
Интегральная функция распределения



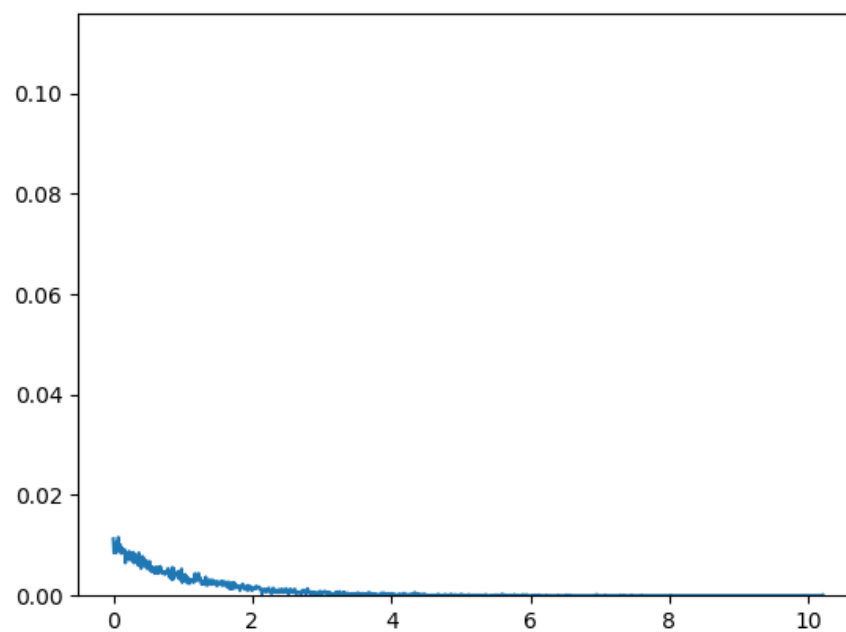
Функция плотности вероятности

2. Экспоненциальное распределение

| Момент | RNEXP | Теоретическое значение |
|--------|-------|------------------------|
| $E(x)$ | 1,021 | 1 |
| $V(x)$ | 1,022 | 1 |



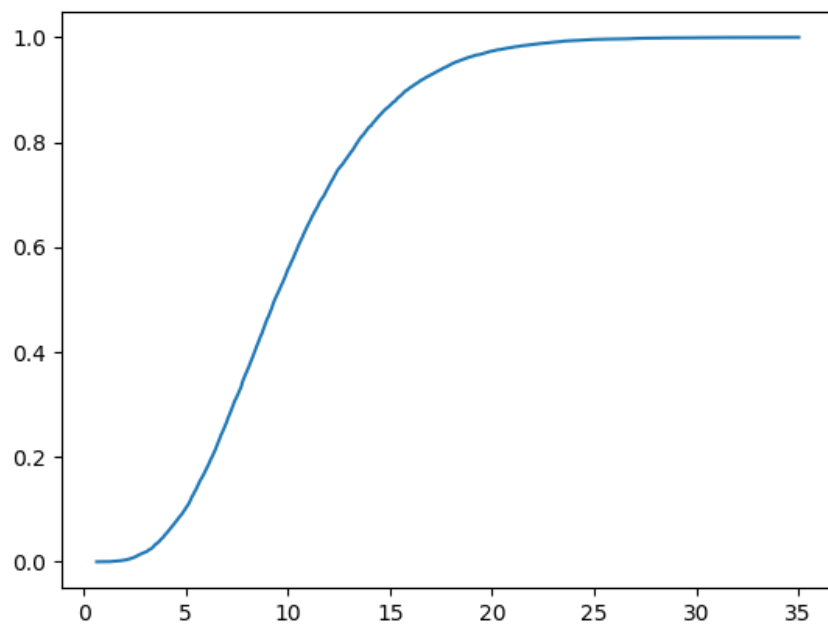
Интегральная функция распределения



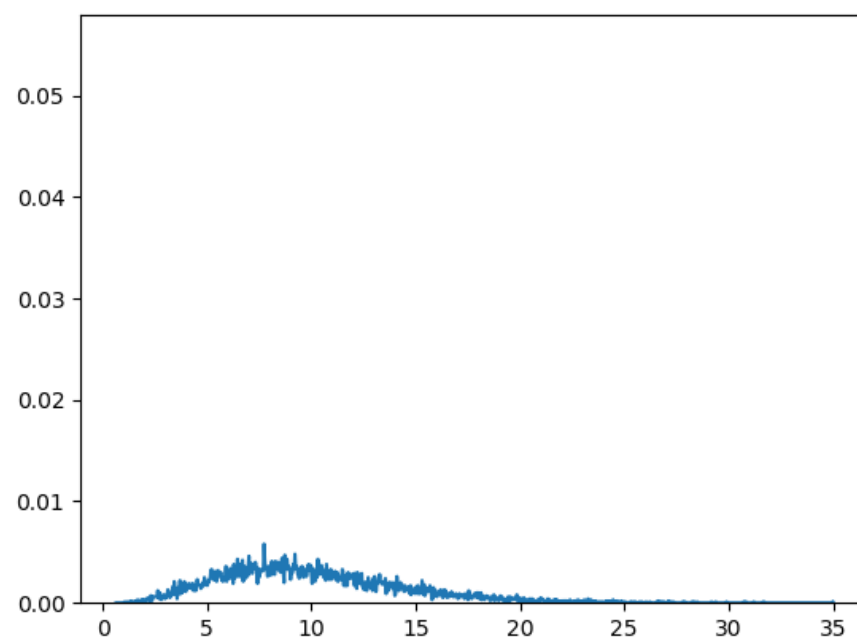
Функция плотности вероятности

3. Хи-квадрат распределение

| Момент | RNCHIS | Теоретическое значение |
|--------|--------|------------------------|
| $E(x)$ | 9,999 | 10 |
| $V(X)$ | 19,171 | 20 |



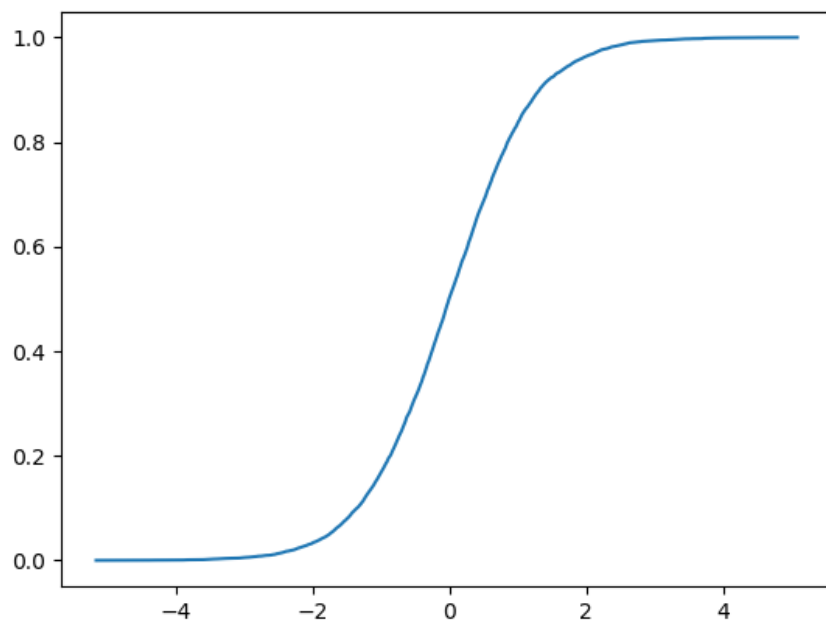
Интегральная функция распределения



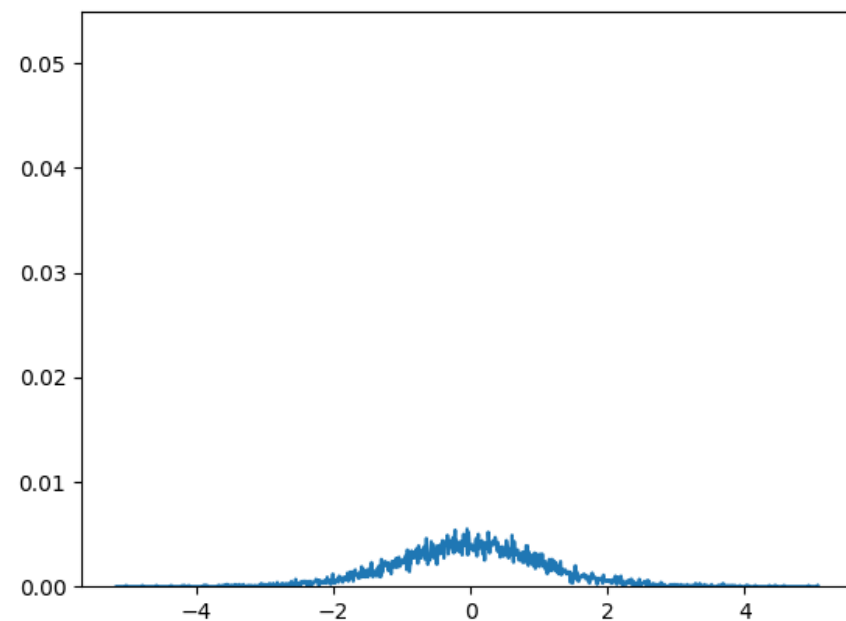
Функция плотности вероятности

4. Распределение Стюдента

| Момент | RNSTUD | Погрешн | Теоретическое значение |
|--------|---------|---------|------------------------|
| $E(t)$ | -0,0024 | 0,0024 | 0.0 |
| $V(t)$ | 1,1874 | 0,0625 | 1.25 |



Интегральная функция распределения



Функция плотности вероятности

Вывод

Были освоены практические методы получения случайных величин, имеющих непрерывный характер распределения. Были разработаны программные датчики непрерывных случайных величин в соответствии с разными алгоритмами моделирования и были исследованы их характеристики – математическое ожидание и дисперсия, а так же и сравнение полученных оценок с соответствующими теоретическими значениями. С использованием библиотеки matplotlib были построены графические представления функции плотности распределений и интегральной функции распределений.

Текст программы

```
from matplotlib import pyplot as plt
import numpy as np
import pandas as pd
import random
import math

def RNUNI(a, b):
    """ равномерное распределение на [a, b] """
    return (b - a) * random.random() + a

def RNNRM1(m, sigma):
    """ нормальное распределение, алгоритм Бокса-Миллера """
    u1, u2 = RNUNI(0, 1), RNUNI(0, 1)
    z1 = math.sqrt(-2.0 * math.log(u1)) * math.cos(2 * math.pi * u2)
    z2 = math.sqrt(-2.0 * math.log(u1)) * math.sin(2 * math.pi * u2)
    y1, y2 = m + sigma * z1, m + sigma * z2
    return y1, y2

def RNNRM2(m, sigma):
    """ нормальное распределение, центральная предельная теорема """
    z = sum([random.random() for _ in range(12)]) - 6.0
    y = m + sigma * z
    return y

def RNEXP(beta):
    """ экспоненциальное распределение """
    return -beta * math.log(RNUNI(0, 1))

def RNCHIS(N):
    """ хи-квадрат распределение """
    return sum([RNNRM2(0, 1)**2 for _ in range(N)])

def RNSTUD(N):
    """ распределение студента """
    return RNNRM2(0, 1) / math.sqrt(RNCHIS(N) / float(N))
```



```

def plot_raspr(u, n):
    u.sort()
    intervals = np.linspace(np.min(u), np.max(u), int(n/10))
    cumulativeFreq = [(u <= r).sum() / n for r in intervals]
    frequencies = [cumulativeFreq[i + 1] - cumulativeFreq[i] for i in
range(len(cumulativeFreq) - 1)]
    plt.figure()
    plt.plot(intervals, cumulativeFreq)
    plt.figure()
    plt.ylim(0, max(frequencies) * 10)
    plt.plot(intervals[:-1], frequencies)

def calc_m_d(list):
    m = np.sum(list) / len(list)
    d = np.sum([(x - m)**2 for x in list]) / len(list)
    return m, d

def test_norm(m, sigma, n):
    r1 = []
    for _ in range(int(n/2)):
        r1.extend(RNNRM1(m, sigma))
    r2 = [RNNRM2(m, sigma) for _ in range(n)]
    tm, td = m, sigma ** 2
    r1m, r1d = calc_m_d(r1)
    r2m, r2d = calc_m_d(r2)

    print(pd.DataFrame({'Момент': ['E(x)', 'V(x)'], 'RNNRM1': [r1m, r1d],
        'RNNRM2': [r2m, r2d], 'Теоретич.': [tm, td]}))
    plot_raspr(r1, n)
    plot_raspr(r2, n)

def test_exp(beta, n):
    r = [RNEXP(beta) for _ in range(n)]
    tm, td = beta, beta**2
    rm, rd = calc_m_d(r)
    print(pd.DataFrame({'Момент': ['E(x)', 'V(x)'], 'RNEXP': [rm, rd],
        'Теоретич.': [tm, td]}))
    plot_raspr(r, n)

def test_chisq(N, n):
    r = [RNCHIS(N) for _ in range(n)]
    tm, td = N, 2*N
    rm, rd = calc_m_d(r)
    print(pd.DataFrame({'Момент': ['E(x)', 'V(x)'], 'RNCHIS': [rm, rd],
        'Теоретич.': [tm, td]}))
    plot_raspr(r, n)

def test_stud(N, n):
    r = [RNSTUD(N) for _ in range(n)]
    tm, td = 0, N/(N-2)
    rm, rd = calc_m_d(r)
    epsm, epsd = abs(tm-rm), abs(td - rd)
    print(pd.DataFrame({'Момент': ['E(x)', 'V(x)'], 'RNSTUD': [rm, rd],
        'Погрешн': [epsm, epsd], 'Теоретич.': [tm, td]}))
    plot_raspr(r, n)

test_norm(0, 1, 10**4)
test_exp(1, 10**4)
test_chisq(10, 10**4)
test_stud(10, 10**4)
plt.show()

```