МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики»

Факультет информационных технологий и программирования

Кафедра информационных систем

Лабораторная работа №1

Методы одномерного поиска экстремума

Выполнил студент группы №3307:   
Егоров Николай Валерьевич

Проверила:

Сайфер

САнкт-Петербург  
 2018

f (x) = sin(x),x ∈ [−π/2,π/2]

# Полученные результаты

Для каждого из методов поиска был осуществлен табличный вывод

Dihotomy method

Starting with: [ 1.570796 ;-1.570796 ]

----------------------------------------------------------

Iter | (a+b)/2 | F((a+b)/2) | a | b | a/b |

----------------------------------------------------------

1 | 0.000000 | 0.000000 | 0.000010 | -1.570796 | 0.000006

2 | -0.785393 | -0.707103 | -0.785383 | -1.570796 | 0.499990

3 | -1.178090 | -0.923877 | -1.178080 | -1.570796 | 0.749989

4 | -1.374438 | -0.980784 | -1.374428 | -1.570796 | 0.874988

5 | -1.472612 | -0.995184 | -1.472602 | -1.570796 | 0.937488

6 | -1.521699 | -0.998795 | -1.521689 | -1.570796 | 0.968737

7 | -1.546243 | -0.999699 | -1.546233 | -1.570796 | 0.984362

8 | -1.558515 | -0.999925 | -1.558505 | -1.570796 | 0.992175

9 | -1.564650 | -0.999981 | -1.564640 | -1.570796 | 0.996081

10 | -1.567718 | -0.999995 | -1.567708 | -1.570796 | 0.998034

11 | -1.569252 | -0.999999 | -1.569242 | -1.570796 | 0.999011

12 | -1.570019 | -1.000000 | -1.570009 | -1.570796 | 0.999499

13 | -1.570403 | -1.000000 | -1.570393 | -1.570796 | 0.999743

14 | -1.570595 | -1.000000 | -1.570585 | -1.570796 | 0.999865

15 | -1.570690 | -1.000000 | -1.570680 | -1.570796 | 0.999926

16 | -1.570738 | -1.000000 | -1.570728 | -1.570796 | 0.999957

Number of iter: 16

-1.000000

Golden ratio method

Starting with: [ 1.570796 ;-1.570796 ]

----------------------------------------------------------

Iter | (a+b)/2 | F((a+b)/2) | a | b | a/b |

----------------------------------------------------------

1 | 2.565896 | 0.544419 | 1.570796 | 3.560995 | 0.441112

2 | 4.191391 | -0.867323 | 4.821786 | 3.560995 | 1.354056

3 | 5.221142 | -0.873353 | 4.821786 | 5.620497 | 0.857893

4 | 4.568795 | -0.989708 | 4.821786 | 4.315803 | 1.117240

5 | 4.982057 | -0.963860 | 4.821786 | 5.142327 | 0.937666

6 | 4.720255 | -0.999969 | 4.821786 | 4.618724 | 1.043965

7 | 4.554404 | -0.987546 | 4.490084 | 4.618724 | 0.972148

8 | 4.659471 | -0.998600 | 4.700217 | 4.618724 | 1.017644

9 | 4.726030 | -0.999907 | 4.700217 | 4.751843 | 0.989136

10 | 4.683865 | -0.999593 | 4.700217 | 4.667512 | 1.007007

11 | 4.710577 | -0.999998 | 4.700217 | 4.720936 | 0.995611

12 | 4.727499 | -0.999886 | 4.734061 | 4.720936 | 1.002780

13 | 4.716779 | -0.999990 | 4.712621 | 4.720936 | 0.998239

14 | 4.709987 | -0.999997 | 4.712621 | 4.707354 | 1.001119

15 | 4.714290 | -0.999998 | 4.712621 | 4.715958 | 0.999292

16 | 4.711564 | -1.000000 | 4.712621 | 4.710507 | 1.000449

17 | 4.713291 | -1.000000 | 4.712621 | 4.713960 | 0.999716

18 | 4.712197 | -1.000000 | 4.712621 | 4.711773 | 1.000180

19 | 4.712890 | -1.000000 | 4.712621 | 4.713159 | 0.999886

20 | 4.712451 | -1.000000 | 4.712621 | 4.712281 | 1.000072

21 | 4.712173 | -1.000000 | 4.712065 | 4.712281 | 0.999954

22 | 4.712349 | -1.000000 | 4.712417 | 4.712281 | 1.000029

Number of iter: 22

-1.000000

Fibbonachi method

Starting with: [ 1.570796 ;-1.570796 ]

----------------------------------------------------------

Iter | (a+b)/2 | F((a+b)/2) | a | b | a/b |

----------------------------------------------------------

1 | 0.000000 | 0.000000 | 1.570796 | -1.570796 | 1.000000

2 | -0.599991 | -0.564635 | 0.370815 | -1.570796 | 0.236068

3 | -0.970806 | -0.825341 | -0.370815 | -1.570796 | 0.236068

4 | -1.199982 | -0.932032 | -0.829167 | -1.570796 | 0.527864

5 | -1.341620 | -0.973854 | -1.112444 | -1.570796 | 0.708204

6 | -1.429158 | -0.989986 | -1.287519 | -1.570796 | 0.819660

7 | -1.483259 | -0.996171 | -1.395721 | -1.570796 | 0.888544

8 | -1.516695 | -0.998537 | -1.462594 | -1.570796 | 0.931116

9 | -1.537360 | -0.999441 | -1.503924 | -1.570796 | 0.957428

10 | -1.550132 | -0.999786 | -1.529467 | -1.570796 | 0.973689

11 | -1.558025 | -0.999918 | -1.545253 | -1.570796 | 0.983739

12 | -1.562903 | -0.999969 | -1.555010 | -1.570796 | 0.989950

13 | -1.565918 | -0.999988 | -1.561040 | -1.570796 | 0.993789

14 | -1.567781 | -0.999995 | -1.564766 | -1.570796 | 0.996161

15 | -1.568933 | -0.999998 | -1.567070 | -1.570796 | 0.997628

16 | -1.569645 | -0.999999 | -1.568493 | -1.570796 | 0.998533

17 | -1.570085 | -1.000000 | -1.569374 | -1.570796 | 0.999094

18 | -1.570356 | -1.000000 | -1.569916 | -1.570796 | 0.999439

19 | -1.570525 | -1.000000 | -1.570254 | -1.570796 | 0.999655

20 | -1.570627 | -1.000000 | -1.570458 | -1.570796 | 0.999784

21 | -1.570695 | -1.000000 | -1.570593 | -1.570796 | 0.999871

22 | -1.570729 | -1.000000 | -1.570661 | -1.570796 | 0.999914

Number of iter: 23

-1.000000

Примечательно, что условия приближения по значению функции , сходится быстрее.

Пример: e=0,0001

Dihotomy method

Starting with: [ 1.57079633 ;-1.57079633 ]

----------------------------------------------------------

Iter | (a+b)/2 | F((a+b)/2) | a | b | a/b |

----------------------------------------------------------

1 | 0.00000000 | 0.00000000 | 0.00001000 | -1.57079633 | 0.00000637

2 | -0.78539316 | -0.70710325 | -0.78538316 | -1.57079633 | 0.49999045

3 | -1.17808975 | -0.92387666 | -1.17807975 | -1.57079633 | 0.74998886

4 | -1.37443804 | -0.98078357 | -1.37442804 | -1.57079633 | 0.87498806

5 | -1.47261218 | -0.99518381 | -1.47260218 | -1.57079633 | 0.93748767

6 | -1.52169925 | -0.99879498 | -1.52168925 | -1.57079633 | 0.96873747

7 | -1.54624279 | -0.99969858 | -1.54623279 | -1.57079633 | 0.98436237

8 | -1.55851456 | -0.99992458 | -1.55850456 | -1.57079633 | 0.99217482

Number of iters: 8

-0.99992458

Golden ratio method

Starting with: [ 1.57079633 ;-1.57079633 ]

----------------------------------------------------------

Iter | (a+b)/2 | F((a+b)/2) | a | b | a/b |

----------------------------------------------------------

1 | -0.59999081 | -0.56463489 | 0.37081471 | -1.57079633 | 0.23606798

2 | -0.97080551 | -0.82534080 | -0.37081468 | -1.57079633 | 0.23606796

3 | -1.19998161 | -0.93203242 | -0.82916689 | -1.57079633 | 0.52786403

4 | -1.34162022 | -0.97385389 | -1.11244411 | -1.57079633 | 0.70820392

5 | -1.42915770 | -0.98998601 | -1.28751908 | -1.57079633 | 0.81966010

6 | -1.48325884 | -0.99617104 | -1.39572136 | -1.57079633 | 0.88854381

7 | -1.51669519 | -0.99853689 | -1.46259404 | -1.57079633 | 0.93111629

8 | -1.53735998 | -0.99944106 | -1.50392364 | -1.57079633 | 0.95742752

9 | -1.55013153 | -0.99978649 | -1.52946673 | -1.57079633 | 0.97368876

10 | -1.55802478 | -0.99991844 | -1.54525323 | -1.57079633 | 0.98373876

11 | -1.56290308 | -0.99996885 | -1.55500983 | -1.57079633 | 0.98995000

Number of iters: 11

-0.99998182

Fibbonachi method

Starting with: [ 1.57079633 ;-1.57079633 ]

----------------------------------------------------------

Iter | (a+b)/2 | F((a+b)/2) | a | b | a/b |

----------------------------------------------------------

23 | 0.00000000 | 0.00000000 | 1.57079633 | -1.57079633 | 1.00000000

22 | -0.59999081 | -0.56463489 | 0.37081471 | -1.57079633 | 0.23606798

21 | -0.97080552 | -0.82534081 | -0.37081471 | -1.57079633 | 0.23606798

20 | -1.19998161 | -0.93203242 | -0.82916690 | -1.57079633 | 0.52786404

19 | -1.34162023 | -0.97385390 | -1.11244414 | -1.57079633 | 0.70820393

18 | -1.42915771 | -0.98998601 | -1.28751909 | -1.57079633 | 0.81966011

17 | -1.48325885 | -0.99617104 | -1.39572137 | -1.57079633 | 0.88854382

16 | -1.51669519 | -0.99853689 | -1.46259404 | -1.57079633 | 0.93111629

15 | -1.53735999 | -0.99944106 | -1.50392366 | -1.57079633 | 0.95742754

14 | -1.55013152 | -0.99978649 | -1.52946671 | -1.57079633 | 0.97368875

13 | -1.55802480 | -0.99991845 | -1.54525327 | -1.57079633 | 0.98373879

12 | -1.56290305 | -0.99996885 | -1.55500977 | -1.57079633 | 0.98994997

11 | -1.56591808 | -0.99998810 | -1.56103983 | -1.57079633 | 0.99378882

10 | -1.56778130 | -0.99999545 | -1.56476627 | -1.57079633 | 0.99616115

9 | -1.56893311 | -0.99999826 | -1.56706989 | -1.57079633 | 0.99762767

8 | -1.56964452 | -0.99999934 | -1.56849271 | -1.57079633 | 0.99853347

7 | -1.57008492 | -0.99999975 | -1.56937350 | -1.57079633 | 0.99909420

6 | -1.57035593 | -0.99999990 | -1.56991553 | -1.57079633 | 0.99943927

5 | -1.57052531 | -0.99999996 | -1.57025430 | -1.57079633 | 0.99965493

4 | -1.57062694 | -0.99999999 | -1.57045756 | -1.57079633 | 0.99978433

3 | -1.57069470 | -0.99999999 | -1.57059307 | -1.57079633 | 0.99987060

2 | -1.57072857 | -1.00000000 | -1.57066082 | -1.57079633 | 0.99991373

Number of iters: 24

-1.00000000

График зависимости кол-ва обращений к функции в зависимости от точности. Выше точность, больше обращений.

# Выводы

Метод дихотомии требует меньшее кол-во итераций для нахождения минимума, но совершает большее кол-во вычислений минимизируемой функции. Симметричные методы Золотого сечения и Фибоначчи позволяют на каждой последующей итерации производить только одно вычисление минимизируем функции, однако требуют в среднем больше итераций. Действительно, дихотомия сокращает отрезок почти в 2 раза, когда Золотое Сечение и Фибоначчи в ~1,5 и 1,6 раз соответственно. Примечательно, что с ростом n итераций кол-во обращений к функции методом Ф будет больше такого у метода Золотого Сечения.