

Группа: М3115

Студент: Кочубеев Николай Сергеевич

Преподаватель: Рахманова Гульназ Раифовна

К работе допущен: _____

Работа выполнена: _____

Отчет принят: _____

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе № 1.04

«Исследование равноускоренного вращательного движения (маятник Обербека)»

1. Цель работы:

Проверка основного закона динамики вращения и зависимости момента инерции от положения масс относительно оси вращения.

2. Задачи:

1. Провести многократное измерение времени прохождения кареткой с грузом определенного расстояния;
2. Выполнить необходимые косвенные измерения;

3. Объект исследования: лабораторная установка с маятником Обербека.

4. Метод экспериментального исследования: многократное измерение времени прохождения кареткой с грузом (связанной с маятником) расстояния от $h_1 = 700\text{ мм}$ до $h_2 = 0\text{ мм}$;

5. Рабочие формулы и исходные данные:

Стартовое положение каретки: $h_1 = 700\text{ мм}$;

Финишное положение каретки: $h_0 = 0\text{ мм}$;

Высота спуска каретки с грузом: $h = 700\text{ мм} \pm 0,5\text{ мм}$

1. $a = \frac{2h}{t^2}$ – ускорение груза, подвешенного на каретке;

2. $\varepsilon = \frac{2a}{d}$ – угловое ускорение;

3. $M = \frac{md}{2}(g - a)$ – момент силы натяжения нити;
4. $I\varepsilon = M - M_{\text{тр}}$ – основной закон динамики вращения для крестовины маятника Обербека;
5. $I = I_0 + 4m_{\text{ут}}R^2$ – зависимость момента инерции крестовины от расстояния между центрами грузов и осью вращения (по т. Штейнера);

Параметры лабораторной установки:

Масса каретки	$(47,0 \pm 0,5)$ г
Масса шайбы	$(220,0 \pm 0,5)$ г
Масса грузов на крестовине	$(408,0 \pm 0,5)$ г
Расстояние первой риски от оси	$(57,0 \pm 0,5)$ мм
Расстояние между рисками	$(25,0 \pm 0,2)$ мм
Диаметр ступицы	$(46,0 \pm 0,5)$ мм
Диаметр груза на крестовине	$(40,0 \pm 0,5)$ мм
Высота груза на крестовине	$(40,0 \pm 0,5)$ мм

6. Измерительные приборы:

№	Наименование	Тип прибора	Используемый диапазон	$\Delta_{\text{и}}$
1	Секундомер	цифровой	до 10 с	$\pm 0,005$ с
2	Линейка на лабораторной установке	аналоговый	до 700 мм	$\pm 0,5$ мм

7. Схема установки:

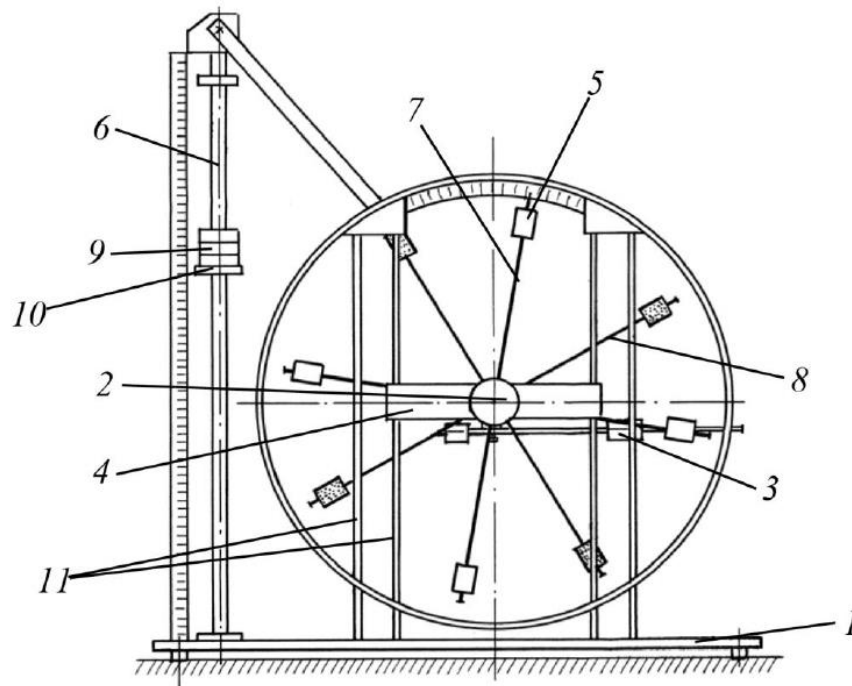


Рис. 2. Стенд лаборатории механики (общий вид):

1 – основание; 2 – рукоятка сцепления крестовин; 3 – устройство принудительного трения; 4 – поперечина; 5 – груз крестовины; 6 – трубчатая направляющая; 7 – передняя крестовина; 8 – задняя крестовина; 9 – шайбы каретки; 10 – каретка; 11 – система передних стоек.

8. Результаты прямых измерений:

1 пункт		2 пункт	
m_1	$t_1 = 4,88^\circ\text{C}$	m_4	$t_1 = 2,87^\circ\text{C}$
	$t_2 = 4,53^\circ\text{C}$		$t_2 = 2,84^\circ\text{C}$
	$t_3 = 4,58^\circ\text{C}$		$t_3 = 2,82^\circ\text{C}$
	$t_{cp} =$		$t_{cp} =$
m_2	$t_1 = 3,44^\circ\text{C}$	m_3	$t_1 = 3,38^\circ\text{C}$
	$t_2 = 3,50^\circ\text{C}$		$t_2 = 3,88^\circ\text{C}$
	$t_3 = 3,40^\circ\text{C}$		$t_3 = 3,42^\circ\text{C}$
	$t_{cp} =$		$t_{cp} =$
m_3	$t_1 = 2,78^\circ\text{C}$	m_2	$t_1 = 4,16^\circ\text{C}$
	$t_2 = 2,84^\circ\text{C}$		$t_2 = 4,22^\circ\text{C}$
	$t_3 = 2,84^\circ\text{C}$		$t_3 = 4,06^\circ\text{C}$
	$t_{cp} =$		$t_{cp} =$
m_4	$t_1 = 2,44^\circ\text{C}$	m_1	$t_1 = 5,75^\circ\text{C}$
	$t_2 = 2,47^\circ\text{C}$		$t_2 = 5,60^\circ\text{C}$
	$t_3 = 2,50^\circ\text{C}$		$t_3 = 5,56^\circ\text{C}$
	$t_{cp} =$		$t_{cp} =$

3 пункт		4 пункт	
m_4	$t_1 = 6,47^\circ\text{C}$	m_4	$t_1 = 4,03^\circ\text{C}$
	$t_2 = 6,67^\circ\text{C}$		$t_2 = 4,38^\circ\text{C}$
	$t_3 = 6,67^\circ\text{C}$		$t_3 = 3,94^\circ\text{C}$
	$t_{cp} =$		$t_{cp} =$
m_2	$t_1 = 4,91^\circ\text{C}$	m_3	$t_1 = 4,58^\circ\text{C}$
	$t_2 = 5,08^\circ\text{C}$		$t_2 = 4,40^\circ\text{C}$
	$t_3 = 4,63^\circ\text{C}$		$t_3 = 4,72^\circ\text{C}$
	$t_{cp} =$		$t_{cp} =$
m_3	$t_1 = 4,00^\circ\text{C}$	m_2	$t_1 = 6,50^\circ\text{C}$
	$t_2 = 3,92^\circ\text{C}$		$t_2 = 6,10^\circ\text{C}$
	$t_3 = 3,91^\circ\text{C}$		$t_3 = 6,47^\circ\text{C}$
	$t_{cp} =$		$t_{cp} =$
m_4	$t_1 = 3,31^\circ\text{C}$	m_1	$t_1 = 7,66^\circ\text{C}$
	$t_2 = 3,34^\circ\text{C}$		$t_2 = 7,75^\circ\text{C}$
	$t_3 = 3,19^\circ\text{C}$		$t_3 = 7,15^\circ\text{C}$
	$t_{cp} =$		$t_{cp} =$

5 пункт		6 пункт	
m_1	$t_1 = 8,77^\circ\text{C}$	m_4	$t_1 = 4,85^\circ\text{C}$
	$t_2 = 8,41^\circ\text{C}$		$t_2 = 4,81^\circ\text{C}$
	$t_3 = 8,38^\circ\text{C}$		$t_3 = 4,77^\circ\text{C}$
	$t_{cp} =$		$t_{cp} =$
m_2	$t_1 = 6,13^\circ\text{C}$	m_3	$t_1 = 5,50^\circ\text{C}$
	$t_2 = 5,94^\circ\text{C}$		$t_2 = 5,85^\circ\text{C}$
	$t_3 = 6,31^\circ\text{C}$		$t_3 = 6,53^\circ\text{C}$
	$t_{cp} =$		$t_{cp} =$
m_3	$t_1 = 4,97^\circ\text{C}$	m_2	$t_1 = 8,90^\circ\text{C}$
	$t_2 = 5,00^\circ\text{C}$		$t_2 = 8,58^\circ\text{C}$
	$t_3 = 6,00^\circ\text{C}$		$t_3 = 6,84^\circ\text{C}$
	$t_{cp} =$		$t_{cp} =$
m_4	$t_1 = 4,34^\circ\text{C}$	m_1	$t_1 = 9,54^\circ\text{C}$
	$t_2 = 4,38^\circ\text{C}$		$t_2 = 9,47^\circ\text{C}$
	$t_3 = 4,68^\circ\text{C}$		$t_3 = 9,77^\circ\text{C}$
	$t_{cp} =$		$t_{cp} =$

Масса груза, г	Положение утяжелителей					
	1 риска	2 риска	3 риска	4 риска	5 риска	6 риска
$267 \pm 0,5$	4,18	5,79	6,47	7,66	8,47	9,54
	4,53	5,6	6,67	7,75	8,41	9,47
	4,56	5,56	6,67	7,15	8,38	9,97
	4,42	5,65	6,60	7,52	8,42	9,66
$487 \pm 0,5$	3,44	4,16	4,91	5,5	6,13	6,9
	3,5	4,22	5,09	5,1	5,94	6,58
	3,4	4,06	4,63	5,47	6,31	6,84
	3,44	4,14	4,88	5,36	6,13	6,77
$707 \pm 0,5$	2,78	3,38	4	4,59	4,97	5,5
	2,84	3,88	3,92	4,4	5	5,85
	2,84	3,47	3,91	4,72	5	5,53
	2,82	3,58	3,94	4,57	4,99	5,63
$927 \pm 0,5$	2,44	2,97	3,31	4,03	4,34	4,85
	2,39	2,94	3,34	4,38	4,38	4,81
	2,5	2,93	3,19	3,94	4,68	4,97
	2,44	2,95	3,28	4,11	4,46	4,88

Расчет погрешности измерения для $t_{cp} = 4,42$ с (1 риска, 1 грузик на каретке):

$$\bar{x} = 4,38 \text{ с};$$

$$S_{\bar{x}} = \frac{S_n}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} = 0,12 \text{ с}$$

$$\Delta_{tcp1} = t_{\alpha,x} * S_{\bar{x}} = 0,29 \text{ с}$$

9. Расчёт результатов косвенных измерений:

a, ε, M для всех масс груза и положений грузиков на крестовине:

Таблица 2	Положение утяжелителей					
	1 риска	2 риска	3 риска	4 риска	5 риска	6 риска
$a_1, \text{м/с}^2$	0,072	0,044	0,032	0,025	0,020	0,015
$a_2, \text{м/с}^2$	0,118	0,081	0,059	0,049	0,037	0,031
$a_3, \text{м/с}^2$	0,176	0,109	0,090	0,067	0,056	0,044
$a_4, \text{м/с}^2$	0,235	0,161	0,130	0,083	0,070	0,059
$\varepsilon_1, \text{рад/с}^2$	3,11	1,91	1,40	1,08	0,86	0,65
$\varepsilon_2, \text{рад/с}^2$	5,12	3,54	2,56	2,12	1,62	1,33
$\varepsilon_3, \text{рад/с}^2$	7,65	4,76	3,91	2,91	2,44	1,92
$\varepsilon_4, \text{рад/с}^2$	10,20	7,01	5,66	3,59	3,05	2,56
$M_1, \text{Н*м}$	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
$M_2, \text{Н*м}$	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11
$M_3, \text{Н*м}$	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16
$M_4, \text{Н*м}$	0,20	0,21	0,21	0,21	0,21	0,21

Расчеты для измерений с $m_1 = 267 \text{ гр}$:

$$a_1 = 0,052 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}; \varepsilon_1 = 2,28 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2};$$

$$M = \frac{md}{2} * (g - a) = 0,06 \text{ Н} * \text{м};$$

Расчеты погрешностей для первых значений a, ε, M :

$$\bar{a} = 0,035 \frac{\text{м}}{\text{с}^2};$$

$$S_{\bar{x}} = \frac{S_n}{\sqrt{n}} = 0,0084 \frac{\text{м}}{\text{с}^2};$$

$$\Delta_{a1} = t_{\alpha, x} * S_{\bar{x}} = 0,001372649 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \Rightarrow \text{доверительный интервал для 1 риски:}$$

$$0,072 \pm 0,013 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$\bar{\varepsilon} = 1,50 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2};$$

$$S_{\bar{x}} = 0,368832879 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2};$$

$$\Delta_{\varepsilon} = t_{\alpha, x} * S_{\bar{x}} = 0,78 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2} \Rightarrow \text{доверительный интервал для 1 риски: } 3,11 \pm 0,78 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$$

График зависимостей $M(\varepsilon)$:

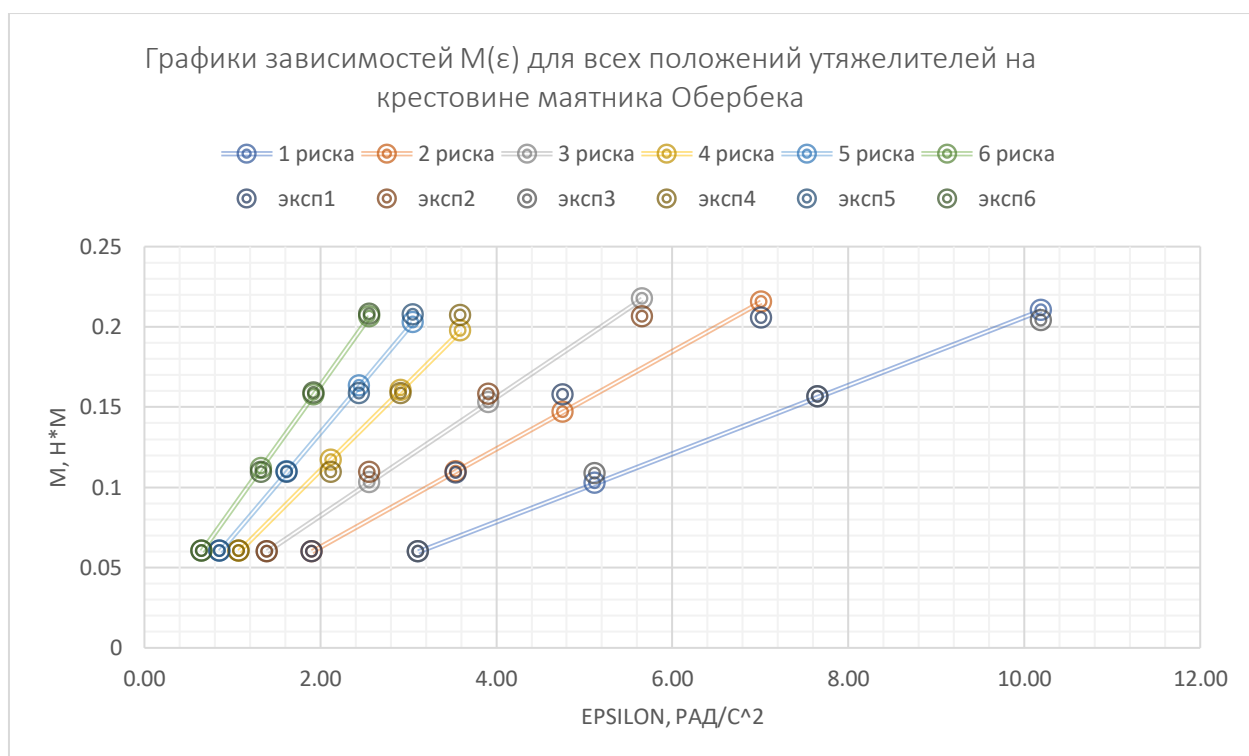


Таблица с расчетами момента инерции I и момента силы трения $M_{\text{тр}}$ для каждого положения утяжелителей на крестовине:

Таблица 3	Положение утяжелителей					
	1 риска	2 риска	3 риска	4 риска	5 риска	6 риска
$M_{\text{ср}}, \text{Н*м}$	0,132	0,133	0,133	0,134	0,134	0,134
$E_{\text{ср}}, \text{рад/с}^2$	6,521	4,304	3,382	2,426	1,994	1,615
$\Delta M 1$	-0,072	-0,073	-0,073	-0,074	-0,074	-0,074
$\Delta M 2$	-0,024	-0,024	-0,024	-0,024	-0,024	-0,025
$\Delta M 3$	0,024	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025
$\Delta M 4$	0,072	0,073	0,073	0,074	0,074	0,074
$\Delta E 1$	-3,41	-2,40	-1,99	-1,35	-1,14	-0,96
$\Delta E 2$	-1,40	-0,76	-0,82	-0,30	-0,37	-0,29
$\Delta E 3$	1,13	0,45	0,53	0,49	0,45	0,31
$\Delta E 4$	3,67	2,71	2,28	1,17	1,06	0,94
$I (i), \text{кг*м}^2$	0,021	0,030	0,037	0,055	0,065	0,077
$M_{\text{тр}}, \text{Н*м}$	-0,01	0,00	0,01	0,00	0,00	0,01

Проведем расчеты аналогично для всех положений грузиков на крестовине, объединим полученные значения R , R^2 и I в одну таблицу:

Таблица 4	Положение утяжелителей					
	1 риска	2 риска	3 риска	4 риска	5 риска	6 риска
R , м	0,10	0,12	0,15	0,17	0,20	0,22
R^2 , м	0,010	0,014	0,023	0,029	0,040	0,048
I , кг*м ²	0,017	0,028	0,033	0,050	0,059	0,078

Установим экспериментальные точки зависимости $I(R^2)$ на графике (отражено на графике зависимости $I(R^2)$), и затем проведем подсчет суммы моментов инерции I_0 и массы утяжелителей m_{yt} .

Средние значения момента инерции и квадратичного расстояния между осью вращения и центром утяжелителя:

$$R_{cp}^2 = 0,027 \text{ м};$$

$$I_{cp} = 0,044 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

Средние значения R^2, I для первого положения утяжелителей:

$$\Delta R_{cp1}^2 = -0,017 \text{ м};$$

$$\Delta I_{cp1} = -0,03 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

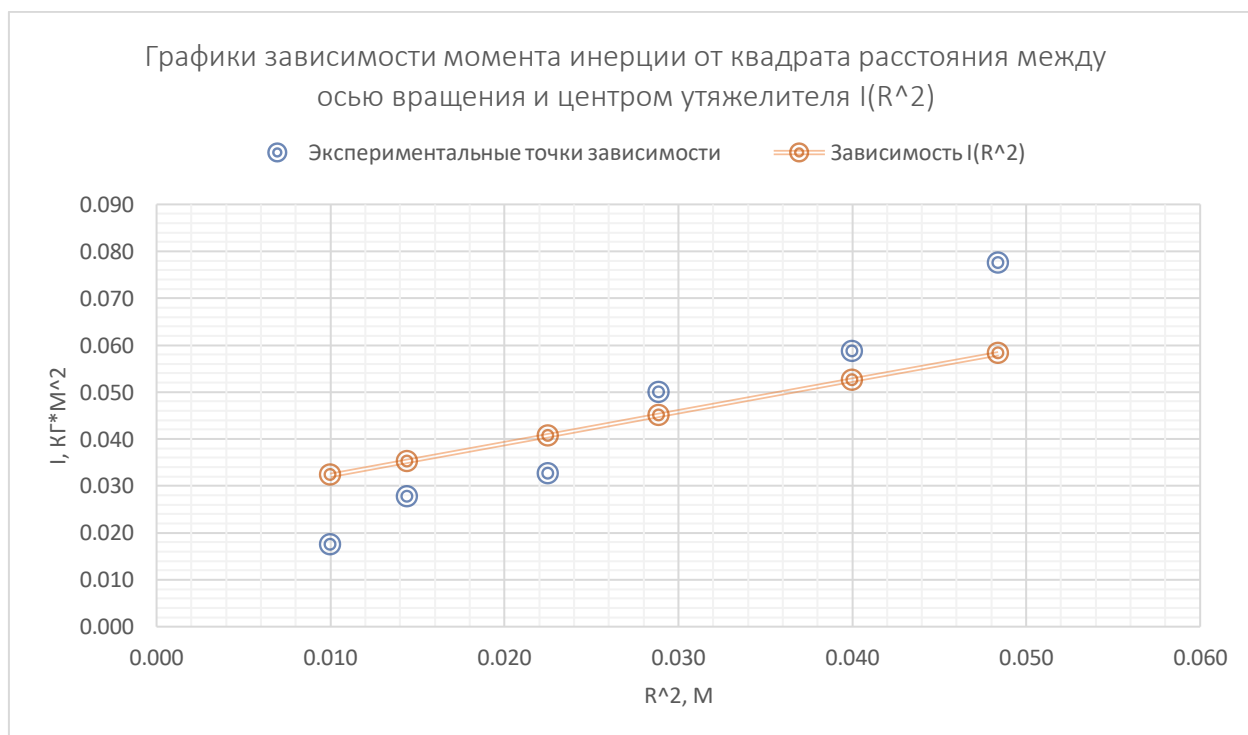
$$4m_{yt} = 1,35 \text{ кг}; m_{yt} = 0,34 \text{ кг};$$

$$I_0 = 0,032 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

Значения для всех положений грузиков на крестовине

Таблица 4	Положение утяжелителей					
	1 риска	2 риска	3 риска	4 риска	5 риска	6 риска
R, м	0,10	0,12	0,15	0,17	0,20	0,22
R ² , м	0,010	0,014	0,023	0,029	0,040	0,048
I, кг*м ²	0,017	0,028	0,033	0,050	0,059	0,078
R ² (ср), м	0,027					
I _{ср}	0,044					
delta r ²	-0,017	-0,013	-0,005	0,002	0,013	0,021
delta I	-0,027	-0,016	-0,011	0,006	0,015	0,034
(delta r ²) ²	0,000302	0,000168	0,000024	0,000002	0,000160	0,000442
delta I _i * delta r ² _i	0,000460	0,000211	0,000055	0,000009	0,000185	0,000705
4M _{ут}	0,6750687					
M _{ут}	0,168767169					
IO	0,025497041					
IO+4M _{ут} *R ²	0,032247728	0,03521803	0,04068609	0,04500653	0,05249979	0,05817037

График зависимости $I(R^2)$:



10. Вывод и анализ результатов работы

Был установлен факт линейности зависимостей и тот факт, что момент инерции зависит от изменения положения масс относительно оси вращения подтверждается опытным путем, эта зависимость показана на графике $I(R^2)$. Также, из-за того, что зависимость $M(\varepsilon)$ почти совпала с экспериментальными точками, мы можем говорить о справедливости основного закона динамики вращения.