



UNIVERZITET U BEOGRADU
ELEKTROTEHNIČKI
FAKULTET

Студентски пројекат из предмета
Теорија електричних кола
2025/2026

Инвертујући појачавач, филтер ниских фреквенција

Тим 19

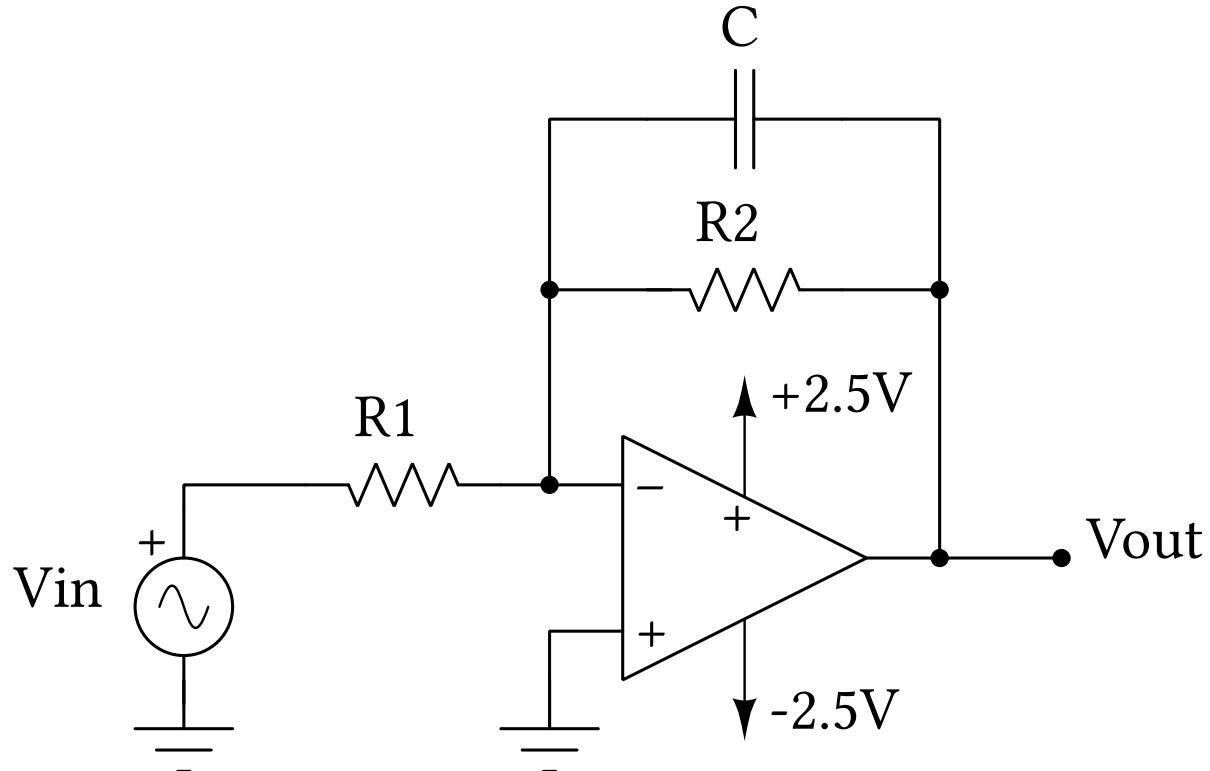
Студенти: Јаков Павловић 24/0223, Дарко Николић 24/0047
Наставник: др Никола Баста, доцент

Садржај

1. Задатак	3
2. Прорачун	3
3. Симулација	7
4. Мерење	8
Референце	10

1. Задатак

Задатак је анализирати, саставити и измерити одзив следећег кола.

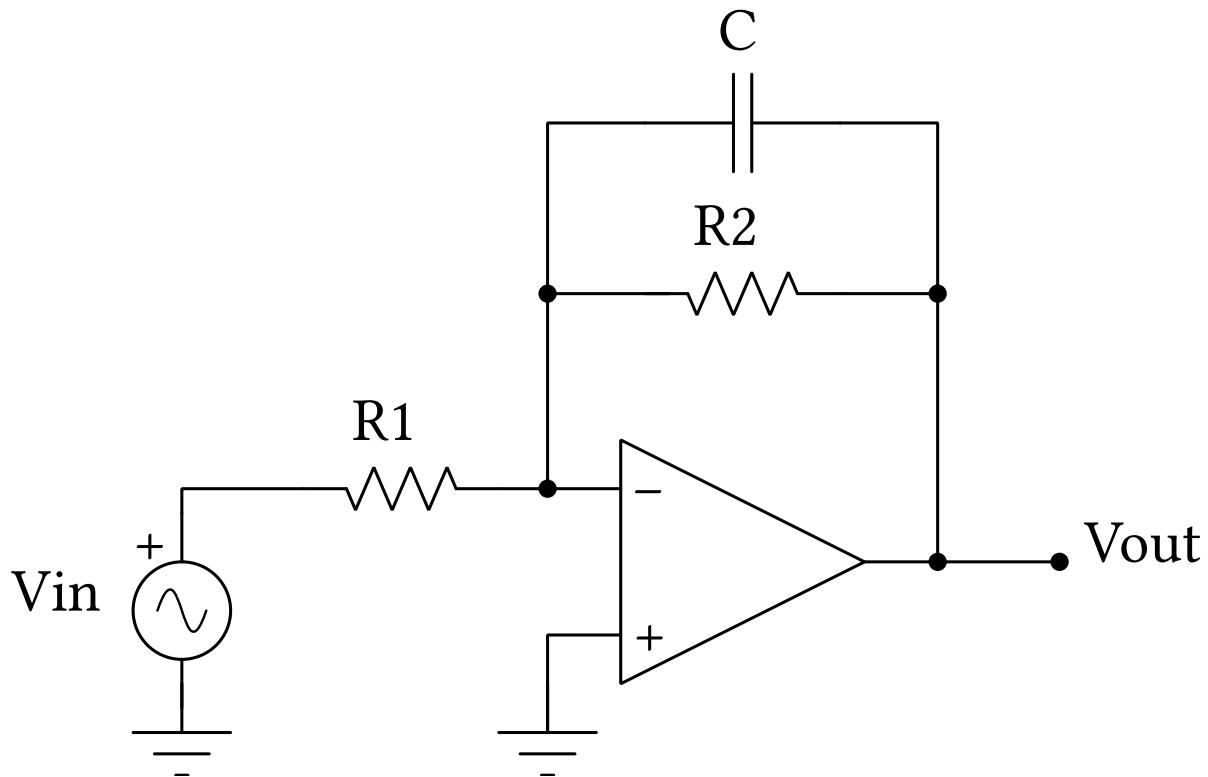


Слика 1: Шема електричног кола

Ово коло представља појачавачки инвертујући филтер ниских фреквенција[1]. У даљем раду ћемо одредити на који начин се подешавањем његових параметара може добити жељени ефекат.

2. Прорачун

За потребе прорачуна подразумеваћемо да је операциони појачавач идеалан, као на слици Слика 2.



Слика 2: Шема идеалног електричног кола

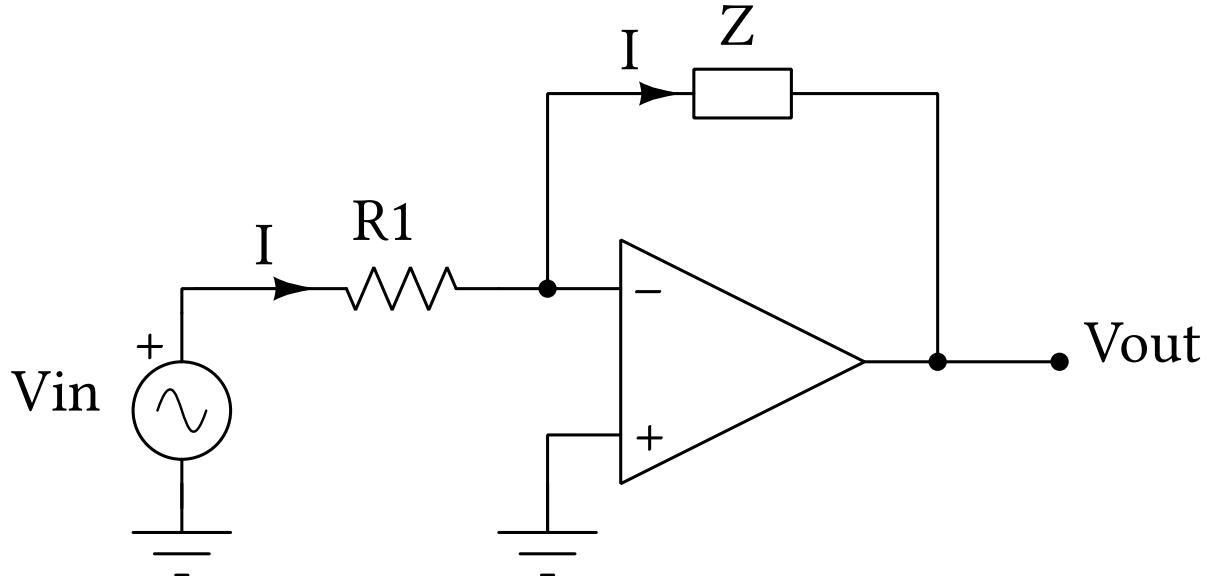
Дато коло ћемо анализирати за простопериодични улазни напонски сигнал $V_{in} = A \sin(\omega t + \varphi)$. Како је коло релативно ниске комплексности решићемо га ручно, у комплексном домену.

Желимо да изразимо излазни напон V_{out} преко улазног напона V_{in} и параметара кола R_1 , R_2 и C .

Заменићемо паралелну везу отпорника R_2 и кондензатора C еквивалентном импедансом Z

$$Z = \frac{R_2 \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C} \quad (1)$$

као на слици Слика 3.



Слика 3: Трансформисано електрично коло

Сада је струја кроз R_1 и Z једнака. Означимо је са I . Приметимо ли још да је чвор кола који одговара инвертујућем терминалу идеалног операционог појачавача једнак нули, можемо израчунати струју I примењујући КЗН као

$$I = \frac{V_{in}}{R_1} \quad (2)$$

Сада лако проналазимо излазни напон V_{out} као

$$\underline{V}_{out} = -ZI = -\frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C} \cdot \frac{V_{in}}{R_1} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + j\omega R_2 C} \cdot \underline{V}_{in} \quad (3)$$

Овај резултат можемо представити и у облику преносне функције $H(\omega)$

$$\underline{H}(\omega) = \frac{\underline{V}_{out}}{\underline{V}_{in}} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + j\omega R_2 C} \quad (4)$$

Односно за ефективне вредности добијамо

$$H(\omega) = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega R_2 C)^2}} \quad (5)$$

График ове функције дат је на слици Слика 4, за вредности параметара $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 20 \text{ k}\Omega$ и $C = 3.9 \text{ nF}$ (овиј избор параметара биће јаснији у даљем тексту). На графику се види нагли пад између 10^3 и 10^4 Hz .

На основу једначине 3, видимо да преносна функција садржи негативан предзнак. Ово указује на то да је коло конфигурисано као инвертујући појачавач, што у фазном домену одговара померају од 180° за ниске фреквенције. Са порастом фреквенције, присуство кондензатора C у грани повратне спрете додатно мења фазни став како се приближавамо граничној вредности.

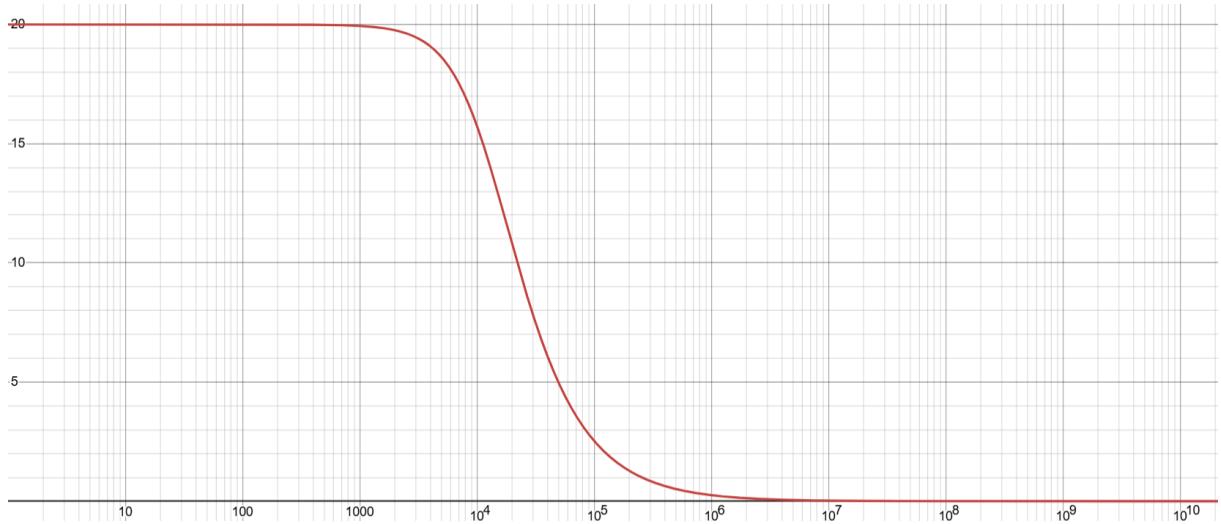
Максимално појачање кола у пропусном опсегу (за $\omega \rightarrow 0$) дефинисано је односом отпорника:

$$A = -\frac{R_2}{R_1} \quad (6)$$

За вредности $R_1 = 1k\Omega$ и $R_2 = 20k\Omega$, теоријско појачање износи:

$$|A| = \frac{20k\Omega}{1k\Omega} = 20 \quad (7)$$

Изражено у децибелима, ово појачање износи $20 \log_{10}(20) \approx 26$ dB. График на Слици 4 потврђује да појачање одржава константну вредност до фреквенција реда 10^3 Hz, након чега наступа пад од -20 dB по декади.



Слика 4: График зависности напона од фреквенције у логаритамској скали за $R_1 = 1$ kΩ, $R_2 = 20$ kΩ и $C = 3.9$ nF

Приметимо да у изразу за $H(\omega)$ фигурише однос $\frac{R_2}{R_1}$, односно што је већи овај однос то је и појачање веће. Други члан у овом изразу

$$\frac{1}{\sqrt{1 + (\omega R_2 C)^2}} \quad (8)$$

можемо учинити врло слабо зависним од ω за мале вредности ω узимајући кондензатор C вредности реда nF и отпорник R_2 реда kΩ, јер је онда њихов производ реда $\sim 10^{-6}$.

Овиме смо показали да се погодним избором параметара у колу може диктирати појачање и истовремено постићи жељени ефекат филтрирања ниских фреквенција.

Дефинишемо граничну фреквенцију филтера f_{cutoff} као ону фреквенцију при којој је појачање снаге сигнала једнако половини максималног појачања, а како је снага пропорционална квадрату напона, то је:

$$H(2\pi f_{\text{cutoff}}) = \frac{1}{\sqrt{2}} H(0) \quad (9)$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi f_{\text{cutoff}} R_2 C)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (10)$$

$$\Rightarrow f_{\text{cutoff}} = \frac{1}{2\pi R_2 C} \quad (11)$$

За претходно поменуте вредности $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 20 \text{ k}\Omega$ и $C = 3.9 \text{ nF}$ добија се гранична фреквенција

$$f_{\text{cutoff}} = \frac{1}{2\pi \cdot 20\text{k}\Omega \cdot 3.9 \text{ nF}} \approx 2 \text{ kHz} \quad (12)$$

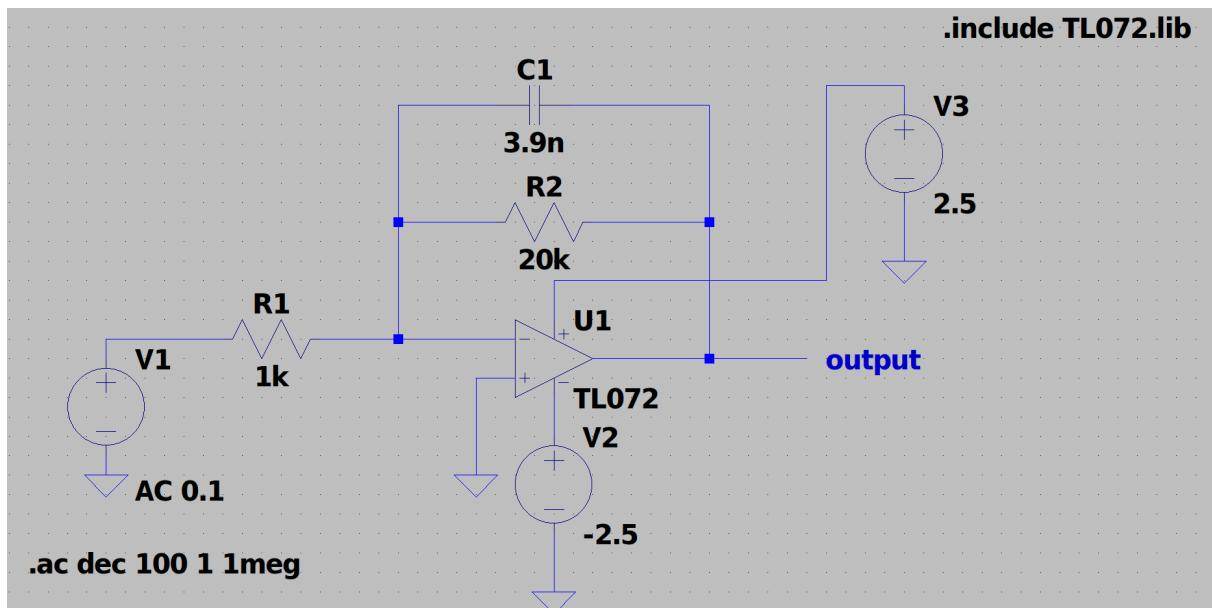
што одговара очитавању са графика Слика 4.

3. Симулација

За симулацију кола коришћен је програм LTSpice[2]. Увезен је модел TL072 са странице производача[3].

У програму је исцртана шема (Слика 5) према задатим параметрима:

- Коришћен је модел операционог појачавача TL072.
- Напајање појачавача је изведено са симметричних $+2.5V$ и $-2.5V$.
- Вредности пасивних компоненти су постављене на $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 20 \text{ k}\Omega$ и $C = 3.9 \text{ nF}$.
- Извршена је AC Analysis са децималном поделом (100 тачака по декади) у опсегу фреквенција од 1Hz до 1MHz.

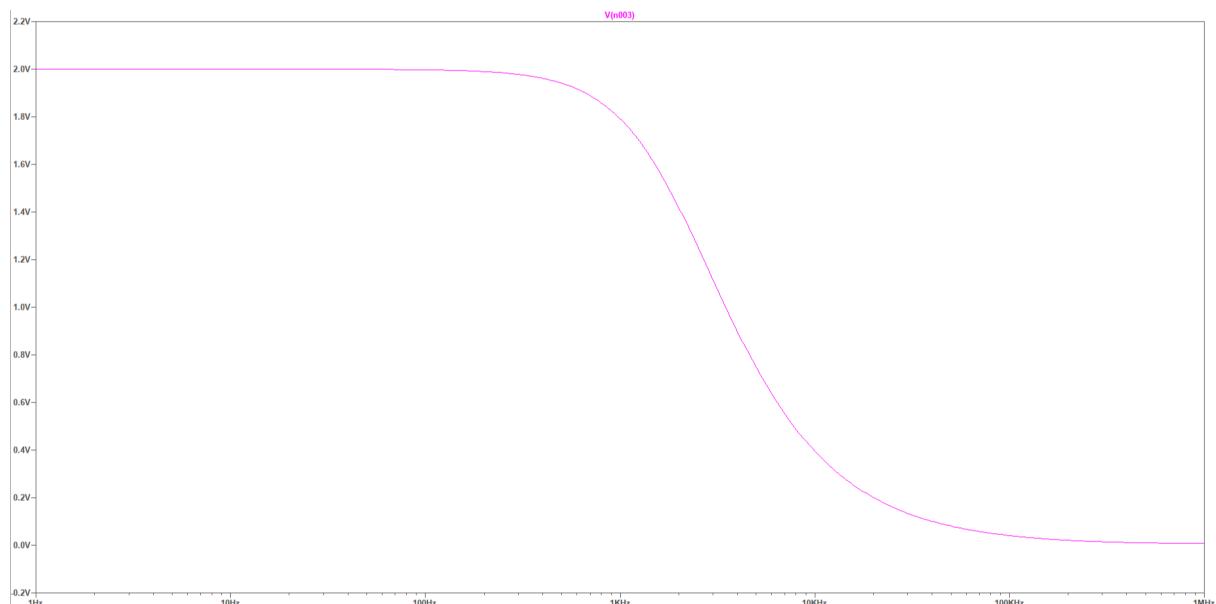


Слика 5: Шема електричног кола симулираног у програму LTSpice

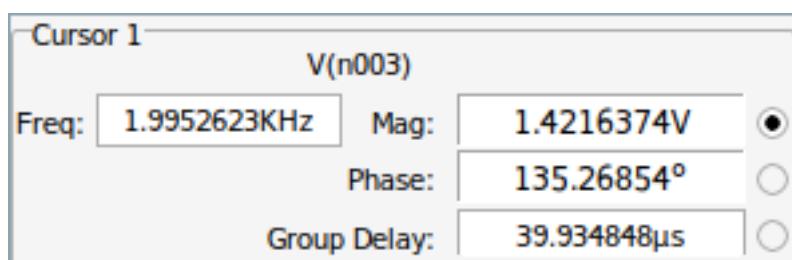
Симулација у LTSpice софтверу је у потпуности потврдила наше прорачуне. Погледајмо кључне аспекте:

- Појачање: На ниским фреквенцијама добили смо појачање од тачно 20 пута (26 dB). То нам говори да модел појачавача TL072 ради стабилно и да на ниским учестаностима отпорници R_1 и R_2 диктирају све.
- Границна фреквенција: Помоћу курсора смо измерили пад од -3 dB на учестаности од 1.995 kHz. Ово се скоро савршено поклапа са нашом теоријском вредношћу од око 2 kHz. После ове тачке, појачање нагло опада, што је управо оно што желимо од филтера ниских фреквенција.
- Фаза: На самој граничној фреквенцији фаза износи око 135° . То је логично, јер појачавач окреће фазу за 180° , а кондензатор у повратну спречу додаје кашњење од још -45° .

Укратко, симулација је доказала да коло у реалним условима (са правим компонентама попут TL072) ради баш онако како смо замислили на папиру.



Слика 6: Појачање добијено симулацијом



Слика 7: Очитане вредности на граничној фреквенцији помоћу курсора

4. Мерење

TODO: у договору са професором направити одговарајуће табеле за резултате, приложити слике мерења и прокоментарисати резултате

Табела 1: Пример табеле

Volume	Parameters
$\pi h \frac{D^2 - d^2}{4}$ (13)	h : height D : outer radius d : inner radius
$\frac{\sqrt{2}}{12} a^3$ (14)	a : edge length

Референце

- [1] „Analog Engineer’s Circuit Amplifiers Low-Pass, Filtered, Inverting Amplifier Circuit“. [На Интернету]. Available at: https://www.ti.com/lit/an/sboa293a/sboa293a.pdf?ts=1766099574662&ref_url=https%253A%252F%252Fduckduckgo.com%252F
- [2] „LTSpice“. [На Интернету]. Available at: <https://www.analog.com/en/resources/design-tools-and-calculators/ltpice-simulator.html>
- [3] „TL072 Operational Amplifier Spec“. [На Интернету]. Available at: <https://www.ti.com/product/TL072#design-development>