



UNIVERZITET U BEOGRADU  
ELEKTROTEHNIČKI  
FAKULTET

Студентски пројекат из предмета  
Теорија електричних кола  
2025/2026

# Инвертујући појачавач, филтер ниских фреквенција

Тим 19

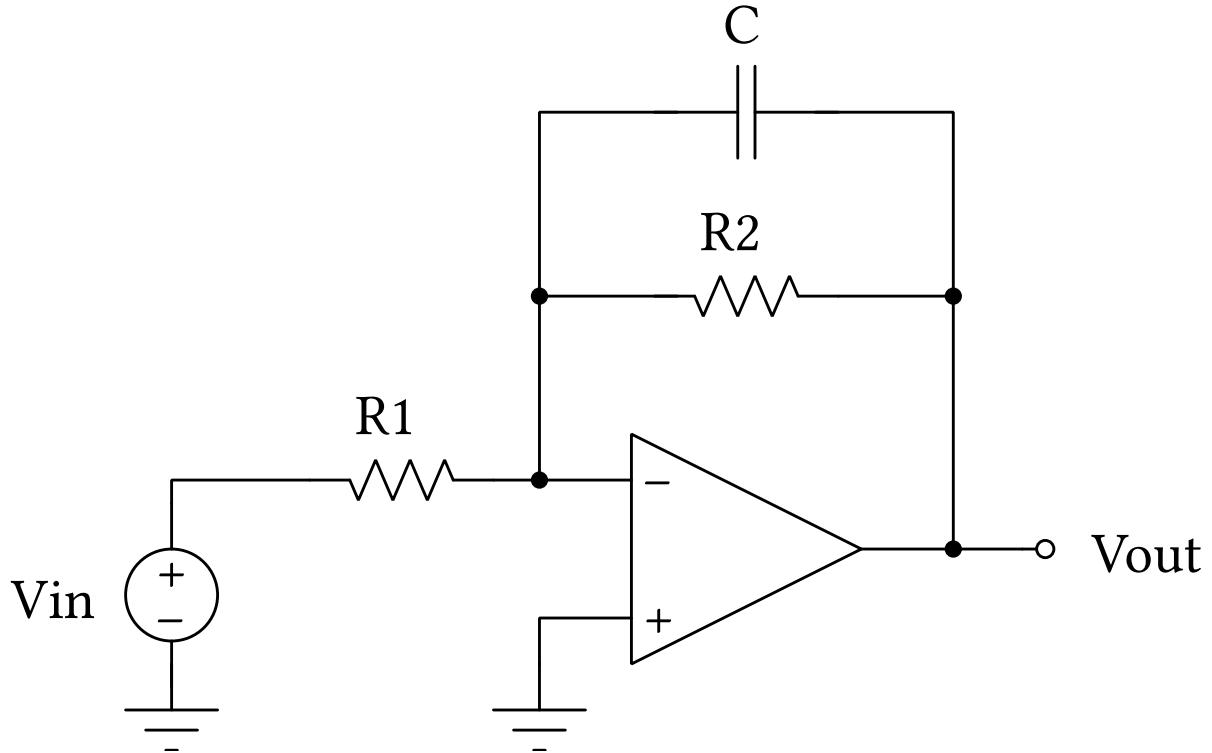
Студенти: Јаков Павловић 24/0223, Дарко Николић 24/0047  
Наставник: др Никола Баста, доцент

## **Садржај**

1. Задатак .....	3
2. Прорачун .....	3
3. Симулација .....	6
4. Мерење .....	8
Референце .....	9

## 1. Задатак

Задатак је анализирати, саставити и измерити одзив следећег кола.



Слика 1: Шема електричног кола

Ово коло представља појачавачки инвертујући филтер ниских фреквенција[1]. У даљем раду ћемо одредити на који начин се подешавањем његових параметара може добити жељени ефекат.

## 2. Прорачун

За потребе прорачуна подразумеваћемо да је операциони појачавач идеалан. У реалности операциони појачавач ће бити напајан спољашњим напајањем. О томе шта ово значи за наш појачавач биће више речи у одељку о симулацији кола.

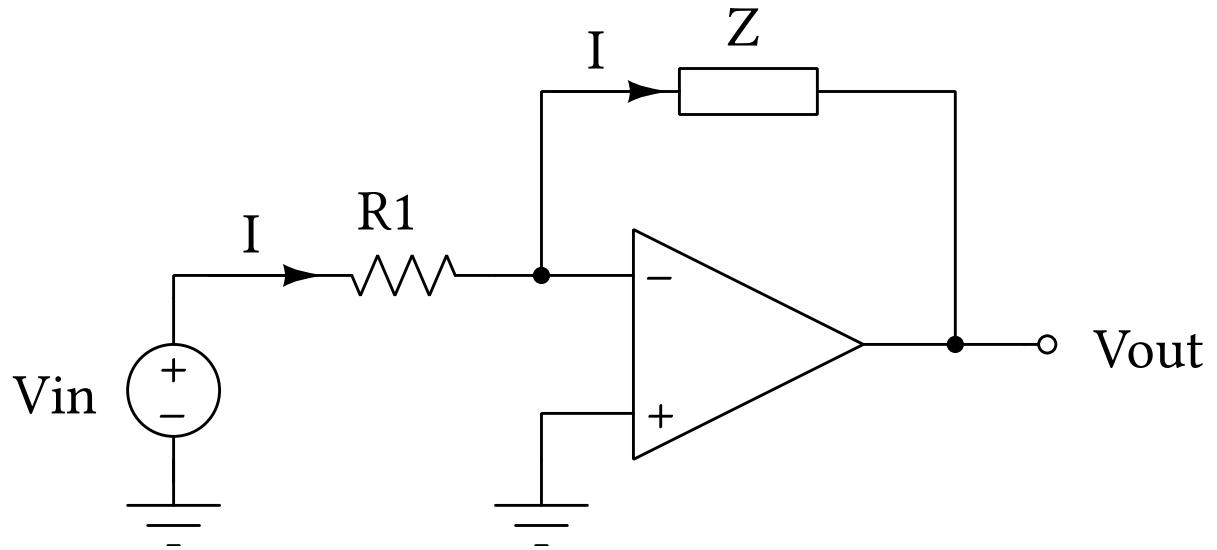
Дато коло ћемо анализирати за простопериодични улазни напонски сигнал  $V_{in} = A \sin(\omega t + \varphi)$ . Како је коло релативно ниске комплексности решићемо га ручно, у комплексном домену.

Желимо да изразимо излазни напон  $V_{out}$  преко улазног напона  $V_{in}$  и параметара кола  $R_1$ ,  $R_2$  и  $C$ .

Заменићемо паралелну везу отпорника  $R_2$  и кондензатора  $C$  еквивалентном импедансом  $Z$  вредности

$$Z = \frac{R_2 \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C} \quad (1)$$

као на слици Слика 2.



Слика 2: Трансформисано електрично коло

Сада је струја кроз  $R_1$  и  $Z$  једнака. Означимо је са  $I$ . Приметимо ли још да је чвор кола који одговара инвертујућем терминалу идеалног операционог појачавача једнак нули, можемо израчунати струју  $I$  примењујући КЗН као

$$I = \frac{V_{in}}{R_1} \quad (2)$$

Сада лако проналазимо излазни напон  $V_{out}$  као

$$\underline{V}_{out} = -Z\underline{I} = -\frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C} \cdot \frac{V_{in}}{R_1} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + j\omega R_2 C} \cdot V_{in} \quad (3)$$

Овај резултат можемо представити и у облику преносне функције  $H(\omega)$

$$H(\omega) = \frac{\underline{V}_{out}}{\underline{V}_{in}} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + j\omega R_2 C} \quad (4)$$

Односно за ефективне вредности можемо писати

$$H(\omega) = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega R_2 C)^2}} \quad (5)$$

Јасно је да се максимално појачање добија када  $\omega \rightarrow 0$  и одређено је односом вредности отпорника

$$A = -\frac{R_2}{R_1} \quad (6)$$

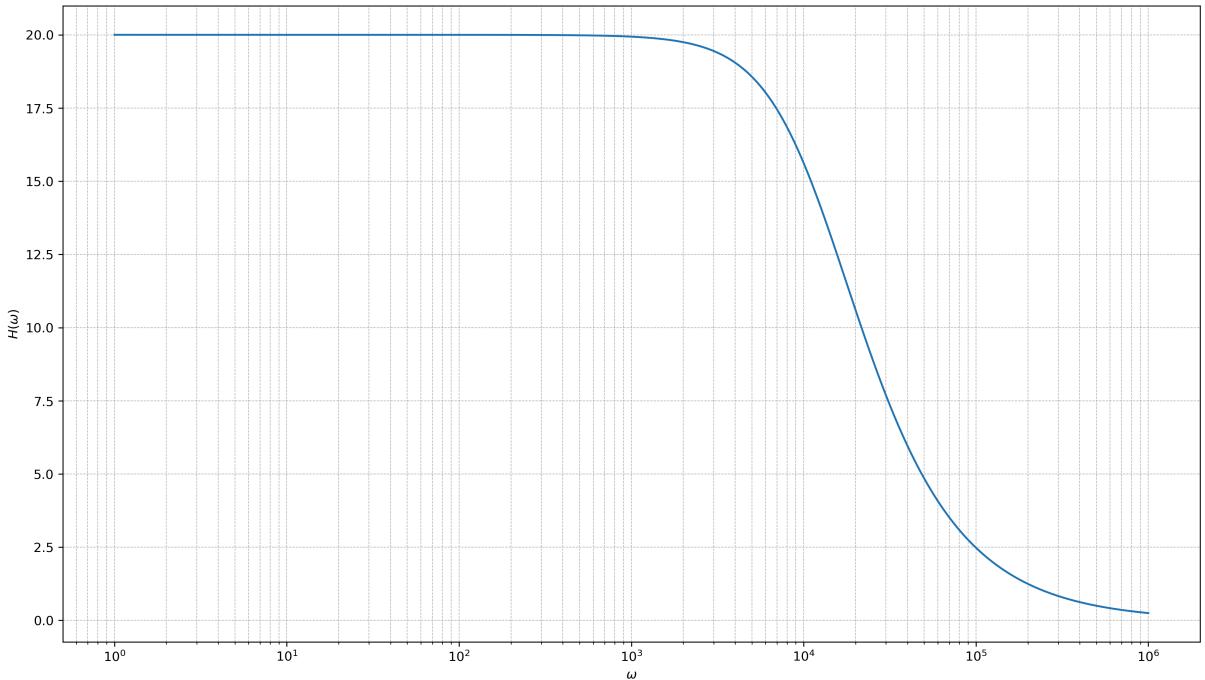
Други члан у овом изразу

$$\frac{1}{\sqrt{1 + (\omega R_2 C)^2}} \quad (7)$$

нам је интересантнији из перспективе филтрирајућег дела овог кола. Њега можемо учинити врло слабо зависним од  $\omega$  за мале вредности  $\omega$  узимајући кондензатор  $C$  вредности реда nF и отпорник  $R_2$  реда k $\Omega$ , јер је онда њихов производ реда  $\sim 10^{-6}$ .

Овиме смо показали да се погодним избором параметара у колу може диктирати појачање и истовремено постићи жељени ефекат филтрирања ниских фреквенција.

График преносне функције  $H(\omega)$  дат је на слици Слика 3, за вредности параметара  $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 20 \text{ k}\Omega$  и  $C = 4 \text{ nF}$ . Приметимо да се појачање од 20 пута одржава на снази ујако великом опсегу фреквенција, све до наглог пада негде након  $10^3 \text{ Hz}$ . Ово је управо понашање које смо желели да постигнемо!



Слика 3: График зависности преносне функције од фреквенције сигнала у логаритамској скали за  $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 20 \text{ k}\Omega$  и  $C = 3.9 \text{ nF}$

Карактеристично је да се појачања изражавају у децибелима, као

$$G = 10 \log \left( \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} \right) \quad (8)$$

где су  $P_{\text{in}}$  и  $P_{\text{out}}$  снаге улазног, осноносно излазног сигнала. Како су снаге пропорционалне квадратима одговарајућих напона, то можемо писати

$$G = 10 \log \left( \frac{V_{\text{out}}^2}{V_{\text{in}}^2} \right) = 20 \log \left( \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} \right) = 20 \log H(\omega) \quad (9)$$

Изражено у децибелима, максимално појачање из претходног примера износи  $20 \log_{10}(20) \approx 26 \text{ dB}$ .

Дефинишишемо граничну фреквенцију филтера  $f_{\text{cutoff}}$  као ону фреквенцију при којој је појачање снаге сигнала једнако половини максималног појачања, а како је снага пропорционална квадрату напона, то је:

$$H(2\pi f_{\text{cutoff}}) = \frac{1}{\sqrt{2}} H(0) \quad (10)$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi f_{\text{cutoff}} R_2 C)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (11)$$

$$\Rightarrow f_{\text{cutoff}} = \frac{1}{2\pi R_2 C} \quad (12)$$

За претходно поменуте вредности  $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 20 \text{ k}\Omega$  и  $C = 3.9 \text{ nF}$  добија се гранична фреквенција

$$f_{\text{cutoff}} = \frac{1}{2\pi \cdot 20\text{k}\Omega \cdot 3.9 \text{ nF}} \approx 2 \text{ kHz} \quad (13)$$

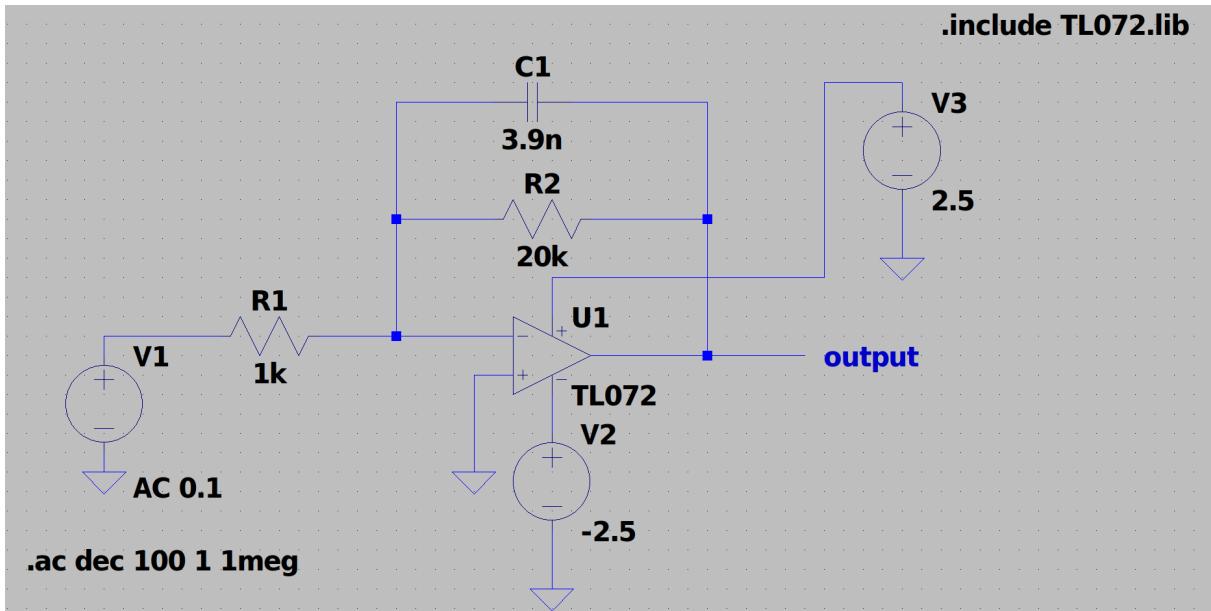
Такође, на основу једначине Једначина 4, видимо да преносна функција садржи негативан предзнак. Ово указује на то да је коло конфигурисано као инвертујући појачавач, што у фазном домену одговара померају од  $180^\circ$  за ниске фреквенције. Са порастом фреквенције, присуство кондензатора  $C$  у грани повратне спрече додатно мења фазну разлику како се приближавамо граничној вредности.

### 3. Симулација

За симулацију кола коришћен је програм LTSpice[2]. Увезен је модел TL072 са странице произвођача[3].

У програму је исцртана шема (Слика 5) према задатим параметрима:

- Коришћен је модел операционог појачавача TL072.
- Напајање појачавача је изведено са симметричних  $+2.5V$  и  $-2.5V$ .
- Вредности пасивних компоненти су постављене на  $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 20 \text{ k}\Omega$  и  $C = 3.9 \text{ nF}$ .
- Извршена је AC Analysis са децималном поделом (100 тачака по декади) у опсегу фреквенција од 1Hz до 1MHz.

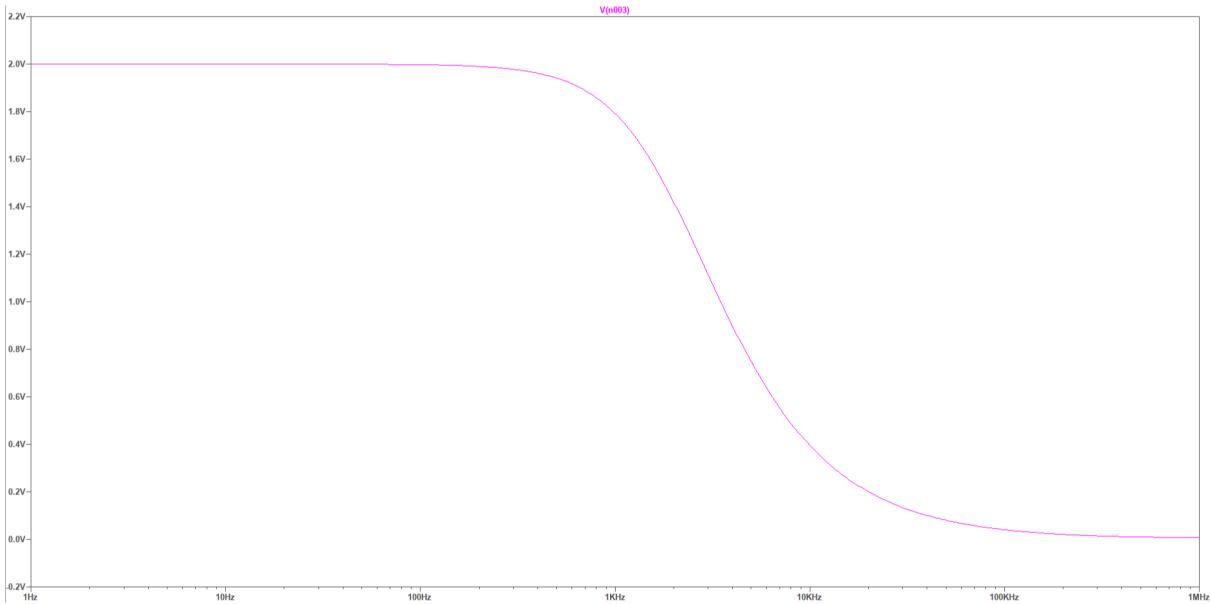


Слика 4: Шема електричног кола симулираног у програму LTSpice

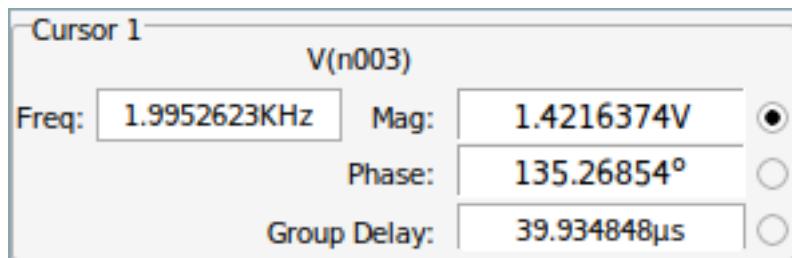
Симулација у LTSpice софтверу је у потпуности потврдила наше прорачуне. Погледајмо кључне аспекте:

- Појачање: На ниским фреквенцијама добили смо појачање од тачно 20 пута (26 dB). То нам говори да модел појачавача TL072 ради стабилно и да на ниским учестаностима отпорници  $R_1$  и  $R_2$  диктирају све.
- Границна фреквенција: Помоћу курсора смо измерили пад од  $-3$  dB на учестаности од  $1.995$  kHz. Ово се скоро савршено поклапа са нашом теоријском вредношћу од око  $2$  kHz. После ове тачке, појачање нагло опада, што је управо оно што желимо од филтера ниских фреквенција.
- Фаза: На самој граничној фреквенцији фаза износи око  $135^\circ$ . То је логично, јер појачавач окреће фазу за  $180^\circ$ , а кондензатор у повратну спрегу додаје кашњење од још  $-45^\circ$ .

Укратко, симулација је доказала да коло у реалним условима (са правим компонентама попут TL072) ради баш онако како смо замислили на папиру.



Слика 5: Појачање добијено симулацијом



Слика 6: Очитане вредности на граничној фреквенцији помоћу курсора

## 4. Мерење

**TODO:** у договору са професором направити одговарајуће табеле за резултате, приложити слике мерења и прокоментарисати резултате

Табела 1: Пример табеле

Volume	Parameters
$\pi h \frac{D^2 - d^2}{4}$ (14)	$h$ : height $D$ : outer radius $d$ : inner radius
$\frac{\sqrt{2}}{12} a^3$ (15)	$a$ : edge length

## Референце

- [1] „Analog Engineer’s Circuit Amplifiers Low-Pass, Filtered, Inverting Amplifier Circuit“. [На Интернету]. Available at: [https://www.ti.com/lit/an/sboa293a/sboa293a.pdf?ts=1766099574662&ref\\_url=https%253A%252F%252Fduckduckgo.com%252F](https://www.ti.com/lit/an/sboa293a/sboa293a.pdf?ts=1766099574662&ref_url=https%253A%252F%252Fduckduckgo.com%252F)
- [2] „LTSpice“. [На Интернету]. Available at: <https://www.analog.com/en/resources/design-tools-and-calculators/ltpice-simulator.html>
- [3] „TL072 Operational Amplifier Spec“. [На Интернету]. Available at: <https://www.ti.com/product/TL072#design-development>