



UNIVERZITET U BEOGRADU
ELEKTROTEHNIČKI
FAKULTET

Студентски пројекат из предмета
Теорија електричних кола
2025/2026

Инвертујући појачавач, филтер ниских фреквенција

Тим 19

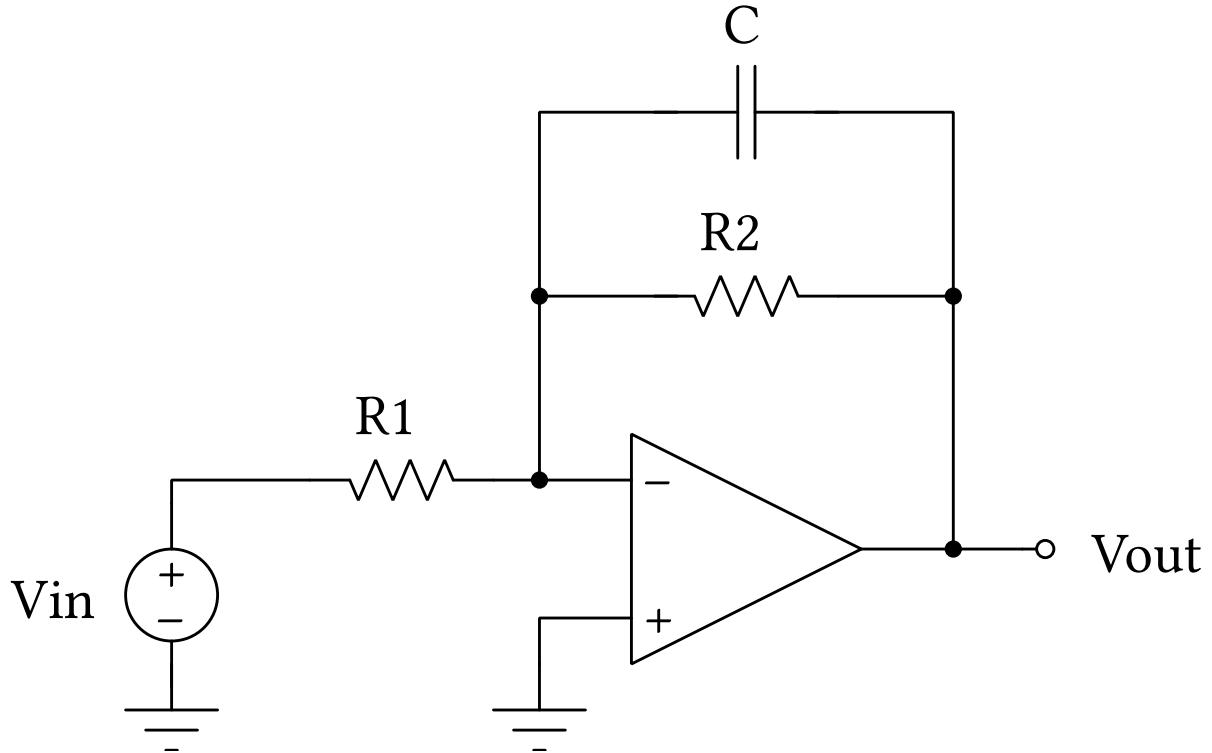
Студенти: Јаков Павловић 24/0223, Дарко Николић 24/0047
Наставник: др Никола Баста, доцент

Садржај

1. Задатак	3
2. Прорачун	3
3. Симулација	6
4. Мерење	9
5. Поређење резултата	11
Референце	12

1. Задатак

Задатак је анализирати, саставити и измерити одзив следећег кола.



Слика 1: Шема електричног кола

Ово коло представља појачавачки инвертујући филтер ниских фреквенција[1]. У даљем раду ћемо одредити на који начин се подешавањем његових параметара може добити жељени ефекат.

2. Прорачун

За потребе прорачуна подразумеваћемо да је операциони појачавач идеалан. У реалности операциони појачавач ће бити напајан спољашњим напајањем. О томе шта ово значи за наш појачавач биће више речи у одељку о симулацији кола.

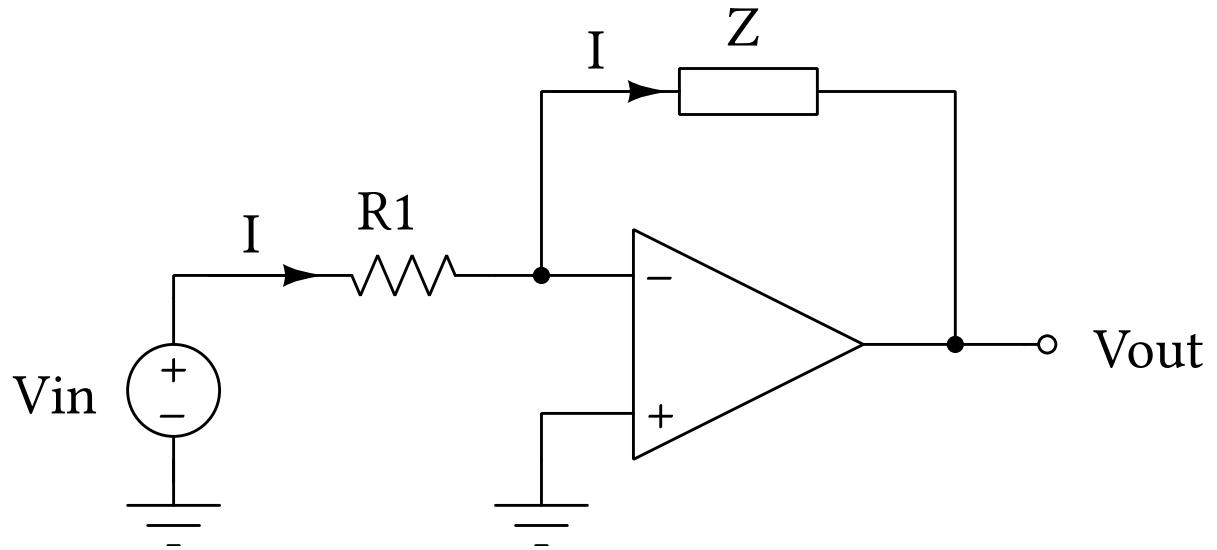
Дато коло ћемо анализирати за простопериодични улазни напонски сигнал $V_{in} = A \sin(\omega t + \varphi)$. Како је коло релативно ниске комплексности решићемо га ручно, у комплексном домену.

Желимо да изразимо излазни напон V_{out} преко улазног напона V_{in} и параметара кола R_1 , R_2 и C .

Заменићемо паралелну везу отпорника R_2 и кондензатора C еквивалентном импедансом Z вредности

$$Z = \frac{R_2 \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C} \quad (1)$$

као на слици Слика 2.



Слика 2: Трансформисано електрично коло

Сада је струја кроз R_1 и Z једнака. Означимо је са I . Приметимо ли још да је чвор кола који одговара инвертујућем терминалу идеалног операционог појачавача једнак нули, можемо израчунати струју I примењујући КЗН као

$$I = \frac{V_{in}}{R_1} \quad (2)$$

Сада лако проналазимо излазни напон V_{out} као

$$\underline{V}_{out} = -Z\underline{I} = -\frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C} \cdot \frac{V_{in}}{R_1} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + j\omega R_2 C} \cdot V_{in} \quad (3)$$

Овај резултат можемо представити и у облику преносне функције $H(\omega)$

$$H(\omega) = \frac{\underline{V}_{out}}{\underline{V}_{in}} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + j\omega R_2 C} \quad (4)$$

Односно за ефективне вредности можемо писати

$$H(\omega) = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega R_2 C)^2}} \quad (5)$$

Јасно је да се максимално појачање добија када $\omega \rightarrow 0$ и одређено је односом вредности отпорника

$$A = -\frac{R_2}{R_1} \quad (6)$$

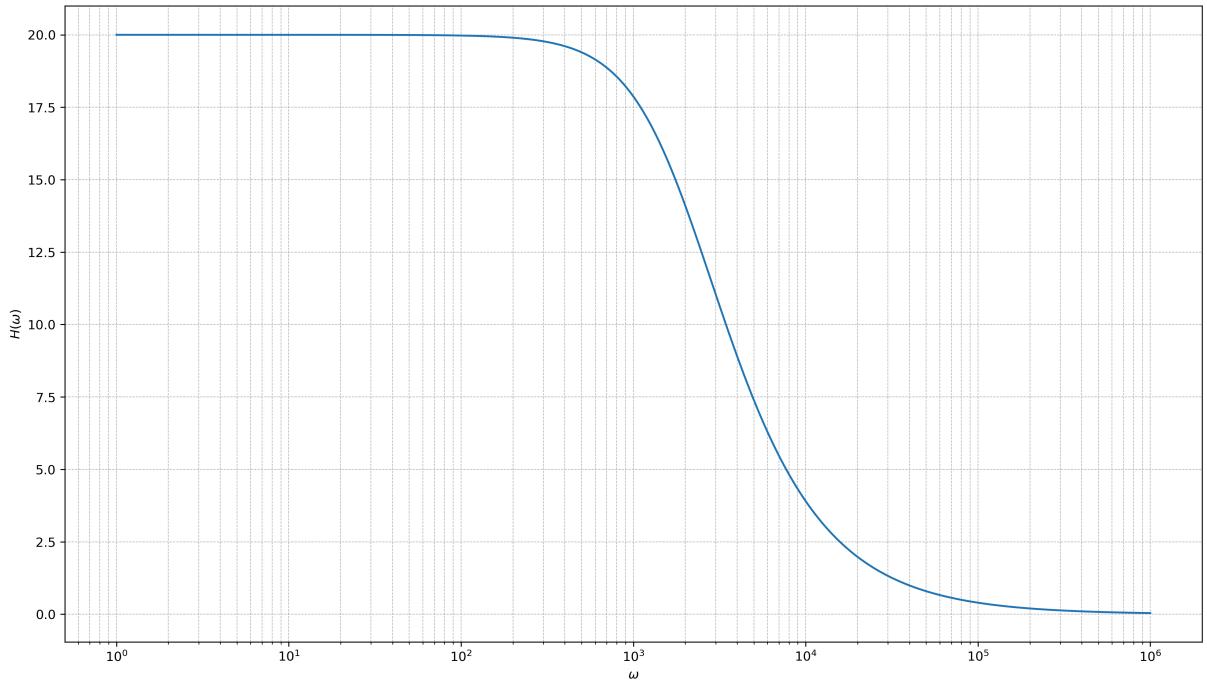
Други члан у овом изразу

$$\frac{1}{\sqrt{1 + (\omega R_2 C)^2}} \quad (7)$$

нам је интересантнији из перспективе филтрирајућег дела овог кола. Њега можемо учинити врло слабо зависним од ω за мале вредности ω узимајући кондензатор C вредности реда nF и отпорник R_2 реда k Ω , јер је онда њихов производ реда $\sim 10^{-6}$.

Овиме смо показали да се погодним избором параметара у колу може диктирати појачање и истовремено постићи жељени ефекат филтрирања ниских фреквенција.

График преносне функције $H(\omega)$ дат је на слици Слика 3, за вредности параметара $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 20 \text{ k}\Omega$ и $C = 4 \text{ nF}$. Приметимо да се појачање од 20 пута одржава на снази ујако великом опсегу фреквенција, све до наглог пада негде након 10^3 Hz . Ово је управо понашање које смо желели да постигнемо!



Слика 3: График зависности преносне функције од фреквенције сигнала у логаритамској скали за $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 20 \text{ k}\Omega$ и $C = 4 \text{ nF}$

Карактеристично је да се појачања изражавају у децибелима, као

$$G = 10 \log \left(\frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} \right) \quad (8)$$

где су P_{in} и P_{out} снаге улазног, осноносно излазног сигнала. Како су снаге пропорционалне квадратима одговарајућих напона, то можемо писати

$$G = 10 \log \left(\frac{V_{\text{out}}^2}{V_{\text{in}}^2} \right) = 20 \log \left(\frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} \right) = 20 \log H(\omega) \quad (9)$$

Изражено у децибелима, максимално појачање из претходног примера износи $20 \log_{10}(20) \approx 26 \text{ dB}$.

Такође, карактеристично за филтерска кола је да квантитативно опишемо које фреквенције он филтрира. Међутим, како је преносна функција овог кола непрекидна функција (кружне) фреквенције, то не постоји нека дискретна гранична вредност после које филтер не пропушта сигнале. Зато се најчешће поступа на следећи начин - дефишемо граничну фреквенцију f_{cutoff} као онз фреквенцију за коју појачање филтера падне на половину своје максималне вредности. Као и раније, говоримо о појачању снаге, што одговара паду појачања напона на $\frac{1}{\sqrt{2}}$ максималне вредности. Овој вредности одговара пад од -3 dB од на децибелској скали.

За коло у питању онда можемо писати

$$H(\omega_{\text{cutoff}}) = \frac{1}{\sqrt{2}} H(0) \quad (10)$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi f_{\text{cutoff}} R_2 C)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (11)$$

$$f_{\text{cutoff}} = \frac{1}{2\pi R_2 C} \quad (12)$$

За претходно поменуте вредности $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 20 \text{ k}\Omega$ и $C = 4 \text{ nF}$ добија се гранична фреквенција

$$f_{\text{cutoff}} = \frac{1}{2\pi \cdot 20\text{k}\Omega \cdot 4\text{nF}} \approx 2 \text{ kHz} \quad (13)$$

што одговара очитавању са графика Слика 3.

Такође, на основу једначине Једначина 4, видимо да преносна функција садржи негативан предзнак. Ово указује на то да је коло конфигурисано као инвертујући појачавач, што у фазном домену одговара померају од 180° за ниске фреквенције. Са порастом фреквенције, присуство кондензатора C у грани повратне спрете додатно мења фазну разлику како се приближавамо граничној вредности.

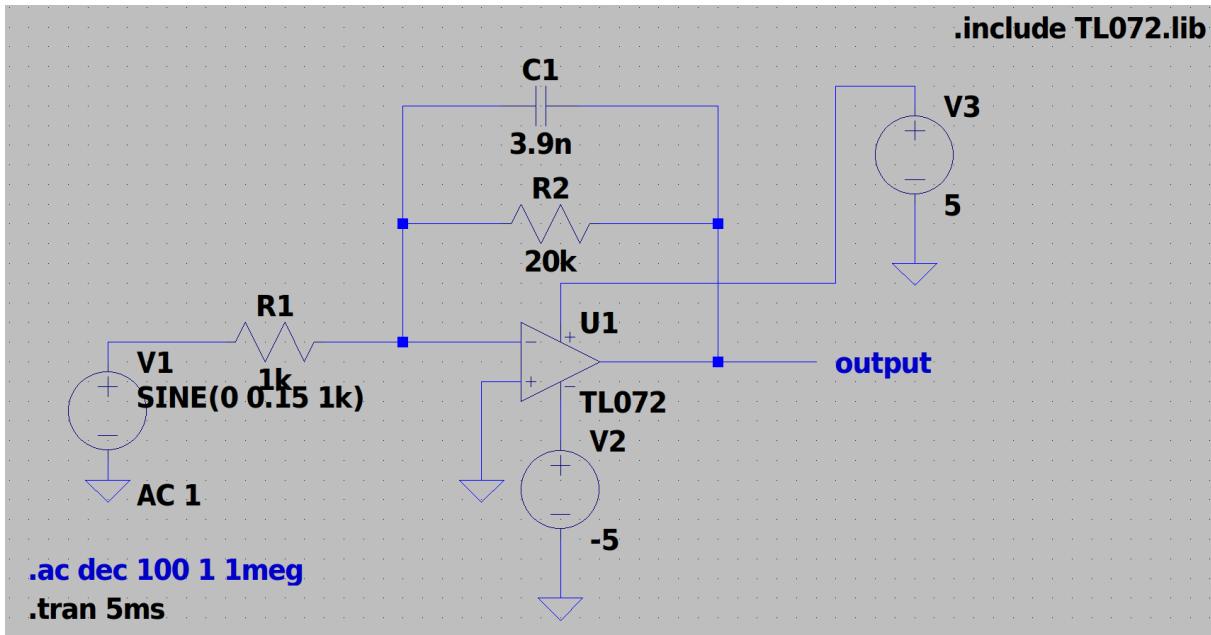
3. Симулација

За симулацију кола коришћен је програм LTSpice[2]. Увезен је модел TL072 са странице производа[3].

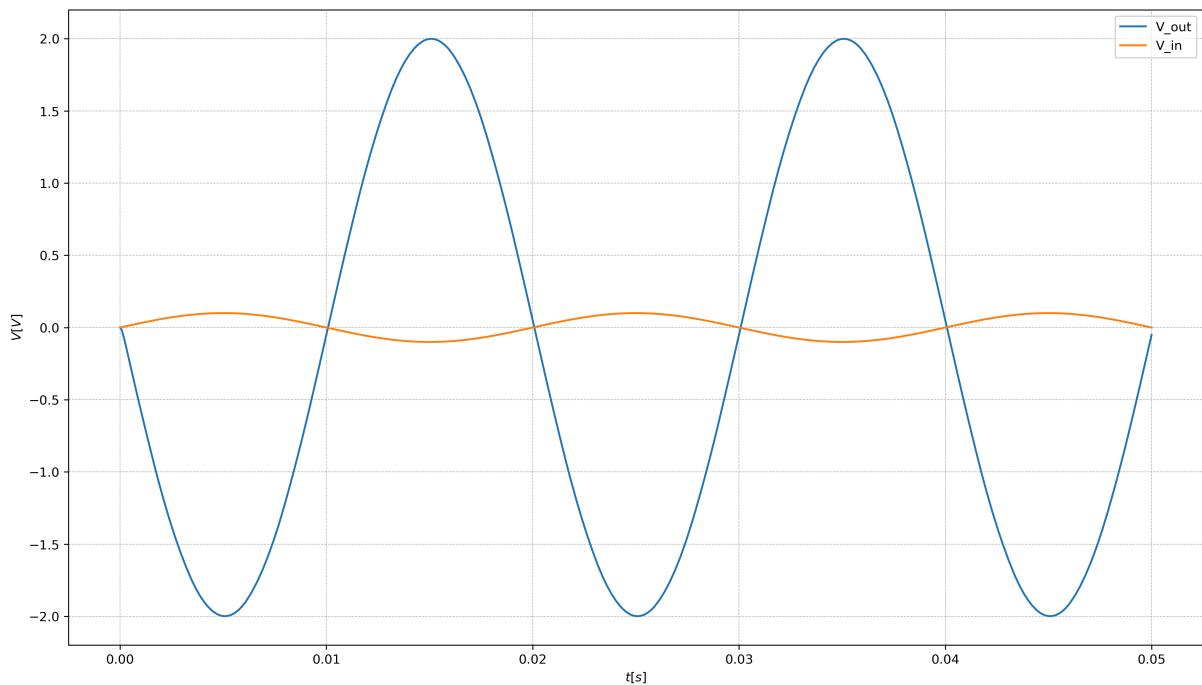
У програму је исцртана шема (Слика 4) према задатим параметрима:

- Коришћен је модел операционог појачавача TL072.
- Напајање појачавача је изведено са симметричних $+5V$ и $-5V$.
- Вредности пасивних компоненти су постављене на $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 20 \text{ k}\Omega$ и $C = 4 \text{ nF}$.

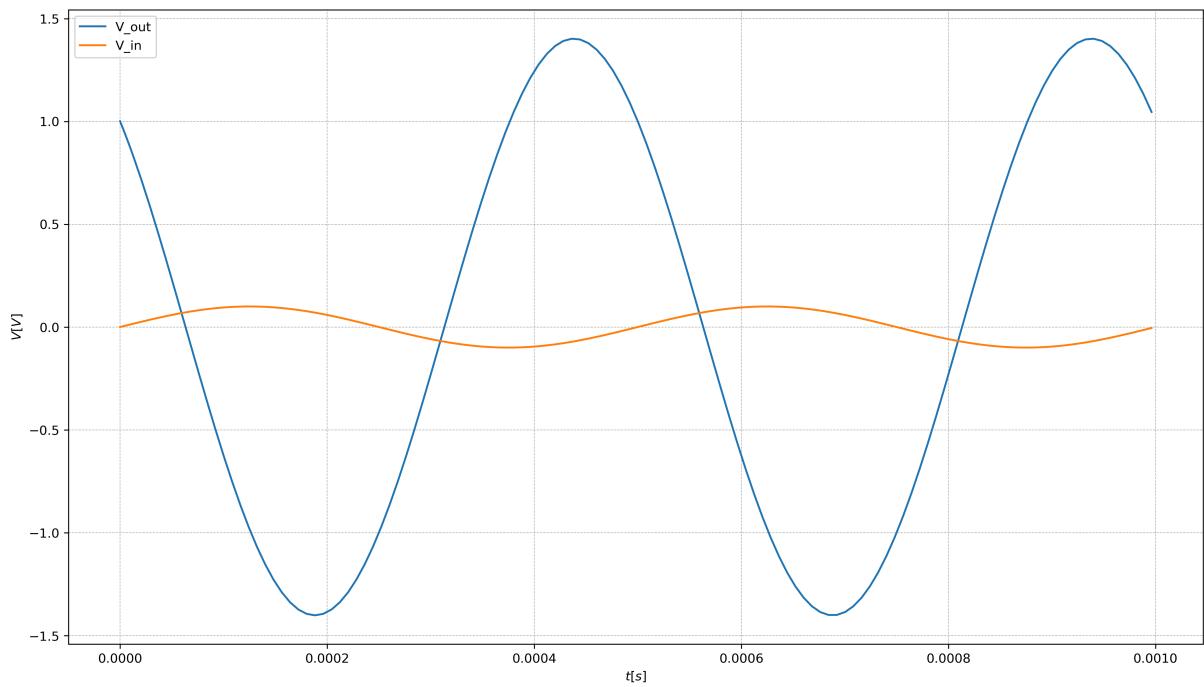
Извршено је неколико Transient анализа за различите вредности фреквенције улазног сигнала, као и AC Analysis са децималном поделом (100 тачака по декади) у опсегу фреквенција од 1Hz до 1MHz. Резултати су документовани у неколико наредних слика.



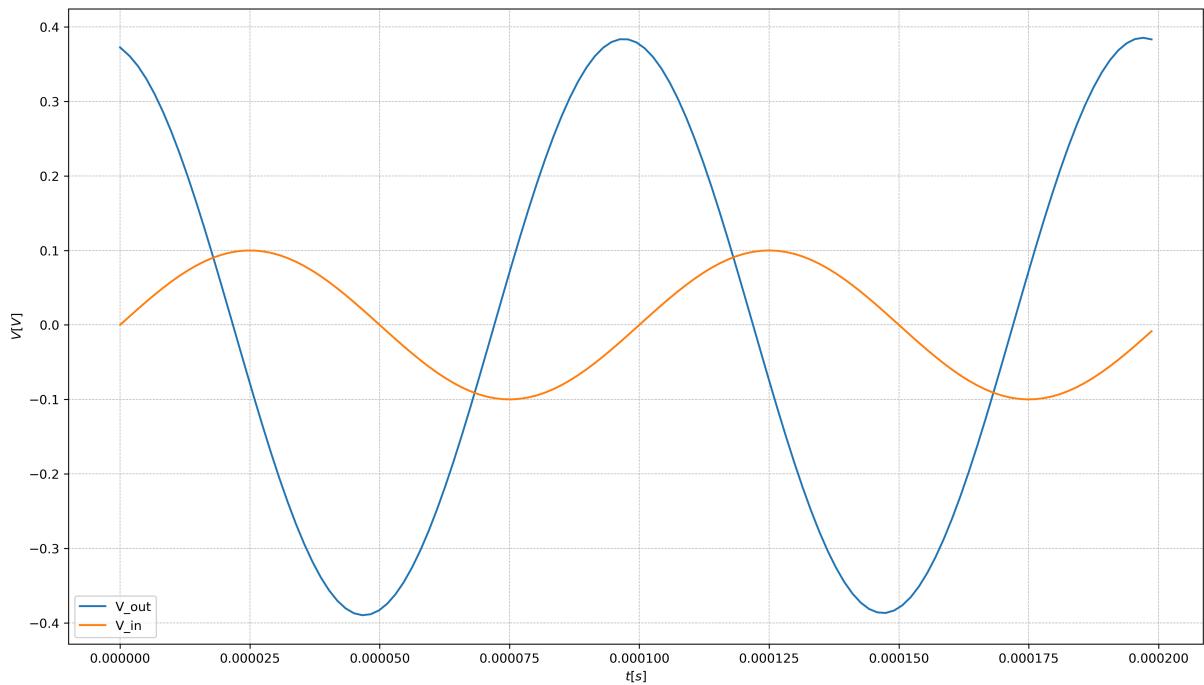
Слика 4: Шема електричног кола симулираног у програму LTSpice



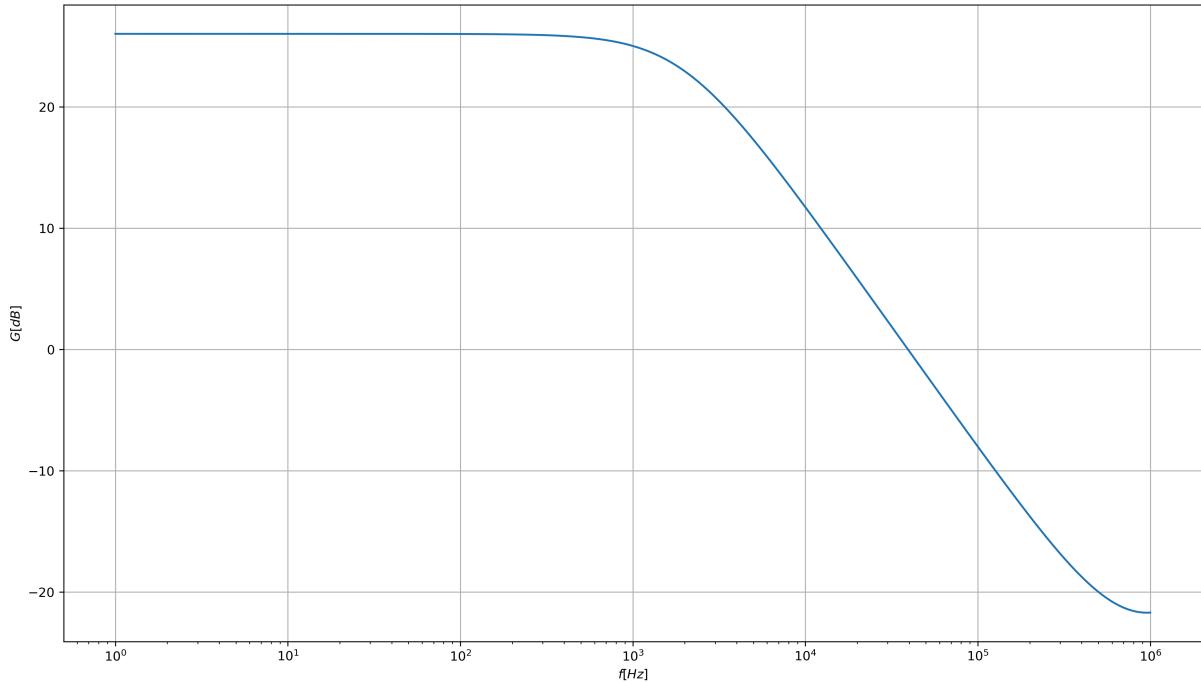
Слика 5: Transient анализа за фреквенцију од 50 Hz



Слика 6: Transient анализа за фреквенцију од 2 kHz



Слика 7: Transient анализа за фреквенцију од 10 kHz



Слика 8: АС анализа у опсегу фреквенција од 1Hz до 1MHz

Симулација у LTSpice софтверу је у потпуности потврдила наше прорачуне.

Погледајмо кључне аспекте:

- Појачање: На ниским фреквенцијама добили смо појачање од тачно 20 пута (26 dB). То нам говори да модел појачавача TL072 ради стабилно и да на ниским учестаностима отпорници R_1 и R_2 диктирају све.
- Границна фреквенција: Помоћу курсора смо измерили пад од -3 dB на учестаности од 1.995 kHz. Ово се скоро савршено поклапа са нашом теоријском вредношћу од око 2 kHz. После ове тачке, појачање нагло опада, што је управо оно што желимо од филтера ниских фреквенција.
- Фаза: На самој граничној фреквенцији фаза износи око 135° . То је логично, јер појачавач окреће фазу за 180° , а кондензатор у повратну спречу додаје кашњење од још -45° .

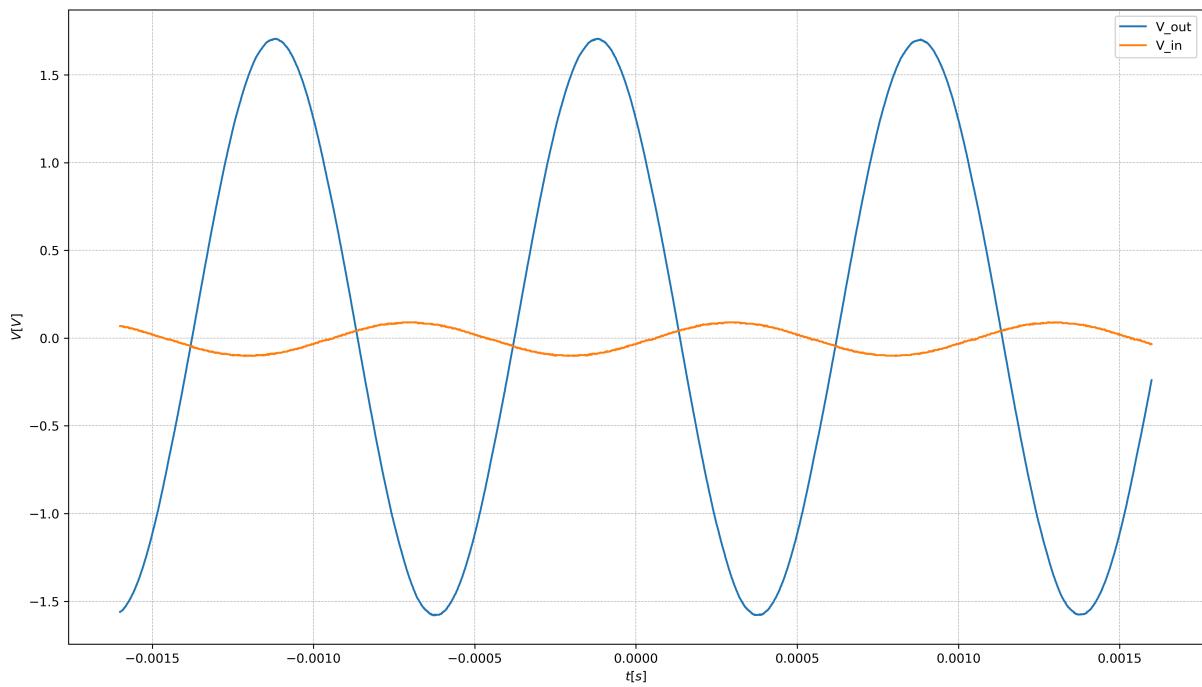
Укратко, симулација је доказала да коло у реалним условима (са правим компонентама попут TL072) ради баш онако како смо замислили на папиру.

4. Мерење

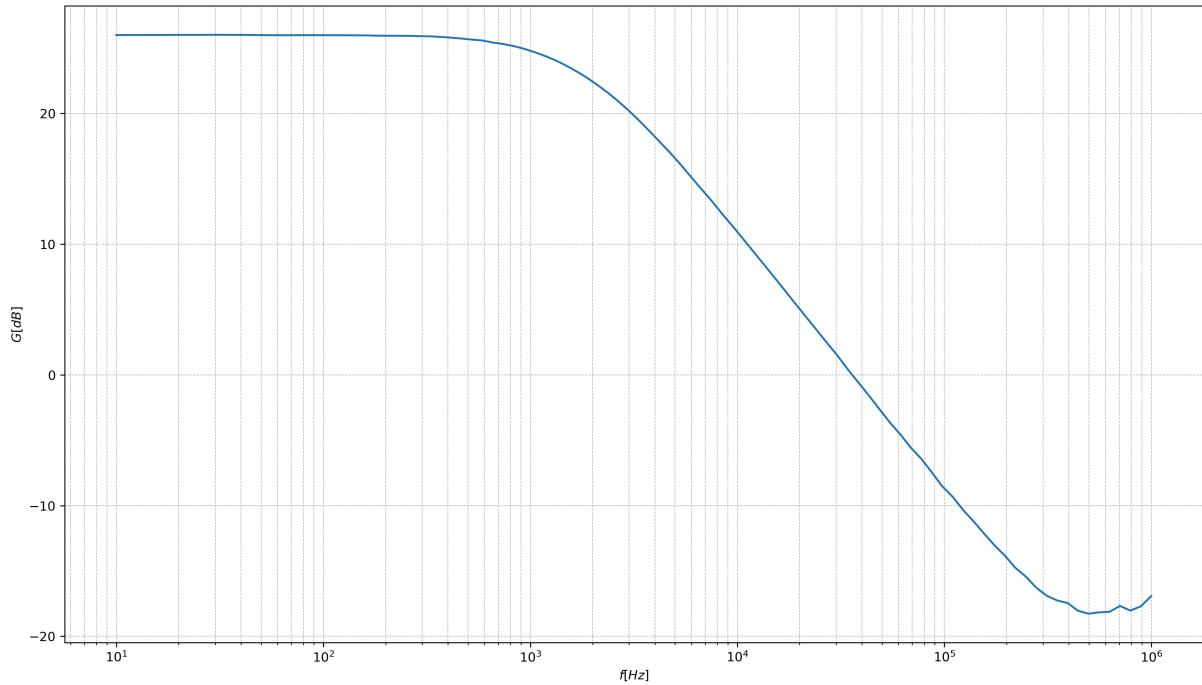
Мерење је одрађено у лабораторији на факултету. Коло је састављено на протоборду, а за изворе напајања, као и саму мерну апаратуру је коришћен ADALM2000[4].

ovde dodati sliku iz laba

Извршено је једно мерење преносне карактеристике (Слика 9) као и АС анализа у опсегу фреквенција од 10 Hz до 1 MHz (Слика 10). Резултати мерења су сачувани и искоришћени за графичко приказавање резултата у Python-у.



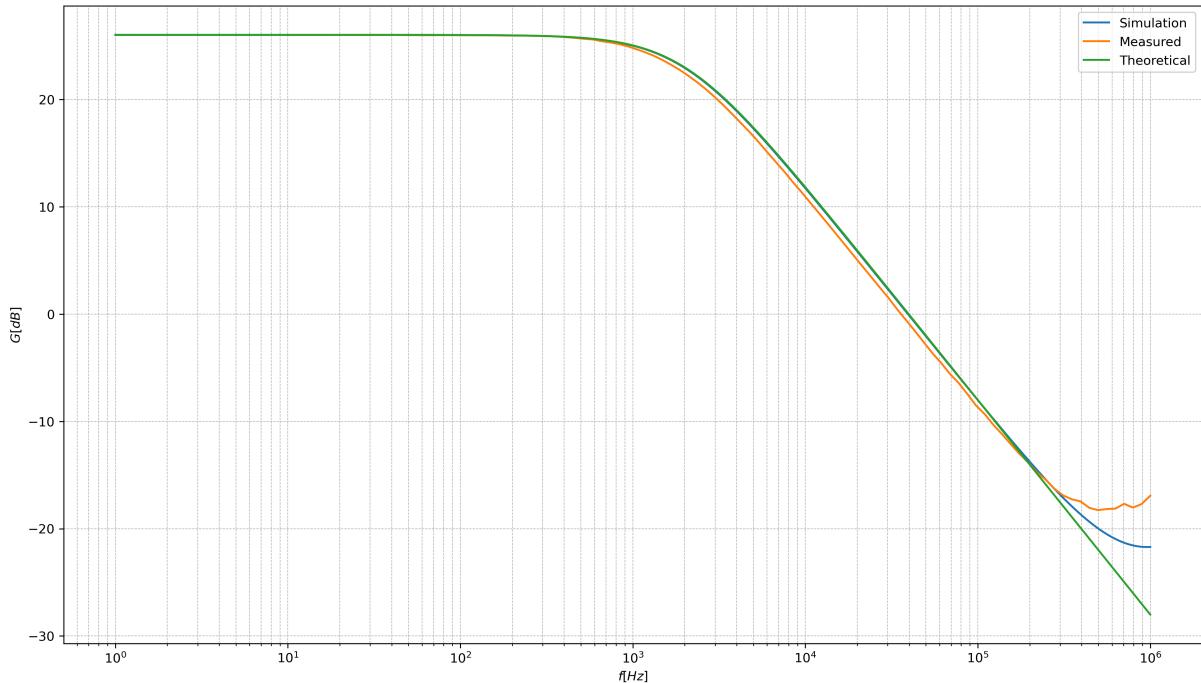
Слика 9: Појачање улазног сигнала фреквенције **koliko bese, zab sam** Hz измерено у лабораторији



Слика 10: АС анализа у опсегу фреквенција од 10Hz до 1MHz измерена у лабораторији

5. Поређење резултата

Коришћењем резултата добијених симулацијом, мерењем, као и теоријски добијеном релацијом, конструисан је график на слици Слика 11. На њој се види то и то...



Слика 11: Графичко поређење свих резултата

Сви коришћени подаци и Python скрипте, као и изворни код документа доступни су на следећем линку

<https://github.com/nikoloc/projekat-tek>

Референце

- [1] „Analog Engineer’s Circuit Amplifiers Low-Pass, Filtered, Inverting Amplifier Circuit“. Приступљено: 19. Децембар 2025. [На Интернету]. Available at: https://www.ti.com/lit/an/sboa293a/sboa293a.pdf?ts=1766099574662&ref_url=https%253A%252F%252Fdduckduckgo.com%252F
- [2] „LTSpice“. Приступљено: 19. Децембар 2025. [На Интернету]. Available at: <https://www.analog.com/en/resources/design-tools-and-calculators/ltpice-simulator.html>
- [3] „TL072 Operational Amplifier Spec“. Приступљено: 19. Децембар 2025. [На Интернету]. Available at: <https://www.ti.com/product/TL072#design-development>
- [4] „ADALM 2000 - Advanced Active Learning Module“. Приступљено: 03. Јануар 2026. [На Интернету]. Available at: <https://www.analog.com/en/resources/evaluation-hardware-and-software/evaluation-boards-kits/adalm2000.html>