

# 1. Projekat iz Teorije Električnih Kola

## 1.1. Zadatak

Zadatak je analizirati, sastaviti i izmeriti odziv sledećeg kola.

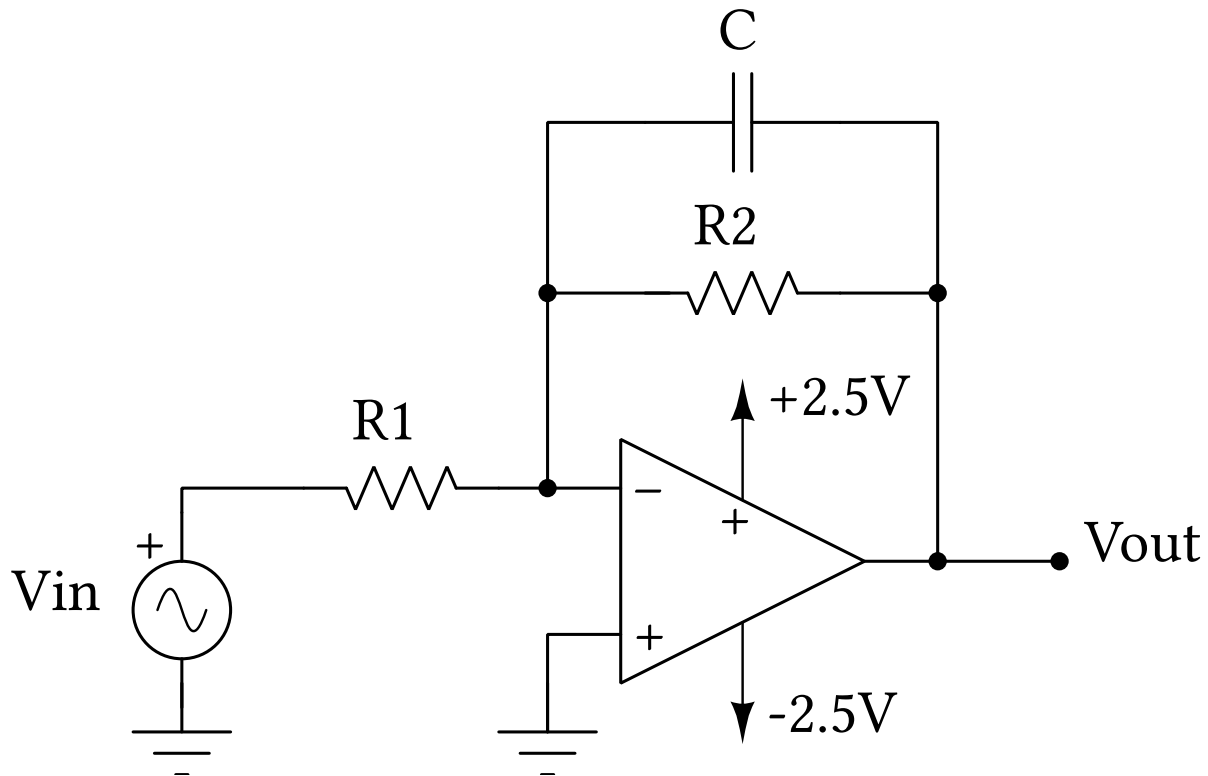


Figure 1: Šema električnog kola

Ovo kolo predstavlja **pojačavački invertujući filter niskih frekvencija**[1]. U daljem radu ćemo odrediti i demonstrirati na koji način se podešavanjem njegovih parametara mogu dobiti željeni efekti.

## 1.2. Proračun

Za potrebe proračuna podrazumevaćemo da je operacioni pojačavač idealan, kao na slici Figure 2.

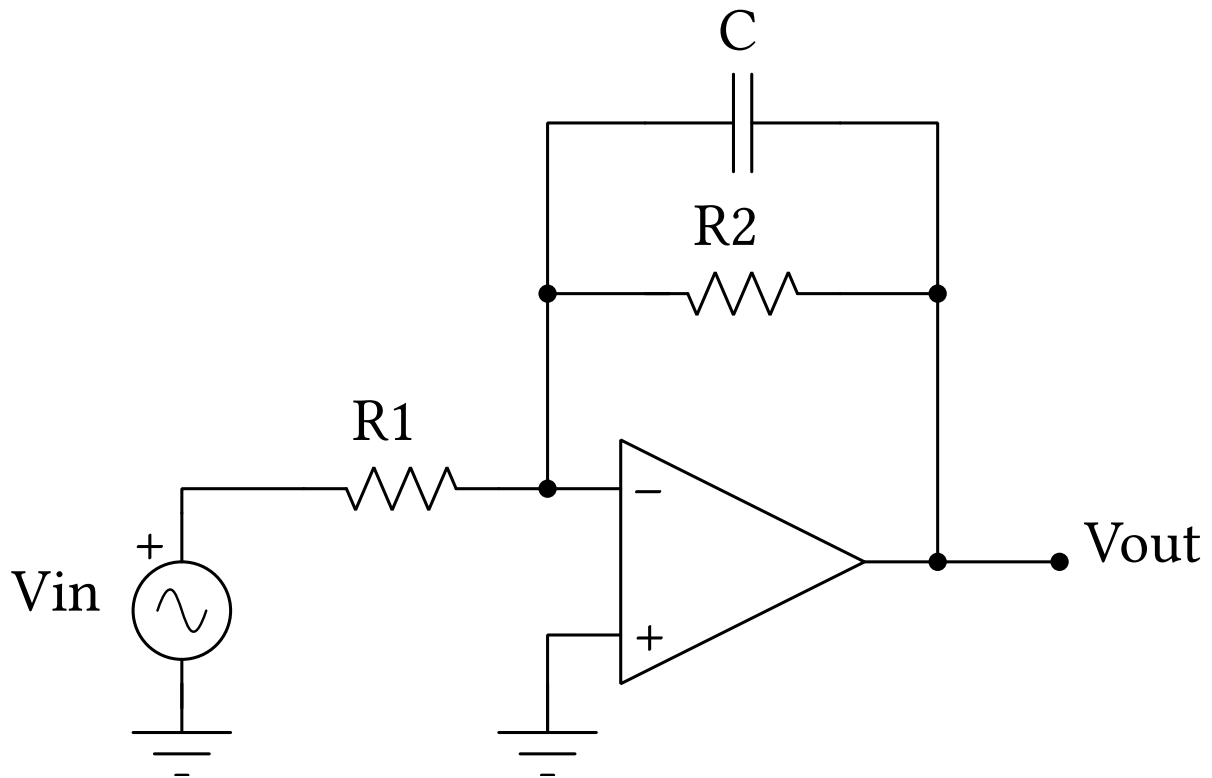


Figure 2: Šema idealnog električnog kola

Dato kolo ćemo analizirati za prostoperiodični ulazni naponski signal  $V_{\text{in}} = A \sin(\omega t + \varphi)$ . Kako je kolo relativno niske kompleksnosti rešićemo ga ručno, u kompleksnom domenu.

Želimo da izrazimo izlazni napon  $V_{\text{out}}$  preko ulaznog napona  $V_{\text{in}}$  i parametara kola  $R_1$ ,  $R_2$  i  $C$ .

Zameni ćemo paralelnu vezu otpornika  $R_2$  i kondenzatora  $C$  ekvivalentnom impendansom  $Z$

$$\underline{Z} = \frac{R_2 \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C} \quad (1)$$

kao na slici Figure 3.

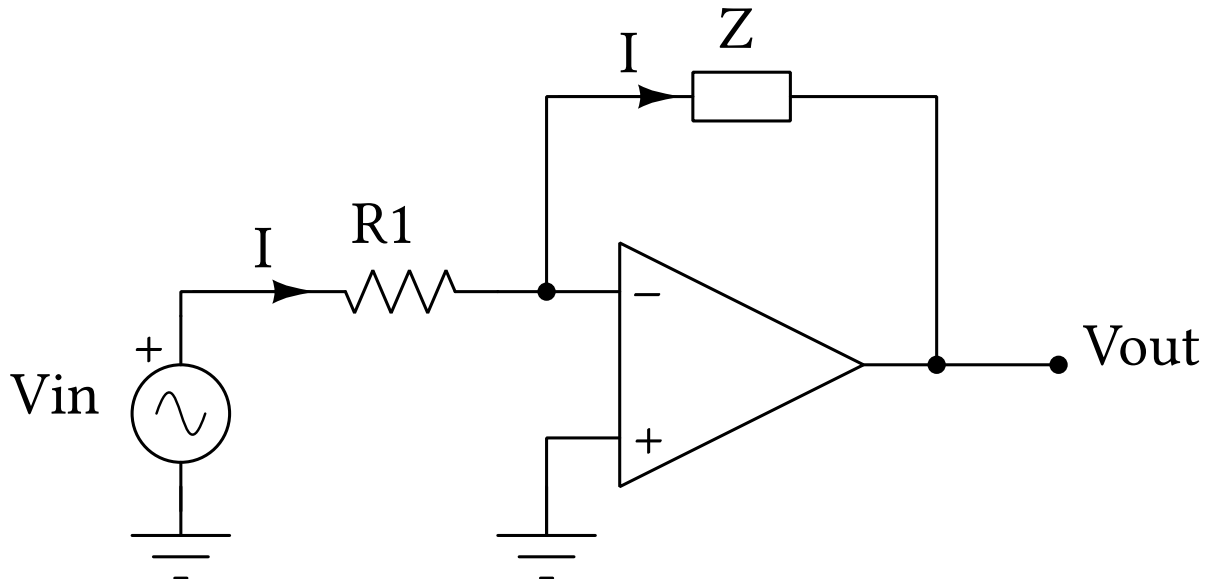


Figure 3: Transformisano električno kolo

Sada je struja kroz  $R_1$  i  $Z$  jednaka. Označimo je sa  $I$ . Primetimo li još da je čvor kola koji odgovara invertujućem terminalu idealnog operacionog pojačavača jednak nuli, možemo izračunati struju  $I$  primenjujući KZN kao

$$\underline{I} = \frac{\underline{V}_{in}}{R_1} \quad (2)$$

Sada lako pronalazimo izlazni napon  $V_{out}$  kao

$$\begin{aligned} \underline{V}_{out} &= -\underline{Z}\underline{I} \\ &= -\frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C} \cdot \frac{\underline{V}_{in}}{R_1} \\ &= -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + j\omega R_2 C} \cdot \underline{V}_{in} \end{aligned} \quad (3)$$

Ovaj rezultat možemo predstaviti i u obliku prenosne funkcije  $H(\omega)$

$$\underline{H}(\omega) = \frac{\underline{V}_{out}}{\underline{V}_{in}} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + j\omega R_2 C} \quad (4)$$

Odnosno za efektivne vrednosti dobijamo

$$H(\omega) = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega R_2 C)^2}} \quad (5)$$

Grafik ove funkcije dat je na slici Figure 4, za vrednosti parametara  $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 20 \text{ k}\Omega$  i  $C = 3.9 \text{ nF}$  (ovaj izbor parametara biće jasniji u daljem tekstu). Na grafiku se vidi nagli pad između  $10^3$  i  $10^4 \text{ Hz}$ .

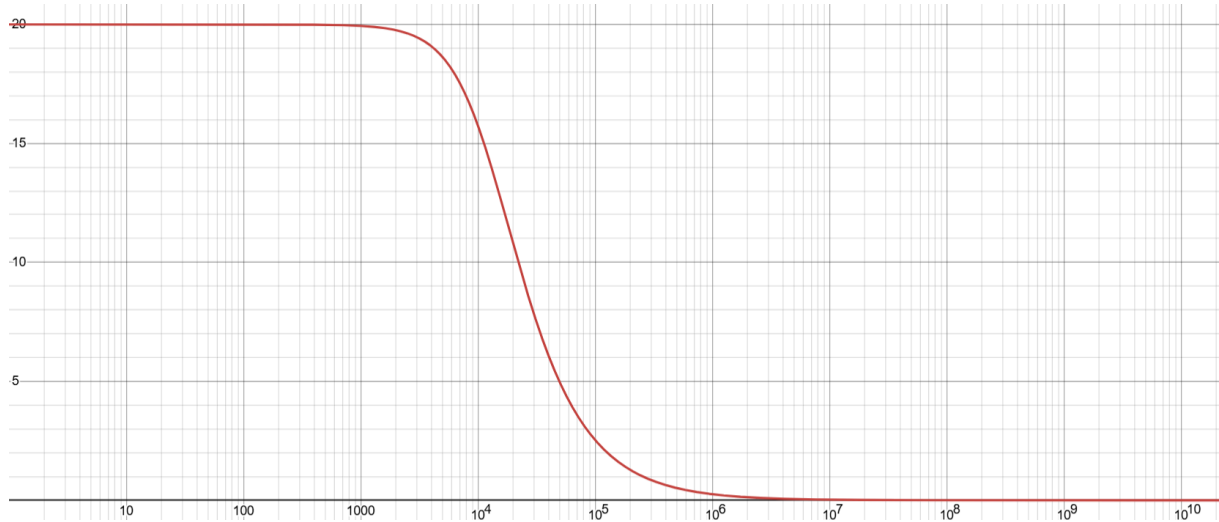


Figure 4: Grafik zavisnosti napona od frekvencije u logaritamskoj skali za  $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 20 \text{ k}\Omega$  i  $C = 3.9 \text{ nF}$

Primetimo da u izrazu za  $H(\omega)$  figuriše odnos  $\frac{R_2}{R_1}$ , odnosno što je veći ovaj odnos to je i pojačanje veće. Drugi član u ovom izrazu

$$\frac{1}{\sqrt{1 + (\omega R_2 C)^2}} \quad (6)$$

možemo učiniti vrlo slabo zavisnim od  $\omega$  za male vrednost  $\omega$  uzimajući kondenzator  $C$  vrednosti reda nF i otpornika  $R_2$  reda k $\Omega$ , jer je onda njihov proizvod reda  $\sim 10^{-6}$ .

Ovime smo pokazali da se pogodnim izborom parametara u kolu, može diktirati pojačanje i istovremeno postići željeni efekat filtriranja niskih frekvencija.

Definišemo graničnu frekvenciju filtera  $f_{\text{cutoff}}$  kao onu frekvenciju pri kojoj je pojačanje snage signala jednako polovini maksimalnog pojačanja, a kako je snaga proporcionalna kvadratu napona, to je:

$$H(2\pi f_{\text{cutoff}}) = \frac{1}{\sqrt{2}} H(0) \quad (7)$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi f_{\text{cutoff}} R_2 C)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (8)$$

$$\Rightarrow f_{\text{cutoff}} = \frac{1}{2\pi R_2 C} \quad (9)$$

Za prethodno pomenute vrednosti  $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 20 \text{ k}\Omega$  i  $C = 3.9 \text{ nF}$  dobija se granična frekvencija

$$f_{\text{cutoff}} = \frac{1}{2\pi \cdot 20\text{k}\Omega \cdot 3.9 \text{ nF}} \approx 2 \text{ kHz} \quad (10)$$

što odgovara očitavanju sa grafika Figure 4.

### 1.3. Simulacija

Za simulaciju kola korišćen je program LTSpice[2]. Uvezen je model TL072[3]

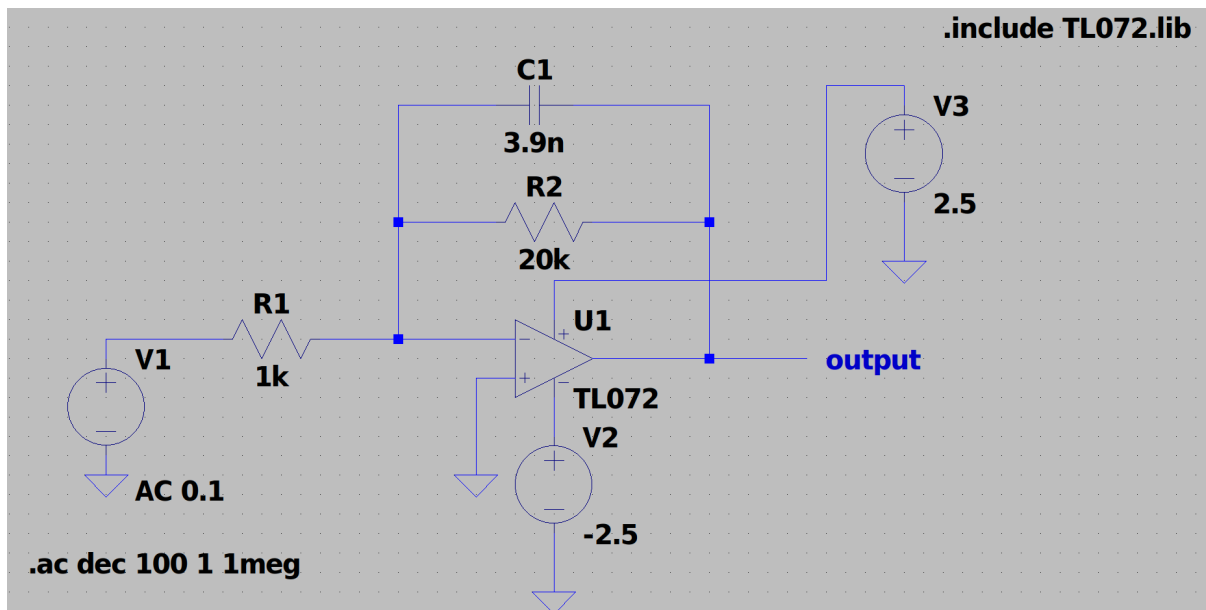


Figure 5: Šema električnog kola

neki tekst

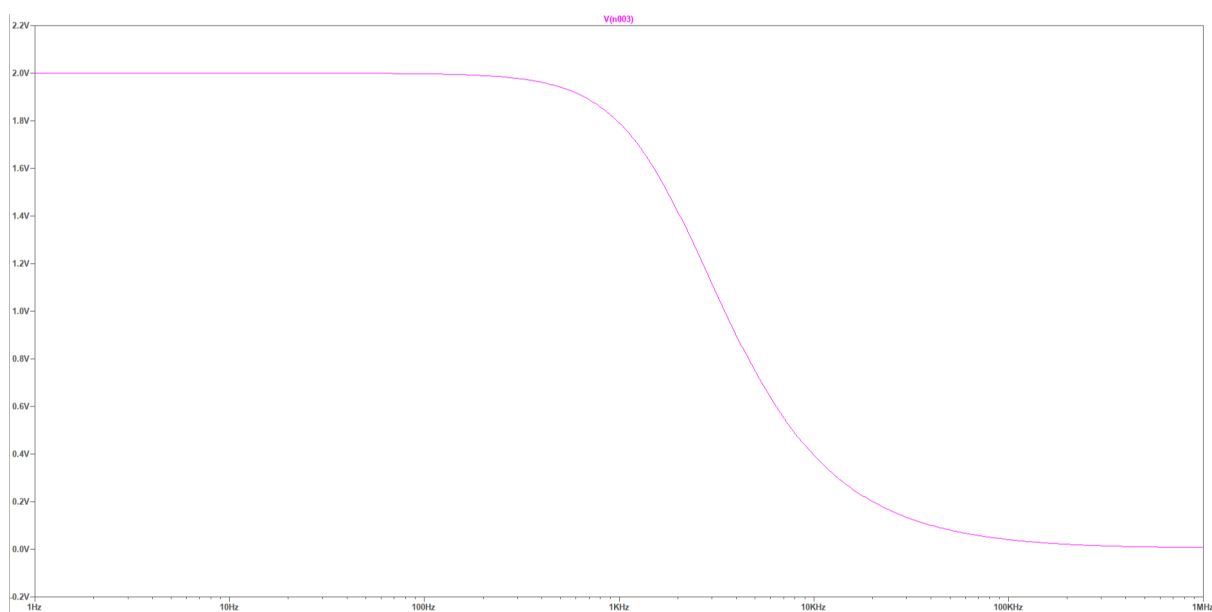


Figure 6: Pojaćanje dobijeno simulacijom

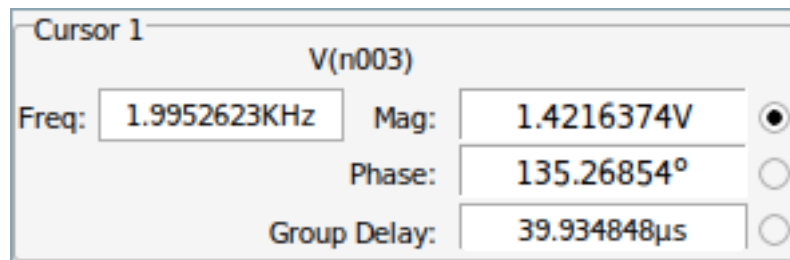


Figure 7: Pojačanje dobijeno simulacijom

## Reference

- [1] “Analog Engineer’s Circuit Amplifiers Low-Pass, Filtered, Inverting Amplifier Circuit.” [Online]. Available: [https://www.ti.com/lit/an/sboa293a/sboa293a.pdf?ts=1766099574662&ref\\_url=https%253A%252F%252Fduckduckgo.com%252F](https://www.ti.com/lit/an/sboa293a/sboa293a.pdf?ts=1766099574662&ref_url=https%253A%252F%252Fduckduckgo.com%252F)
- [2] “LTSpice.” [Online]. Available: <https://www.analog.com/en/resources/design-tools-and-calculators/ltspice-simulator.html>
- [3] “TL072 Operational Amplifier Spec.” [Online]. Available: <https://www.ti.com/product/TL072#design-development>