

Лабораторная работа № 1 «Проверка статистических гипотез»

Студента Ефименко Н.П. группы Б23-504. Дата сдачи: 26.10.2025

Ведущий преподаватель: Трофимов А.Г. оценка: _____ подпись: _____

Вариант №6

Цель работы: изучение функций Statistics and Machine Learning Toolbox™ MATLAB / Python SciPy.stats для проверки статистических гипотез.

1. Исходные данные

Характеристики наблюдаемых случайных величин:

СВ	Распределение	Параметры	Математическое ожидание, m_i	Дисперсия, σ_i^2
X_1	$\chi^2(1)$	$\nu = 2$	$m_1 = 2$	$(\text{sig}^2)^2 = 4$
X_2	$N(3,1)$	$\mu = 3, \text{sig} = 1$	$m_2 = 3$	$(\text{sig}^2)^2 = 1$

Указание: для генерации случайных чисел использовать функции **rand**, **randn**, **chi2rnd** (scipy.stats: **uniform.rvs**, **norm.rvs**, **chi2.rvs**)

Выборочные характеристики:

СВ	Среднее, \bar{x}_i	Оценка дисперсии, s_i^2	Оценка с.к.о., s_i	Объем выборки, n_i
X_1	2.08	6.40	2.53	150
X_2	3.17	0.97	0.98	150
<i>Pooled</i>	2.63	3.97	1.99	300

Указание: для расчета использовать функции **mean**, **var**, **std** (scipy.stats: **describe**)

2. Однопараметрические критерии

Для случайной величины X_1 :

Тест	Стат. гипотеза, H_0	Выборочное значение	$p\text{-value}$	Стат. решение при $\alpha = 0.01$	Ошибка стат. решения
------	-----------------------	---------------------	------------------	-----------------------------------	----------------------

		статистики критерия			
z-test	$M(X_1) = 2$	0.53	0.60	Принимаем H_0	-
t-test	$M(X_1) = 2$	0.42	0.68	Принимаем H_0	-
χ^2 -test (m – изв)	$\sigma_1^2 = 4$	238.9	$1.05 \cdot 10^{-5}$	Отвергаем H_0	Ошибка 1 рода
χ^2 -test (m – не изв)	$\sigma_1^2 = 4$	238.5	$8.69 \cdot 10^{-6}$	Отвергаем H_0	Ошибка 1 рода

Указание: для проверки гипотез использовать функции **ztest**, **ttest**, **vartest** (**scipy.stats: ttest_1samp**, **chisquare**)

3. Двухвыборочные критерии

Для случайных величин X_1, X_2 :

Тест	Стат. гипотеза, H_0	Выборочное значение статистики критерия	p -value	Стат. решение при $\alpha = 0.01$	Ошибка стат. решения
2-sample t-test	$M(X_1)=M(X_2)$	-4.93	$1.79 \cdot 10^{-6}$	Отвергаем H_0	-
2-sample F-test (m – изв)	$D(X_1)=D(X_2)$	6.36	$2.14 \cdot 10^{-26}$	Отвергаем H_0	-
2-sample F-test (m – не изв)	$D(X_1)=D(X_2)$	6.56	$5.66 \cdot 10^{-27}$	Отвергаем H_0	-

Указание: для проверки гипотез использовать функции **ttest2**, **vartest2** (**scipy.stats: ttest_ind**, **chisquare**)

4. Исследование распределений статистик критерия

Статистическая гипотеза: $H_0: \mu_1 = 2$ (σ_1 – неизв)

Формула расчёта статистики критерия T : $\frac{\bar{X} - m_0}{S\sqrt{n}}$

Формула для выборочного среднеквадратичного отклонения S :

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}$$

Формула расчёта статистики P -value: $p=2(1 - F_{t_{n-1}}(|T|))$

Число серий экспериментов $N = 1000$

Теоретические характеристики:

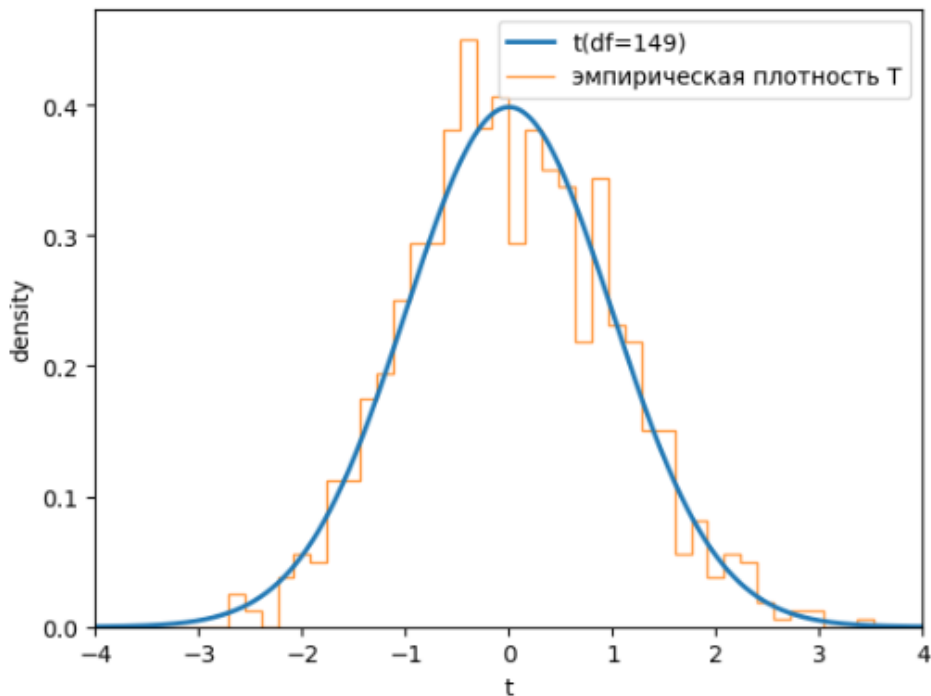
СВ	Распределение в условиях H_0	Параметры	Математическое ожидание	Дисперсия	С.к.о.
T	$T \sim t_{n-1}$	$v = n - 1$	0.00	$\frac{v}{v-2} = \frac{n-1}{n-3}$ (при $n > 3$)	$\sqrt{\frac{v}{v-2}} = \sqrt{\frac{n-1}{n-3}}$ (при $n > 3$)
P -value	$R(0,1)$		0.50	0.083	0.288

Выборочные характеристики:

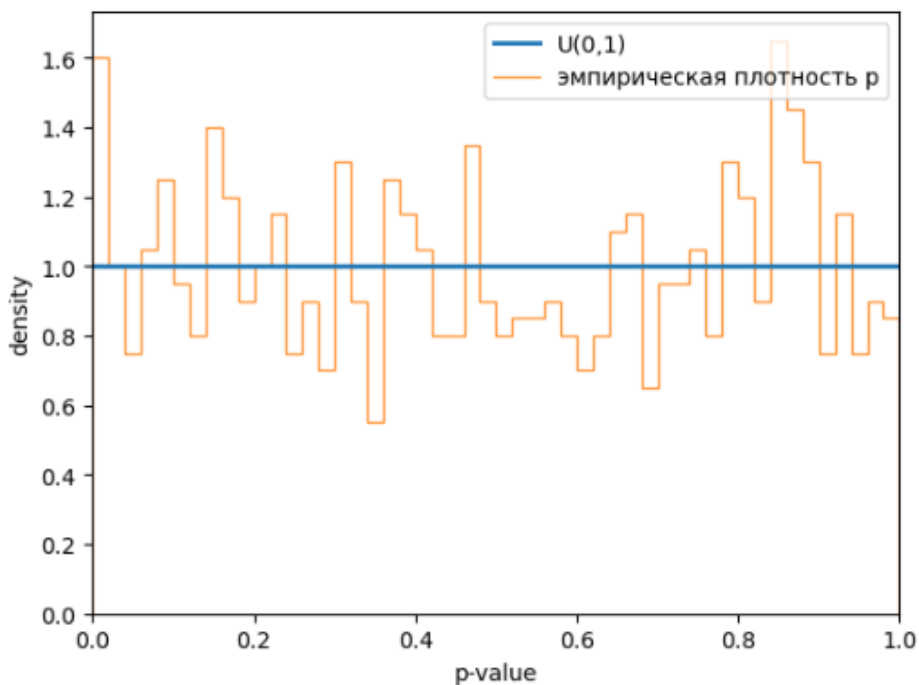
СВ	Среднее	Оценка дисперсии	Оценка с.к.о.
T	-0.08	1.11	1.03
P -value	0.49	0.086	0.296

Указание: при расчете выборочных значений статистики критерия использовать функции **norminv**, **tin**, **chi2inf**, **finv** (**scipy.stats: norm.ppf**, **t.ppf**, **chi2.ppf**, **f.ppf**)

Гистограмма частот статистики Z и теоретическая функция $f_Z(z|H_0)$:



Гистограмма частот статистики $P\text{-value}$ и теоретическая функция $f_P(p|H_0)$:



Указание: для построения гистограмм и теоретических функций плотности использовать функции **hist**, **normpdf**, **tpdf**, **chi2pdf**, **fpdf** (**scipy.stats: norm.pdf, t.pdf, chi2.pdf, f.pdf, histogram**; **matplotlib.pyplot: hist**)