Astronomía General

apuntes de trabajos prácticos

PRACTICA 5
Transformación de coordenadas locales

María Laura Arias y Roberto Venero
Jefes de trabajos prácticos de la cátedra

Universidad Nacional de La Plata
Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas

La Plata, Argentina
- 2021 -

Apuntes para resolver la PRÁCTICA 5

Transformación de coordenadas locales

En la práctica anterior, definimos dos **sistemas de coordenadas**, el **horizontal** y el **ecuatorial local**, que son útiles para determinar la posición de los astros en la esfera celeste. Como ya dijimos antes, estos sistemas son **locales**, ya que una o ambas coordenadas dependen de la ubicación del observador.

Nos interesa ahora averiguar cómo se relacionan estos sistemas, para poder **calcular las coordenadas de un sistema conociendo las del otro**. Es decir, si tenemos como dato, por ejemplo, las coordenadas horizontales A y h de un astro para un observador en una dada latitud ϕ, ¿de qué manera podemos calcular sus coordenadas ecuatoriales locales? O conociendo las coordenadas ecuatoriales locales, ¿cómo podemos calcular las horizontales?

1. El triángulo astronómico o de posición

Veamos entonces cómo se construye un **triángulo esférico** en la esfera celeste, que nos permita **vincular las coordenadas** del sistema horizontal y las del ecuatorial local.

Para ello representaremos simultáneamente en la esfera celeste, las coordenadas de ambos sistemas para un mismo astro. Indicamos primero, la posición de un astro cualquiera de coordenadas horizontales A (acimut) y h (altura), para el caso de un observador en una latitud sur ϕ (ver figura 1). Luego marcamos sus coordenadas ecuatoriales locales t (ángulo horario) y δ (declinación), como se muestra en las figuras 2 y 3.

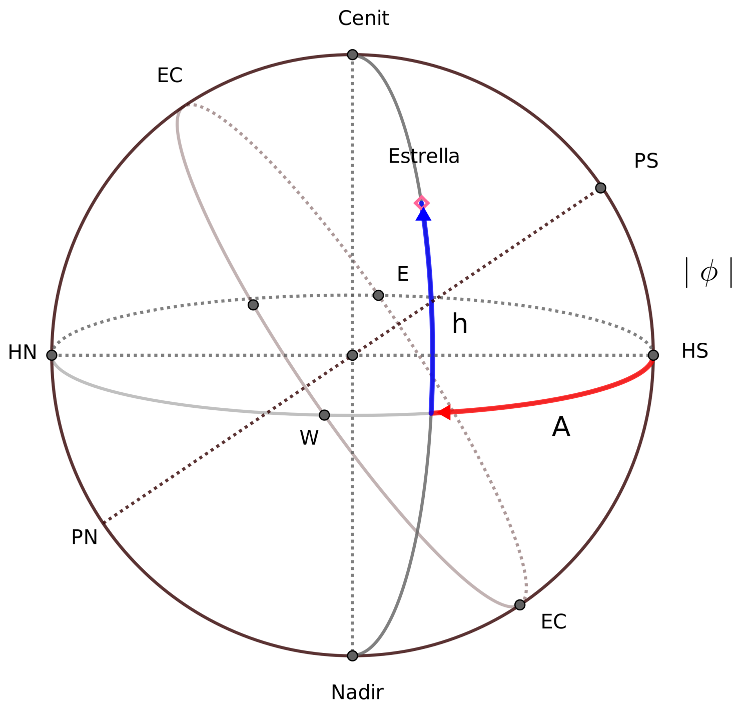


Figura 1. *Esfera celeste para un observador en una latitud sur ϕ, en la que se indican las coordenadas horizontales acimut (A) y altura (h) de un astro dado. A se mide desde HS hacia el oeste, y h se mide sobre el círculo vertical que pasa por el astro, desde el horizonte hasta el astro.*

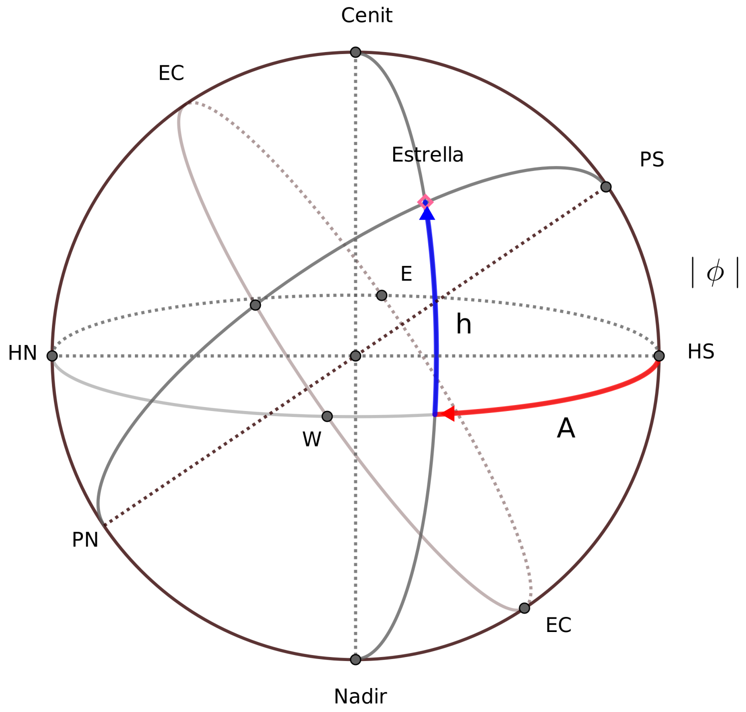


Figura 2. *Para indicar las coordenadas ecuatoriales locales del astro, trazamos un meridiano que pasa por el astro.*

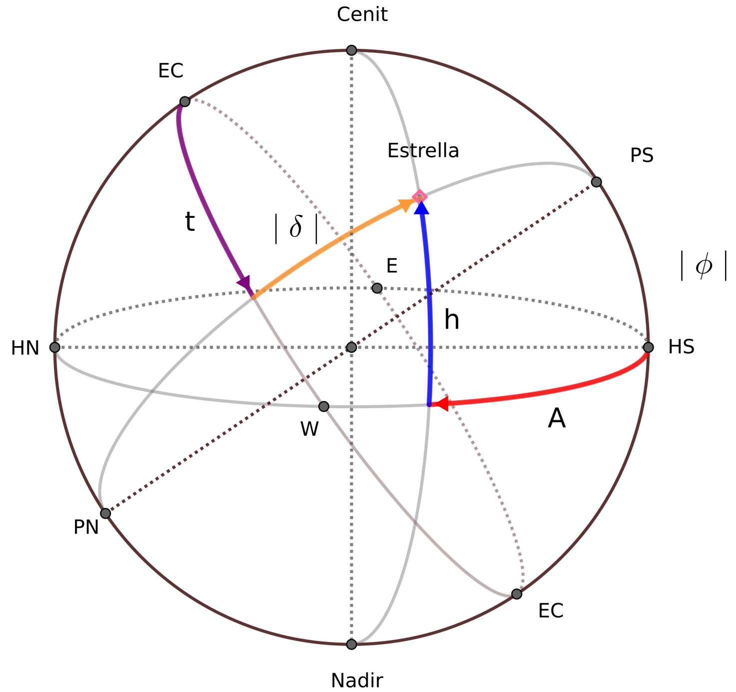


Figura 3. *Indicamos ahora el ángulo horario t, sobre el ecuador, desde el meridiano superior del lugar hacia el oeste, y la declinación δ, desde el ecuador hacia el sur, sobre el meridiano que pasa por el astro.* **Recordemos que, en la esfera celeste, indicamos siempre ángulos positivos**. *Por ello, para este caso, en el que la latitud y la declinación son negativas, usamos su* **módulo.**

Debemos ahora encontrar un triángulo esférico que vincule las coordenadas de ambos sistemas. **No existe un único triángulo posible**. Sin embargo, el triángulo de transformación de coordenadas **debe contener, necesariamente, un polo de cada sistema**.

Elegimos el triángulo de vértices PS - Cenit - Estrella, que se muestra remarcado en negro en la figura 4.

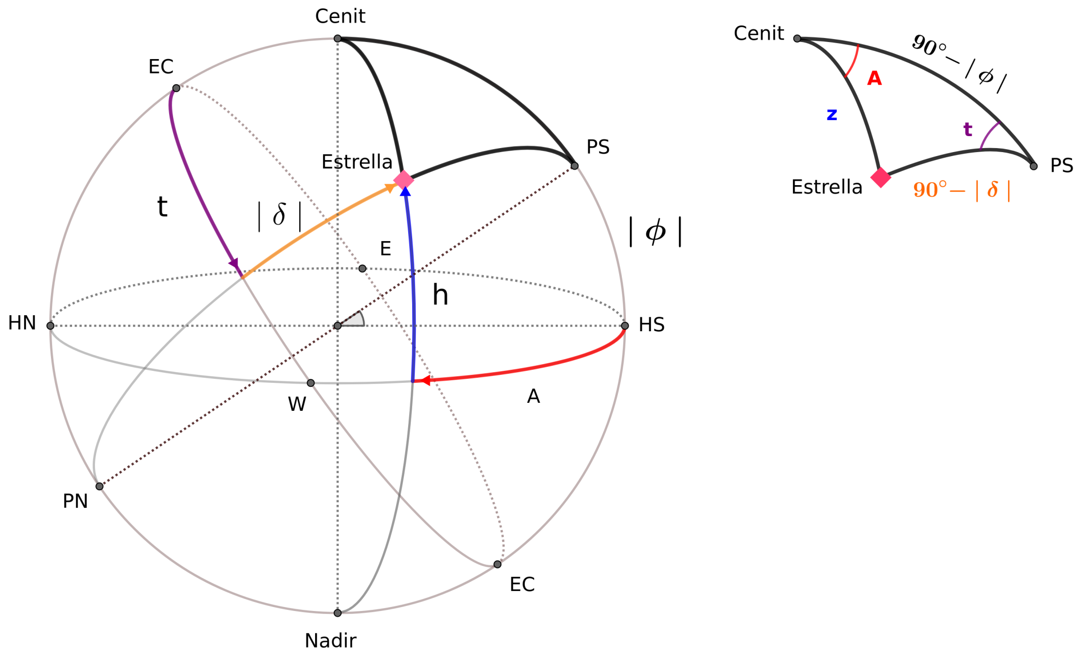


Figura 4. **Izquierda:** *Esfera celeste para un observador en una latitud sur ϕ, donde se representan las coordenadas A y h del sistema horizontal, y t y δ del sistema ecuatorial local, para un astro dado. Se resalta en gris el triángulo de posición.* **Derecha:** *Triángulo de posición con todos sus elementos.*

Veamos, paso a paso, qué valores angulares representan los lados y los ángulos del triángulo de vértices: *PS - Cenit - Estrella*, representado en la figura 5.

<u>LADOS</u>: los lados de este triángulo son arcos de circunferencias máximas (ver figura 5).

- El arco **Cenit - Estrella** está sobre la circunferencia vertical que pasa por la estrella.
- El arco **PS - Cenit** está sobre el meridiano del lugar
- El arco **PS - Estrella** está sobre el meridiano que pasa por la estrella.

<u>ÁNGULOS</u>

- El **ángulo** con **vértice en el Cenit**, corresponde al ángulo diedro, entre el plano que contiene al círculo vertical que pasa por el astro y el plano que contiene al meridiano del lugar, y es equivalente al arco sobre el horizonte que representa la coordenada acimut, A, como se indica en la figura 6.
- El **ángulo** con **vértice en el PS** corresponde al ángulo diedro entre el plano que contiene al círculo meridiano que pasa por el astro y el plano que pasa por el meridiano del lugar, y coincide con el valor del arco sobre el ecuador que representa la coordenada t, como se ve en la figura 7.
- El **ángulo** con **vértice en la Estrella**, se llama **ángulo paraláctico** y no lo usaremos por ahora.

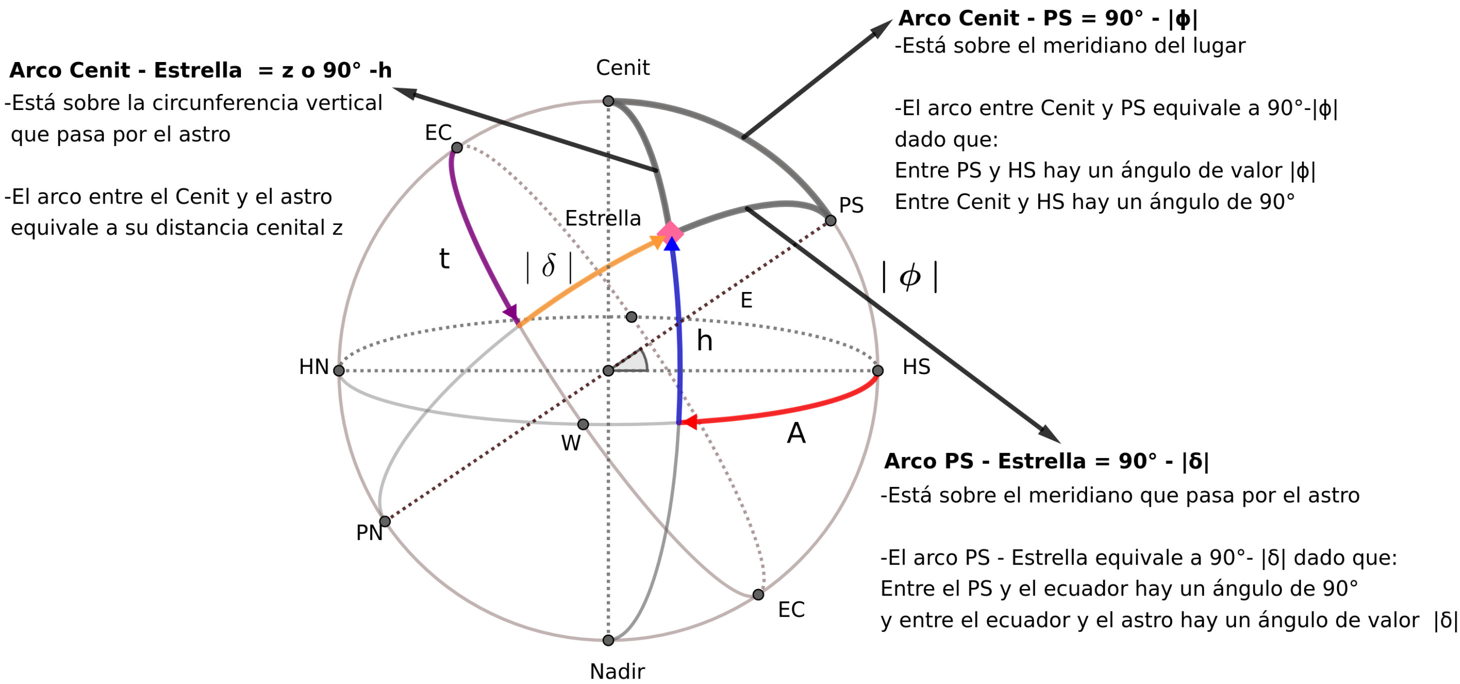


Figura 5. *Esfera celeste para un observador en una latitud sur ϕ, donde se representan las coordenadas A y h del sistema horizontal y las coordenadas y δ del sistema ecuatorial local. Se resalta en gris el triángulo de transformación de coordenadas. Se indica el valor de cada uno de sus* **lados***.*

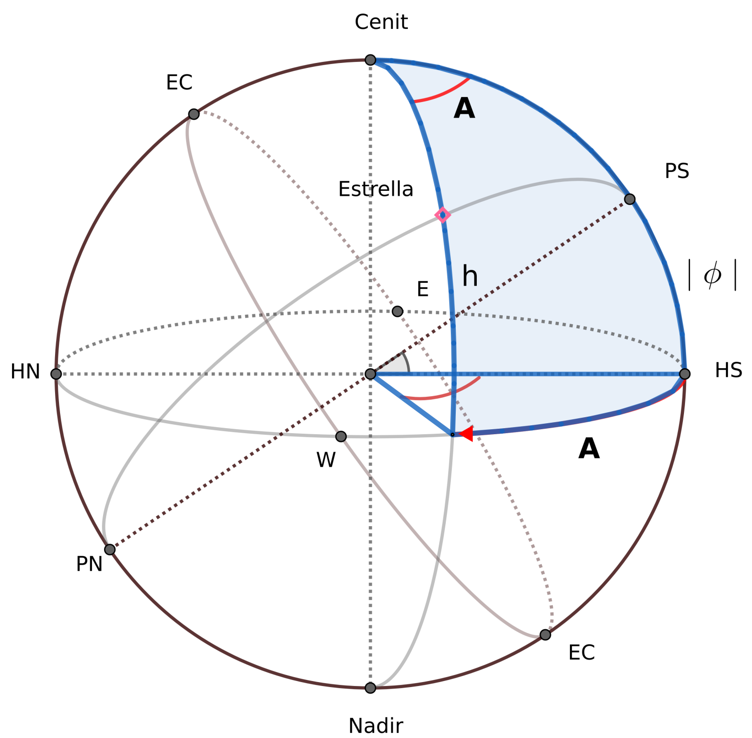


Figura 6. *El* **ángulo con vértice en el Cenit** *es el ángulo entre el plano que contiene al círculo vertical que pasa por el astro y el plano que contiene al meridiano del lugar, y coincide con el arco sobre el horizonte que representa a la coordenada* **A***.*

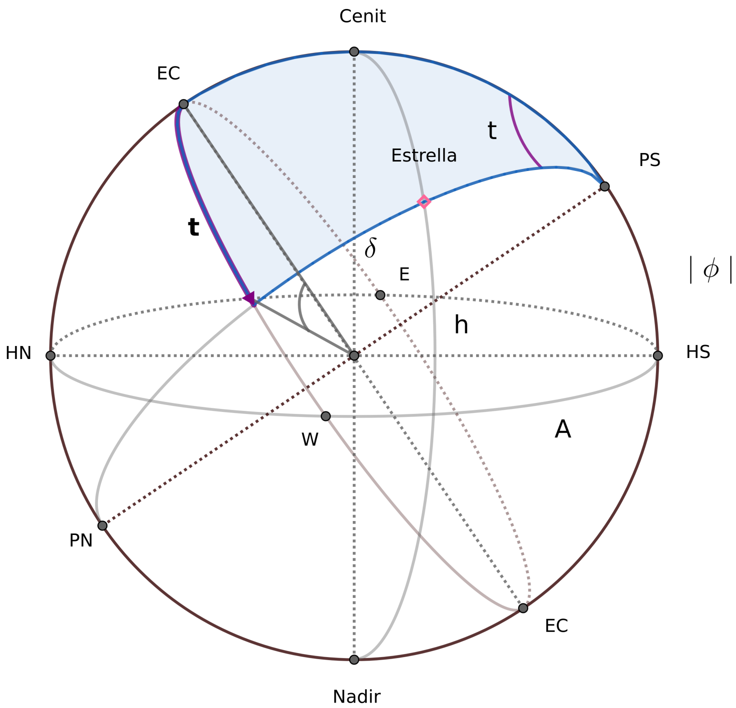


Figura 7. *El* **ángulo con vértice en el PS** *es el ángulo diedro entre el plano que contiene al círculo meridiano que pasa por el astro y el plano que pasa por el meridiano del lugar, y coincide con el valor del arco sobre el ecuador que representa a la coordenada* **t**.

Vimos, hasta ahora, uno de los posibles triángulos que vincula las coordenadas de los sistemas horizontal y ecuatorial local, y determinamos a qué equivalen sus ángulos y sus lados.

Normalmente, sucede que conocemos las coordenadas del astro en un sistema (horizontal o ecuatorial local) y queremos calcular sus coordenadas en el otro sistema. Entonces debemos resolver el triángulo de posición tomando como datos los valores conocidos.

Para poder resolver este triángulo debemos conocer algunas de las fórmulas de la trigonometría esférica.

2. Triángulo esférico y fórmulas de la trigonometría esférica

En la figura 8 mostramos un **triángulo esférico** genérico de ángulos A, B y C y lados a, b y c arbitrarios.

Recordemos que este tipo de triángulos se construye sobre una superficie esférica y está formado por **arcos de circunferencias máximas**, con valores menores que 180°.

Es interesante notar que, a diferencia de los triángulos planos, los lados de un triángulo esférico son arcos, por lo cual se expresan en unidades angulares.

Para resolver este triángulo, es decir, para poder conocer sus lados y sus ángulos, vamos a usar, en particular, las tres **fórmulas de la trigonometría esférica** que mostramos a continuación.

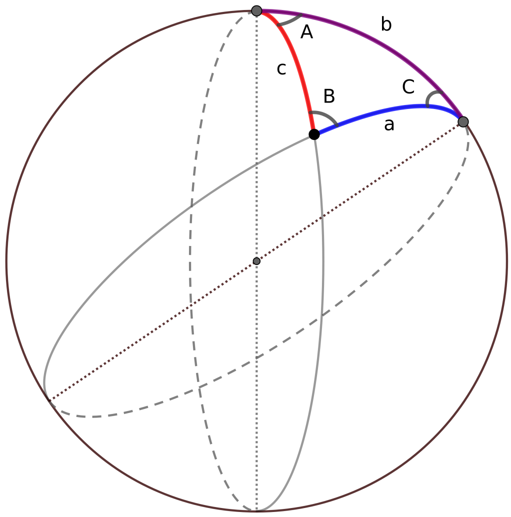
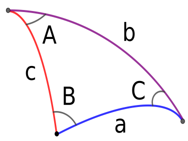


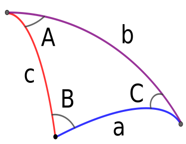
Figura 8. Triángulo esférico de lados a,b y c y de ángulos A, B y C.

Teorema del seno: Los senos de los lados son proporcionales a los senos de los ángulos opuestos.



$$\frac{sen(a)}{sen(A)} = \frac{sen(b)}{sen(B)} = \frac{sen(c)}{sen(C)} \tag{1}$$

Teorema del coseno: El coseno de un lado es igual al producto de los cosenos de los otros dos lados, más el producto de los senos de dichos lados por el coseno del ángulo comprendido entre estos dos lados.

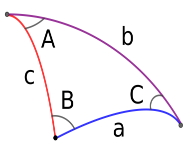


$$cos(a) = cos(b)cos(c) + sen(b)sen(c)cos(A) \tag{2}$$

La fórmula del coseno se puede aplicar a cualquiera de los otros lados, obteniéndose las siguientes expresiones equivalentes a la fórmula 2.

$$cos(b) = cos(a)cos(c) + sen(a)sen(c)cos(B)$$
$$cos(c) = cos(a)cos(b) + sen(a)sen(b)cos(C)$$

Fórmula de los 5 elementos: El seno de un lado por el coseno de uno de sus ángulos adyacentes, es igual al coseno del lado opuesto al ángulo adyacente elegido, por el seno del otro lado, menos el seno del lado opuesto al ángulo adyacente elegido por el coseno del otro lado y por el coseno del ángulo opuesto al primer lado.



$$sen(a)cos(B) = cos(b)sen(c) - sen(b)cos(c)cos(A) \tag{3}$$

La fórmula de los 5 elementos se puede aplicar a cualquiera de los lados y uno de sus ángulos adyacentes, obteniéndose las siguientes expresiones equivalentes a la fórmula 3.

$$
\begin{aligned}
sen(b)cos(C) &= cos(c)sen(a) - sen(c)cos(a)cos(B)\\
sen(c)cos(A) &= cos(a)sen(b) - sen(a)cos(b)cos(C)\\
sen(a)cos(C) &= cos(c)sen(b) - sen(c)cos(b)cos(A)\\
sen(b)cos(A) &= cos(a)sen(c) - sen(a)cos(c)cos(B)\\
sen(c)cos(B) &= cos(b)sen(a) - sen(b)cos(a)cos(C)
\end{aligned}
$$

Las fórmulas dadas en esta sección van a ser de utilidad para resolver cualquier **triángulo de posición** que vincule las coordenadas del sistema horizontal y del ecuatorial local.

3. Resolución de un triángulo de posición

Veamos ahora dos ejemplos, explicados paso a paso, que nos servirá para entender cómo resolver un triángulo de posición.

....

EJEMPLO A: Conociendo las coordenadas horizontales de un astro y la latitud del observador calcular las coordenadas ecuatoriales locales correspondientes.

Un observador ubicado en La Plata ($\phi = -34°54'$) conoce las coordenadas horizontales de un astro para un instante dado: A = 60° y h = 50°. Calcular las coordenadas ecuatoriales locales t y δ del astro en ese mismo instante, para el mismo observador.

- **Paso 1: Representación en la esfera celeste**

  En la figura 9 se muestra la representación en la esfera celeste que describiremos a continuación.

  -En primer lugar debemos representar la esfera celeste correspondiente al observador en una latitud $\phi = -34°54'$, es decir elevar al polo sur en un ángulo de $34°54'$ respecto del horizonte.

  -Luego ubicamos en forma aproximada, en la esfera celeste, al astro de coordenadas A = 60° y h = 50°, o z = 90° - h = 40°.

  Para marcar en forma aproximada los valores de las coordenadas, recordemos que la intersección del ecuador con el horizonte define los puntos cardinales este y oeste, y que sobre el horizonte quedan definidos cuatro cuadrantes de 90° cada uno, delimitados por los puntos cardinales. De forma similar, sobre el ecuador, hay 6 hs entre el meridiano superior del lugar y el oeste, el este y el meridiano inferior del lugar, etc.

  -Marcamos luego, en el mismo gráfico, las coordenadas t y δ para el mismo astro, cuyos valores tendremos que calcular.

  -Extraemos el triángulo esférico de vértices PS - Estrella - Cenit, tal como se muestra en la figura 9 (derecha), indicando sus lados y ángulos (ver explicación en la sección 1.).

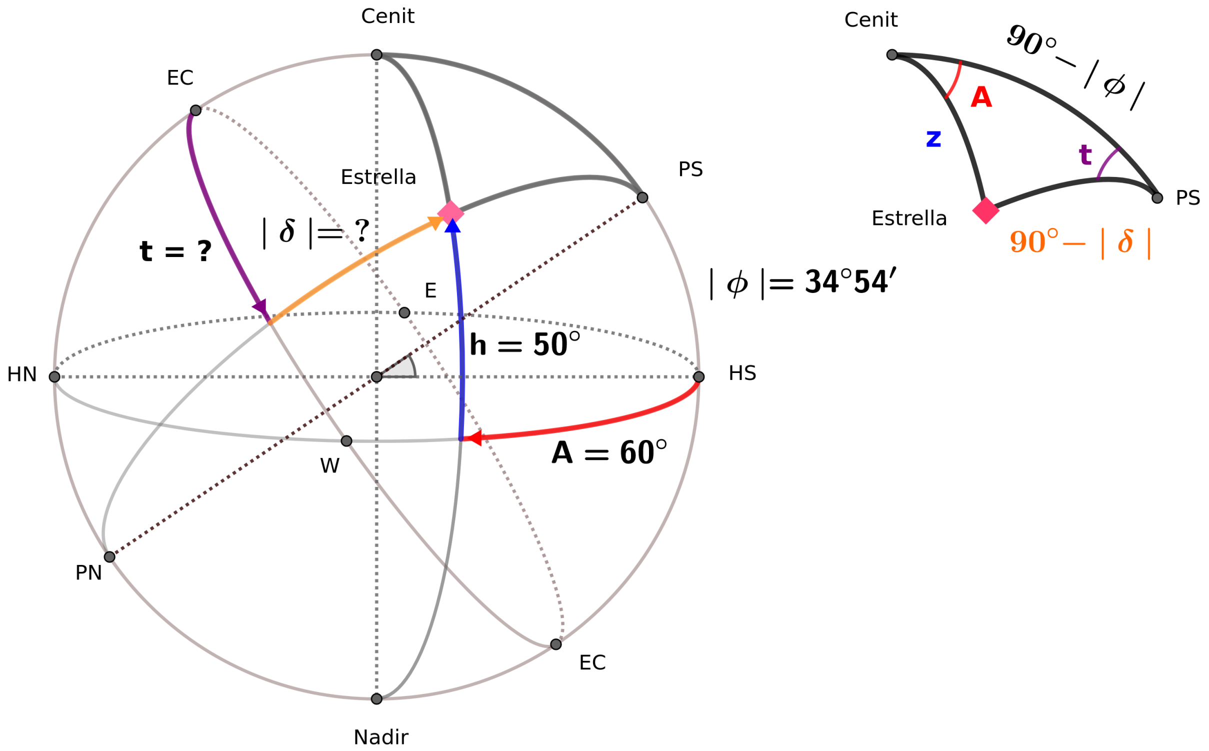
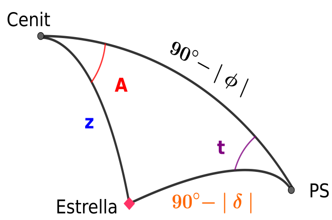


Figura 9. *Esfera celeste para un observador en una latitud sur $\phi = -34°54'$, donde se representan las coordenadas A = 60° y h= 50° del sistema horizontal, y las correspondientes coordenadas t y δ del sistema ecuatorial local, cuyos valores no conocemos. Se resalta en gris el triángulo de transformación de coordenadas, que luego se dibuja aparte con todos sus elementos.*

- **Paso 2: Cálculo de la coordenada declinación δ**

  Para calcular δ usaremos el TEOREMA DEL COSENO (fórmula 2), aplicándolo al lado $90°- \mid \delta \mid$ del triángulo de la figura 9, que volvemos a graficar a continuación:



$$cos(90°- \mid \delta \mid) = cos(90°- \mid \phi \mid)cos(z) + sen(90°- \mid \phi \mid)sen(z)cos(A) \quad (4)$$

Sabiendo que, para cualquier ángulo α, $cos(90° - \alpha) = sen(\alpha)$ y $sen(90° - \alpha) = cos(\alpha)$, podemos reescribir la fórmula 4 como:

$$\boxed{sen(\mid \delta \mid) = sen(\mid \phi \mid)cos(z) + cos(\mid \phi \mid)sen(z)cos(A)} \quad (5)$$

Observen, que del lado derecho de la ecuación 5, quedan todos ángulos que son datos del problema (A, z y ϕ).

Entonces, para calcular el valor de δ, reemplazamos por: $\mid \phi \mid = 34°54'$, A = 60° y z = 40°.

$$sen(\mid \delta \mid) = sen(34°54')cos(40°) + cos(34°54')sen(40°)cos(60°) \tag{6}$$

Haciendo los cálculos resulta:

sen($\mid \delta \mid$) = 0.701880898 y entonces: $\mid \delta \mid = 44°34'41''$

El signo de δ se infiere a partir del gráfico y, en este caso, es negativo porque δ va hacia el PS. Por ello es aconsejable realizar el gráfico lo más aproximado posible.

Finalmente: $\boxed{\delta = -44°34'41''}$

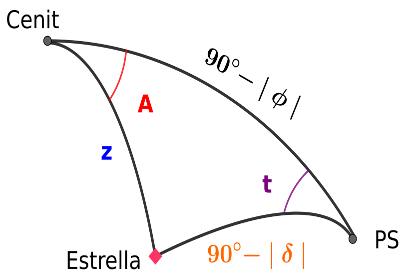
Importante: *Recordemos que la coordenada δ solo puede adoptar valores entre 0° y 90° hacia el PN y entre 0° y −90° hacia el PS. Por lo tanto, $\mid \delta \mid$ será siempre positivo y estará comprendido entre 0° y 90° (cuadrante I).*

Entonces, aunque matemáticamente la ecuación sen($\mid \delta \mid$) = 0.701880898 tiene dos soluciones (una del cuadrante I y otra del cuadrante II), siempre nos va a interesar sólo la que corresponde al cuadrante I (que son valores entre 0° y 90°).

- **Paso 3: Cálculo de la coordenada ángulo horario t**

  Debemos usar aquí la combinación de dos fórmulas: el Teorema del seno (fórmula 1) y la Fórmula de los 5 elementos (fórmula 3).

  <u>Teorema del seno</u>



$$\frac{sen(90° - \mid \delta \mid)}{sen(A)} = \frac{sen(z)}{sen(t)} \tag{7}$$

Esta ecuación se puede expresar cómo: $sen(90° - \mid \delta \mid)sen(t) = sen(z)sen(A)$

Y sabiendo que $sen(90° - \mid \delta \mid) = cos(\mid \delta \mid)$, resulta:

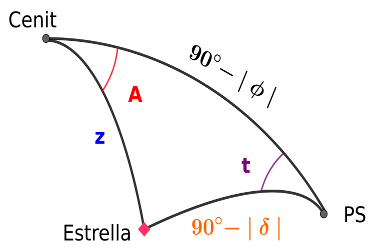
$$\boxed{cos(\mid \delta \mid)sen(t) = sen(z)sen(A)} \tag{8}$$

Importante: *Aunque esta fórmula nos permitiría calcular el valor de sen(t), no nos permite definir en qué cuadrante está t, dado que habrá dos ángulos t posibles (entre 0° y 360°), para un dado valor del sen(t).*
Si, por ejemplo, calculamos que sen(t) > 0, t podría pertenecer al cuadrante I o al II. Y si

el valor de t estuviera cercano al límite de ambos cuadrantes, por ejemplo t= 5.8 hs (en el cuadrante I pero próximo a 6 hs que es el límite de este cuadrante), el gráfico no nos permitiría tampoco elegir la solución correcta.

Por otra parte, calcular t con el teorema del seno, tiene la desventaja de que la fórmula depende de la coordenada δ, que no es un dato del problema, sino que fue calculado previamente y puede tener error.

Por ello debemos a aplicar ahora la <u>Formula de los 5 elementos</u> al triángulo de posición.



$$sen(90°-\mid\delta\mid)cos(t) = cos(z)sen(90°-\mid\phi\mid) - sen(z)cos(90°-\mid\phi\mid)cos(A) \tag{9}$$

Sabiendo que, para cualquier ángulo α, $cos(90° - \alpha) = sen(\alpha)$ y $sen(90° - \alpha) = cos(\alpha)$ resulta:

$$\boxed{cos(\mid\delta\mid)cos(t) = cos(z)cos(\mid\phi\mid) - sen(z)sen(\mid\phi\mid)cos(A)} \tag{10}$$

Ahora, haciendo el cociente miembro a miembro entre las expresiones 8 y 10 tenemos:

$$tg(t) = \frac{\cancel{cos(\mid\delta\mid)}sen(t)}{\cancel{cos(\mid\delta\mid)}cos(t)} = \frac{sen(z)sen(A)}{cos(z)cos(\mid\phi\mid) - sen(z)sen(\mid\phi\mid)cos(A)} \tag{11}$$

Y así:

$$\boxed{tg(t) = \frac{sen(z)sen(A)}{cos(z)cos(\mid\phi\mid) - sen(z)sen(\mid\phi\mid)cos(A)}} \tag{12}$$

Observemos aquí que, en el miembro derecho de la expresión (12), todos los ángulos corresponden a datos conocidos del problema. Por lo tanto, reemplazando por: $\mid\phi\mid = 34°54'$, A = 60° y z = 40°, y calculando tenemos:

$$tg(t) = \frac{sen(40°)sen(60°)}{cos(40°)cos(34°54') - sen(40°)sen(34°54')cos(60°)} = 1.252665661 \tag{13}$$

Importante: *Existen dos ángulos posibles entre 0° y 360° cuya tangente vale 1.252665661. Como la tangente es positiva, en este caso el ángulo corresponderá al cuadrante I o al III.*

Los valores posibles de t son entonces:

$$t = 51°23'59'' \text{ y } t = 231°23'59''$$

Ahora bien, ¿Cuál de estos valores corresponde al valor de la coordenada ángulo horario de astro dado y es, por lo tanto, la solución de nuestro problema?

Para saberlo en forma analítica, necesitamos conocer otra función trigonométrica del ángulo t. Vamos a usar nuevamente el TEOREMA DEL SENO, tal como lo aplicamos antes:

$$\frac{sen(90°- \mid \delta \mid)}{sen(A)} = \frac{sen(z)}{sen(t)} \tag{14}$$

Despejando $sen(t)$ obtenemos:

$$sen(t) = \frac{sen(A)sen(z)}{sen(90°- \mid \delta \mid)} = \frac{sen(A)sen(z)}{cos(\mid \delta \mid)} \tag{15}$$

Reemplazando con los valores $\mid \delta \mid = 44°34'41''$, A = 60° y z = 40° y calculando:

$$sen(t) = \frac{sen(60°)sen(40°)}{cos(44°34'41'')} = 0.781516733 \tag{16}$$

Como $sen(t)$ es positivo y $tg(t)$ es positiva podemos afirmar que t pertenece al primer cuadrante. Y por lo tanto elegimos la solución $t = 51°23'59''$. Escribiendo t en unidades de horas, minutos y segundos, resulta: $t = 3h\ 25m\ 36s$

Vemos que la solución analítica es consistente en forma cualitativa, con las coordenas t y δ marcadas en forma aproximada en la esfera celeste.

Respuesta: Las coordenadas ecuatoriales locales del astro son:

$$\boxed{\delta = -44°34'41''}$$

$$\boxed{t = 3h\ 25m\ 36s}$$

. . . .

EJEMPLO B: Conociendo las coordenadas ecuatoriales locales de un astro y la latitud del observador calcular las coordenadas horizontales correspondientes.

En un instante dado, un observador ubicado en Amantea, Italia ($\phi = +39°$) conoce las coordenadas ecuatoriales locales de un astro: t = 8 hs y δ = 70°. Calcular las coordenadas horizontales A y z del astro para ese mismo instante, para el mismo observador.

- **Paso 1: Representación en la esfera celeste**

  -En primer lugar debemos representar la esfera celeste correspondiente al observador en una latitud $\phi = +39°$, es decir elevar al polo norte en un ángulo de 39° respecto del horizonte.

  -Luego ubicamos en forma aproximada, en la esfera celeste, al astro de coordenadas t = 8 hs y $\delta = 70°$.

  -Marcamos luego, en el mismo gráfico, las coordenadas A y z para el mismo astro, cuyos valores tendremos que calcular.

  -Extraemos el triángulo esférico de vértices PS - Estrella - Cenit, indicando sus lados y ángulos (ver explicación en la sección 1.).

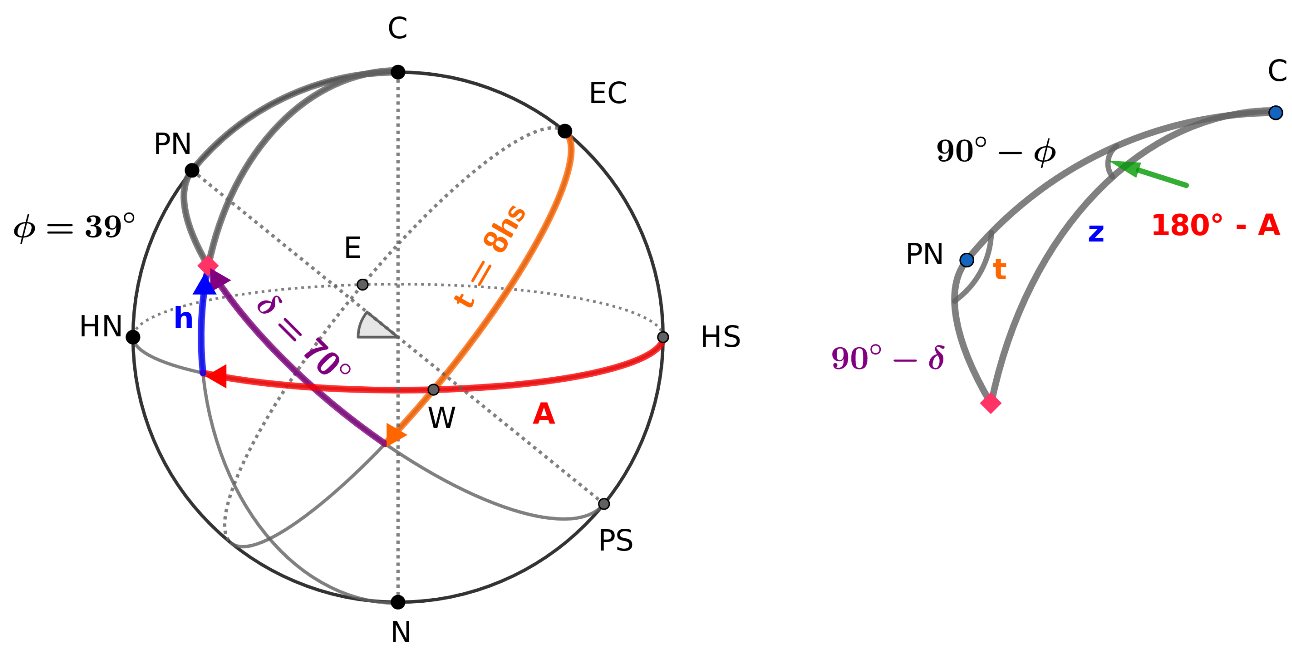


Figura 10. *Izquierda:* Esfera celeste para un observador en una latitud norte $\phi = 39°$ y un astro de coordenadas ecuatoriales locales, t = 8 hs y $\delta = 70°$. *Derecha:* Triángulo de posición PN-Cenit-Astro

En la figura 10 (izquierda) se muestra la representación en la esfera celeste y el triángulo de posición, de vértices PN - Astro - Cenit (derecha). El astro se indica con un rombo rojo.

- **Paso 2: Cálculo de la coordenada distancia cenital z**

  Para calcular z usaremos el Teorema del coseno (fórmula 2) aplicado al lado z del triángulo de posición de la figura 10 (derecha). Notar que, como δ y ϕ son positivos, en este caso no es necesario usar módulos.

$$cos(z) = cos(90° - \phi)cos(90° - \delta) + sen(90° - \phi)sen(90° - \delta)cos(t) \tag{17}$$

  Usando las identidades trigonométricas siguientes:

$$cos(90° - \alpha) = sen(\alpha) \qquad\qquad sen(90° - \alpha) = cos(\alpha)$$

  Reescribimos la expresión 17 como:

$$cos(z) = sen(\phi)sen(\delta) + cos(\phi)cos(\delta)cos(t) \tag{18}$$

  Reemplazando por los datos, $t = 8$ hs $= 120°$, $\delta = 70°$, $\phi = 39°$ y calculando:

$$cos(z) = sen(39°)sen(70°) + cos(39°)cos(70°)cos(120°) = 0.458467941 \tag{19}$$

  Entonces:

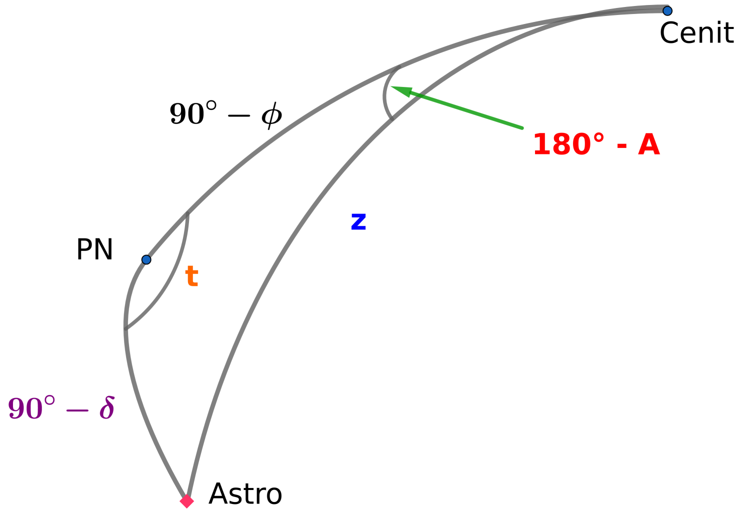
$$\boxed{z = 62°42'42''} \quad o \quad \boxed{h = 90° - z = 27°17'18''} \tag{20}$$

  Importante: *Recordemos que la coordenada distancia cenital z, solo puede adoptar valores entre 0° y 180°, es decirsiempre estará en el cuadrante I o II. Entonces al calcular cos(z) no hay ambigüedad en el valor, ya que, si cos(z) > 0 tomaremos la solución del cuadrante I y si cos(z) < 0 tomaremos la solución del cuadrante II.*

- **Paso 3: Cálculo de la coordenada azimut A**

  Usaremos la combinación de dos fórmulas: el TEOREMA DEL SENO (fórmula 1) y la FÓRMULA DE LOS 5 ELEMENTOS (fórmula 3).

<u>TEOREMA DEL SENO</u>



$$\frac{sen(90^\circ - \delta)}{sen(180^\circ - A)} = \frac{sen(z)}{sen(t)} \tag{21}$$

Que podemos expresar como: $sen(z)sen(180^\circ - A) = sen(90^\circ - \delta)sen(t)$

O bien: $$\boxed{sen(z)sen(A) = cos(\delta)sen(t)} \tag{22}$$

<u>Importante:</u> Aunque esta fórmula nos permitiría calcular el valor de $sen(A)$, no nos permite definir en qué cuadrante está A, dado que habrá dos valores de A posibles (entre 0° y 360°), para un dado valor del $sen(A)$.
Si, por ejemplo, calculamos que $sen(A) > 0$, A podría pertenecer al cuadrante I o al II. Y si el valor de A estuviera cercano al límite de ambos cuadrantes, por ejemplo A = 95° (en el cuadrante II pero próximo al límite del cuadrante), el gráfico no nos permitiría tampoco elegir la solución correcta.
Por otra parte, calcular A con el teorema del seno, tiene la desventaja de que la fórmula depende de la coordenada z, que no es un dato del problema, sino que fue calculado previamente y puede tener error.

<u>FORMULA DE LOS 5 ELEMENTOS</u>

$$sen(z)cos(180^\circ - A) = cos(90^\circ - \delta)sen(90^\circ - \phi) - sen(90^\circ - \delta)cos(90^\circ - \phi)cos(t) \tag{23}$$

Que podemos expresar como:

$$\boxed{sen(z)(-cos(A)) = sen(\delta)cos(\phi) - cos(\delta)sen(\phi)cos(t)} \tag{24}$$

Haciendo el cociente miembro a miembro entre (22) y (24) obtenemos:

$$-\,tg(A) = \frac{\cancel{sen(z)}sen(A)}{\cancel{sen(z)}(-cos(A))} = \frac{cos(\delta)sen(t)}{sen(\delta)cos(\phi) - cos(\delta)sen(\phi)cos(t)} \tag{25}$$

Y reemplazando por los datos del problema:

$$-\,tg(A) = \frac{cos(70°)sen(120°)}{sen(70°)cos(39°) - cos(70°)sen(39°)cos(120°)} = 0.353501229 \qquad (26)$$

Entonces:

$$tg(A) = -0.353501229$$

Importante: Existen dos ángulos posibles entre 0° y 360° cuya tangente vale -0.353501229. Como la tangente es negativa, en este caso, el ángulo corresponderá al cuadrante II o al IV.
Los valores posibles de A son entonces:

$$A = -19°28'7'' \; (= 340°28'7'') \text{ y } A = 160°31'53''$$

Para definir analíticamente cuál es el valor de acimut de nuestro problema, usamos el TEOREMA DEL SENO tal como lo planteamos en (22), despejamos $sen(A)$ y reemplazamos por los valores numéricos.

$$sen(A) = \frac{cos(\delta)sen(t)}{sen(z)} = \frac{cos(70°)sen(120°)}{sen(62°42'18'')} = 0.333289746 \qquad (27)$$

Como sen(A) es positivo y tg (A) es negativa, entonces A pertenece al cuadrante II, y por tanto será $A = 160°31'53''$.

$$\textbf{Respuesta}: \; \boxed{h = 27°17'18''} \quad y \quad \boxed{A = 160°31'53''}$$

Vemos que la solución analítica es consistente con las coordenadas marcadas en forma aproximada en la esfera celeste.