Astronomía General

apuntes de trabajos prácticos

PRÁCTICA 7 parte I
Sistemas de coordenadas absolutos

María Laura Arias y Roberto Venero
Jefes de trabajos prácticos de la cátedra

Universidad Nacional de La Plata
Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas

La Plata, Argentina
- 2021 -

Apuntes para resolver la PRÁCTICA 7 - parte I

SISTEMAS DE COORDENADAS ABSOLUTOS:
SISTEMA ECUATORIAL CELESTE Y SISTEMA ECLIPTICAL

En las prácticas anteriores vimos que existen dos sistemas de coordenadas: el horizontal y el ecuatorial local, que son sistemas locales, es decir que sus coordenadas dependen del lugar y momento de observación. Las coordenadas acimut (A) y altura (h) del sistema horizontal y ángulo horario (t) del sistema ecuatorial local correspondientes a un astro dado, son diferentes para distintos observadores y varían con el movimiento diurno.

En este apunte vamos a definir dos **sistemas de coordenadas absolutos**, es decir cuyas coordenadas no dependen del observador y son casi constantes en el tiempo. Estos son el **sistema ecuatorial celeste** y el **sistema ecliptical**. Las **coordenadas absolutas**, son prácticamente las mismas para cualquier observador en cualquier momento, es por ello que son usadas para referenciar la posición de los astros en los **catálogos**[1].

1. Sistema ecuatorial celeste

El sistema ecuatorial celeste tiene como plano fundamental el **ecuador celeste** y como eje perpendicular la **línea PNC-PSC** (polo norte celeste-polo sur celeste). Las coordenadas en este sistema son **ascensión recta,** α y **declinación,** δ (ver figura 1).

ASCENSIÓN RECTA:

- Se simboliza con la letra α.
- Se mide sobre el ecuador celeste, desde el punto vernal o punto Aries (♈), en sentido directo (contrario al movimiento diurno), hasta el meridiano celeste que pasa por el astro.
- Va desde 0^h a 24^h.

DECLINACIÓN:

- Se simboliza con la letra δ.
- Se mide desde el ecuador celeste hasta el astro, sobre el meridiano celeste que pasa por el astro.
- Va de 0° a 90° hacia el PNC y de 0° a −90° hacia el PSC.

  (Notar que δ es la misma coordenada que la del sistema ecuatorial local.)

Como vimos en el apunte de *Movimiento anual aparente del Sol*, el **punto vernal o punto Aries (♈)** es uno de los dos puntos de intersección entre el ecuador celeste y la eclíptica (plano de la órbita de la Tierra). Este punto se toma como el **origen de medida para la coordenada ascensión recta**.
Dado que el punto vernal se puede tomar, en primera aproximación, como un punto fijo e independiente del observador, la coordenada ascensión recta de un astro no varía con el observador ni con el movimiento diurno. Como vimos en el apunte de *Sistema ecuatorial local*, ocurre lo mismo con la coordenada declinación[1].

[1]Estrictamente hablando las coordenadas en estos sistemas no son constantes, sino que tienen pequeñas variaciones debido a los fenómenos de **precesión y nutación.**

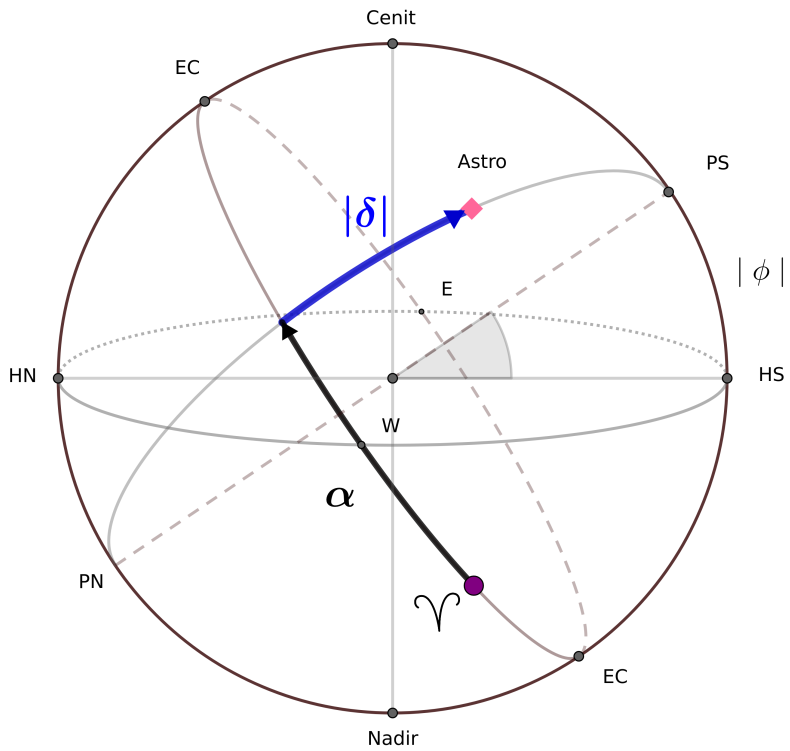

Figura 1. *Coordenadas* **ecuatoriales celestes**, *α y δ de un astro, para un observador ubicado en latitud sur ϕ. La* **ascensión recta** *α se mide sobre el ecuador celeste, desde el punto ♈ y en sentido directo, hasta el meridiano que pasa por el astro. La* **declinación** *δ, se mide sobre el meridiano que pasa por el astro, desde el ecuador celeste hasta el astro.*

¿Cómo determinamos la posición del punto vernal?

Para poder indicar la coordenada **ascensión recta** en la esfera celeste, debemos primero saber donde está ubicado el **punto vernal**. Al ser uno de los dos puntos de intersección entre la eclíptica y el ecuador celeste, lo encontraremos siempre **sobre el ecuador celeste**, que es un plano siempre presente en la esfera celeste de cualquier observador.

Además, el **punto vernal**, que en primera aproximación puede considerarse como fijo, seguirá el **movimiento aparente diurno**, cómo lo hacen el resto de los astros. Es decir, sale, culmina y se pone, describiendo su arco diurno coincidente con el ecuador celeste.

Para saber exactamente en qué punto sobre ecuador celeste se encuentra el punto vernal, en el momento que realizamos nuestra observación, debemos conocer el valor de lo que llamamos **tiempo sidéreo**. La escala de tiempo sidéreo es muy usada en astronomía y se merece un capítulo aparte. Por ahora, y a los fines de poder definir la coordenada ascensión recta en forma completa, diremos que el tiempo sidéreo equivale al **ángulo horario del punto vernal, $t_{♈}$**.

Al conocer la coordenada ángulo horario del punto vernal, $t_{♈}$, podemos determinar la posición de este punto sobre el ecuador celeste. Y una vez conocida esta posición, es posible marcar a partir de allí la coordenada ascensión recta de un astro dado.

Existe una relación fundamental entre el valor del tiempo sidéreo local ($T_{sid\ local}$), la ascensión recta y el ángulo horario de un astro dado. Esta se expresa como:

$$\boxed{T_{sid\ local} = t_{\Upsilon} = t_{astro} + \alpha_{astro}} \tag{1}$$

La suma de la coordenada ascensión recta y la coordenada ángulo horario de un mismo astro, equivale al valor del tiempo sidéreo en el momento y en el lugar donde se realiza la observación de dicho astro (que es también el lugar y el momento donde se mide t_{astro}).

Esto puede entenderse mejor si representamos las coordenadas del astro y del punto vernal en una esfera celeste.
Veamos un ejemplo concreto. Consideremos un astro cuyas coordenadas ecuatoriales celestes son:

$$\boxed{\alpha = 8\ hs} \quad y \quad \boxed{\delta = -33°}$$

¿Cómo podemos marcar estas coordenadas en la esfera celeste para un observador en La Plata?

Para poder marcar la **coordenada α, es imprescindible conocer la posición del punto vernal**. Como ya dijimos, el ángulo horario del punto vernal, t_{Υ}, está dado por el valor del tiempo sidéreo en el lugar y en el momento de la observación.

Por lo tanto, es necesario conocer, para el ejemplo dado, el **tiempo sidéreo en La Plata en el momento de la observación**, para poder marcar el ángulo horario del punto vernal en la esfera celeste. Supongamos entonces que en el momento de la observación:

$$\boxed{T_{sid\ LP} = t_{\Upsilon} = \ 11\ \text{hs}}$$

En la figura 2 se muestra la esfera celeste para un observador en La Plata ($\phi = -\ 34°\ 54'$), y en ella está indicado el arco que representa t_{Υ} que, en este ejemplo, vale 11 hs. Como todo ángulo horario, se mide sobre el ecuador celeste, desde el meridiano superior del lugar, hacia el oeste.

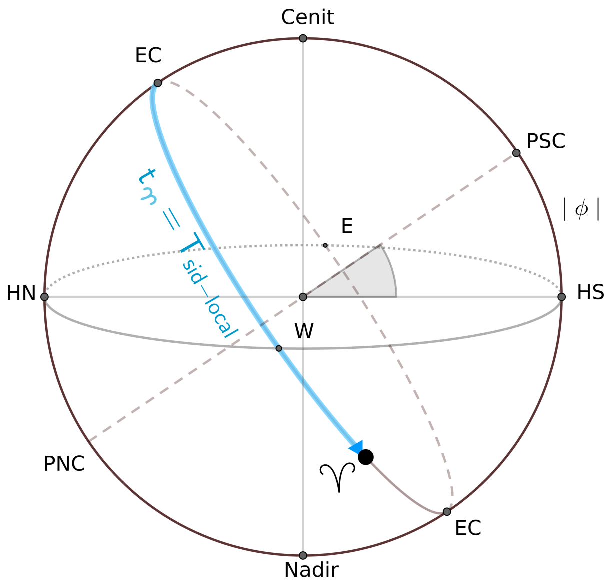

Figura 2. *Esfera celeste para un observador en La Plata. Se indica la ubicación del punto vernal, cuando el tiempo sidéreo en La Plata es 11 hs, es decir t_{Υ} = 11 hs .*

Una vez ubicado el punto vernal, podemos marcar a partir del mismo, la ascensión recta α del astro, sobre el ecuador celeste y en sentido directo (contrario al de la coordenada t). En este ejemplo α tiene un valor de 8 hs (ver figura 3).

Luego pasamos un meridiano por el punto sobre el ecuador celeste hasta donde llegó la coordenada α y sobre el mismo marcamos $\delta = -33°$, desde el ecuador celeste hacia el PS ya que, en este ejemplo, δ es negativa.

Vemos también que, desde el meridiano superior del lugar hasta el meridiano que pasa por el astro, es posible indicar la coordenada ángulo horario del astro (t_{astro}) .

Observando la figura 3 podemos comprobar gráficamente la relación (1): $T_{sid-local} = t_{\Upsilon} = t_{astro} + \alpha_{astro}$

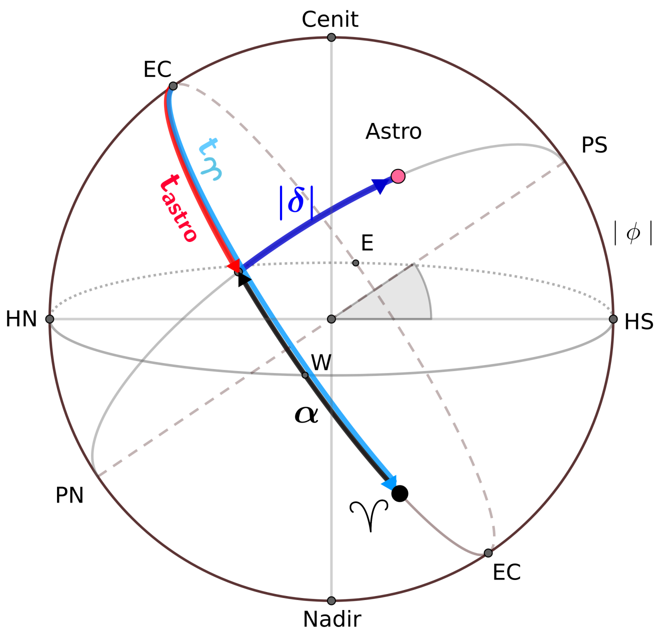

Figura 3. *Coordenadas ecuatoriales celestes α (negro) y δ (azul) de un astro, para un observador en una latitud sur ϕ. Se puede comprobar gráficamente la relación entre el tiempo sidéreo o ángulo horario del punto vernal (t_{Υ})(celeste), el ángulo horario del astro t_{astro} (rojo) y la ascensión recta α_{astro} del astro (negro).*

2. Transformación entre coordenadas celestes y locales

- **Sistema ecuatorial local $\leftrightarrows$ sistema ecuatorial celeste**

Como ya vimos, es posible relacionar, para un mismo astro, sus coordenadas del sistema ecuatorial celeste con las del ecuatorial local.

Ambos sistemas tienen una coordenada en común que es la declinación δ_{astro}.

La otra coordenada del sistema ecuatorial celeste es la ascensión recta α_{astro} y está vinculada con el ángulo horario t_{astro} (coordenada del sistema ecuatorial local) a través de su relación con el tiempo sidéreo, dada por la expresión (1): $T_{sid-local} = t_{\Upsilon} = t_{astro} + \alpha_{astro}$

Entonces, por ejemplo, conociendo las coordenadas de un astro en el sistema ecuatorial local δ_{astro} y t_{astro} y el tiempo sidereo local (t_{Υ}), podemos calcular α_{astro} como:

$$\alpha_{astro} = t_{\Upsilon} - t_{astro}$$

y así obtener sus coordenadas ecuatoriales celestes: α_{astro} y δ_{astro}

- **Sistema horizontal $\leftrightarrows$ sistema ecuatorial celeste**

Veamos ahora como transformar las coordenadas del sistema horizontal en las del ecuatorial celeste o viceversa.

....

• EJEMPLO 1: Supongamos que conocemos las coordenadas horizontales acimut (A) y altura (h) de un astro, para un observador en una latitud ϕ, para un instante dado, y queremos calcular sus coordenadas ecuatoriales celestes α y δ.

Consideremos, por ejemplo, un astro de coordenadas horizontales A = 60°, h = 50° para un observador en La Plata ϕ =−34° 54', sabiendo además que, en el instante de observación, el tiempo sidéreo en La Plata vale $T_{sid\ LP}$ = 1h 43min.

¿Cuáles serán las coordenadas α y δ del astro?

Dados A = 60°, h = 50° y $\phi = -\ 34°54'$ podemos calcular las coordenadas ecuatoriales locales t y δ resolviendo el triángulo esférico de posición, tal como se explica en el apunte explicativo de la practica 5.

Haciendo los cálculos se encuentra que las coordenadas ecuatoriales locales resultan:

$$t = 3h\ 25m\ 36s \text{ y } \delta = -\ 44°34'41''$$

Sabiendo ahora que el tiempo sidéreo en La Plata, en el momento de observación vale 1h 43min y usando la expresión (1) obtenemos:

$$\alpha_{astro} = T_{sid\ LP} - t_{astro} = 1h\ 43m - 3h\ 25m\ 36s = -1h\ 42m\ 36s$$

Como la coordenada α_{astro} se mide de 0h a 24hs, cuando el valor resulta negativo le sumamos 24hs (el valor negativo de α significa, en este caso, que la coordenada se está midiendo en sentido contrario al definido como positivo). Así, resulta:

$\alpha_{astro} = -1h\ 42m\ 36s + 24h = 22h\ 17m\ 24s$

Entonces, las coordenadas ecuatoriales celestes del astro serán:

$$\delta = -\ 44°34'41'' \text{ y } \alpha = 22h\ 17m\ 24s$$

....

• EJEMPLO 2: Si ahora sabemos que un astro posee coordenadas ecuatoriales celestes α y δ, ¿cómo calculamos sus coordenadas horizontales en La Plata en un cierto instante? Para ello debemos conocer también, el tiempo sidéreo en La Plata en el momento de la observación $T_{sid\ LP}$.

Consideremos, por ejemplo, un astro de coordenadas ecuatoriales celestes α = 12h 20m y δ = 13° 28'. ¿Cuáles serán sus coordenadas horizontales para un observador en La Plata, cuando el tiempo sidéreo vale $T_{sid\ LP}$ = 17h 52m?

Calculamos primero al ángulo horario del astro t_{astro}, para el observador en La Plata en el instante de observación :

$$t_{astro} = T_{sid\ LP} - \alpha_{astro} = \text{17h 52m} - \text{12h 20m} = \text{5h 32m}$$

Conociendo ahora que las coordenadas ecuatoriales locales del astro y la latitud del observador son:

$$\text{t} = \text{5h 32m y } \delta = 13° \text{ 28' y } \phi = -34° \text{ 54}$$

podemos resolver el triángulo de transformación de coordenadas locales correspondiente, tal como se explica en el apunte explicativo de la practica 5.

Calculando entonces A y z, resulta:

$$\text{A} = 105°0'33'' \text{ y z} = 92° \text{ 3'55''}$$

Notar que como h = 90° - 92° 3'55" = -2° 3'55", este astro está por debajo del horizonte en La Plata para el instante dado y por lo tanto no podrá ser observado en ese momento.

3. Sistema ecliptical

El sistema ecliptical es otro sistema absoluto, que tiene como plano fundamental la **eclíptica** y como eje perpendicular la **línea PNϵ-PSϵ** (polo norte ecliptical-polo sur ecliptical). Las coordenadas en este sistema son **longitud ecliptical** λ y **latitud ecliptical** β (ver figura 4).

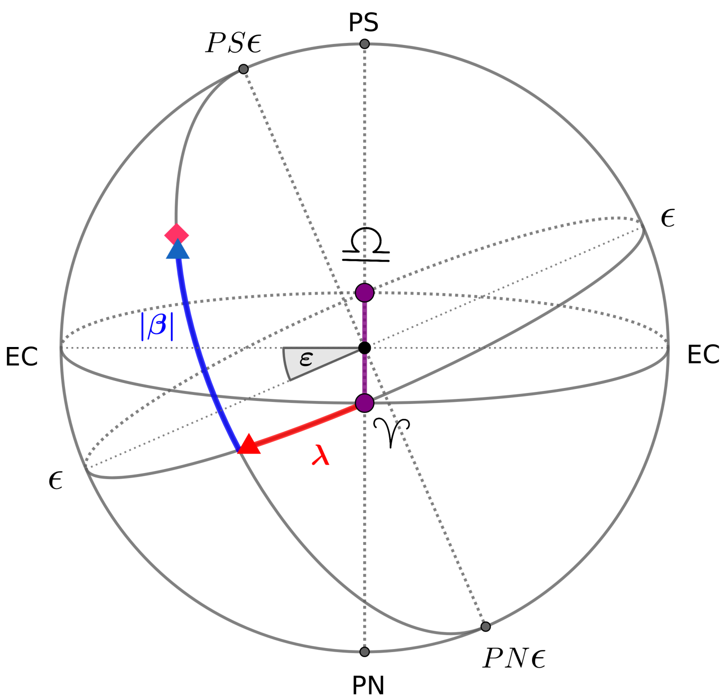

Figura 4. *Coordenadas eclipticales, λ (rojo) y β (azul) de un astro. La longitud ecliptical λ se mide sobre la eclíptica, desde el punto ♈ y en sentido directo, hasta el círculo máximo que pasa por los polos eclipticales y el astro. La latitud ecliptical β, se mide sobre círculo máximo que pasa por los polos eclipticales y el astro, desde la eclíptica hasta el astro. ε = 23°27' es la oblicuidad de la eclíptica.*

LONGITUD ECLIPTICAL:

- Se simboliza con la letra λ.
- Se mide sobre la eclíptica, desde el punto vernal o punto Aries (♈), en sentido directo (contrario al movimiento diurno, que se puede deducir con la regla de la mano derecha), hasta la circunferencia máxima que pasa por los polos eclipticales y el astro.
- Va desde 0^h a 24^h.

LATITUD ECLIPTICAL:

- Se simboliza con la letra β.
- Se mide desde la eclíptica hasta el astro, sobre la circunferencia máxima que pasa por los polos eclipticales y el astro.
- Va de $0°$ a $90°$ hacia el PNϵ y de $0°$ a $-90°$ hacia el PSϵ.

4. Transformación entre coordenadas celestes y eclipticales

Si conocemos las coordenadas absolutas de un astro en alguno de los dos sistemas definidos (ecuatorial celeste o ecliptical) es posible calcular sus coordenadas en el otro sistema resolviendo un triángulo esférico como el de la figura 5.

En esta figura se marcan las coordenadas ecuatoriales celestes α y δ y eclipticales λ y β para un astro dado y se indican los elementos del triángulo de posición PSϵ-astro-PSC. Aplicando el Teorema del seno, el Teorema del coseno y la Fórmula de los 5 elementos, es posible calcular las coordenadas del sistema ecuatorial celeste en función de las del sistema ecliptical o viceversa.

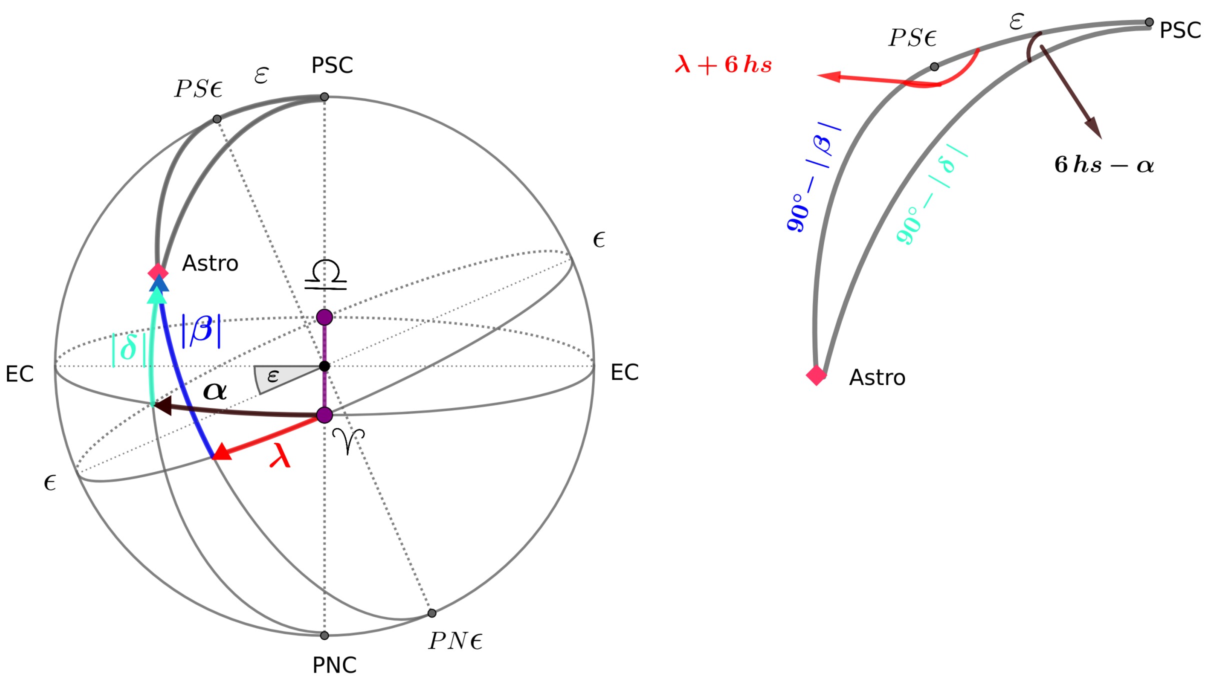

Figura 5. *Coordenadas eclipticales λ y β y ecuatoriales celestes α y δ de un astro. Se indica a la derecha el triángulo de posición correspondiente con todos sus elementos.*

Astronomía General

APUNTES de TRABAJOS PRÁCTICOS

PRÁCTICA 7 parte II
Corrección a las posiciones observadas

María Laura Arias y Roberto Venero
Jefes de trabajos prácticos de la cátedra

Universidad Nacional de La Plata
Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas

La Plata, Argentina
- 2021 -

Apuntes para resolver la PRÁCTICA 7 - Parte II

Correcciones a las posiciones observadas

Las posiciones observadas de los astros, están afectadas de varios efectos o fenómenos de naturalezas muy diferentes que modifican los valores de sus coordenadas. Es necesario corregir por estos efectos, para obtener valores de las coordenadas precisos e independientes de la posición del observador. Las coordenadas, una vez corregidas, se listan en catálogos que sirven de referencia para ubicar a los diferentes objetos celestes.

En general, las correcciones realizadas a las coordenadas observadas son muy pequeñas, del orden de los segundos de arco, pero en muchos casos necesarias, para obtener la posición de un objeto con la precisión requerida.

En lo que sigue, vamos a explicar brevemente cómo se ve afectada la posición observada de los astros por los efectos de: Refracción, Paralaje, Aberración y Precesión y nutación.

1. Refracción atmosférica

Entre el observador y los astros se encuentra un gran obstáculo que es la **atmósfera**. Esta es una extensa capa de gases que afecta de muchas formas a las observaciones astronómicas. Uno de sus efectos es producir la refracción de la luz proveniente de los astros.

La **refracción es la desviación de un rayo de luz al pasar de un medio a otro con distinto índice de refracción**. El índice de refracción de un medio depende de sus propiedades físicas como temperatura, densidad, presión y también de la longitud de onda de la luz observada. Este índice se indica con la letra "n" y se puede expresar como:

$$\mathrm{n} = \frac{\mathrm{c}}{\mathrm{v}} \tag{1}$$

donde **c** es la velocidad de la luz en el vacío (c = 300 000 km s^{-1}) y **v** es la velocidad de la luz en un medio distinto del vacío.

De acuerdo con la **ley de Snell**, cuando un rayo pasa de una capa con índice n_o a otra con índice n_1 se cumple que:

$$\mathrm{n_o}\ \mathrm{sen}\theta_\mathrm{o} = \mathrm{n}_1\ \mathrm{sen}\theta_1 \tag{2}$$

donde θ_o es el ángulo de incidencia respecto de la normal a la capa con índice de refracción n_o y θ_1 es el ángulo respecto de la normal con el que sale el rayo en la capa de índice n_1. Esto se muestra en la figura 1.

Para estudiar el efecto que produce la refracción sobre la luz proveniente de los astros, debemos representar de alguna manera a la atmósfera. La forma más sencilla de hacerlo es suponer que la atmósfera está formada por capas planas y paralelas, cada una con un índice de refracción que se hace mayor a medida que nos acercamos a la superficie de la Tierra.

Para simplificar el análisis y mostrar esquemáticamente cómo afecta este fenómeno a la posición observada del astro, utilizaremos la **representación de capas planas y paralelas** de la figura 2. De acuerdo con esta figura, la luz del astro A incide desde el vacío a la atmósfera con un ángulo z (observar que el ángulo indicado en la figura es la distancia cenital del astro). Al ir atravesando las distintas capas de la atmósfera, cada vez más densas, el rayo se irá refractando, desviándose su dirección de manera que su posición se acerca cada vez más hacia la dirección del cenit.

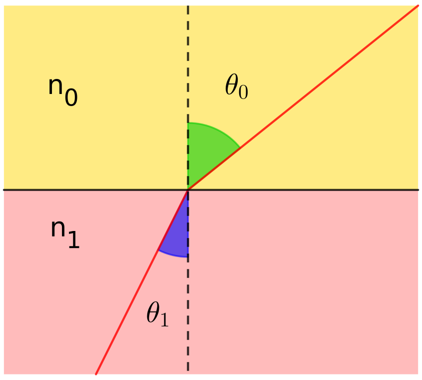

Figura 1. *Ley de Snell: se muestra la desviación en la dirección de un rayo que pasa de una capa con índice de refracción* n_o *a otra con índice de refracción* $\mathrm{n}_1 > \mathrm{n}_o$.

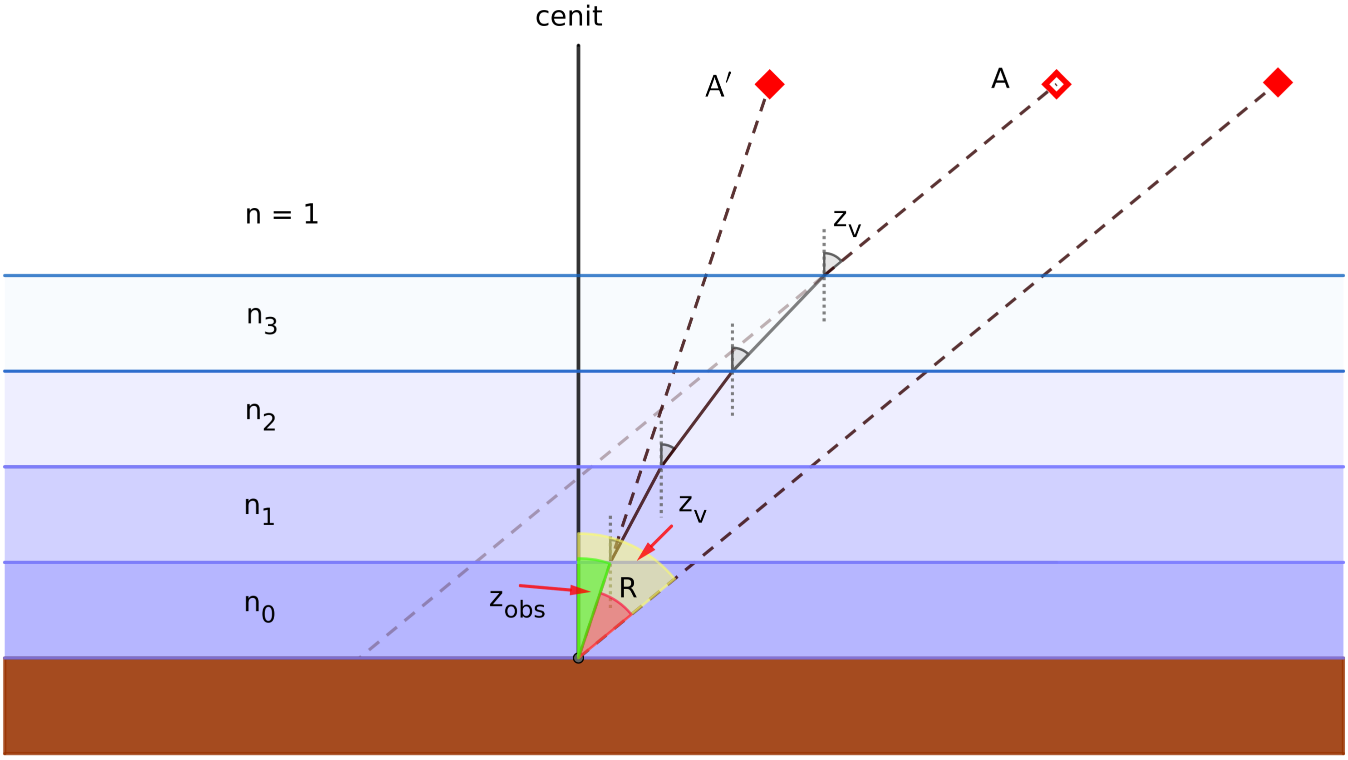

Figura 2. *Modelo de atmósfera terrestre, de capas planas y paralelas, donde se indica la refracción de la luz proveniente de un astro, a través de las distintas capas, hasta llegar a la superficie de la Tierra. El rayo incide con un ángulo* z_v *respecto de la dirección al cenit, se refracta sucesivas veces y llega a la Tierra con un ángulo* z_{obs}*, que es menor que* z_{v}.

Indicamos con A' a la posición en la cual un observador sobre la Tierra vería el astro. Vemos que la posición observada A', está desviada respecto de la posición verdadera A, debido a la refracción atmosférica.

Observando la figura 2, se puede deducir que **la distancia cenital medida por un observador sobre la Tierra (z_{obs}) será menor que la distancia zenital verdadera del astro (z_v)**:

$$z_{obs} < z_v$$

Si observamos ahora, en la figura 2, la diferencia entre la dirección verdadera del astro, marcada con línea de puntos y la dirección aparente (u observada) desde la Tierra, vemos que se cumple que:

$$z_v - z_{obs} = R \tag{3}$$

donde **R** es llamada **corrección por refracción**.

A partir de la figura 2 vemos que la luz del astro incide con un ángulo z_v respecto de la dirección al cenit, luego se refracta sucesivamente con ángulos que llamaremos θ_i y finalmente llega a la Tierra con un ángulo z_{obs} respecto del cenit. Podemos entonces aplicar la ley de Snell a cada una de las capas de la figura 2, comenzando desde la capa superior, de lo cual resulta:

$$\begin{aligned}
\mathrm{n\ sen\ z_v} &= \mathrm{n_4\ sen}\ \theta_4 \\
\mathrm{n_4\ sen}\ \theta_4 &= \mathrm{n_3\ sen}\ \theta_3 \\
&\dots \\
\mathrm{n_1\ sen}\ \theta_1 &= \mathrm{n_o\ sen\ z_{obs}}
\end{aligned}$$

De aquí podemos deducir que:

$$\mathrm{n\ \ sen\ z_v = n_o\ sen\ z_{obs}}$$

y sabiendo que **n = 1** para el vacío, que z_v = R + z_{obs} (ver fórmula 3) y aplicando la identidad trigonométrica del seno de la suma de dos ángulos, podemos escribir:

$$\mathrm{n_o\ sen\ z_{obs} = sen\ z_v = sen\ (R + z_{obs}) = sen\ R\ cos\ z_{obs} + cos\ R\ sen\ z_{obs}}$$

teniendo en cuenta que R es un ángulo muy pequeño: sen R $\approx$ R y cos R $\approx$ 1, entonces resulta:

$$\mathrm{n_o\ sen\ z_{obs} = R\ cosz_{obs} + senz_{obs}}$$

dividiendo esta expresión por cos(z_{obs}) y reacomodando los términos se obtiene:

$$\mathrm{R = (n_o - 1)\ tg\ z_{obs}}$$

donde (n_o - 1) = R_o es la constante de refracción y depende de los valores de presión y temperatura

de la atmósfera. Para condiciones normales de presión y temperatura (P = 760 mmHg y T = 0°C), la constante de refracción vale: R_o = 60.25".

Así resulta que la corrección por refracción R, se puede expresar como:

$$\boxed{\mathrm{R} = 60.25''\ \mathrm{tg}\ z_{obs}} \tag{4}$$

Para otros valores de presión y temperatura, R se puede calcular como:

$$\mathrm{R} = 60.25''\ \frac{P[mmHg]}{760}\ \frac{273}{T[^{\circ}C] + 273}\ \mathrm{tg}\ z_{obs} \tag{5}$$

La expresión 4 sólo resulta útil para valores pequeños de z_{obs}, ya que si la distancia cenital observada se acerca a 90°, el valor de R tiende a infinito y este resultado no será correcto. Por lo tanto, el valor de la corrección por refracción R obtenido con la **aproximación de capas plana y paralelas**, sólo sirve para $z_{\rm obs} \lesssim$ **60°**. Para **distancias cenitales mayores**, es necesario considerar un **modelo de atmósfera más realista**, que considere su curvatura.

2. Paralaje

2.1 Paralaje diurna

Diferentes observadores ubicados en distintos puntos de la Tierra que observen un mismo astro cercano, lo verán proyectado sobre la esfera celeste en posiciones distintas. Este efecto llamado **paralaje diurna** es notorio, en particular, para el caso de objetos suficientemente cercanos a la Tierra, tal como los cuerpos del sistema solar o los satélites artificiales.

Para corregir este efecto, en lugar de tomar las **coordenadas topocéntricas** del astro (determinadas sobre la superficie terrestre) debemos obtener sus **coordenadas geocéntricas**, es decir, las coordenadas referidas al centro de la Tierra.

Para entender mejor la paralaje diurna, observemos la figura 3, donde se muestra un observador en cierto lugar de la Tierra observando un astro. La distancia cenital z del astro que mide el observador sobre la Tierra, se llama distancia cenital topocéntrica (z_t).

Si ahora nos ubicamos en el centro de la Tierra, mediremos otro valor de la distancia cenital, para el mismo astro, que se llama distancia cenital geocéntrica (z_g).

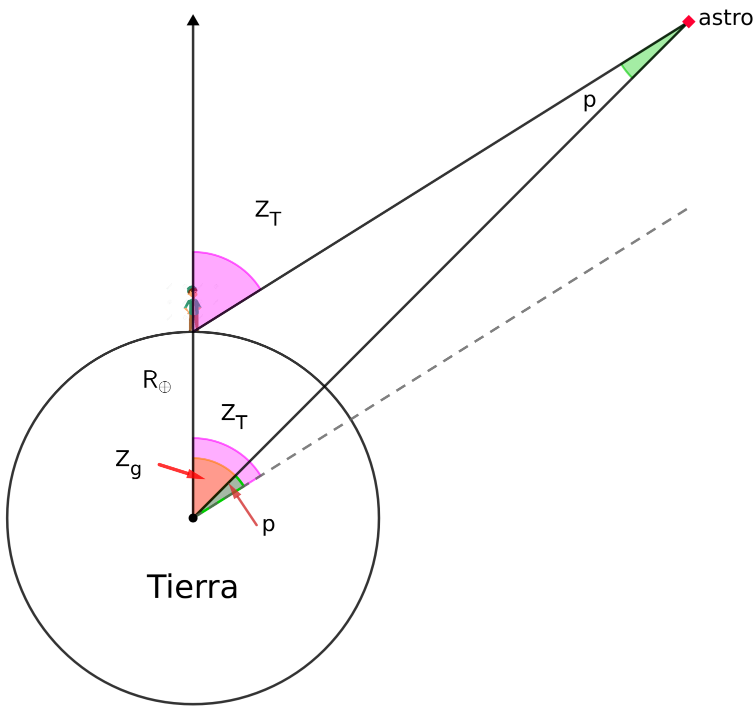

Figura 3. *Paralaje diurna: distancia cenital del astro medida desde la superficie de la Tierra (z_t) y desde el centro de la Tierra (z_g). Para convertir la distancia cenital topocéntrica en geocéntrica debemos restarle la corrección por paralaje p.*

A partir de la figura 3 podemos deducir que:

$$z_g = z_t - p$$

donde p es la paralaje diurna. Observemos que **p es el ángulo con el cual se vería el radio radio terrestre $R_\oplus$ desde el astro**.

¿Cómo se puede calcular la paralaje diurna? En la figura 3 se distingue un triángulo plano no rectángulo con vértices: "astro"-"centro de la Tierra"-"observador". Si usamos el teorema del seno para este triángulo resulta:

$$\frac{\text{sen p}}{R_\oplus} = \frac{\text{sen }(180° - z_t)}{d}$$

despejando sen p y sabiendo que sen (180°- z_t) = sen (z_t), resulta:

$$\boxed{\text{sen p} = \frac{R_\oplus}{d}\text{ sen }(z_t)} \qquad (6)$$

Como mencionamos antes, esta corrección se aplica para cuerpos del sistema solar, es decir cuerpos que no están tan alejados de la Tierra. Para el caso de las estrellas la corrección sería despreciable.

En base a la fórmula anterior, se define la **paralaje horizontal ecuatorial** (ver figura 4), que es la que resulta cuando la **distancia cenital topocéntrica es 90°** y adoptamos el valor del **radio ecuatorial de la Tierra**. Si suponemos que p es pequeño entonces:

$$\text{sen p} \approx \text{p[rad]} = \frac{R_\oplus}{d}\text{ sen } z_t$$

Si tomamos $z_t = 90°$, entonces la paralaje horizontal ecuatorial p_H resulta:

$$p_H \text{ [rad]} = \frac{R_\oplus}{d}\text{sen}(90°) = \frac{R_\oplus}{d} \qquad (7)$$

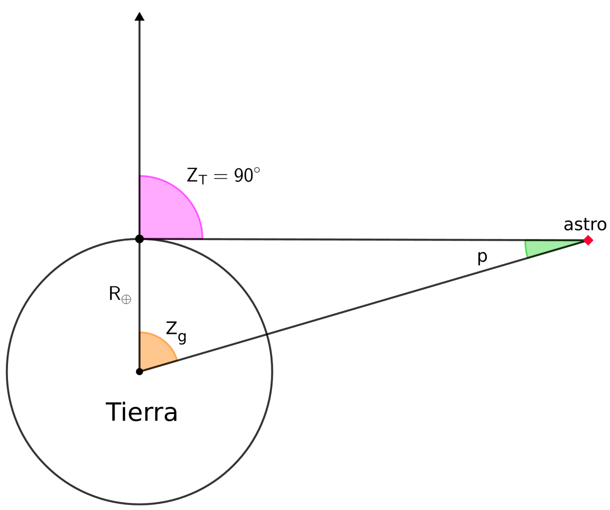

Figura 4. *Paralaje horizontal ecuatorial (p_H): es el valor de la paralaje de un astro cuando $z_t = 90°$. p_H se calcula a partir de un triángulo rectángulo como el de la figura: sen p ≈ p [rad] = $\frac{R_\oplus}{d}$, donde $R_\oplus$ es el radio ecuatorial de la Tierra.*

2.2 Paralaje anual

Para entender el fenómeno de la paralaje anual, observemos la figura 5 (*izquierda*). En esta figura se representa esquemáticamente a la Tierra y su órbita alrededor del Sol. También se ubica una estrella cercana (ubicada en una dirección perpendicular al plano de la eclíptica para que los cálculos sean más simples), y objetos astronómicos muy lejanos (por ejemplo, galaxias o cúmulos estelares).

Cuando la Tierra se encuentra en la posición indicada como *enero*, un observador verá a la estrella cercana proyectada sobre objetos muy lejanos, en una dada dirección. Al cabo de medio año, cuando la Tierra se encuentre en la posición correspondiente a *junio*, el observador verá a la misma estrella proyectada contra otros objetos lejanos, es decir, en una dirección diferente.

En la parte derecha de la figura 5 se muestra como se vería proyectada la posición de la estrella entre los objetos lejanos para cada una de las posiciones de la Tierra. La diferencia se debe a que la Tierra cambió de posición en su órbita.

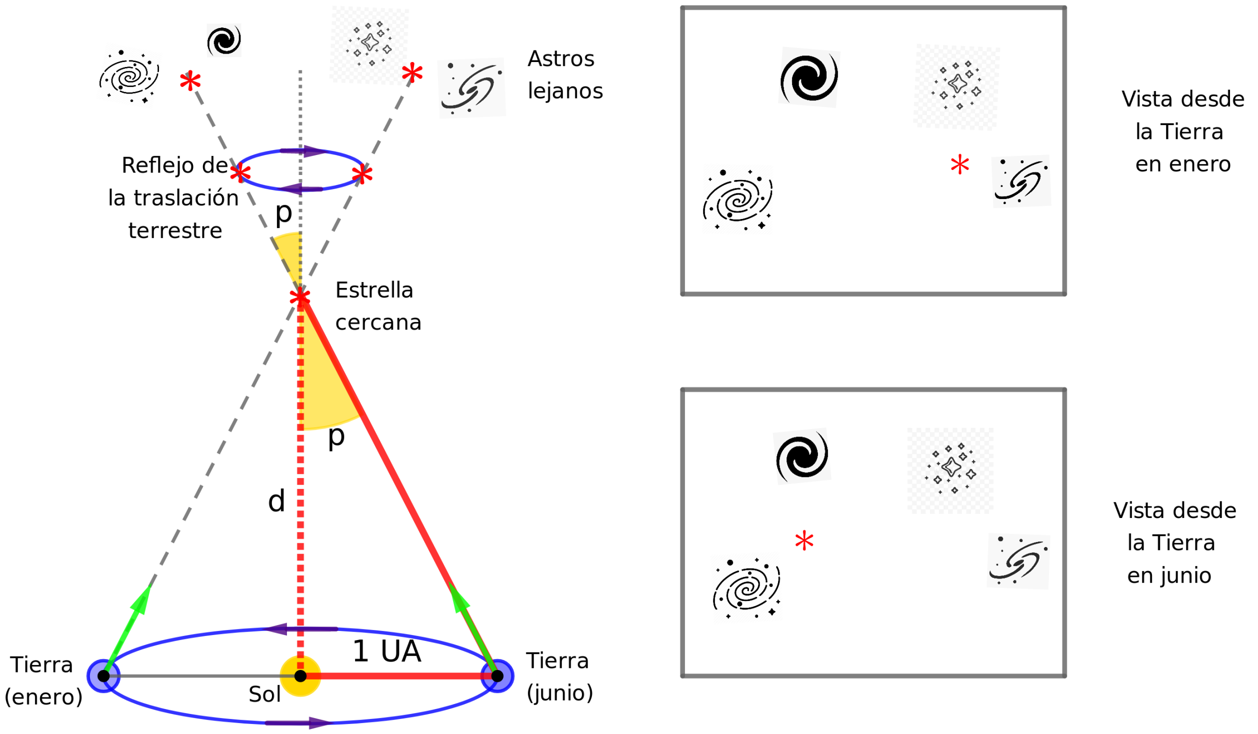

Figura 5. **Paralaje anual**: *a medida que la Tierra se traslada alrededor del Sol, cambia la dirección en la que se proyecta una estrella cercana respecto de astros más lejanos. Se llama paralaje anual p al ángulo con el que se ve desde la estrella la distancia media Tierra-Sol o semieje mayor de la órbita terreste "a". (a = 1UA = 150×10*^{6} *km). La órbita de la Tierra se aproxima a una circunferencia por simplicidad.*

A medida que la Tierra va orbitando alrededor del Sol, desde la Tierra observaremos, que la posición de la estrella va a ir cambiando respecto a los astros lejanos. Eso se representa en la figura 5 como un pequeño círculo, que es el reflejo del movimiento de traslación de la Tierra. Dependiendo de la posición del astro, éste describirá una circunferencia, una elipse o una línea a medida que la Tierra se mueve en su órbita.

El fenómeno de ver a un objeto cercano proyectado frente a los objetos de fondo desde dos puntos de vista distintos, se llama *efecto de la paralaje.*

La **paralaje anual** es el ángulo entre la dirección de la estrella a la Tierra y la dirección de la estrella al Sol, es decir, **el ángulo con el que se vería desde la estrella, la separación Tierra-Sol**. Ese ángulo se indica en la figura 5 (derecha) con la letra p.

Si, a partir del gráfico de la figura 5 (derecha), usamos el triángulo que se forma entre la posición de la estrella, el Sol y la posición de la Tierra, podemos expresar la paralaje (ángulo p) como:

$$tg(\mathrm{p}) = \frac{\mathrm{a}}{\mathrm{d}} \tag{8}$$

Es decir, que la *tg(p)* será el cociente entre la distancia media Tierra-Sol a y la distancia d a la estrella, ambas distancias expresadas en las mismas unidades.

El **valor angular de la paralaje para las estrellas es muy pequeño**, menor que 1 segundo de arco ($1''$). La estrella más cercana al Sistema Solar, Próxima Centauri, tiene una paralaje de $0.77''$. Entonces, como p es un ángulo muy pequeño, en la expresión (8) podemos aproximar: $\mathrm{tg(p)} \approx \mathrm{p[rad]}$.

Con esta aproximación, podemos escribir:

$$\boxed{\mathrm{p[rad]} = \frac{\mathrm{a}}{\mathrm{d}}} \tag{9}$$

Si ahora consideramos que en un radián hay 206 265 segundos de arco, podemos expresar p en [“] como:

$$\boxed{\mathrm{p}\,[''] = 206\,265\,\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{d}}} \tag{10}$$

3. Aberración

La aberración es una **desviación de la luz proveniente de un astro debido a la composición de la velocidad de la luz con la velocidad del observador**. Para ilustrar este efecto, en la figura 6 se muestra una astro cuya luz llega en forma perpendicular a la dirección de la velocidad de la Tierra. Los rayos provenientes de este astro se desvían debido a la aberración, en una cantidad angular α dada por:

$$\boxed{tg\alpha \approx \alpha[rad] = \frac{V_\oplus}{c}} \tag{11}$$

donde $\mathrm{V}_\oplus$ es la velocidad de la Tierra y c la velocidad de la luz. α recibe el nombre de constante de aberración y es un valor muy pequeño.

La Tierra se mueve, tanto en su movimiento de rotación y como en el de traslación. Por lo cual habrá dos tipos de aberración. Llamamos **aberración diurna** a la debida al movimiento de **rotación** de la Tierra y **aberración anual** a la causada por el movimiento de **traslación** de la Tierra. El valor de la constante de aberración anual es $\alpha_{anual} = 20.492$”, mientras que el valor de la constante de aberración diurna es : $\alpha_{diurna} = 0.319$” cos φ, donde φ es la latitud del observador.

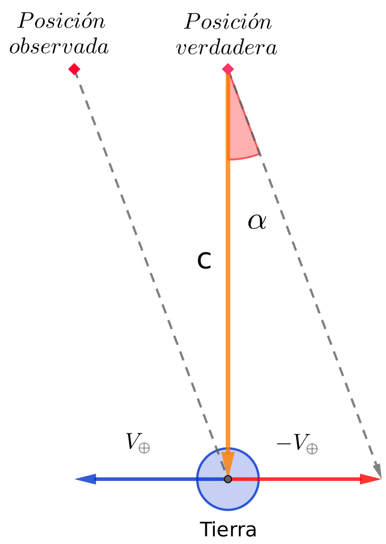

Figura 6. *Aberración de la luz: la luz proveniente del astro se desvía un ángulo α debido a la composición de la velocidad de la luz con la de la Tierra.*

4. Precesión y nutación

4.1 Precesión

En el apunte explicativo de la Práctica 6 vimos que la causa de las estaciones en nuestro planeta es la inclinación constante del eje terrestre respecto a una línea perpendicular al plano de la eclíptica. A lo largo del año, el eje de rotación siempre está apuntando hacia la estrella Polaris, sin importar en qué parte de la órbita de la Tierra nos encontremos, como se muestra en la figura 7.

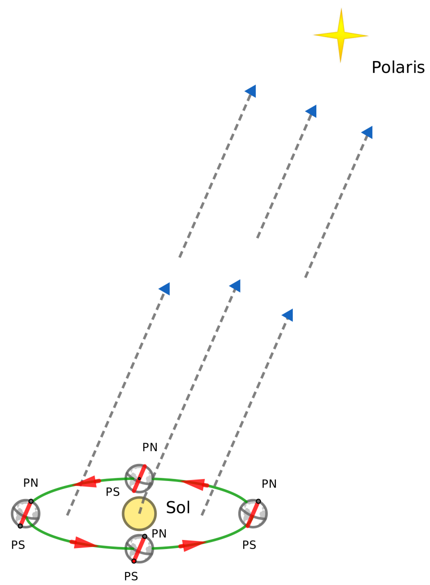

Figura 7. *A lo largo de un año, el eje de rotación de la Tierra (línea roja) siempre se mantiene paralelo a sí mismo y, en todo momento, su dirección norte está orientada a un punto cercano a la estrella Polaris. Como esta estrella está muy lejos, desde cualquier parte de la órbita, las direcciones se mantienen paralelas entre sí (líneas a trazos).*

En realidad, la condición de que el eje apunte en la misma dirección sólo es válida para lapsos de tiempos no demasiado largos (unas pocas décadas), pero cuando hayan pasado 50, 100 o más años, se hará notorio que el eje se ha desplazado. Este desplazamiento hace que el eje apunte en una dirección de la esfera celeste levemente diferente a la de antes. A este **lento desplazamiento de la dirección del eje de rotación** se lo llama **precesión**.

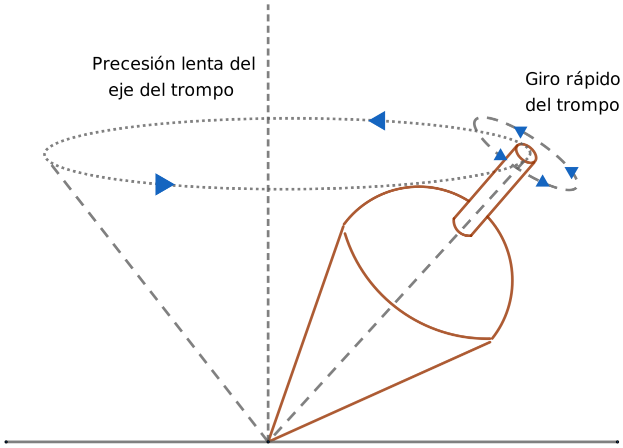

Figura 8. *Un trompo puede presentar dos movimientos: el movimiento rápido de rotación y el movimiento lento de su eje, llamado movimiento de precesión.*

La precesión suele presentarse en el movimiento de los trompos. Se combina una rotación rápida en torno al eje del trompo y un movimiento por el cual, el propio eje va cambiando de dirección (figura 8). Este bamboleo del eje, en general, aparece cuando el trompo ha perdido buena parte de su velocidad de giro inicial. Apenas es lanzado, el trompo gira muy rápido y se mantiene vertical pero, a medida que el roce con el suelo y con el aire le va sacando energía rotacional, comienza a aparecer la precesión. Esta precesión se acentúa cuando el trompo está a punto de caerse.

La Tierra tiene movimientos parecidos a los del trompo: rota sobre su eje y este eje tiene su propio movimiento de precesión. En la precesión, el eje va cambiando de dirección, describiendo un cono alrededor de una línea perpendicular al plano de la eclíptica. Podemos ver un esquema de este movimiento en la figura 9. El eje terrestre va desplazándose muy lentamente siguiendo la flecha de color verde. De este modo, la dirección a la que apunta el eje va cambiando y, dentro de mucho tiempo, dejará de ser la estrella Polaris. Se estima que el eje se va desplazando para apuntar hacia la constelación de Lyra, más precisamente, hacia la estrella llamada Vega.

Dado que el Ecuador celeste y la Eclíptica se mantienen siempre perpendiculares a sus respectivos ejes polares, los puntos de intersección entre ambos planos (equinoccios) van a cambiar de posición debido a la prececión.

Es importante notar que **el ángulo de inclinación del eje terrestre** (oblicuidad de la eclíptica) **no cambia**. El valor de este ángulo es de 23,5° y, por el movimiento de precesión, no resulta afectado. Por lo tanto, la precesión no produce cambios en las estaciones. Tampoco, en el futuro, van a cambiar las fechas en las que se producen las estaciones.

¿Cuánto dura?

La precesión es un movimiento muy lento. El cono que describe el eje como se ve en la figura 9 se completa, aproximadamemente, cada **26.000 años**. Dentro de 13.000 años, el eje terrestre estará apuntando en dirección a la estrella Vega. Al cabo de 26.000 años, volverá a la configuración actual,

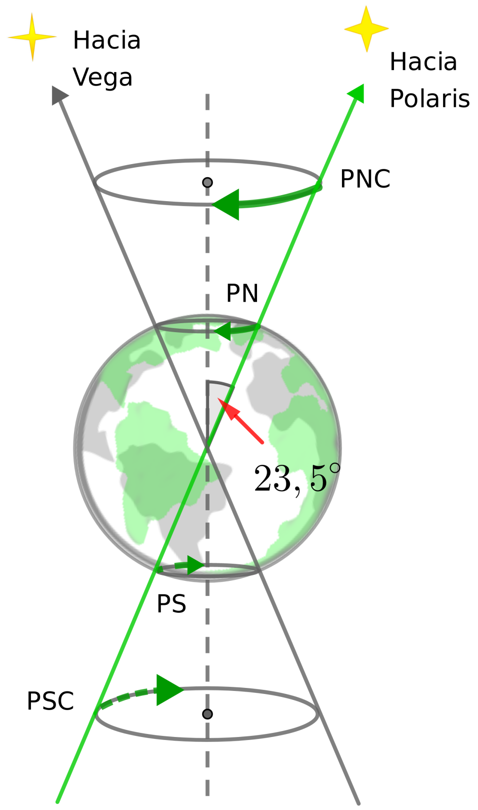

Figura 9. *La precesión es un movimiento del eje terrestre, que describe un cono en torno a una línea perpendicular (línea a rayas) al plano de la eclíptica. Actualmente el eje está inclinado como la línea verde, dirigido a la estrella Polaris. Dentro de unos 13.000 años, el eje estará inclinado como la línea gris, apuntando hacia cercanías de la estrella Vega.*

como se ve en la figura 9.

¿A qué se debe?
Si la Tierra fuera una esfera perfecta, no existiría el movimiento de precesión. En cambio, **la Tierra está achatada en los polos y ensanchada en el Ecuador**. La diferencia en el radio entre el ensanchamiento ecuatorial y el achatamiento polar es muy pequeña: de apenas unos 43 km. Sin embargo, **la Luna, el Sol y los planetas hacen fuerzas gravitatorias sobre el ensanchamiento ecuatorial**. La suma de estas fuerzas tiende a enderezar el eje. Sin embargo, como la Tierra está rotando rápidamente y debe conservar este movimiento, no puede ser enderezada. Entonces, lo que hacen esas fuerzas es cambiar la dirección del eje. Esto se muestra en la figura 10.
La precesión causada por los efectos gravitatorios de la Luna y el Sol se llama **precesión lunisolar**. Los planetas también influyen gravitatoriamente produciendo la **precesión planetaria**, que produce un efecto mucho más pequeño.
¿Qué efectos tiene?
El efecto más importante de la precesión es el cambio del lugar en la órbita terrestre donde se producen los equinoccios, es decir, un **corrimiento del Punto Vernal y del Punto Libra**.

Este cambio hace que las constelaciones por las que va pasando aparentemente el Sol durante el año (por la traslación) vayan modificándose. Por ejemplo, vimos en el apunte de Traslación que el Sol pasa frente a la constelación de Cáncer entre el 21 de julio y el 9 de agosto de cada año. Sin

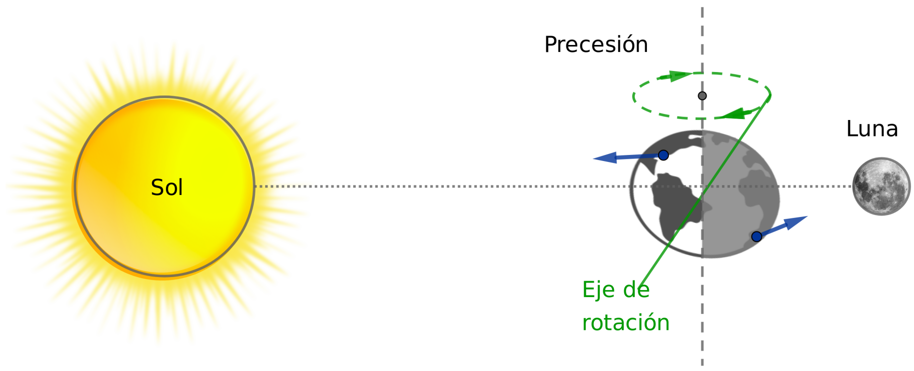

Figura 10. *La precesión se debe a la fuerza gravitatoria que hacen el Sol, la Luna y los planetas sobre el abultamiento ecuatorial de la Tierra. Esas fuerzas (flechas azules) tenderían a enderezar el eje, pero como no pueden hacerlo, le producen el cambio de su dirección (flechas verdes).*

embargo, hace cientos de años, el Sol estaba frente a Cáncer durante el tiempo transcurrido entre el 20 de junio y el 22 de julio. El movimiento de precesión es la causa del cambio de fechas que vuelve inviable (desde la misma raíz) a la propuesta absurda de la astrología.

Debido a la precesión lunisolar, el equinoccio Vernal se desplaza en sentido retrógrado unos 50.2" por año. Eso produce un **cambio en las coordenadas ecuatoriales celestes** de los astros, las cuales deben ser corregidas por este efecto. Habitualmente, los catálogos de las posiciones de las estrellas están referidos a un determinado año (o a la posición del equinoccio en dicho año). Por ejemplo, cuando se buscan en un catálogo las coordenadas ascensión recta y declinación de un astro, es importante prestar atención al equinoccio al cuál están referidas. Habitualmente se usa como referencia el equinoccio del año 2000, pero en catálogos viejos, las coordenadas pueden estar tabuladas para el equinoccio de 1950.

Para corregir las coordenadas ascensión recta y declinación por precesión, pueden usarse las fórmulas 12, que dan la diferencia en las coordenadas para la época t, respecto a las del equinoccio t_0.

$$\begin{cases} \Delta\delta = \delta - \delta_0 = n \cos\alpha_0 \,(t - t_0), \\ \Delta\alpha = \alpha - \alpha_0 = [m + n \tan\delta_0 \sin\alpha_0]\,(t - t_0). \end{cases} \tag{12}$$

En estas ecuaciones, las constantes m y n están dadas por las ecuaciones 13.

$$\begin{cases} m = 46.12''/\text{año}, \\ n = 20.02''/\text{año}. \end{cases} \tag{13}$$

El intervalo de tiempo $(t - t_0)$ es la cantidad de años transcurridos desde el equinoccio de referencia. Por ejemplo, si las coordenadas están tabuladas para el equinoccio 2000, entonces:

$$(t - t_0) = 2021 - 2000 = 21 \text{ años}$$

4.2 Nutación

La nutación también es un movimiento del eje de la Tierra. Se trata de un desplazamiento que se superpone al de la precesión, en el cual el eje de rotación tiene pequeñas oscilaciones en zigzag, como se ve en la figura 11.

Cada una de esas oscilaciones de nutación tarda unos 19 años en completarse. Por lo tanto, la nutación es un movimiento más rápido que la precesión. Sin embargo, como la oscilación del eje es muy pequeña, tiene muy pocos efectos notorios.

La causa de la nutación es la Luna. Nuestro satélite natural tiene una órbita que está inclinada unos 5° respecto al plano de la eclíptica. Por lo tanto, la Luna puede estar a un lado o al otro del Ecuador y producir estas perturbaciones sobre el eje de rotación.

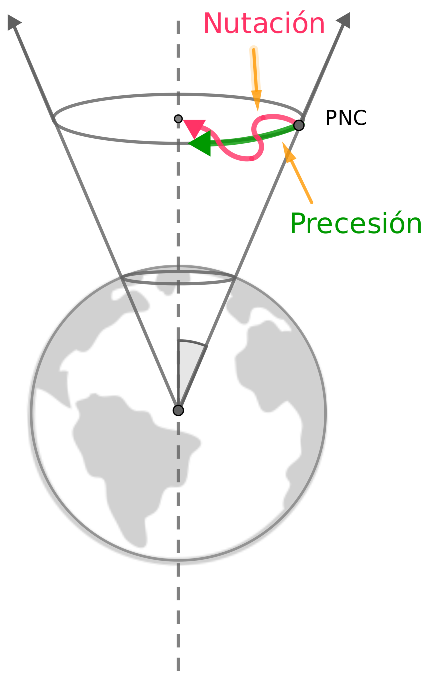

Figura 11. La nutación es una oscilación del eje terrestre que, en este dibujo, se indica como un zigzag de color rosa. Deben tener en cuenta que este bamboleo es muy pequeño y que, en la figura, está muy exagerado. Como ven, la nutación se superpone al movimiento de precesión (flecha verde). Por lo tanto, el movimiento definitivo del eje es la línea rosa.