

ASTRONOMÍA GENERAL

APUNTES DE TRABAJOS PRÁCTICOS

PRÁCTICA 2

La esfera celeste

MARÍA LAURA ARIAS Y ROBERTO VENERO
JEFES DE TRABAJOS PRÁCTICOS DE LA CÁTEDRA



Universidad Nacional de La Plata
Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas

LA PLATA, ARGENTINA
- 2021 -

Apuntes para resolver la PRÁCTICA 2

LA ESFERA CELESTE

1. La esfera y algunos elementos útiles

Una **esfera** es una superficie definida por todos los puntos equidistantes a un punto llamado centro. La distancia al centro es el **radio** de la esfera.

Sobre la esfera podemos definir distintas circunferencias. Las **circunferencias máximas** son aquellas que resultan de la intersección de la esfera con un plano que pasa por el centro de la misma. Mientras que las **circunferencias menores** son aquellas que resultan de la intersección de la esfera con un plano que no pasa por el centro de la misma. Ambos tipos de circunferencias se muestran en la [figura 1](#).

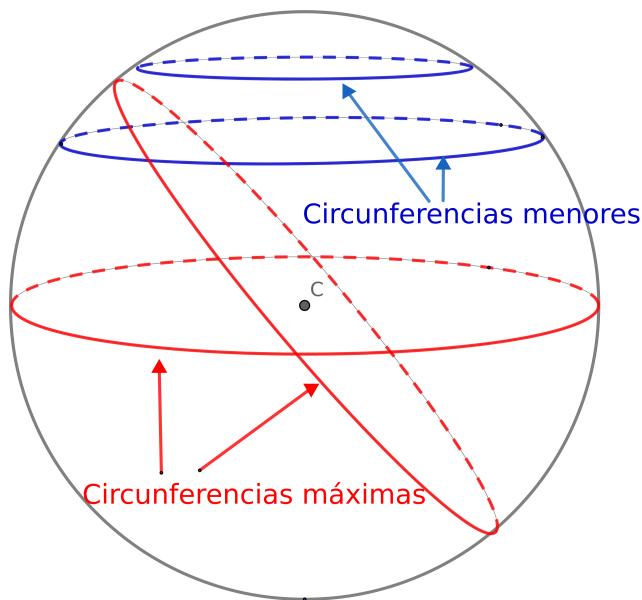


Figura 1. *Circunferencias máximas y menores en una esfera.*

Se llama **diedro** a la región del espacio comprendida entre dos semiplanos limitados por una recta común AB, llamada arista, tal como está representado en la [figura 2 \(izquierda\)](#). El ángulo diedro correspondiente será aquel formado por dos rectas, contenidas en cada semiplano, y perpendiculares a la arista en un mismo punto, tal como está representado en la [figura 2 \(izquierda\)](#).

Un **ángulo esférico** es el ángulo formado al intersectarse dos circunferencias máximas (es el ángulo θ en la [figura 2 derecha](#)). El valor de este ángulo coincide con el del ángulo diedro que forman los planos que contienen a las circunferencias máximas.

Un **triángulo esférico** es la región de superficie esférica limitada por **tres arcos de circunferencia máxima que se cortan** dos a dos. Los **arcos son los lados del triángulo esférico**. Los ángulos del triángulo esférico son **ángulos esféricos** que coinciden con el **ángulo diedro** entre cada dos planos. Se muestra un ejemplo de triángulo esférico en la [figura 3](#).

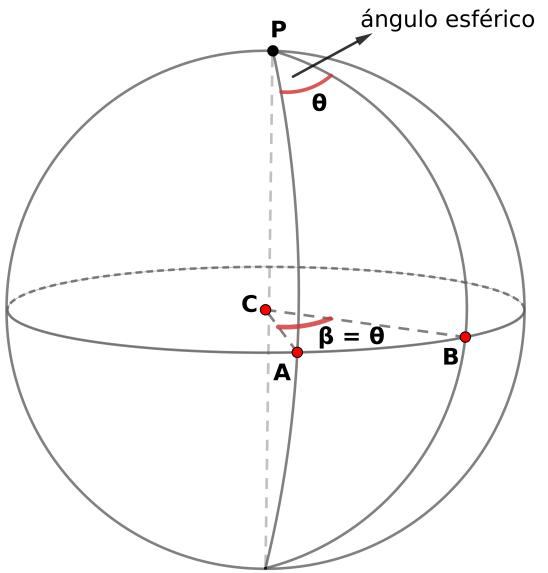
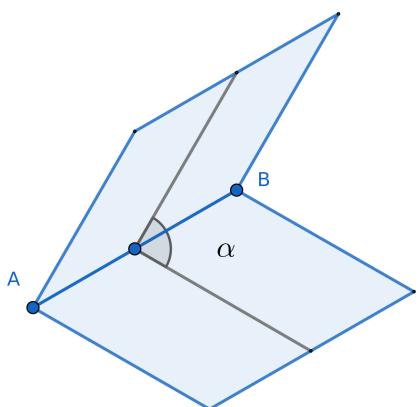


Figura 2. **Izquierda:** Ángulo diedro α . **Derecha:** Ángulo esférico θ . El punto P es el vértice del ángulo θ . El valor de θ coincide con el ángulo diedro β . Notar que, en una esfera de radio unidad, el valor de β coincide con la longitud del arco AB : longitud de $AB = \beta$ [radianes] (ver Pag. 3 del apunte de Repaso de trigonometría plana).

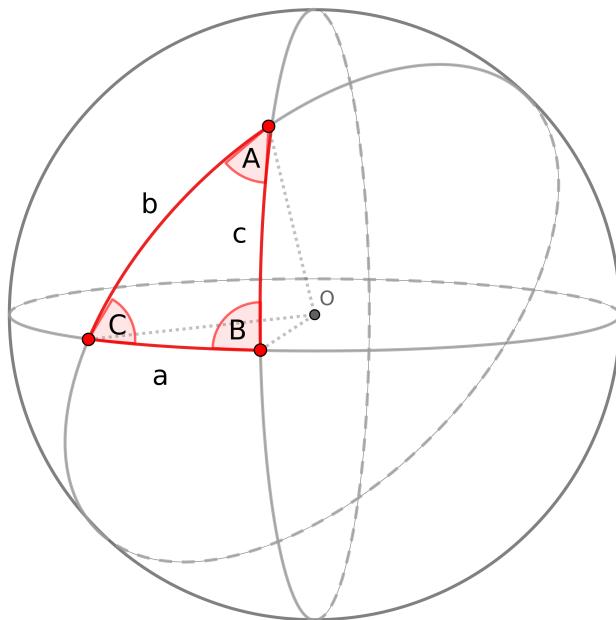


Figura 3. Triángulo esférico (triángulo sobre la esfera formado por arcos de circunferencias máximas) de lados a , b y c y ángulos A , B y C . Nótese que se usa la misma letra para el arco (minúscula) y para el ángulo opuesto a ese arco (mayúscula).

2. La esfera celeste

Cuando miramos el cielo nocturno nos da la sensación de que los astros están ubicados sobre una semiesfera de la cual somos el centro. Vemos una semiesfera porque nuestra visión está limitada a la

parte del cielo que está sobre el horizonte. En realidad, podemos pensar que es una esfera, en donde los astros se encuentran proyectados, sin importar a qué distancia están de nosotros. De hecho, todos los astros están situados a distinta distancia de la Tierra.

La representación de la esfera celeste resulta útil en astronomía para ubicar a los astros en el cielo y representar sus posiciones y movimientos, usando algún sistema de medición de ángulos. El tamaño de la esfera celeste, por tanto, es arbitrario dado que sólo nos interesa medir ángulos y arcos sobre la esfera, y no longitudes. Resulta práctico pensar que la esfera celeste tiene radio unidad, de manera que la medida de un arco de circunferencia máxima sobre la superficie tenga el mismo valor que el ángulo diedro correspondiente.

Veamos ahora, paso a paso, cómo se construye una esfera celeste.

2.1. El observador sobre la Tierra

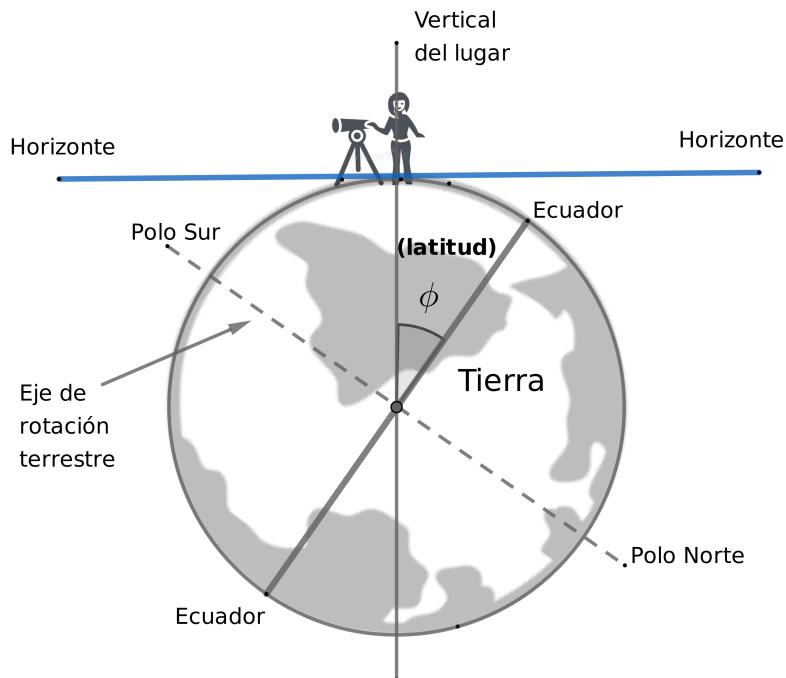


Figura 4. Esquema de un observador sobre la Tierra, situado en una latitud sur de valor angular ϕ .

En primer lugar, suponemos que observamos el cielo desde algún lugar en la Tierra. Cada punto en la Tierra está caracterizado por sus coordenadas terrestres: *latitud* y *longitud*.

Nos interesa en particular la **latitud**, que es la separación angular que tiene un lugar respecto del **ecuador** terrestre. La simbolizaremos con la letra griega ϕ . La latitud nos da la ubicación de un lugar, en dirección norte o sur desde el ecuador, y vale desde 0° (sobre el ecuador) hasta 90°N ($+90^\circ$) en el polo norte y desde 0° hasta 90°S (-90°) en el polo sur. Por ejemplo, la ciudad de La Plata tiene

una latitud $\phi = -34^\circ 54'$ o $\phi = 34^\circ 54'$ sur.

En la [figura 4](#), representemos, en forma esquemática, al observador sobre la Tierra, ubicado a una cierta latitud ϕ , es decir a una dada distancia angular respecto del ecuador. En esta figura están indicados el eje de rotación de la Tierra, a partir del cual se define la posición de los **polos terrestres norte y sur**, la **vertical del lugar** (definida por la línea de la plomada) y el **horizonte**, que es el plano perpendicular a la vertical del lugar y tangente a la superficie de la Tierra.

2.2. Los elementos de la esfera celeste

A continuación, representaremos al observador en la esfera celeste, proyectando sobre ella, uno a uno, los elementos que describimos en la [figura 4](#). Ubicamos al observador en el centro de la esfera.

a) El horizonte, el cenit y el nadir

La intersección del plano del horizonte con la esfera celeste, define una circunferencia máxima llamada **horizonte celeste**, como se ve en la [figura 5](#).

A partir de la prolongación de la vertical del lugar sobre la esfera celeste se pueden definir dos puntos: el **cenit**, que es el punto que está sobre la cabeza del observador y el **nadir**, el punto diametralmente opuesto al cenit. La **línea cenit-nadir es perpendicular al horizonte**.

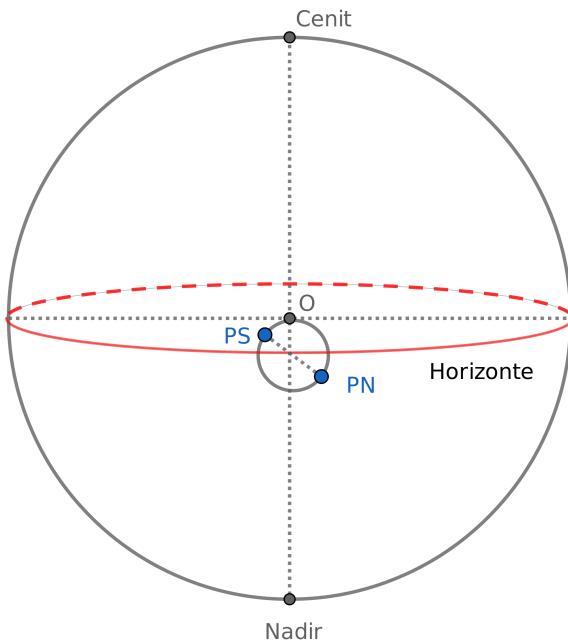


Figura 5. Esfera celeste donde se indican horizonte, cenit y nadir. El observador está representado por el punto O .

b) Los polos celestes y los puntos cardinales norte y sur

A continuación, proyectamos los polos terrestres sobre la esfera celeste. Para eso extendemos el eje de rotación terrestre hasta la esfera celeste. Esto definirá el **polo sur y norte celestes**, como se muestra en la [figura 6](#).

Si trazamos ahora un arco de circunferencia (indicado con línea azul a trazos en la figura) que pase por el cenit y el polo elevado y que llegue hasta el horizonte, quedará definido el **punto cardinal**

sur. El punto diametralmente opuesto será el **punto cardinal norte**.

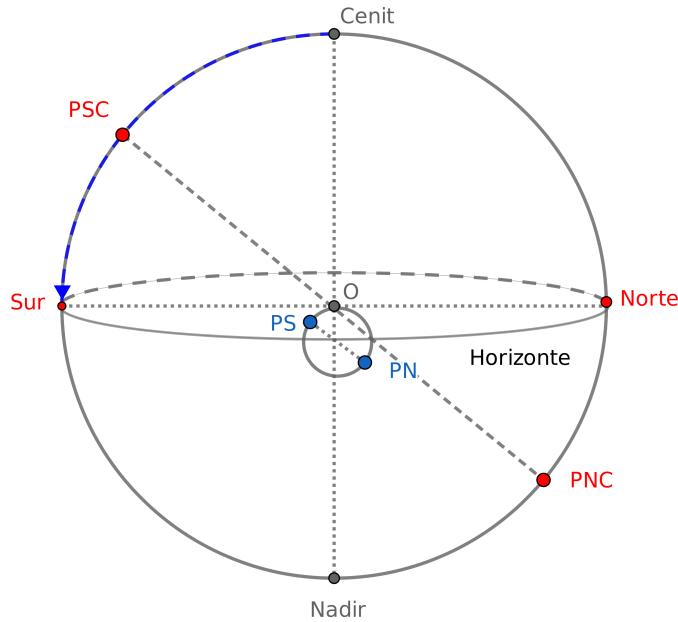


Figura 6. Proyección de los polos terrestres sobre la esfera celeste. Ubicación de los puntos cardinales sur y norte.

c) El ecuador y los puntos cardinales este y oeste

De manera semejante, proyectemos sobre la esfera celeste el ecuador terrestre. Queda definido así el **ecuador celeste**, que será una circunferencia máxima perpendicular a la línea que une los polos, tal como se ve en la [figura 7](#).

La intersección del ecuador con el horizonte define dos puntos que son los **puntos cardinales este y oeste**.

Para ubicar a los puntos cardinales este y oeste se debe recordar, de alguna manera, la posición relativa de los mismos. Por ejemplo, si miramos hacia el sur, a nuestra derecha se encontrará el oeste y a nuestra izquierda el este.

d) Ubicación del polo elevado

Aquí nos vamos a detener a analizar la ubicación del polo elevado sobre el horizonte. Para esto, vayamos al esquema de la [figura 8](#), que es un corte de la [figura 4](#). En la [figura 8](#) podemos ver que, al proyectar los polos sobre la esfera celeste **el ángulo que forma el polo elevado respecto del horizonte, es igual al valor del módulo de la latitud del lugar (ϕ)**, donde se ubica el observador. Esto se puede demostrar geométricamente, porque la línea que une a los polos es perpendicular al ecuador y el horizonte es perpendicular a la línea cenit-nadir. Por lo tanto, el ángulo entre el ecuador y el cenit resulta igual al ángulo entre el polo elevado (en este caso polo sur) y el horizonte.

Noten también, que el ángulo que representa la latitud, llamado ϕ , está simbolizado en el gráfico con su módulo, es decir como $|\phi|$. Esto es así porque, por convención, para un observador situado en el hemisferio sur, el valor de la latitud se adopta como negativo, y sobre la esfera no representamos ángulos negativos, sino sólo valores angulares positivos.

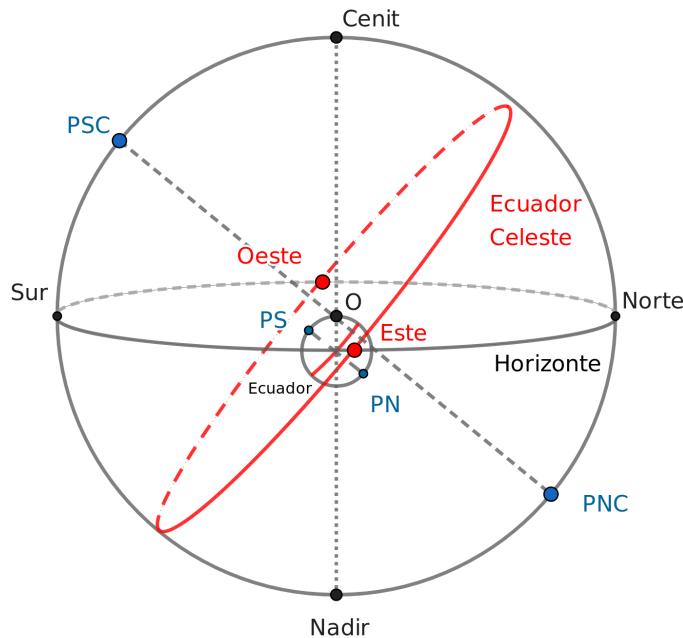


Figura 7. Proyección del ecuador terrestre sobre la esfera celeste. Los puntos de intersección del ecuador con el horizonte son los puntos cardinales este y oeste.

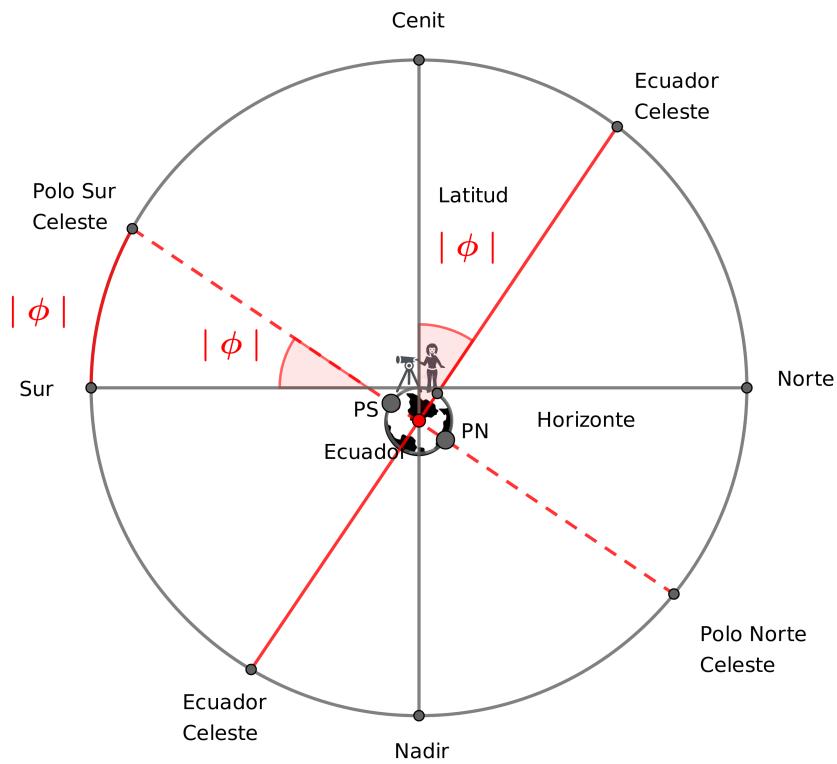


Figura 8. Corte de la esfera celeste donde se ven proyectados todos los elementos (polos, ecuador, horizonte, cenit y nadir). Notar que al proyectar los polos sobre la esfera celeste, la altura del polo que está elevado sobre el horizonte (en este caso PS), es igual al valor del módulo de la latitud del lugar donde se encuentra el observador.

2.3. La esfera celeste completa

En las figuras anteriores (figs. 5, 6, 7 y 8) hemos dejado una representación esquemática de la Tierra debajo del horizonte como referencia, para entender mejor la proyección de los elementos. En esas figuras, la Tierra no está a escala, sino que ha sido agrandada para que se vea la ubicación del observador. La Tierra, en realidad, estaría reducida a un simple punto en el centro de la esfera, dado que la distancia entre el observador y el centro de la Tierra puede considerarse despreciable frente al tamaño de la esfera celeste.

A partir de ahora, eliminaremos la representación de la Tierra, de modo que la esfera celeste para un observador ubicado en un lugar con latitud ϕ quedará representada como lo muestra la figura 9. Llamaremos W al punto cardinal oeste para que no se confunda con la O del Observador.

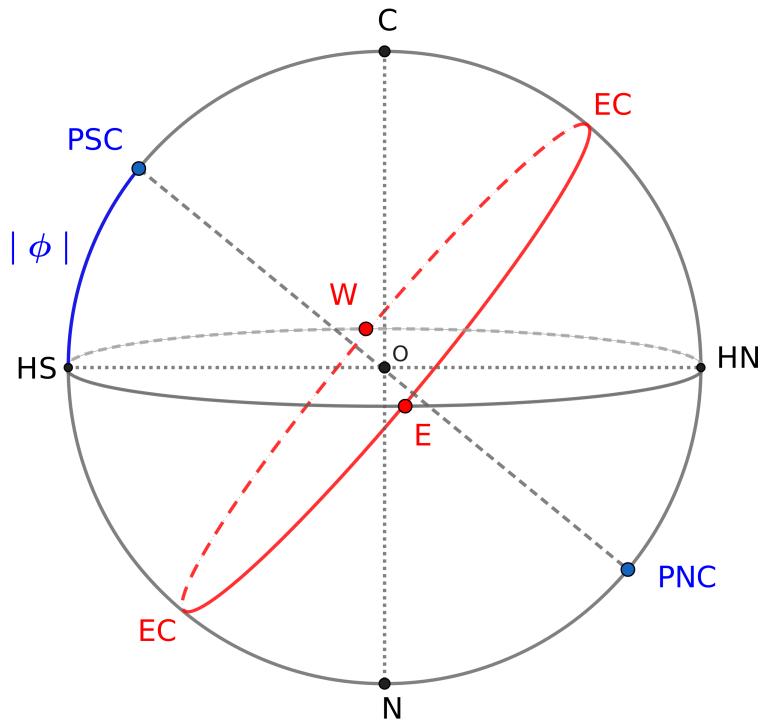


Figura 9. Representación de la esfera celeste para un observador en una latitud sur ϕ intermedia. Las abreviaturas representan: EC ecuador, PSC y PNC polos celestes sur y norte respectivamente, HS y HN puntos cardinales sur y norte sobre el horizonte, E y W puntos cardinales este y oeste en la intersección del ecuador con el horizonte, C y N cenit y nadir.

Meridiano del lugar y primer vertical

Resta todavía definir dos circunferencias máximas importantes que se indican en la figura 10 y que son las siguientes:

Meridiano del lugar: es la circunferencia máxima que pasa por el cenit, el nadir, los polos celestes, y su intersección con el horizonte define los puntos cardinales norte y sur. El meridiano del lugar se suele dividir en dos semicircunferencias. Una de ellas es el *Meridiano superior del lugar*, que es el arco que está comprendido entre los polos y contiene al cenit. La otra parte es el *Meridiano inferior del lugar*, que es el arco que va de polo a polo y que contiene al nadir.

Primer vertical: es la circunferencia máxima que pasa por los puntos cardinales este y oeste y que contiene al cenit y al nadir.

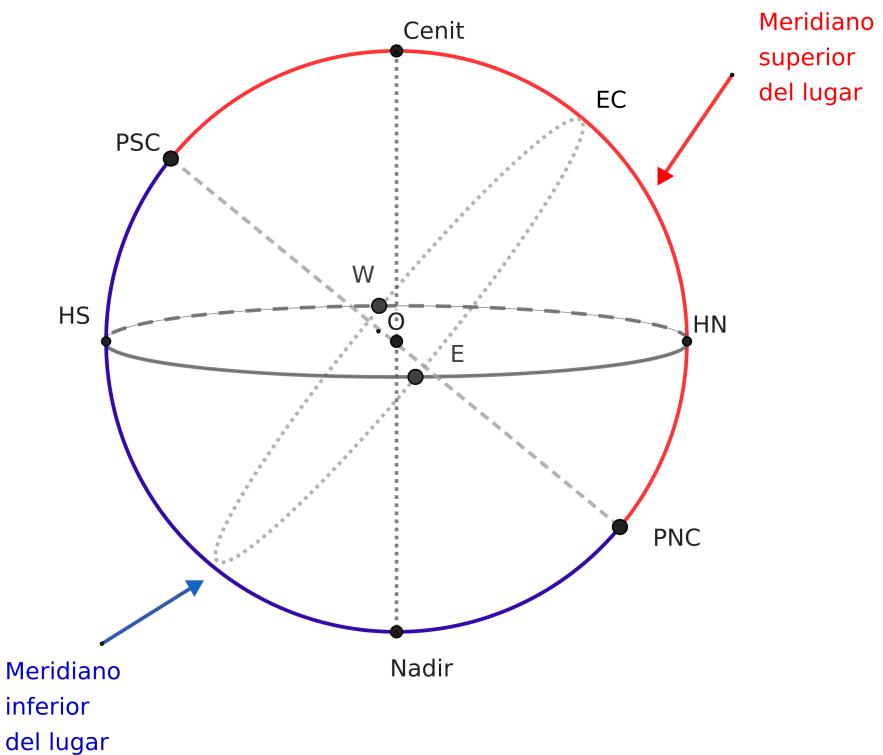
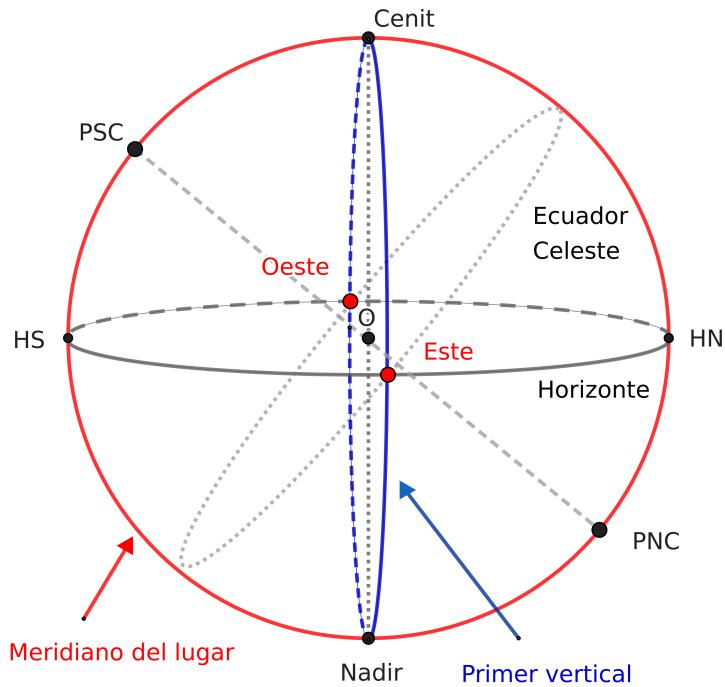


Figura 10. **Arriba:** Primer vertical (azul) y Meridiano del lugar (rojo). **Abajo:** Meridiano superior (*PSC-Cenit-PNC*) y meridiano inferior (*PSC-Nadir-PNC*) del lugar.

3. Distintas formas de graficar la esfera celeste para un mismo observador

Consideremos la esfera de la [figura 9](#) para un observador de latitud sur intermedia. Esta es una posible representación, pero existen otras formas equivalentes de dibujar la esfera para este mismo observador. Por ejemplo, ésta puede representarse vista desde el lado opuesto al de la [figura 9](#), tal como lo muestra la [figura 11 \(izquierda\)](#). También la esfera de la [figura 11 \(derecha\)](#) es equivalente a la anterior, vale para el mismo observador, pero está dibujada desde otra perspectiva (nótese la ubicación del meridiano del lugar).

En estas representaciones es muy importante ubicar correctamente los puntos cardinales.

Las esferas de las [figuras 9](#) y [11](#), son diferentes representaciones equivalentes de la esfera para un mismo observador. Sólo varía la orientación bajo la cual miramos la esfera celeste.

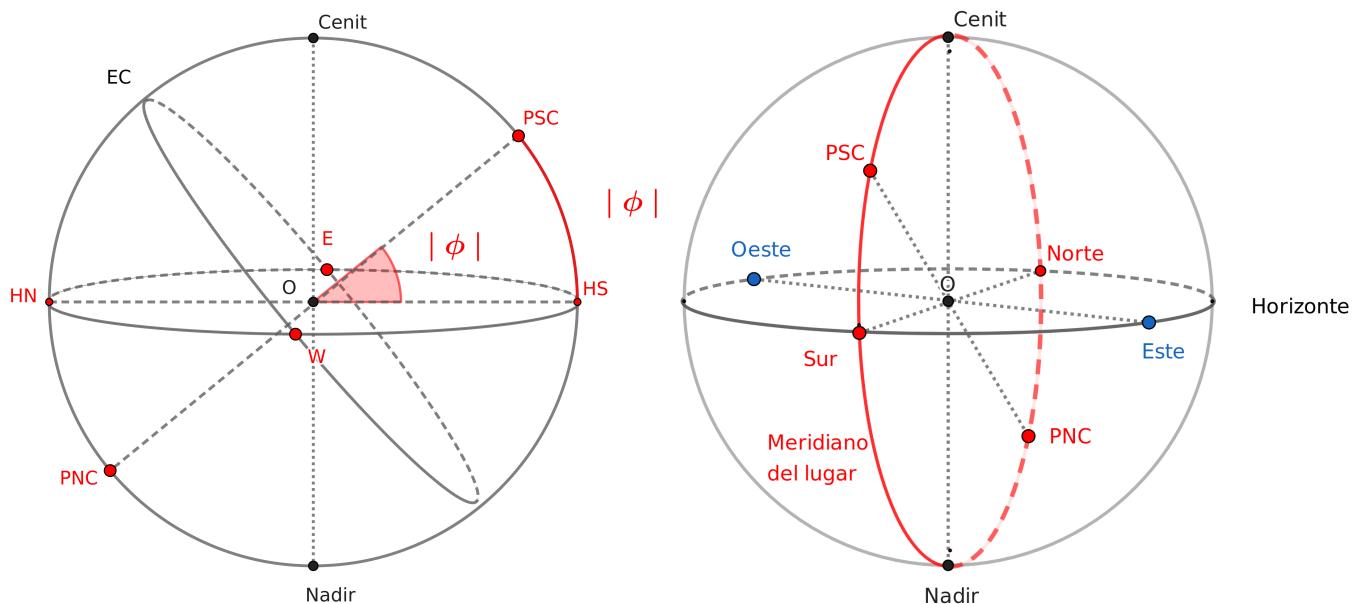


Figura 11. Izquierda: Esfera para un observador ubicado a una latitud sur intermedia equivalente a la de la [figura 9](#). **Derecha:** Otra esfera equivalente a la de la [figura 9](#), rotada de manera que el meridiano del lugar no queda sobre el plano del papel.

4. Esfera celeste para observadores en distintas latitudes

Hasta ahora sabemos representar la esfera celeste para un observador a una latitud sur intermedia. ¿Cómo sería la esfera celeste para un observador ubicado en una latitud norte, en el ecuador (latitud 0°) o en alguno de los polos (latitud 90° norte o sur)?

En la [figura 12](#) representamos a un observador a una latitud norte intermedia. Observen que ahora el polo norte está elevado sobre el horizonte. La elevación del polo norte sobre el horizonte está dada por la latitud. Como en este caso las latitudes son positivas, no hemos puesto módulo. Nótese también la ubicación de los puntos cardinales.

En la [figura 13 \(izquierda\)](#) representamos a un observador ubicado en el polo sur terrestre ($\phi = -90^\circ$). Observen que, dado que el observador está situado en el polo sur, el cenit coincide con la posición del polo sur en la esfera celeste, mientras que el nadir coincide con la posición del polo norte. Además vemos que el plano del horizonte va a coincidir con el plano del ecuador celeste. Los puntos cardinales este y oeste quedan indefinidos.

En la [figura 13 \(derecha\)](#) representamos a un observador ubicado en el ecuador terrestre ($\phi = 0^\circ$). Observen que, dado que el observador está situado en el ecuador, y que la línea de los polos es perpendicular al ecuador, la posición de los polos quedará sobre el horizonte, mientras que el cenit y el nadir estarán sobre el ecuador.

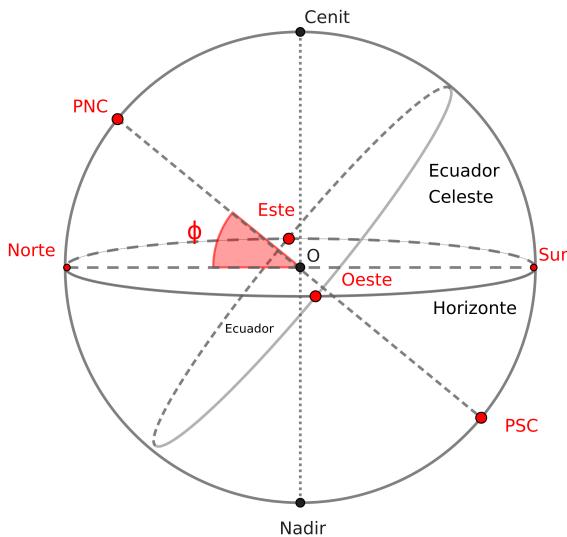


Figura 12. Esfera celeste para un observador ubicado en una latitud norte intermedia. Nótese que el polo norte está elevado sobre el horizonte en un ángulo igual a la latitud del lugar.

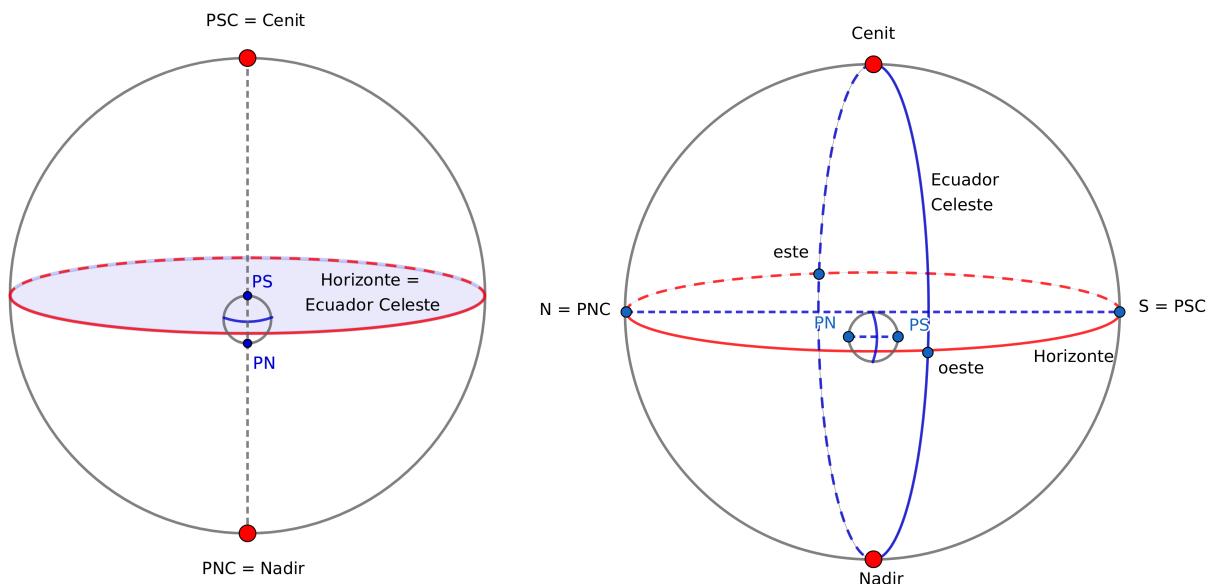


Figura 13. **Izquierda:** Esfera celeste para un observador ubicado en el polo sur ($\phi = -90^\circ$). Nótese que el plano del ecuador coincide con el plano del horizonte y que los polos coinciden con el cenit y el nadir. **Derecha:** Esfera celeste para un observador ubicado en el ecuador ($\phi = 0^\circ$).

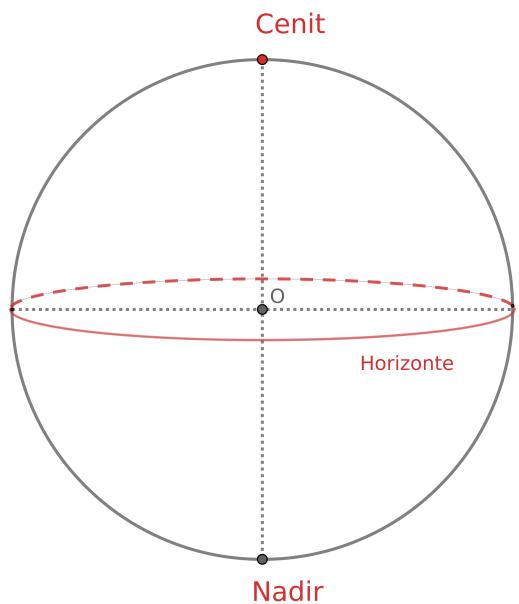
5. Cómo dibujar correctamente una esfera celeste

El gráfico de la esfera celeste de la figura 9 es muy importante para el entendimiento de las prácticas siguientes. Deben comprenderlo bien y saber representar una esfera celeste con todos sus elementos, para un observador en cualquier latitud.

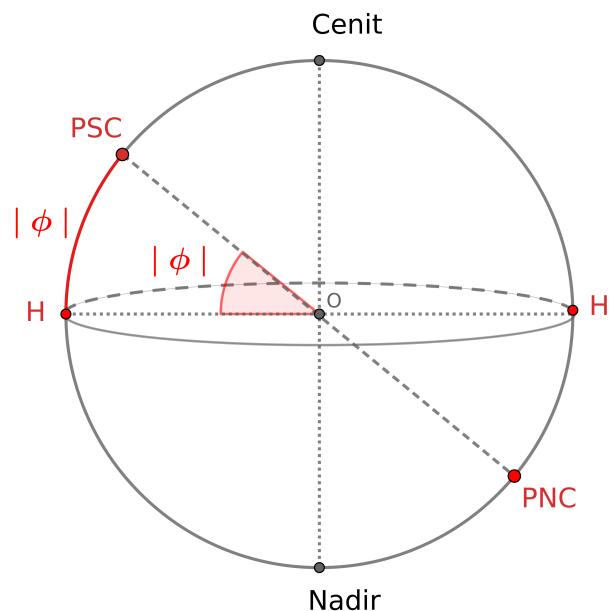
Para graficar correctamente la esfera celeste para un dado observador se recomiendan los siguientes pasos:

1. Dibujar una esfera y marcar el plano del horizonte y los puntos cenit y nadir sobre una línea perpendicular al horizonte ([figura 14 \(a\)](#)).
2. Con el valor angular de latitud del lugar, determinar el polo que estará elevado sobre el horizonte. Si la latitud es sur (o negativa), el polo sur estará elevado sobre el horizonte y si la latitud es norte (o positiva) lo estará el polo norte. Consideremos en nuestro caso una latitud sur. Ubicar el polo elevado a una altura respecto del horizonte igual al módulo de la latitud del lugar. Ubicar el otro polo diametralmente opuesto al primero ([figura 14 \(b\)](#)).
3. Una vez ubicados los polos, definir sobre el horizonte los puntos cardinales norte y sur, indicados como HN y HS ([figura 14 \(c\)](#)).
4. Dibujar el círculo del ecuador, que debe ser perpendicular a la línea de los polos ([figura 14 \(d\)](#)).
5. Ubicar los puntos cardinales este y oeste en la intersección del ecuador con el horizonte en forma correcta. Es necesario recordar la posición relativa de los mismos. Por ejemplo, si miro hacia el sur, el oeste está a mi derecha y el este está a mi izquierda ([figura 14 \(e\)](#)).

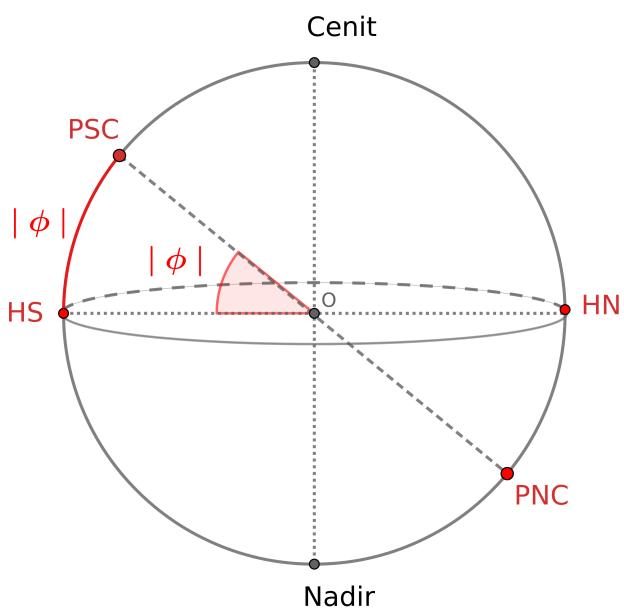
(Ver las figuras en la página siguiente.)



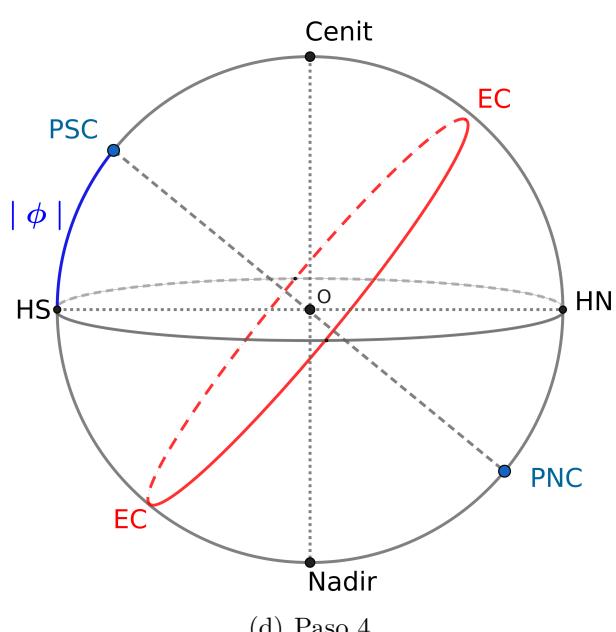
(a) Paso 1



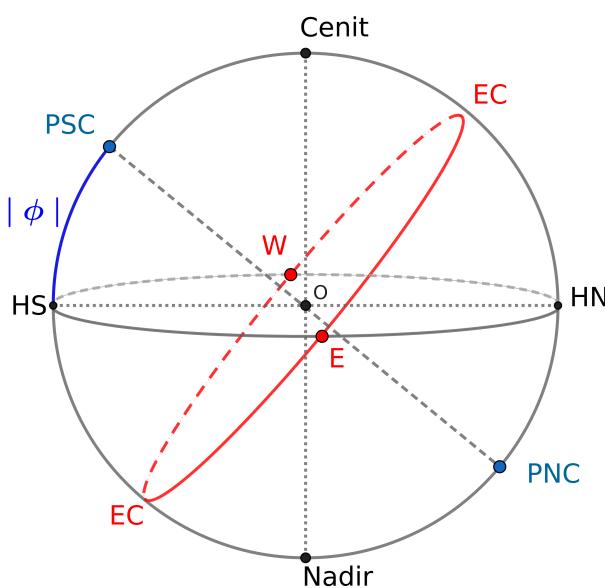
(b) Paso 2



(c) Paso 3



(d) Paso 4



(e) Paso 5