Astronomía General
Práctica N° 1
Repaso de trigonometría plana

1. Expresar los siguientes ángulos en:

a. Grados

i. α = 18° 15’ 32” = 18° + (15/60)° + (32/3600)° = **18.2589°**

ii. t = 196° 46’ 6” = 196° + (46/60)° + (6/3600)° = **196.7683°**

Para pasar de [grados°, minutos’ y segundos”] a [grados°] sumamos:

- Grados
- Minutos / 60
- Segundos / 3600

b. Grados, minutos y segundos

i. B = 345.7° = **345° 42’ 0”**

- grados = 345°
- minutos = 0.7 * 60 = 42’
- segundos = 0 * 60 = 0”

ii. μ = 56.2° = **56° 12’ 0”**

- grados = 56°
- minutos = 0.2 * 60 = 12’
- segundos = 0 * 60 = 0”

Para pasar de [grados°] a [grados°, minutos’ y segundos”] extraemos:

- Grados = Parte entera y dejamos 0, …
- Minutos = Parte entera de decimales de grados * 60
- Segundos = Parte entera de decimales de min * 60 y redondeamos

2. Completar la tabla con las equivalencias en los distintos sistemas de medidas

° ’ ”	radianes	hs min seg
90° 0’ 0”	π/2	6 hs
300°	5.236	20 hs
45°	π/4	3 hs
135°	3π/4	9 hs
67° 34’ 29”	1.1794	4 hs 30 min 18 seg
191° 20’ 45”	3.3396	12 hs 45 min 23 seg

Para pasar de [° ‘ “] a [radianes] multiplicar por (π/180)

ej: 67° 34’ 29” = 67.5747° → 67.5747 * (π/180) = 1.1794 rad

Para pasar de [° ‘ “] a [hs min seg], primero convertir a [°] y multiplicar por (12/180), luego descomponer en hs, min (decimales de hs * 60) y seg (decimales de min * 60)

ej: 67° 34’ 29” = 67.5747° → 67.5747 * (12/180) = 4.505 hs

→ 4hs.505; 0.505*60 = 30’.3; 0.3 * 60 = 18” → 4 hs 30 min 18 seg

Para pasar de [hs min seg] a [° ' "], primero convertir a [hs] y multiplicar por (180/12), luego descomponer en °, min (decimales de grados*60) y seg (decimales de min*60)

ej: 12hs 45min 23seg → 12.7564 hs * (180/12) = 191.3458°
→ 191°.3458; 0.3458*60 = 20'.748; 0.748*60 = 44.88" → 191° 20' 45"

Para pasar de [hs min seg] a [radianes] multiplicar por (π/12)

ej: 12hs 45min 23seg → 12.7564 hs * (π/12) = 3.3396 rad

Para pasar de [radianes] a [° ' "] multiplicar por (180/π) y descomponer en grados, min (decimales de grados*60) y seg (decimales de min*60)

ej: π/4 * (180/π) = 45° 0' 0"

Para pasar de [radianes] a [hs min seg] multiplicar por (12/π) y descomponer en hs, min (decimales de hs*60) y seg (decimales de min*60)

ej: π/4 * (12/π) = 3 hs 0 min 0 seg

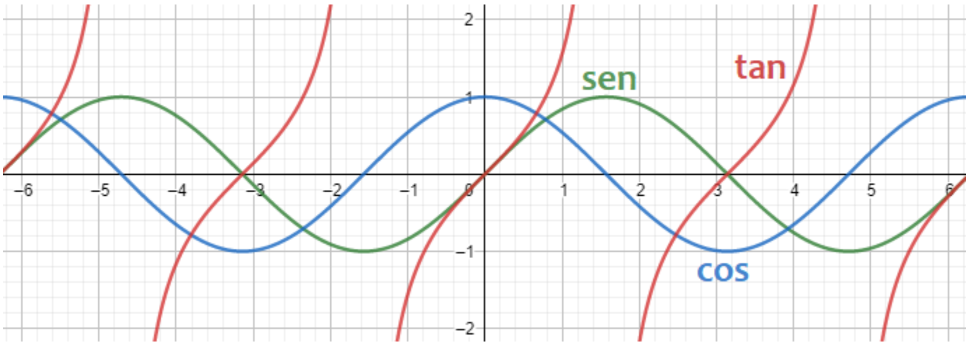
3. Calcular el número de segundos de arco ["] que hay en un radián

1 radián = 180/π = 57.2959° = 57° 17' 44.81" → 205200" + 1020" + 44.81" = **206264.81"**

- 57° * 3600 = 205200
- 17' * 60 = 1020

4. Sobre las funciones sen(α), cos(α) y tan(α) para -2π < α < 2π

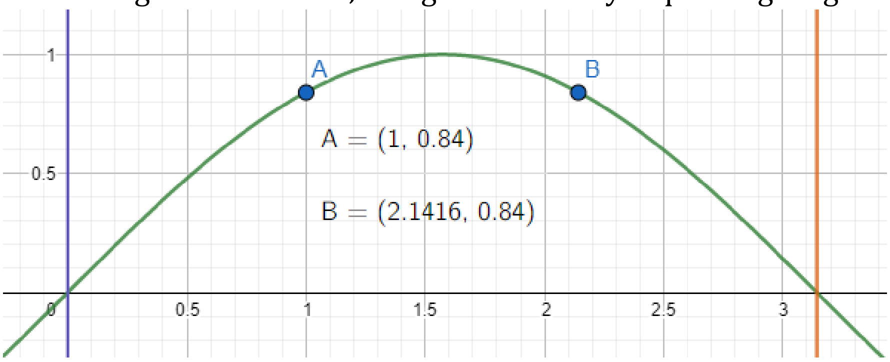
a. Graficarlas



b. Valores máximos y mínimos que pueden tomar

i. Máx de sen(α) = **1** Min de sen(α) = **-1**
ii. Máx de cos(α) = **1** Min de cos(α) = **-1**
iii. Máx de tan(α) = **infinito** Min de tan(α) = **-infinito**

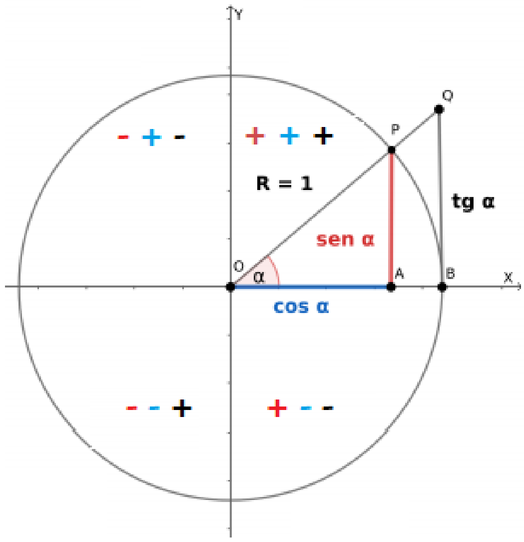
c. Marcar en el gráfico del seno, 2 ángulos entre 0 y π que tengan igual valor



5. Indicar en la circunferencia trigonométrica
En **rojo**, la representación y signo del seno
En **azul**, la representación y signo del coseno
En **negro**, la representación y signo de la tangente

a. Cuáles son las representaciones de:
   i. θ
   ii. sen(θ)
   iii. cos(θ)
   iv. tan(θ)

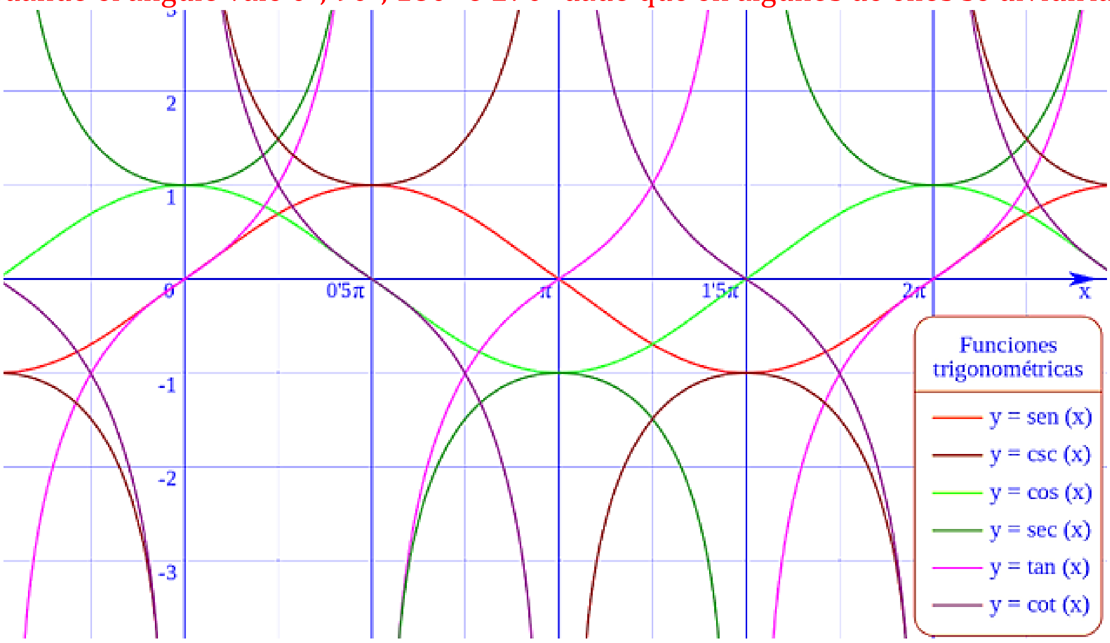
b. Indicar sus signos en cada cuadrante



6. Determinar el signo de cada función sin usar la calculadora:

a. sen(160°) → **negativo**
b. cos(-20°) → **negativo**
c. tan(200°) → **positivo**
d. tan(6.5 hs) → **negativo**
e. sen(13 hs 45 min) → **negativo**
f. sec(8π/3) → **positivo**
g. cotan(9π/5) → **negativo**
h. sec(57 rad) → **positivo**
i. sen(758°) → **positivo**

La **secante** es el inverso multiplicativo del coseno tal que sec(α) = 1 / cos(α)
La **cosecante** es el inverso multiplicativo del seno tal que cosec(α) = 1 / sen(α)
La **cotangente** es el inverso multiplicativo de la tangente tal que cotan(α) = 1 / tan(α)
Los 3 casos mantienen los signos de sus funciones originales, pero hay casos especiales cuando el ángulo vale 0°, 90°, 180° o 270° dado que en algunos de ellos se dividiría por 0.



7. Encontrar en qué cuadrante está el ángulo α para las siguientes condiciones:

a. sen(α) y tan(α) positivas → **Primer cuadrante**
b. sen(α) positivo y cos(α) negativo → **Cuarto cuadrante**
c. tan(α) positivo y sec(α) negativa → **Tercer cuadrante**
d. cos(α) y cotan(α) negativa → **Tercer cuadrante**
e. cos(α) positivo y sen(α) negativo → **Segundo cuadrante**

8. Calcular (con calculadora) el valor del ángulo α cuyo seno vale sen(α) = 0.41

Para calcular el valor de un ángulo a partir de la función trigonométrica y su resultado, basta con calcular la inversa de tal función ingresando como parámetro el resultado.

sen(α) = 0.41 → (α) = **sen^{-1}(0.41)** = **24.2° = 24° 12' 17.41"**

9. Calcular los valores de θ comprendidos entre 0 y 2π que satisfacen las ecuaciones:

a. cosec(θ) = 2√(3) / 3 → sen(θ) = 3/[2√(3)] = 0.866 → sen^{-1}(0.866) → **θ = 60°**
b. sen(θ) = -√(2) / 2 = -0.7071 → sen^{-1}(-0. 7071) → **θ = -45°**
c. cotan(θ) + √(3) = 0 → tan(θ) = -1/√(3) = -0.5774 → tan^{-1}(-0.5774) → **θ = -30°**
d. √(3)*sec(θ) + 2 = 0 → cos(θ) = -√(3) /2 = -0.866 → cos^{-1}(-0. 866) → **θ = 150°**
e. cos(θ) = 3.2 → No se puede resolver porque el resultado es mayor a 1

Considerando la existencia de las raíces en todos los ejercicios, es necesario incluir a la raíz negativa de todos los casos, dándonos un segundo ángulo para cada función hallada

a. **θ = 120°**
b. **θ = 225°**
c. **θ = 150°**
d. **θ = 210°**

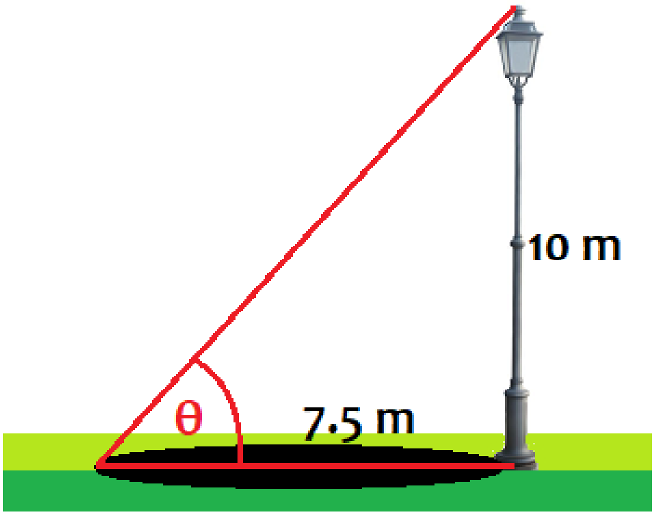
10. Un poste vertical de 10 m tiene una sombra de 7.5 m. Hallar el ángulo de elevación del sol.

Teniendo dos lados de un triángulo, podemos plantear una relación trigonométrica entre sus 2 catetos: El poste representa un cateto vertical (opuesto) y la sombra un cateto horizontal (adyacente) y ortogonal. La relación trigonométrica que relaciona estos 2 catetos es la tangente, resolviéndose como

tan(θ) = cateto opuesto / cateto adyacente

tan(θ) = 10/7.5 = 1.3333 → θ = tan^{-1}(1.3333)

→ **θ = 53,13° = 53° 7' 48.37"**



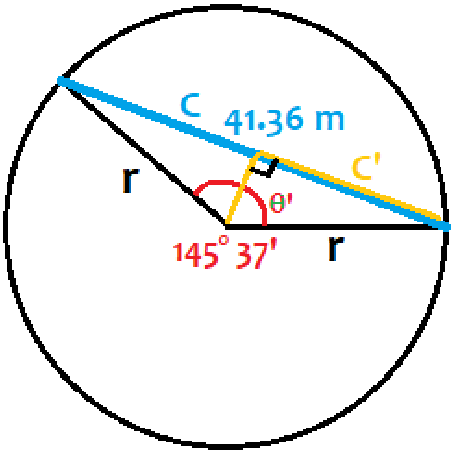
Las otras relaciones son:

sen(θ) = opuesto / hipotenusa

cos(θ) = adyacente / hipotenusa

11. Se define cuerda como un segmento de recta que une dos puntos de la circunferencia sin pasar por el centro. Si una cuerda de 41.36 m subtiende un ángulo de 145° 37’, ¿cuál es el radio del círculo?

Entendemos que la cuerda representa una línea recta que une dos puntos, los cuales forman en la circunferencia un ángulo de 145° 37’. Esta cuerda no nos proporciona un ángulo recto sobre el cual definir una propiedad trigonométrica sencilla, pero podemos descomponerlo en 2 triángulos rectángulos dividiendo a la mitad la cuerda y el ángulo. A partir de allí podemos calcular el valor del radio r (hipotenusa de cualquiera de los 2 nuevos triángulos) con la función seno.



C = 41.36 m → C’ = C/2 = 20.68 m

θ = 145° 37’ → θ’ = θ/2 = 73° 48’ 30”

sen(θ’) = C’/r → r = C’/sen(θ’) = 20.68/sen(73° 48’ 30”) = 20.68/0.96 → **r = 21.5342 m**

O su fórmula simplificada: **C’ = 2*r*sen(θ/2)** → r = C’ / 2*sen(θ/2) = 41.36 / 2*0.96 = **21.5342**

12. Para una circunferencia de radio unidad:

a. Determinar el valor del arco, de la cuerda, del seno y de la tang correspondiente a los ángulos 1”, 1’, 1°, 5°, 10° y 20°. Expresar también los valores de los ángulos dados en radianes. Comentar.

b. Comparar el valor de la tangente y del seno de 1” con el valor del ángulo de 1” en radianes. ***Observar que un ángulo pequeño es similar al valor de su seno y tang.***

ángulo	radianes	arco	cuerda	seno	tangente
1”	0.00000485	0.0000048	0.0000048	0.00000485	0.00000485
1’	0.00029089	0.00029	0.000291	0.00029089	0.00029089
1°	0.0174533	0.01745	0.017453	0.01745241	0.01745506
5°	0.0873	0.08727	0.08724	0.08715574	0.08748866
10°	0.1745	0.17453	0.17431	0.17364817	0.17632698
20°	0.3491	0.3491	0.3473	0.34202014	0.36397023

Para calcular el arco que produce el ángulo hacemos regla de 3 simple con π = 180°

ej: si π = 180° → 1” * (π/180°) = 0.0000048

Una forma casera para calcular la cuerda es hallar la hipotenusa que arman las distancias en x e y, pudiendo calcularse mediante desde el punto inicial (r,0) al punto (cos(α), sen(α))

ej: 20° → $\sqrt{[(1 - \cos(\alpha))^2 + (0 - \text{sen}(\alpha))^2]} = \sqrt{[(1 - 0.93)^2 + 0.342^2]} = \sqrt{0.1219} = 0.3473$

13. *Dos embarcaciones se encuentran próximas a un faro. La distancia que separa a una de otra es de 500 m. Desde una de ellas se mide que el ángulo que forman la visual a la otra embarcación con la dirección en la que se encuentra el faro es de 50° 20’. En el mismo instante, desde la segunda embarcación, se mide el ángulo que forman la visual a la primera embarcación y la visual al faro, encontrándose que es 110° 40’. Calcular a qué distancia del faro se encuentra cada una de las embarcaciones en ese instante (tarea para la casa)*