UNIVERZITET U NOVOM SADU
PRIRODNO MATEMATIČKI FAKULTET
DEPARTMAN ZA FIZIKU

Prof. dr Lazar Marinkov

OSNOVI NUKLEARNE FIZIKE

Novi Sad, 2010

UNIVERZITET U NOVOM SADU
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET
DEPARTMAN ZA FIZIKU

OSNOVI NUKLEARNE FIZIKE

Prof. dr Lazar Marinkov

Novi Sad, 2010.

Univerzitet u Novom Sadu
Prirodno-matematički fakultet
Departman za fiziku

OSNOVI NUKLEARNE FIZIKE

Autor
Prof. dr Lazar Marinkov

Recenzenti
Prof. dr Ištvan Bikit, redovni profesor
Prirodno-matematičkog fakulteta u Novom Sadu

Prof. dr Jaroslav Slivka, redovni profesor
Prirodno-matematičkog fakulteta u Novom Sadu

Prof. dr Ivan Aničin, redovni profesor
Fizičkog fakulteta u Beogradu

Odlukom Naučno-nastavnog veća Prirodno-matematičkog fakulteta u Novom Sadu od 10.12.2009., odobreno je štampanje ove knjige

Drugo izdanje

Priredili za štampu
Gergelj Šoti
Jasna Papuga
Nikolina Šarčević

Štampa
Futura, Petrovaradin

CIP – Каталогизација у публикацији
Библиотека Матице српске, Нови Сад

539.1(075.8)

МАРИНКОВ, Лазар
Osnovi nuklearne fizike / Lazar Marinkov. - 2. izd. - Novi Sad : Prirodno-matematički fakultet, Departman za fiziku, 2010 (Petrovaradin : Futura). - 467 str. : ilustr. ; 25 cm

Tiraž 200. - Bibliografija.
ISBN 978-86-7031-191-6

a) Нуклеарна физика

COBISS.SR-ID 247070471

PREDGOVOR PRVOM IZDANJU

Ova knjiga je namenjena prvenstveno studentima fizike Prirodno-matematičkog fakulteta, a može korisno da posluži i studentima drugih fakulteta koji prema programu izučavaju nuklearnu fiziku.

Knjiga je pisana sa težnjom da student bez većeg napora savlada gradivo predviđeno programom. Posebna je pažnja obraćena na raspored gradiva kao i na predspremu studenata, zbog čega je redosled izlaganja usaglašen sa izvođenjem nastave, te računskih i eksperimentalnih vežbi.

Glave od I do IV posvećene su interakciji zračenja i medijuma, detekciji zračenja, akceleratorima , radioaktivnom raspadu i statističkom tretmanu radioaktivnog raspada. Glave od V do IX obrađuju statičke osobine jezgra atoma, modele jezgra, alfa, beta i gama-raspad. X i XI glava se odnose na nuklearne reakcije i mehanizme nuklearnih reakcija, a XII glava obuhvata analizu nuklearnih sila.

Nuklearna fizika je veoma složena disciplina. Za njeno je izučavanje potrebno poznavanje teorijske fizike i posebno, kvantne mehanike. Takođe je potrebno solidno poznavanje zakona klasične fizike, kao i eksperimentalne tehnike. Materijal ove knjige izložen je uglavnom tako da svako ko poseduje osnovna znanja iz prethodno pomenutih disciplina može da čita celu ovu knjigu bez posebnih teškoća. Stepen složenosti i važnosti nekih partija, koje su u ovoj knjizi obrađene elementarno ili nedovoljno, prevazilazi obim i namenu ove knjige. Autor, zbog toga, na kraju navodi iscrpnu literaturu (udžbenike, studije i monografije) koja može da posluži ovim čitaocima koji žele detaljnu analizu problematike iz ove nastavno-naučne discipline.

Autor shvata šta studentima znači nedostatak odgovarajućih udžbenika, zbog čega je i uložio ovaj napor da im olakša spremanje gradiva za polaganje ispita.

Autor se nada da će i pored neizbežnih nedostataka ova knjiga produbiti interes čitalaca za dalje izučavanje nuklearne fizike, posebno metodologije ove discipline, koja nalazi primenu u većem broju drugih naučnih oblasti.

Autor se posebno zahvaljuje dr Ivanu Aničinu i dr Ištvanu Bikitu, koji su kompletam tekst knjige pročitali i ukazali na greške, koje su uklonjene. *Primedbe, sugestije, kritike i ispravke preostalih grešaka u ovoj knjizi autor očekuje od budućih čitalaca, čime će biti omogućeno da sledeće izdanje bude poboljšano.*

Novi Sad *AUTOR*

Juna 1976. god.

PREDGOVOR DRUGOM IZDANJU

"Osnovi nuklearne fizike" izašla je iz štampe 1976. godine. Nakon ove godine u izvođenju nastave autor se koristio ovom knjigom. Tom prilikom, sve uočene greške, uglavnom tehničke prirode, ispravljene su u novom izdanju. Sadržaj knjige nije menjan.

Poslednja fundamentalna otkrića u nuklearnoj fizici koja su opisana u ovoj knjizi su: neodržanje parnosti u slabim interakcijama i mössbauerski efekat, kojim je otkrivena fina struktura energetskih nivoa u jezgru atoma.

Sastav atomskog jezgra tretiran je kao složena struktura energetskih stanja, koja su zaposednuta nukleonima, protonima i neutronima. Struktura energetskih stanja, usled nepoznavanja prirode nuklearne sile, koja drži na okupu nukleone, opisana je pomoću modela. U knjizi nije razmatrana struktura nukleona, ali je nagoveštena njihova mogućnost, na osnovu posedovanja magnetnog momenta, pre svega neutrona.

Nuklearna fizika u kojoj se ne razmatra struktura nukleona, može se smatrati klasičnom nuklearnom fizikom. Razmatranjem strukture nukleona otvara se novo poglavlje fizike, fizike elementarnih čestica, koja je danas u punom zamahu.

Zasluga što će ova knjiga doživeti drugo izdanje pripada članovima Katedre za nuklearnu fiziku Dapartmana za fiziku Prirodno-matenatičkog fakulteta u Novom Sadu, zbog čega im se srdačno zahvaljujem.

Novi Sad *AUTOR*
oktobar, 2009. god.

Sadržaj

1 Interakcija nuklearnog zračenja i materije....1
1.1 Opšte karakteristike interakcije nuklearnog zračenja i materije....1
1.1.1 Presek....3
Totalni presek....6
Diferencijalni presek....7
1.1.2 Osnovne definicije....8
1.2 Prolaz naelektrisane čestice kroz materiju....10
1.2.1 Gubitak energije naelektrisane teške čestice na jonizaciju...11
1.3 Gubitak energije teške naelektrisane čestice na jonizaciju u zavisnosti od sredine....16
Relativna zaustavna moć....18
1.4 Domet i energija....20
1.4.1 Domet α-čestice....21
1.5 Gubitak energije elektrona pri prolasku kroz materiju....22
1.5.1 Gubitak energije elektrona na jonizaciju....22
1.5.2 Domet elektrona....23
1.5.3. Apsorpcija β-zraka....24
1.6 Gubici energije naelektrisane čestice na radijacije....26
1.6.1 Zakočno zračenje....26
1.6.2 Zračenje Čerenkova....29
1.7 Prolaz elektromagnetnog zračenja kroz materiju....31
1.7.1 Fotoefekat....32
1.7.2 Elastično rasejanje elektromagnetnog zračenja na elektronu 36
Compton-ovo rasejanje....37
1.7.3 Stvaranje para elektron-pozitron....40
1.7.4 Opšti karakter interakcije elektromagnetnog zračenja i materije....42
2 Detekcija i spektroskopija nuklearnog zračenja....45
2.1 Klasifikacija nuklearnih detektora....45
2.2 Jonizaciona komora....47
2.2.1 Uticaj električnog polja na visinu impulsa....47
2.2.2 Jonizaciona komora integralnog i diferencijalnog tipa....50
2.3 Poluprovodnički detektori....53
2.3.1 Osnovne osobine poluprovodnika....53
Nuklearni detektor....56

2.3.2 Detektori sa površinskom barijerom....58
2.3.3 Difuzioni detektori....58
2.3.4 Detektori P-i-N tipa....58
2.4 Proporcionalni brojač....59
2.5 Geiger-Müller-ov brojač....63
2.6 Scintilacioni brojač....65
2.6.1 Fotomultiplikator....67
2.6.2 Scintilatori....68
2.6.3 Detekcija i spektroskopija....70
2.7 Brojač Čerenkova....74
2.8 Detektori naelektrisanih čestica vizuelnog tipa....75
2.8.1 Wilson-ova komora....75
2.8.2 Difuziona maglena komora....77
2.8.3 Mehurasta komora....78
2.8.4 Nuklearne emulzije....80
2.9 Varnična komora....81
2.10 Merenje naelektrisanih čestica....82
2.10.1 Uvod....82
2.10.2 Magnetni spektrometri....82
2.10.3 β-spektrometri sa poprečnim magnetnim poljem....84
2.10.4 Spektrometri sa uzdužnim magnetnim poljem....86
3 Akceleratori naelektrisanih čestica....88
3.1 Uvod....88
3.2 Cockroft-Walton-ov akcelerator....93
3.2.1 Kaskadni generator....93
3.2.2 Izvor jona....96
3.3 Elektrostatički akcelerator....98
3.4 Orbitalni akceleratori....100
3.4.1 Ciklotron....100
3.4.2 Sinhrociklotron....105
4 Radioaktivnost i zakon radioaktivnog raspada....108
4.1 Zakon radioaktivnog raspada....108
4.2 Konstanta raspada. Period poluraspada i srednji život....110
4.3 Sukcesivne radioaktivne transformacije....113
4.4 Vreme maksimalne aktivnosti....117
4.5 Radioaktivna ravnoteža....119
4.6 Prirodna radioaktivnost....122
4.7 Radioaktivno grananje....123
4.8 Jedinice radioaktivnosti i doza....124
4.9 Fluktuacije u radioaktivnom raspadu....125

6.3.3 Jednočestični model slojeva....220
6.3.4 Spin-orbitalna sprega....224
6.4 Kolektivni model....229
6.4.1 Rotaciono kretanje....232
6.4.2 Magnetni momenti....237
6.4.3 Električni kvadrupolni moment i moment inercije....239
6.4.4 Vibracioni model....241
7 Alfa (α) raspad....246
7.1 Energijski bilans u α-raspadu....248
7.2 Dijagramsko predstavljanje α-raspada....249
7.3 Mehanizam α-raspada i tunel efekat....251
7.4 Uloga centrifugalne barijere u α-raspadu....258
8 Beta (β) raspad....260
8.1 Održanje energije u β-raspadu....261
8.1.1 Održanje momenta impulsa....263
8.2 Neutrino....264
8.2.1 Osobine neutrina....264
8.2.2 Eksperimentalni dokaz neutrina....265
8.3 Osnovni pojmovi teorije β-raspada....269
8.3.1 Statistički faktor....271
8.3.2 Matrični element interakcije....273
8.3.3 Coulomb-ov korekcioni faktor....275
8.3.4 Fermi-Kurie grafik....277
8.3.5 Komparativni period poluraspada....281
8.3.6 Klasifikacija β-prelaza....285
8.3.7 Matrični element i pravila izbora....286
8.4 Neodržanje parnosti u slabim interakcijama....289
8.4.1 Posledice neodržanja parnosti u β-raspadu....290
8.4.2 Eksperimentalni dokaz neodržanja parnosti u β-raspadu....296
9 Gama (γ) raspad....302
9.1 Elektromagnetni prelazi....303
9.1.1 Multipolnost radijacionih prelaza....303
9.1.2 Verovatnoća multipolnih prelaza....305
Redukovana verovatnoća jednočestičnog prelaza....307
Redukovana verovatnoća rotacionog prelaza....308
Dozvoljenost prelaza....309
Izomerija....311
Mešani prelazi....311
9.1.3 Direkciona korelacija....312
9.1.4 Fluorescentna nuklearna γ-spektroskopija....317

Princip nuklearne rezonantne apsorpcije....317
Efekat Mössbauer-a....321
Esperimentalna tehnika....322
9.2 Unutrašnja konverzija....324
10 Nuklearne reakcije....328
10.1 Zakon održanja broja nukleona i naelektrisanja u nuklearnim reakcijama....329
10.2 Zakon održanja impulsa i energije u nuklearnim reakcijama...330
10.3 Zakon održanja momenta impulsa i parnosti....331
10.4 Izospin i održanje izospina....331
10.5 Q-jednačina. Nuklearne reakcije nerelativističkih čestica....336
10.5.1 Elastično rasejanje....338
10.5.2 Neelastično rasejanje....339
Egzoenergijska reakcija....340
Endoenergijska reakcija....341
10.6 Efikasni presek....342
10.6.1 Broj konačnih stanja....342
10.6.2 Matrični element prelaza....343
10.6.3 Presek nuklearne reakcije....345
Elastično rasejanje neutrona (n, n)....346
Egzoenergijska nuklearna reakcija izazvana neutronima niskih energija....347
Presek neelastično rasejanih neutrona....347
Presek endoenergijske reakcije tipa (n, p) ili (n, α)....348
Presek za egzoenergijsku reakciju izazvan naelektrisanom česticom....349
Presek za egzoenergijsku reakciju gde su i upadna i emitovana čestica naelektrisane....350
10.7 Inverzna nuklearna reakcija....350
10.8 Formalna teorija nuklearnih reakcija....353
11 Mehanizam nuklearnih reakcija....362
11.1 Složeno jezgro....362
11.1.1 Diskretna stanja složenog jezgra....365
11.1.2 Presek za formiranje diskretnih nivoa....370
11.1.3 Rezonantni presek i spin....375
11.1.4 Raspad složenog jezgra....377
11.1.5 Breit-Wigner-ova formula....380
11.2 Statistički model....383
11.2.1 Statističko tumačenje gustine stanja....384
11.2.2 Spektar emitovanih čestica i njegovo termodinamičko

tumačenje....391
11.3 Optički model....392
11.4 Model direktne interakcije....397
11.4.1 Opšte razmatranje direktne interakcije....398
11.4.2 Reakcija razdvajanja (stripping) i dohvata (pick-up)....401
12 Nuklearne sile....404
12.1 Mezonska teorija nuklearnih sila....405
12.2 Fenomenološki izbor potencijala....410
12.2.1 Elementarna teorija deuterona....410
Talasna funkcija....414
12.3 Neki aspekti teorije rasejanja i fazni pomak....417
12.4 Nukleon-nukleonska rasejanja na niskim energijama....421
12.4.1 n-p rasejanje na niskim energijama. Spinska zavisnost i tenzorski karakter nuklearnih sila....422
12.4.2 p-p rasejanje na niskim energijama....427
12.4.3 n-n rasejanje....429
12.5 Interakcija nukleona na visokim energijama....430
12.5.1 Sile razmene. Zasićenje nuklearnih sila....434
TABLICA UPOTREBLJENIH SIMBOLA....443
Poređenje osnovnih jedinica....449
Poređenje vremenskih jedinica....449
SI prefiksi....450

GLAVA I

1 Interakcija nuklearnog zračenja i materije

Interakcija nuklearnog zračenja i materije po svojoj tematici pripada kako nuklearnoj tako i atomskoj fizici. Međutim, efekti koji nastaju prolaskom nuklearnog zračenja kroz materiju od ogromnog su značaja za tumačenje eksperimenata iz nuklearne fizike. Naredna poglavlja biće zbog toga posvećena interakciji zračenja i materije.

1.1 Opšte karakteristike interakcije nuklearnog zračenja i materije

Kada se razmatra interakcija nuklearnog zračenja i materije, treba imati u vidu dimenzije projektila i atomski sastav materije. Prema Niels Bohr-u, atom nije prost, već se sastoji od jezgra i elektronskog omotača. Dimenzije jezgra su reda veličine 10^{-12} cm. Prema današnjem tumačenju u nuklearnoj fizici, jezgro se sastoji od nukleona, protona i neutrona, koji su čvrsto vezani (energija veze po nukleonu iznosi oko 8 MeV). Elektronski omotač atoma ima strukturu slojevitog tipa i energije veze elektrona u njemu zavise od toga u kojem se sloju elektron nalazi, kao i od vrste atoma. Za ceo periodni sistem elemenata energija veze elektrona menjaju se od oko 2 eV do oko 160 keV. Atom, dakle, predstavlja vrlo složenu tvorevinu „elementarnih" čestica vezanih u jezgro i elektronski omotač. Drugim rečima, materija je satkana od atoma koji poseduju sopstvenu strukturu i u njoj su raspoređeni po određenom poretku u zavisnosti od energijskog stanja svih atoma.

S druge strane, u nuklearno zračenje se ubrajaju sve naelektrisane i nenaelektrisane čestice koje poseduju kinetičku energiju i elektromagnetno zračenje. Dimenzije čestica i talasne dužine X i γ-zračenja su reda veličine dimenzije jezgra, odnosno atoma. U tabeli 1.1 date su dimenzije čestica i talasne dužine elektromagnetnog zračenja.

Kada nuklearno zračenje prolazi kroz materiju može da izazove više vrsta interakcija koje mogu biti: jake, slabe i elektromagnetne (gravitacione interakcije se zanemaruju u mikrosvetu). Sve tri vrste interakcija događaju se u domenu jezgra, osim elektromagnetne koja se

događa i u domenu elektronskog omotača atoma.

Tabela 1.1

Naziv čestice	Simboli	Masa mirovanja [MeV]	Dimenzije [cm]
Bez mase			
Foton		0	$10^{-9}-10^{-12}$
Leptoni			
Neutrino	ν	0	
Elektrona	e^-	0.511	$2.8\cdot10^{-13}$
Pozitron	e^+	0.511	$2.8\cdot10^{-13}$
Barioni			
Neutron	n	939.5	$1.2\cdot10^{-13}$
Proton	p	938.2	$1.2\cdot10^{-13}$
Deuterijum	d	1875.4	$1.5\cdot10^{-13}$
Tricijum	t	2808.7	$1.7\cdot10^{-13}$
^{3}He		2808.2	$1.7\cdot10^{-13}$
α-čestica	α	3727.1	$1.9\cdot10^{-13}$

1. U jakoj interakciji učestvuju nukleoni (neutroni i protoni), elementarne čestice (π- i K-mezoni, hiperoni, antinukleoni, itd.) i jezgro atoma, a prenosioci ove interakcije su kvanti nukleona, π-mezoni. Osnovne karakteristike **jake interakcije su: jačina,** domet (10^{-13} cm), vreme trajanja (10^{-23} – 10^{-21} s) i presek (10^{-27} – 10^{-21} cm^2). Jaka interakcija se manifestuje u rasejanju nukleona i elementarnih čestica u polju sile jezgra i na njihovom zahvatu u vidu nuklearnih reakcija.

2. Elektromagnetna interakcija nastaje između svih naelektrisanih čestica, isto tako, između naelektrisanih čestica i fotona. Prenosioci elektromagnetne interakcije su kvanti elektromagnetnog polja – fotoni. Elektromagnetna interakcija je po svojoj prirodi slabija od tzv. jake interakcije. Karakteriše se dugim dometom i traje duže od jake interakcije $10^2 - 10^3$ puta.
   Interakcija naelektrisanih čestica sa jezgrom i elektronima iz elektronskog omotača atoma se ogleda u Coulomb-ovom rasejanju, jonizacionim i radijacionim efektima, kao i u Čerenkovljevom zračenju.
   Interakcija fotona sa elektronima iz elektronskog omotača atoma i jezgra manifestuje se u rasejanju fotona, efektu stvaranja parova, fotoefektu, kao i u fotonuklearnim reakcijama.
3. Slaba interakcija se događa u domenu jezgra atoma. Interakcija nastaje između nukleona i **leptonskog polja (elektron-neutrinsko polje). U procesu ove interakcije nastaju ili nestaju elektron** (pozitron) i antineutrino (neutrino). U nuklearnoj fizici ova je interakcija poznata kao β-raspad, ali postoje i drugi procesi slabe interakcije, recimo: (π-μ) raspad, (μ-e) raspad i dr. Poređenjem slabe interakcije sa jakom, može se zaključiti da je ona 10^{13} puta slabija, a isto toliko puta i sporija. Vreme trajanja slabe interakcije iznosi 10^{-10} s.

Prva glava je posvećena elektromagnetnim interakcijama. Slabe i jake interakcije biće opisane u narednim glavama.

1.1.1 Presek

Kvant elektromagnetnog polja može se elastično i neelastično rasejati na jezgru ili elektronu iz omotača atoma. Verovatnoća za bilo koje rasejanje meri se presekom σ koji ima dimenziju površine [cm^2]. Jedinica preseka je *barn* i iznosi 10^{-24} cm^2. Ova veličina ima veoma značajnu ulogu u nuklearnoj fizici.

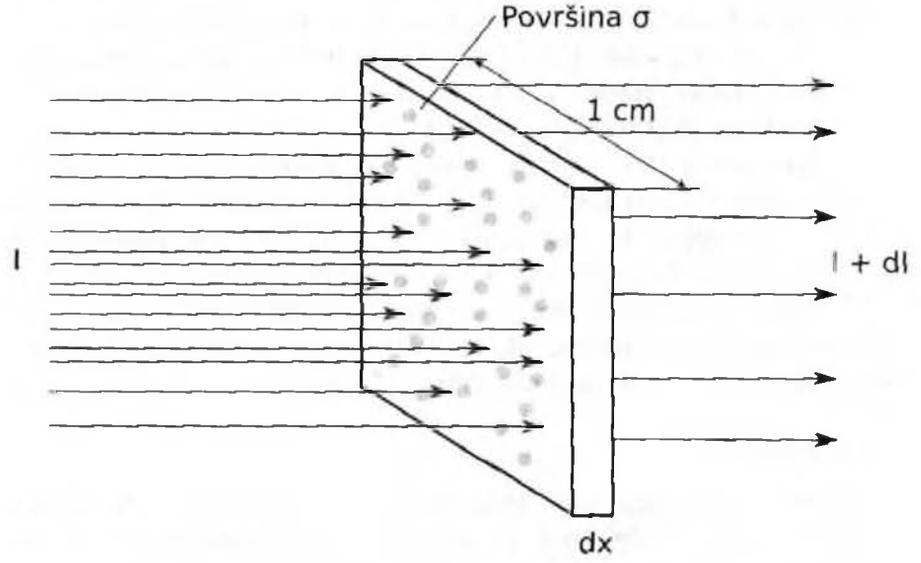
Da bi se razumela uloga preseka u nuklearnim reakcijama, može se razmatrati snop monoenergijskih čestica intenziteta I koji pada na površinu mete, pri čemu ona sadrži N jezgara po cm^3. Neka je debljina mete dx. Proizvod $N \cdot dx$ predstavlja broj jezgara koji će, de facto, biti mogući centri interakcije sa upadnim snopom. Kada snop monoenergijskih čestica prođe kroz metu biće oslabljen za dI. Promena

intenziteta snopa dI proporcionalna je početnom intenzitetu I, broju jezgara po cm^2 ($N \cdot dx$) i faktoru proporcionalnosti σ, što se može predstaviti na sledeći način

$$dI = -\sigma I N \cdot dx \tag{1.1}$$

Faktor proporcionalnosti σ mora, iz čisto formalnih razloga imati dimenziju cm^2, a naziva se nuklearni presek.

Međutim, nuklearni presek nije uveden jedino iz formalnih razloga – on ima određeno fizičko tumačenje. Naime, kada se govori o meti koja je izložena nuklearnom zračenju, uvodi se pojam jedinične površine mete [cm^2]. Na ovoj su površini raspoređena jezgra koja su data proizvodom $N \cdot dx$ (broj jezgara po cm^2) i ona predstavljaju centre mogućih interakcija (sl.1.1).



Sl. 1.1. Prikaz jedinične površine mete i jedinične površine interakcije.

Faktor proporcionalnosti σ ili nuklearni presek, predstavlja jediničnu površinu interakcije. Drugim rečima, nuklearni presek pokazuje koji deo jedinične površine mete interaguje sa upadnim zračenjem. Prema tome, verovatnoća interakcije se može napisati u sledećoj formi:

$$P = \sigma \cdot N \cdot dx \tag{1.2}$$

Verovatnoća je bezdimenziona veličina, što je očigledno iz prethodnog izraza.

Kada čestica iz upadnog monoenergijskog snopa pretrpi interakciju u meti, biva eliminisana iz snopa. Intenzitet upadnog snopa se menja za vrednost datu jednačinom (1.1). Integracijom jednačine (1.1), pod uslovom da je presek σ konstantan (prećutana zavisnost preseka od energije), dobija se intenzitet upadnog snopa, pošto je prošao kroz metu, u sledećoj formi:

$$I_x = I_0 \cdot \exp(-\mu x) \tag{1.3}$$

gde je I_0 početni intenzitet upadnog snopa nuklearnog zračenja, x debljina mete, $\mu = N\sigma = \frac{1}{l}$ je linearni atenuacioni koeficijent, koji je jednak recipročnoj vrednosti srednje slobodne putanje. Srednja slobodna putanja ($\bar{l}$) predstavlja onu debljinu mete koja je potrebna da redukuje početni intenzitet monoenergijskog snopa upadnog nuklearnog zračenja na vrednost $\frac{1}{e}$. Umesto linearnog atenuacionog koeficijenta μ, često je u tablicama dat maseni atenuacioni koeficijent $\frac{\mu}{\rho}$ [$g^{-1} \cdot cm^2$], gde je ρ gustina mete [$g \cdot cm^{-3}$]. Treba napomenuti da je broj jezgara atoma po jedinici zapremine identičan broju atoma, pa se linearni atenuacioni koeficijent može predstaviti sa:

$$\mu = N\sigma = \rho N_A \frac{\sigma}{A} \tag{1.4}$$

gde je N_A Avogardov broj i A atomska težina mete. Da bi se eliminisala zavisnost μ preko ρ od temperature, pritiska i faze, podesnije je da se koristi maseni atenuacioni koeficijent

$$\frac{\mu}{\rho} = \frac{N_A \sigma}{A} = \text{const} \cdot \sigma \tag{1.5}$$

U tom slučaju debljina mete se izražava kao ρx [$g \cdot cm^{-2}$] u atenuacionom izrazu

$$I_x = I_0 \cdot \exp\left[-\left(\frac{\mu}{\rho}\right) \cdot (\rho x)\right] \tag{1.6}$$

Odnos $\frac{I_x}{I_0}$ još se naziva atenuacija ili transmisija.

Totalni presek

U početku prethodnog paragrafa rečeno je da interakcija kvanta elektromagnetnog polja sa jezgrom i elektronima iz omotača atoma može biti elastična i neelastična. Interakcija će, u daljem tekstu, biti zamenjena terminom sudar. Dakle, elastični sudar nastaje u slučaju kada se totalna kinetička energija sistema ne menja, dok se neelastični sudar dešava kada bilo koja ili obe čestice apsorbuju, odnosno emituju energiju (npr. unutrašnje kretanje ili radijacija). Promena kinetičke energije sistema je data sa:

$$\Delta T = T_i - T_f,$$

gde i (initial) označava početno, a f (final) konačno stanje. Elastični sudar je, prema tome, okarakterisan sa $\Delta T = 0$; a neelastični, pozitivnom ili negativnom vrednošću ΔT.

Elastični i neelastični sudar može se dogoditi između svih naelektrisanih i nenaelektrisanih čestica, prethodna se diskusija, prema tome i na njih odnosi.

Ako se između čestica dogodi elastični sudar, verovatnoća takvog procesa se određuje presekom za elastično rasejanje i obeležava se sa σ_{el}. Posledica elastičnog sudara se manifestuje u skretanju čestica u odnosu na prvobitni pravac. Broj čestica po jedinici površine i u jediničnom vremenu koji se elastično raseje dat je izrazom:

$$-dI_{el} = I_0 \sigma_{el} N \cdot dx \tag{1.7}$$

Odgovarajući broj neelastično rasejanih čestica može se izraziti kao

$$-dI_{neel} = I_0 \sigma_{neel} N \cdot dx \tag{1.8}$$

Kako se oba procesa mogu odigrati uporedo, totalna atenuacija će biti:

$$-dI = -\left(dI_{el} + dI_{neel}\right) = I_0 \left(\sigma_{el} + \sigma_{neel}\right) N \cdot dx \tag{1.9}$$

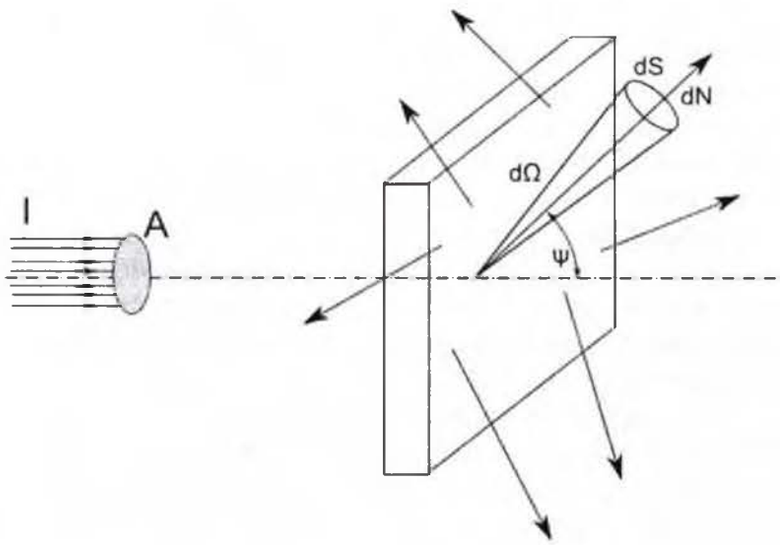
Na osnovu poslednja dva izraza može se napisati izraz za totalni presek elastično i neelastično rasejanih čestica na meti

$$\sigma_{tot} = \sigma_{el} + \sigma_{neel} \tag{1.10}$$

Diferencijalni presek

Posle elastičnog i neelastičnog sudara snop naelektrisanih čestica se ne rasejava izotropno. Usled toga se uvodi diferencijalni presek da opiše koliko je čestica rasejano po elementu prostornog ugla $d\Omega$ u odnosu na upadni pravac snopa, definisan uglom Ψ, sl. 1.2. Diferencijalni presek se definiše na sledeći način:

$$d\sigma = \sigma(\psi)\, d\Omega \tag{1.11}$$



Sl. 1.2. *Geometrija eksperimenta za određivanje diferencijalnog preseka.*

Ako raspodela rasejanih čestica ne zavisi od azimutalnog ugla, element prostornog ugla ima oblik

$$d\Omega = 2\pi \sin\psi\, d\psi$$

i diferencijalni presek će biti

$$d\sigma = 2\pi \sin\psi\, \sigma(\psi)\, d\psi \tag{1.12}$$

Integracijom jednačine (1.12) u granicama od 0 do π, dobija se totalni presek

$$\sigma = 2\pi \int_0^{\pi} \sigma(\psi) \sin\psi\, d\psi \tag{1.13}$$

Član $\sigma(\psi)=\frac{d\sigma}{d\Omega}\ \left|\frac{\mathrm{cm}^2}{\mathrm{sterad}}\right|$ iz (1.11) definiše ugaonu distribuciju rasejanih čestica u cm^2 po centru rasejanja, po steradijanu.

U specijalnom slučaju, kada je raspodela rasejanih čestica izotropna, presek ima sledeći oblik

$$\sigma=4\pi\cdot\sigma(\psi) \tag{1.14}$$

1.1.2 Osnovne definicije

Čestice – projektili u nuklearnoj fizici se mogu podeliti na: naelektrisane, nenaelektrisane i elektromagnetno zračenje. Naelektrisane čestice mogu biti teške i lake.

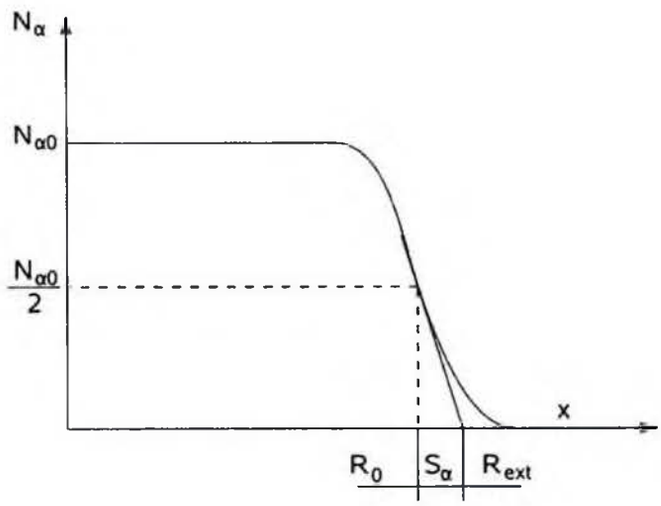
Kada snop teških naelektrisanih čestica prolazi kroz neki medijum, karakteristično je da gubi energiju duž svog puta, ali se ne menja broj čestica. Teške čestice, uglavnom, gube energiju na jonizaciju. Kada teška čestica izgubi moć jonizacije, tada je to kraj njenog puta. Dužina puta koju može da dostigne naelektrisana čestica u određenoj sredini definiše domet koji se meri dužinskim jedinicama (μm; cm; m). Domet se definiše još i kao najmanja debljina nekog materijala koja je potrebna da zaustavi naelektrisanu česticu.

U slučaju kada lake naelektrisane čestice prolaze kroz neki medijum, ponašaju se daleko složenije nego teške čestice. Laki po masi, sa jediničnim naelektrisanjem, elektroni na svome putu pretrpe višestruke sudare, usled čega im je trag izlomljena linija, što uslovljava slabu definisanost dometa. Prolazeći kroz medijum, elektroni gube energiju na jonizaciju i ekscitaciju atoma. Brzi elektroni gube energiju i na zakočno zračenje.

Kada elektromagnetno zračenje prolazi kroz neki medijum, ono gubi deo svoje energije, a istovremeno se smanjuje i broj fotona iz upadnog snopa. Promena broja fotona u snopu ili smanjenje intenziteta dI podleže sledećem zakonu:

$$-\frac{dI}{I}=\mu\cdot dx \tag{1.15}$$

gde je I intenzitet fotonskog snopa, μ atenuacioni koeficijent, a dx debljina materijala kroz koji prolazi elektromagnetno zračenje.

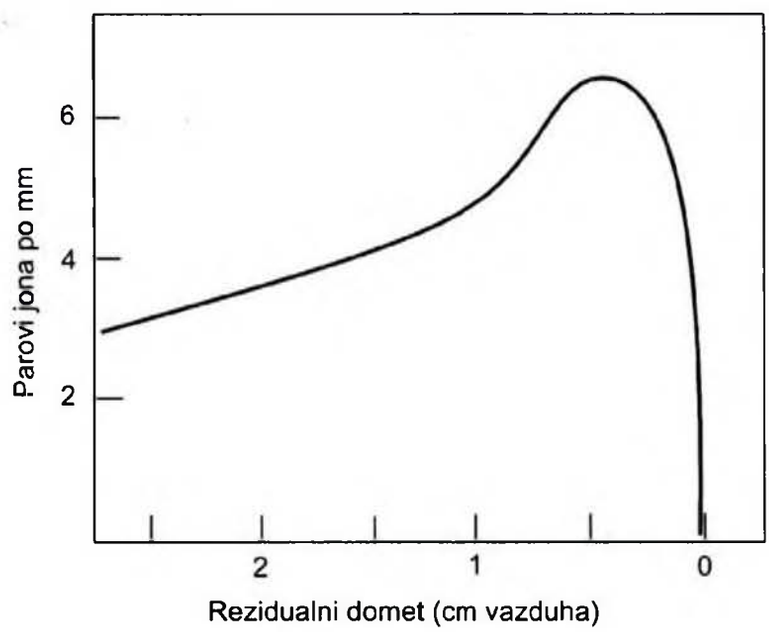


Sl. 1.3. *Broj α-čestica u snopu u funkciji od debljine apsorbera.*

Ako se razmatra prolaz monoenergijskog snopa naelektrisanih čestica kroz neki medijum, tada se mogu definisati neke veličine kojima se opisuju gubici energije. Za izgubljeni deo energije neke čestice, po jedinici puta u nekoj sredini uveden je pojam *specifični gubitak energije* a njegova srednja vrednost naziva se *zaustavna moć* medijuma. Teška čestica gubi po jedinici puta deo energije na jonizaciju, zbog čega je uveden pojam *specifična jonizacija*. Pod ovim se pojmom podrazumeva sposobnost čestice da po jedinici puta obrazuje par jona u datoj sredini. Za α-česticu se obično daje specifična jonizacija za vazduh.

Budući da specifični gubitak energije i specifična jonizacija fluktuiraju, uvodi se pojam *srednji specifični gubitak energije i srednja specifična jonizacija*. Usled fluktuacije specifičnih veličina domet nije strogo određen, pa je uveden i *srednji* i *ekstrapolirani domet*. Veličina kojom se meri odstupanje od srednjeg dometa naziva se *parametar odstupanja*.

Na slikama 1.3 i 1.4 prikazane su krive dometa i specifične jonizacije.



Sl. 1.4. *Bragg-ova kriva koja predstavlja jonizaciju α-čestice u vazduhu. Na grafiku je dat broj parova jona po mm u funkciji rezidualnog dometa.*

1.2 Prolaz naelektrisane čestice kroz materiju

Kada naelektrisana čestica prolazi kroz neki medijum, ona može da interaguje sa elektronima iz elektronskog omotača atoma i sa jezgrom u formi elastičnog i neelastičnog sudara. Neelastičan sudar sa elektronima iz elektronskog omotača atoma ogleda se u jonizaciji i ekscitaciji atoma. U procesu jonizacije elektron je izbačen iz elektronskog omotača atoma. Ovaj proces se naziva *primarna jonizacija*. Maksimalna kinetička energija elektrona nastalog u procesu jonizacije iznosi $\simeq 4\left(\frac{m_e}{M}\right)E$; gde je M masa upadne čestice, a E njena kinetičke energija. Ako ovako nastali elektroni imaju dovoljno energije za dalju jonizaciju, tada se novi proces naziva *sekundarna jonizacija*.

Neelastični sudari između naelektrisane čestice i jezgra atoma dešavaju se u vidu nuklearnih ekscitacija i transformacija jezgra. U ovim procesima naelektrisane čestice mogu biti apsorbovane iz upadnog snopa. Ako proces apsorpcije nije zanemarljiv u odnosu na jonizaciju, u tom

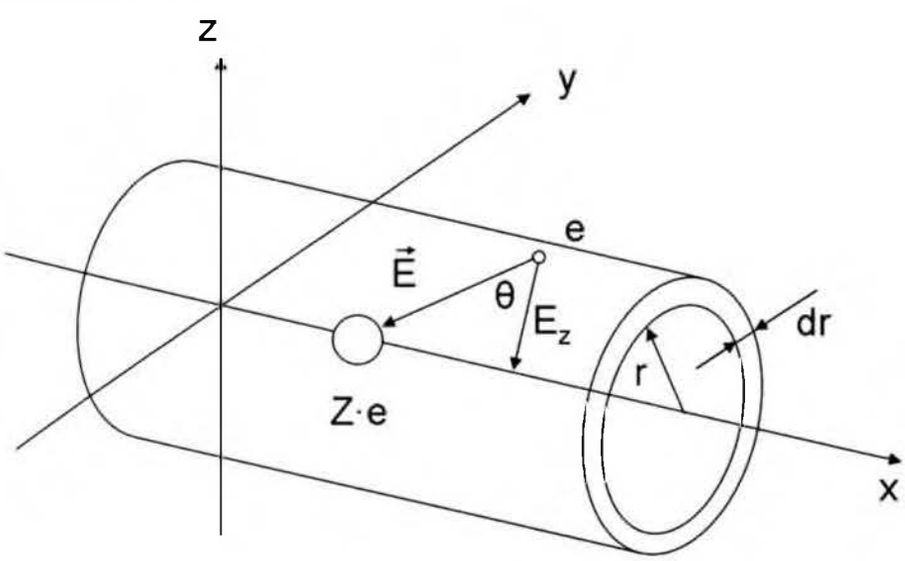
slučaju nije moguće precizno definisati domet čestice.

Još se jedan oblik neelastičnog sudara javlja između jezgra i lake naelektrisane čestice, elektrona. U ovom procesu jezgro menja brzinu elektrona, ako elektron proleti na dovoljno bliskom rastojanju od njega. Posledica ove interakcije je emisija elektromagnetnog zračenja, koje je poznato pod nazivom *zakočno zračenje*.

Drugi oblik radijacionih gubitaka naelektrisane čestice se ogleda u depolarizaciji longitudinalno polarizovanog medijuma nastalog prolaskom brze naelektrisane čestice. Ovaj proces je moguć samo ako je brzina naelektrisane čestice u datom medijumu veća od fazne brzine svetlosti u istoj sredini. Ovo zračenje je dobilo naziv po pronalazaču *zračenje Čerenkova* (*Čerenkovljevo zračenje*).

1.2.1 Gubitak energije naelektrisane teške čestice na jonizaciju

U ovom će se odeljku pokazati kako se može izračunati gubitak energije naelektrisane teške čestice u interakciji sa elektronima iz elektronskog omotača atoma. Račun će biti proveden na bazi klasične elektrodinamike.



Sl. 1.5. *Prenos impulsa brze teške čestice na elektron koji miruje.*

Neka teška naelektrisana čestica mase M i naelektrisanja Ze proleti brzinom v na rastojanju r od slobodnog elektrona koji miruje, kako je prikazano na slici 1.5. Usled Coulomb-ovog dejstva elektron prima impuls koji je normalan na pravac kretanja teške čestice. Vrednost impulsa može se iskazati na sledeći način:

$$\Delta p_Z = \int_{-\infty}^{+\infty} e \cdot E_Z \cdot dt = \int_{-\infty}^{+\infty} e \cdot E_Z \cdot \frac{dx}{v} \tag{1.16}$$

gde je E_Z komponenta električnog polja normalna na pravac kretanja čestice, a dt je vreme trajanja interakcije. U ovom se računu pretpostavlja da se trajek-torija čestice za vreme sudara ne menja.

Integral u izrazu (1.16) može se rešiti pomoću Gauss-ove teoreme, ako se pretpostavi da se naelektrisana čestica kreće po osi cilindra radijusa r, kako je prikazano na slici 1.5. U tom će slučaju fluks vektora električnog polja na površini cilindra biti:

$$\Phi = \int E_Z \cdot 2\pi r\, dx = 4\pi Z e \tag{1.17}$$

Na osnovu vrednosti date izrazom (1.17) može se izračunati sam integral koji iznosi:

$$\int E_Z \cdot dx = \frac{2Ze}{r} \tag{1.18}$$

Zamenom vrednosti (1.18) u (1.16) dobija se izraz za impuls elektrona:

$$\Delta p_Z = \frac{2Ze^2}{rv} \tag{1.19}$$

Kada je poznata vrednost impulsa koji je dobio elektron, lako se može izračunati energija koju je izgubila teška čestica u interakciji sa slobodnim elektronom. Vrednost izgubljene energije iznosi:

$$\frac{(\Delta p_Z)^2}{2m_e} = \frac{2}{m_e}\left(\frac{Ze^2}{rv}\right)^2 \tag{1.20}$$

Izraz (1.20) predstavlja vrednost energije koju je dobio samo jedan elektron. Međutim, treba napomenuti da svaki medijum ima određenu gustinu elektrona n_e (broj elektrona po cm^3), što se mora uzeti u obzir prilikom izračunavanja gubitka energije teške čestice po jedinici puta.

U slučaju izračunavanja ovog gubitka energije obično se uzima interakcija teške čestice i elektrona koji se nalaze u cilindričnom sloju oko njene trajektorije. Radijus cilindričnog sloja ima vrednost r (parametar sudara), a njegova debljina iznosi dr. Ukupan broj elektrona u ovom cilindričnom sloju je $n_e 2\pi r dr dx$. U interakciji sa ovim brojem elektrona teška naelektrisana čestica gubi po jedinici puta deo svoje energije u sledećem iznosu:

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{\text{jon}} = 2\pi n_e r\, dr \frac{(\Delta p_Z)^2}{2m_e} = \frac{4\pi n_e Z^2 e^4}{2m_e} \cdot \frac{dr}{r} \tag{1.21}$$

Ovaj rezultat se može smatrati tačnim ukoliko se zanemari interakcija teške čestice i elektrona koji su izvan cilindričnog sloja. Međutim, ova činjenica se mora uzeti u obzir pri izračunavanju ukupnog gubitka energije $\left(\frac{dE}{dx}\right)$. Ovo se postiže integracijom izraza (1.21) po svim parametrima r od 0 do ∞. Teškoće će nastajati pri određivanju granica integracije, jer je pri izabranim granicama vrednost integrala neodređena. Integral se može izračunati pod uslovom da se uvedu izvesne konačne vrednosti granica integracije r_{max} i r_{min}. Uz ovaj uslov izraz (1.21) ima sledeći oblik:

$$\overline{\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{jon}} = \frac{4\pi n_e Z^2 e^4}{m_e v^2} \int_{r_{min}}^{r_{max}} \frac{dr}{r} = \frac{4\pi Z^2 e^4}{m_e v^2} \ln \frac{r_{max}}{r_{min}} \tag{1.22}$$

Izraz (1.22) predstavlja zaustavnu moć sredine kroz koju prolazi teška naelektrisana čestica. Neodređen je dok se ne znaju granice r_{max} i r_{min}. Ove granice se mogu proceniti, iako je njihova procena vrlo složena. Prema tome, vrednost izraza (1.22) zavisi od pretpostavki učinjenih prilikom procene gornje i donje granice integracije. Pri proceni gornje granice r_{max} mora se uzeti u obzir struktura atoma, tj. da su elektroni u atomu vezani, a ne slobodni. Može se zatim postaviti pitanje pod kojim će uslovima teški jon predati elektronu deo svoje energije. U objašnjenju ovog problema mogu da se koriste adijabatski uslovi. Prema adijabatskim uslovima, kvantnomehanički prelazi, izazvani smetnjama koje zavise od vremena, realizuju se samo pod uslovima ako je vreme trajanja smetnje kraće od perioda sistema. U ovom slučaju, vremenom interakcije $\frac{r}{v}$ određeno je trajanje smetnje, a sa τ je opisan period kretanja elektrona u omotaču atoma. Drugim rečima, kvantnomehanički prelazi su mogući

samo ako je ispunjen uslov:

$$\frac{r}{v} < \tau = \frac{1}{\langle \nu \rangle} \tag{1.23}$$

gde je $\langle \nu \rangle$ srednja frekvencija elektrona u omotaču atoma. Najveća vrednost verovatnoća za kvantnomehanički prelaz nastupa kada je $r_{max} = \left(\frac{v}{\langle \nu \rangle}\right)$. Uzimajući u obzir i relativističke efekte, r_{max} se može izraziti kao:

$$r_{max} = \frac{v}{\langle \nu \rangle (1-\beta^2)^{\frac{1}{2}}} \tag{1.24}$$

Za procenu donje granice r_{min} može se razmatrati čeoni sudar uz pretpostavku da teška čestica miruje, a elektron se sa impulsom p kreće prema njoj, pa se od nje odbija sa impulsom $-p$.

Maksimalna promena impulsa u čeonom sudaru iznosi:

$$\Delta p_{max} = p - (-p) = 2p$$

Kako je energija predata elektronu najveća kada je parametar sudara najmanji, maksimalna energija predata pri čeonom sudaru ima vrednost:

$$\Delta T_{max} = \frac{2Z^2 e^4}{m_e v^2} \cdot \frac{1}{r_{min}^2} = \frac{(\Delta p_{max})^2}{2m_e} = 2m_e v^2 \tag{1.25}$$

Iz prethodnog izraza lako se može odrediti r_{min} i ova vrednost iznosi:

$$r_{min} = \frac{Z \cdot e^2}{m_e v^2} > \frac{Z \cdot e^2}{m_e c^2} = Z \cdot r_0 \tag{1.26}$$

gde je r_0 radijus elektrona $r_0 = 2.8 \cdot 10^{-13}$ cm. Izraz (1.26) predstavlja procenjenu vrednost r_{min} na osnovu klasičnih razmatranja. Međutim, prema kvantnoj mehanici, elektron se može približiti teškom jonu samo na rastojanju koje je veće od De Brogli-eve talasne dužine $\frac{\hbar}{p}$. Ako se još uzmu u obzir i relativistički efekti, minimalno rastojanje na koje se elektron teškom jonu može približiti iznosi:

$$r_{min} > \frac{\hbar}{p} = \frac{\hbar (1-\beta^2)^{\frac{1}{2}}}{m_e v} \tag{1.27}$$

Ako se u izraz (1.22) uvrste vrednosti (1.24) i (1.27) dobija se vrednost gubitka energije po jedinici puta u sledećem obliku:

$$\overline{\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{\text{jon}}} = \frac{4\pi n_e Z^2 e^4}{m_e v} \cdot \ln \frac{m_e v^2}{\hbar \langle \nu \rangle (1-\beta^2)} \tag{1.28}$$

Veličina $2\pi\hbar\langle\nu\rangle$ u jednačini (1.28) poznata je kao srednji jonizacioni potencijal. Ovu veličinu je izračunao Bloch 1933. godine i našao da je ona proporcionalna Z. Njena se vrednost može napisati u sledećem obliku:

$$2\pi\hbar\langle\nu\rangle = \bar{I} = BZ \tag{1.29}$$

Bolja semiempirijska formula daje:

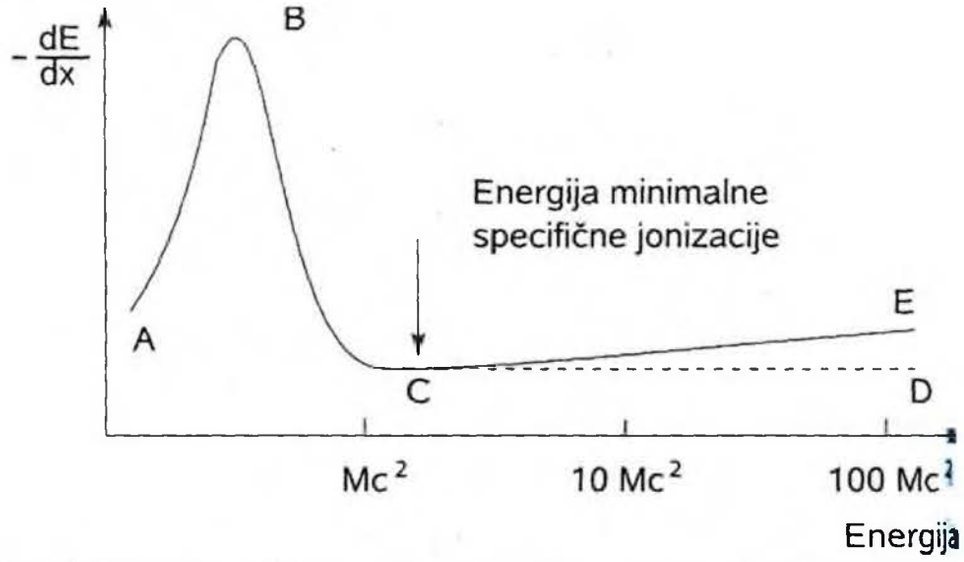
$$\frac{\bar{I}}{Z} = 9.1\,(1 + 1.9 \cdot Z^{-\frac{2}{3}})$$

Bethe je dao precizniju formulu za zaustavnu moć teške naelektrisane čestice u sledećem obliku

$$\overline{\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{\text{jon}}} = \frac{4\pi n_e Z^2 e^4}{m_e v^2} \left[\ln \frac{2 m_e v^2}{\bar{I}(1-\beta^2)} - \beta^2 \right] \tag{1.30}$$

Prema (1.30) specifični gubitak energije teške čestice na jonizaciju $-\frac{dE}{dx}$ zavisi, pre svega od kvadrata naelektrisanja čestice $(Ze^2)^2$, zatim od elektronske gustine sredine n_e kroz koju prolazi; a obrnuto je proporcionalan kvadratu brzine čestice v^2 i ne zavisi od mase teške čestice. Ako se relacija (1.30) grafički prikaže, dobija se grafik kao što je dato na slici 1.6. Kako se vidi sa slike, kriva je obeležena velikim slovima ABCD i ABCE. Deo krive BC prikazuje zavisnost $\frac{dE}{dx}$ od recipročne vrednosti kvadrata brzine čestice $\frac{1}{v^2}$. U slučaju kada $v \to c$, logaritamski član se menja na takav način da se gubitak energije teške čestice na jonizaciju povećava sa energijom čestice (deo krive CE).

Niskoenergijski deo krive naglo pada (BA), što pokazuje da teška čestica na niskim energijama poseduje malu brzinu koja je uporediva sa brzinom perifernog elektrona u atomu i u kojem slučaju zahvata elektron, a njena se jonizaciona sposobnost naglo smanjuje, čime se i gubitak energije smanjuje.



Sl. 1.6. *Zavisnost gubitka energije teške čestice na jonizaciju od energije čestice. Energija čestice je data u Mc^2 jedinicama.*

1.3 Gubitak energije teške naelektrisane čestice na jonizaciju u zavisnosti od sredine

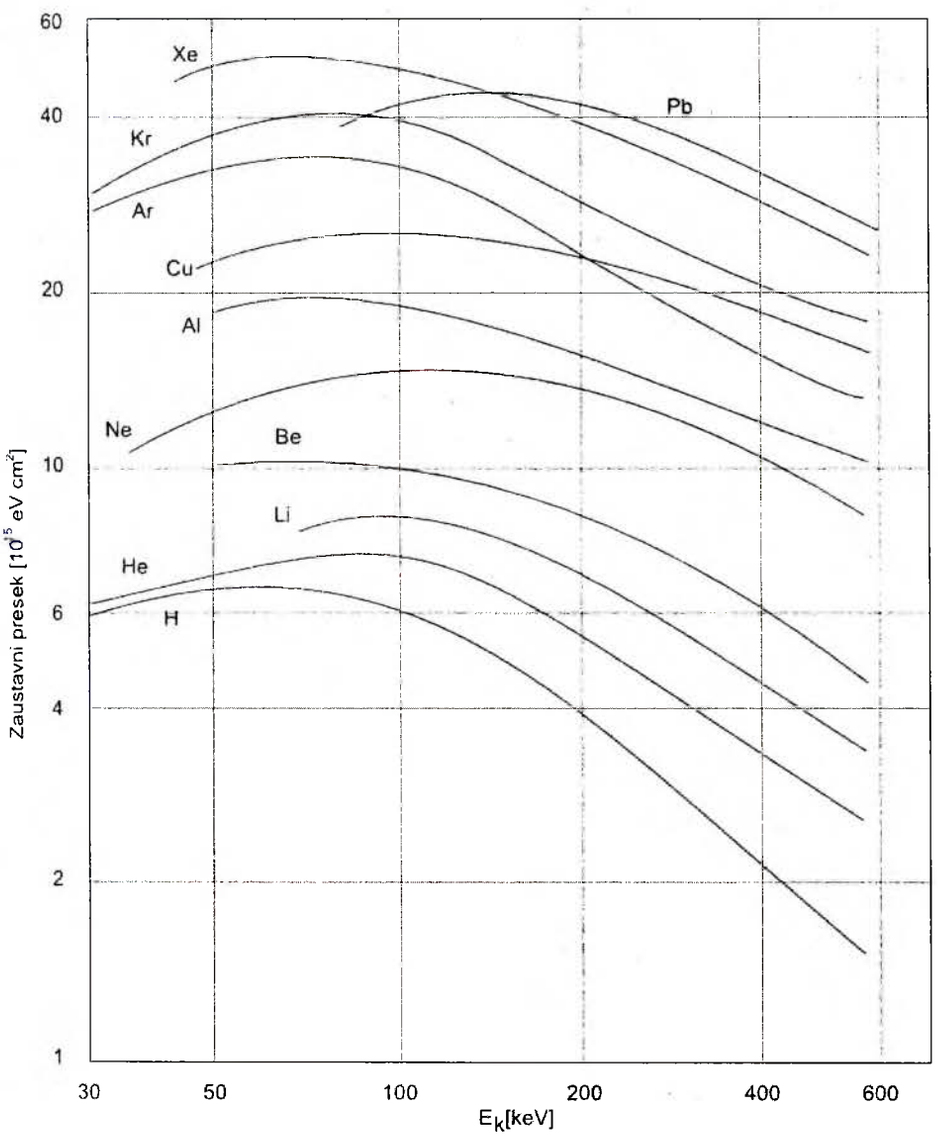
Veličina $\left(-\frac{1}{n_e}\frac{dE}{dx}\right)$ koja se eksplicitno može izraziti iz jednačine (1.30) naziva se ponekad i atomski zaustavni presek i izražava se u jedinicama $\frac{\text{eV}\cdot\text{cm}^2}{\text{atom}}$.

Atomski zaustavni presek za protone nezavisan je od fizičkog stanja medijuma, a znatno varira od materijala do materijala, što se jasno vidi sa slike 1.7.

Iz jednačine (1.30) može se izraziti veličina analogna masenom atenuacionom koeficijentu. Ova veličina se naziva masena zaustavna moć i konstanta je unutar faktora dva za skoro sve materijale, a definiše se na sledeći način:

$$-\frac{1}{\rho}\frac{dE}{dx} = -\frac{dE}{d(\rho x)} \equiv \frac{dE}{d\xi} \tag{1.31}$$

gde je $\xi = \rho x$ (ρ je gustina) i ima dimenziju površinske gustine [$g\cdot cm^{-2}$].



Sl. 1.7. *Eksperimentalne vrednosti atomskog zaustavnog preseka za protone u funkciji energije u log-log skali.*

Lako se može pokazati zašto se masena zaustavna moć malo razlikuje za različite materijale. Masena zaustavna moć se može predstaviti na sledeći način

$$\left(-\frac{dE}{d\xi}\right)\equiv\frac{1}{\rho}\frac{dE}{dx}=n_e\frac{1}{\rho}=\rho\frac{N_A}{A}\frac{Z}{\rho}=N_A\frac{2}{A}=\text{const}\,.$$

Kako je $\frac{2}{A}$ grubo konstantna veličina za ceo periodni sistem elemenata, masena zaustavna moć se veoma malo menja od medijuma do medijuma.

U tabeli 1.2 date su vrednosti da $\frac{dE}{d\xi}$ u funkciji energije za olovo i vazduh.

Iz ove tabele se vidi da je gubitak energije na jonizaciju po površinskoj gustini skoro konstantan i za one materijale koji se po rednom broju Z znatno razlikuju, kao što je u ovom primeru vazduh i olovo.

TABELA 1.2

Materijal	Olovo	Vazduh
E [MeV]	$\frac{dE}{d\xi}$ $[\text{MeV}\cdot\text{g}^{-1}\cdot\text{cm}^{2}]$	$\frac{dE}{d\xi}$ $[\text{MeV}\cdot\text{g}^{-1}\cdot\text{cm}^{2}]$
1	300	150
10	50	30
100	7.5	5
1000	2.3	1.6

Relativna zaustavna moć

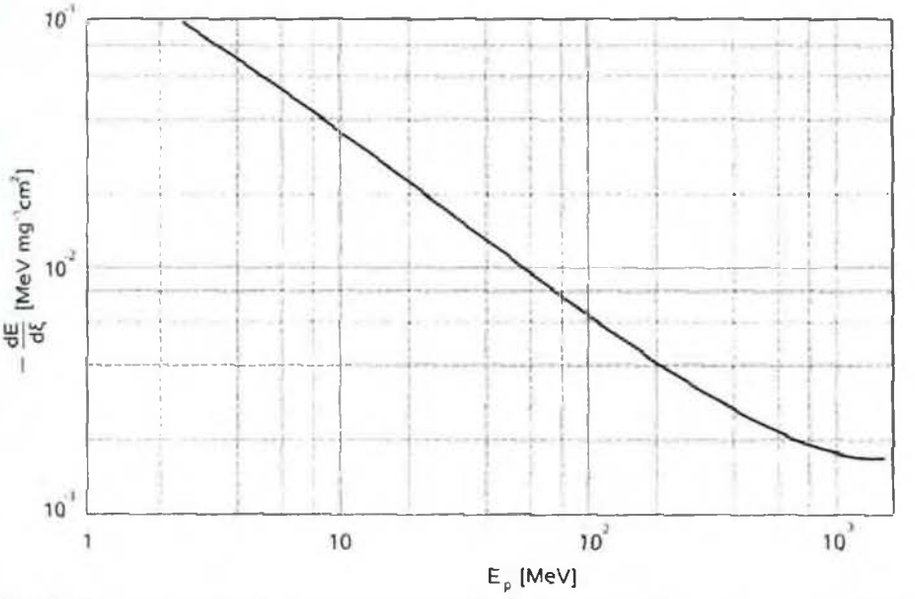
Ako se zna zaustavna moć materijala za odgovarajuće naelektrisane čestice, koja se može uzeti za standard, tada se u odnosu na usvojeni standard može izračunati zaustavna moć za bilo koji materijal. Ovako dobijena vrednost naziva se relativna zaustavna moć i definiše se kao:

$$Q \equiv \frac{\left(-\frac{dE}{d\xi}\right)_A}{\left(-\frac{dE}{d\xi}\right)_S} = \frac{-\left(\frac{1}{\rho_A}\right)\left(\frac{dE}{dx}\right)_A}{-\left(\frac{1}{\rho_S}\right)\left(\frac{dE}{dx}\right)_S} \simeq \frac{A_S}{A_A}\frac{Z_A}{Z_S}\frac{\ln\left(\frac{2m_e v^2}{I_A}\right)}{\ln\left(\frac{2m_e v^2}{I_S}\right)} \tag{1.32}$$

Indeks S označava standard, a indeks A se odnosi na atomsku težinu medijuma.

Teorijski bi vodonik trebalo da bude najpogodniji element za standard; u praksi međutim, najviše se koristi aluminijum.

Zaustavna moć aluminijuma u funkciji energije protona data je na slici 1.8.



Sl. 1.8. *Zaustavna moć aluminijuma u funkciji energije protona u log-log skali.*

1.4 Domet i energija

Koristeći se izrazom (1.30) može se uspostaviti veza između dužine puta teške čestice, dometa i energije, odnosno njene brzine. Izrazimo domet na sledeći način:

$$R_d = \int_{T_0}^{0} \frac{dT}{\left(\frac{dE}{dx}\right)} \tag{1.33}$$

Kako je

$$\left(\frac{dE}{dx}\right) \sim Z^2 \phi(v)$$

može se zaključiti da je domet čestice funkcija njene brzine. Kinetička energija čestice se može napisati kao $\frac{M v^2}{2}$, odakle se može definisati izvod dT koji ima oblik:

$$dT = v\, M\, dv \tag{1.34}$$

Uvrštavanjem ove vrednosti u jednačinu (1.33) i zamenom $\frac{dE}{dx}$ u istu jednačinu, dobija se izraz:

$$R_d = \frac{M}{Z^2} \int_{v}^{0} v^3\, dv \tag{1.35}$$

Kako je $\phi(v) \sim \frac{1}{v^2}$ aproksimativno rešenje integrala (1.35) daje vrednost dometa u funkciji brzine čestice u sledećem obliku

$$R_d \simeq \frac{M}{Z^2} v^4 \tag{1.36}$$

Geiger je empirijski našao vezu između dometa i brzine α-čestice. Ova je veza data sledećom relacijom

$$R_d = \text{const.} \cdot v^3 \tag{1.37}$$

Istina, poslednje dve jednačine znatno se razlikuju jedna od druge, međutim, pri rešavanju integrala u izrazu (1.35) uzeta je vrlo gruba aproksimacija, te se bolja saglasnost teorije i eksperimenta ne može ni očekivati.

Prema vrednostima dometa datog jednačinom (1.36) može se

zaključiti: Ako dve čestice različitih masa imaju jednake brzine u istom medijumu, njihovi će se dometi odnositi na sledeći način:

$$R_{d_1} : R_{d_2} = \frac{M_1}{Z_1^2} : \frac{M_2}{Z_2^2} \tag{1.38}$$

Drugim rečima, ako je domet neke čestice mase M_1 i naelektrisanja Z_1 poznat, moguće je prema (1.38) odrediti domet neke druge čestice određene mase i naelektrisanja u istom medijumu. Međutim, postavlja se problem kako odrediti domet neke čestice mase M_1 u bilo kojem medijumu kada se njen domet u nekoj određenoj sredini zna. Bragg i Kleeman su na osnovu specifičnih gubitaka energije naelektrisane teške čestice dali grubu procenu odnosa dometa za dve različite sredine sledećim izrazom:

$$\frac{R_{d_1}}{R_{d_0}} \simeq \frac{\rho_0 \sqrt{A_1}}{\rho_1 \sqrt{A_0}} \tag{1.39}$$

gde su ρ_0 i ρ_1 gustine materijala, a A_0 i A_1 njihove atomske težine.

1.4.1 Domet α-čestice

Empirijski je nađena veza između dometa i energije za α-česticu u vazduhu i data je sledećim izrazom:

$$R_\alpha[\mathrm{cm}] = 0.318\, E_\alpha^{3/2}; \quad E_\alpha[\mathrm{MeV}] \tag{1.40}$$

Ova relacija važi u domenu energije α-čestice, tj.:

$$3 < E_\alpha < 7 \ [\mathrm{MeV}]$$

Za energije $E_\alpha > 200\,\mathrm{MeV}$ domet α-čestice u vazduhu može se odrediti preko sledećeg obrasca:

$$R_\alpha = \frac{E_\alpha}{37.2} \quad E_\alpha[\mathrm{MeV}] \tag{1.41}$$

gde je R_α dobijeno u [m] kada je energija u [MeV].

Eksperimentalno se domet veoma jednostavno meri. Određuje se broj α-čestica u funkciji debljine apsorbera i nanosi se na grafik. Takav je grafik prikazan na sl. 1.3. Na ordinatu je nanesen intenzitet α-čestice, a na apscisu debljina apsorbera. U početku ove krive intenzitet α-čestica se ne menja sve do određene debljine apsorbera, posle koje intenzitet

počinje naglo da pada. Jedan deo nagiba krive je linearan, dok kraj nagiba krive prelazi u fon. Debljina ap-sorbera koja smanji intenzitet α-zračenja na polovinu od početne vrednosti na-ziva se srednji domet i na slici je obeležen sa R_0. Pored srednjeg dometa uveden je i ekstrapolirani domet, na sl. 1.3 je obeležen sa R_{ext}. Ekstrapolirani domet se dobije kada se linearni nagib krive intenziteta produži (ekstrapolira) do nule. Tačka preseka sa apscisnom osom predstavlja ekstrapolirani domet. Domet se izražava u m; cm; mm; μm; i površinskom gustinom, odnosno [g·cm^{-2}].

1.5 Gubitak energije elektrona pri prolasku kroz materiju

Kada elektron prolazi kroz materiju, on se elastično i neelastično rasejava na elektronskom omotaču atoma i jezgru. U oba pomenuta procesa elektron iz upadnog snopa gubi energiju. U procesu neelastičnog rasejanja na elektronskom omotaču atoma, elektroni iz snopa gube energiju na jonizaciju i ekscitaciju atoma medijuma. Ako se, pak, elektroni neelastično rasejavaju na jezgru, u tom slučaju elektroni emituju elektromagnetno zračenje, poznato pod nazivom zakočno zračenje.

1.5.1 Gubitak energije elektrona na jonizaciju

Kada se razmatra gubitak energije elektrona na jonizaciju, treba imati u vidu da je elektron laka čestica sa jediničnim naelektrisanjem. Prolaskom kroz medijum, budući da ima malu masu, elektron menja svoju trajektoriju. Trag mu nije prava već izlomljena linija. Zatim, interaguje sa česticom koja ima istu masu i naelektrisanje i zbog toga se isti postupak za izračunavanje gubitaka energije po jedinici puta ne može primeniti, kao kod teške čestice. Postupak je sličan, mada ne i isti, pa se ovde neće detaljno analizirati. Prema tome, konačan izraz za gubitak energije elektrona na jonizaciju glasi:

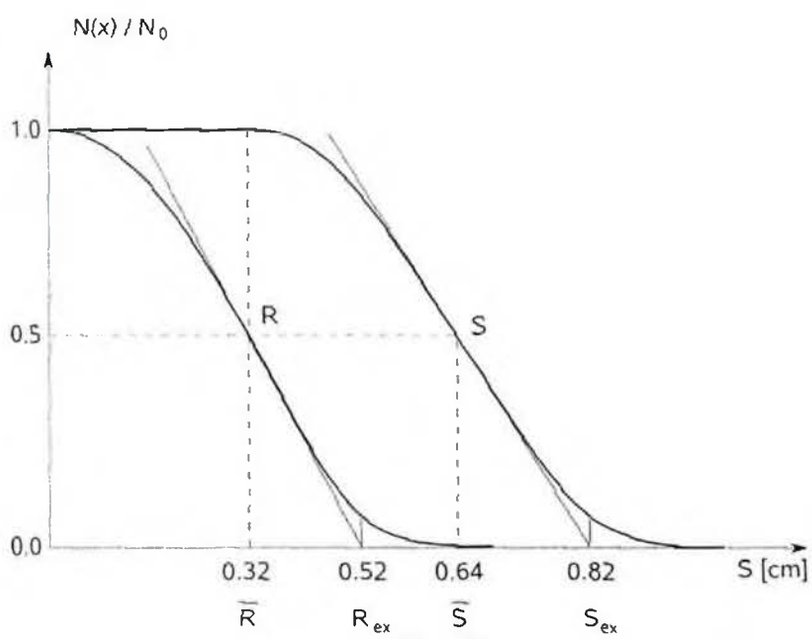
$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{\text{jon}} = \frac{4\pi e^4}{m_e v^2} n_e \left[\ln \frac{m_e v^2 T_e}{2\bar{I}(1-\beta^2)} - \left(2\sqrt{1-\beta^2} - 1 + \beta^2\right) \ln 2 + 1 - \beta \right. \quad (1.42)$$

gde T_e predstavlja relativističku kinetičku energiju elektrona. Ova formula, u poređenju sa izrazom za gubitak energije teške čestice na jonizaciju više ističe relativističke efekte.

1.5.2 Domet elektrona

Potrebno je napomenuti da se gubici energije teške čestice i elektrona na jonizaciju znatno razlikuju. Naime, u interakciji teške čestice i elektrona, maksimalan gubitak energije teške čestice može da iznese $4\left(\frac{m_e}{M_\alpha}\right)E_\alpha$, što je veoma mali gubitak u poređenju sa gubitkom energije elektrona u interakciji sa elektronom ili jezgrom. Pri ovim interakcijama, elektron može da izgubi različite vrednosti energije, od najniže do celokupne. Veliko osipanje vrednosti gubitaka energije elektrona prolaskom kroz apsorber u direktnoj je vezi sa varijacijom dužine traga u odnosu na srednju vrednost. Srednja vrednost traga se definiše:

$$\overline{S}=\int_{x_0}^{0} dx=\int_{E_0}^{0}\left(\frac{dE}{dx}\right)^{-1} dE \qquad (1.43)$$

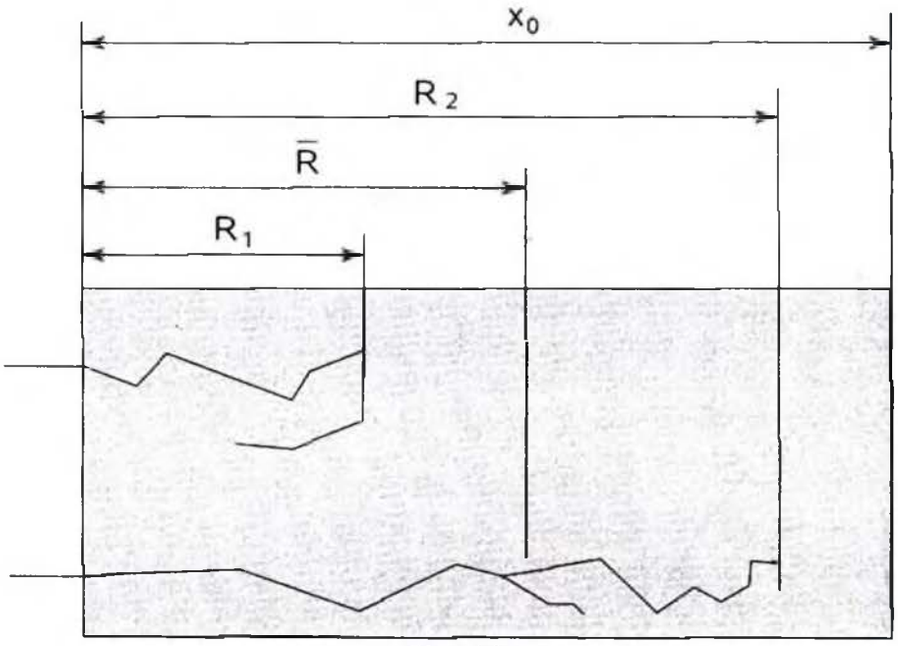


Sl. 1.9.

Izračunata srednja vrednost traga $\overline{S}$, budući da se ne može povezati sa srednjim dometom $\overline{R}$, je kao podatak veoma malo korisna veličina, jer je domet elektrona R uvek po dužini kraći od traga. Po definiciji, srednji

domet predstavlja onu debljinu materijala koja intenzitet upadnog snopa smanji na polovinu. Za snop monoenergijskih elektrona, srednji domet $\bar{R}$ je grubo, polovina srednje vrednosti $\bar{S}$, kao što se vidi sa slike 1.9.

Slika je dobijena kada je apsorber bio gas-kiseonik, sa elektronima energije 0.02 MeV. Sa slike se mogu odrediti srednji ekstrapolirani domet, a isto tako i dužina srednjeg ekstrapoliranog traga monoenergijskih elektrona.



Sl. 1.10.

Semiempirijska formula koja uspostavlja moguću vezu između srednjeg dometa i energije monokinetičkih elektrona data je sledećom vezom:

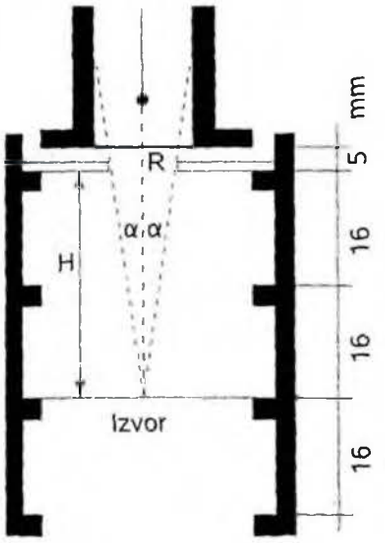
$$R_e = 0.526\, E_e - 0.094;\ E_e\ [\mathrm{MeV}];\ R_e\ [\mathrm{g{\cdot}cm^{-2}}] \qquad (1.44)$$

Formula važi kada je aluminijum apsorber.

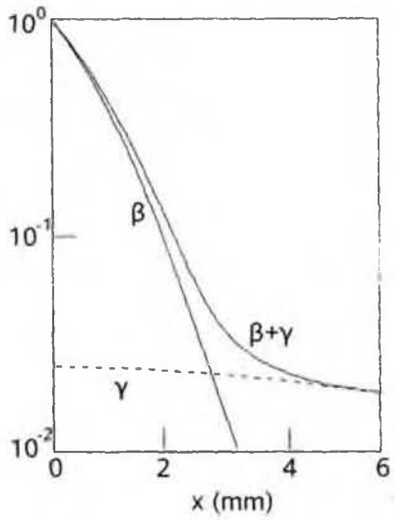
1.5.3. Apsorpcija β-zraka

Elektroni koji nastaju radioaktivnim raspadom nisu monoenergijski, već imaju kontinualan spektar. Ako se β-zraci podvrgnu apsorpcionom merenju, dobija se apsorpciona kriva koja je prikazana na slici 1.12. Kao

što se vidi, broj elektrona u početku se smanjuje eksponencijalno po zakonu $N = N_0 \cdot \exp\left(-\frac{\mu}{\rho}\rho x\right)$ gde je $\frac{\mu}{\rho}$ maseni atenuacioni koeficijent. Kada se debljina apsorbera poveća intenzitet elektrona polako opada prelazeći u fon, koji može da potiče usled γ-zračenja, što prati β-raspad. Ako se od apsorpcione krive oduzme fon, dobija se nova kriva koja preseca apscisnu osu u nekoj tački. Vrednost debljine apsorbera koja odgovara ovoj tački predstavlja domet β-zraka i naziva se maksimalni domet R_{max}.



Sl. 1.11. *Uređaj za merenje apsorpcije.*



Sl. 1.12. *Transmisija β-zraka kroz aluminijum.*

Maksimalni domet R_{max} i $\frac{\mu}{\rho}$ funkcije su maksimalne energije β-zraka E_{max}. Ova se zavisnost može iskoristiti za određivanje maksimalne energije β-zraka, medutim, tačnost je veoma mala. Merenjem apsorpcionih koeficijenata utvrđeno je da je geometrija eksperimenta veoma važna i ako se samo malo izmeni, teško je dobiti ranije izmerene vrednosti. Gleason je eksperimentalno našao vezu između masenog atenuacionog koeficijenta i maksimalne energije β-zraka u sledećem obliku:

$$\mu_m = \frac{\mu}{\rho} = 17.0\, E_{max}^{-1.43} [\mathrm{cm}^2 \cdot \mathrm{g}^{-1}] \tag{1.45}$$

Feather je empirijski našao vezu između maksimalne energije β-zraka E_{max} i dometa u aluminijumu. Ova je veza uspostavljena za različite oblasti energija β-zraka na sledeći način:

$$R_{max} = 0.543\, E_{max} - 0.160 [\mathrm{g \cdot cm^{-2}}]\ ;\ E_{max} \geq 0.8\ \mathrm{MeV} \tag{1.46}$$

Relacija domet-energija može da se proširi i na niže energije kao:

Gledenin $R_{max} = 0.542\, E_{max} - 0.133 [\mathrm{g \cdot cm^{-2}}]\ ;\ E_{max} > 0.8\ \mathrm{MeV}$ (1.47)

$$R_{max} = 0.407\, E_{max} - 1.38 [\mathrm{g \cdot cm^{-2}}]\ ;\ 0.15 < E_{max} < 0.8\ \mathrm{MeV} \tag{1.48}$$

Flammersfeld $R_{max} = 0.11 \left(\sqrt{1 + 4 E_{max}^2} - 1 \right)\ ;\ 0 < E_{max} < 3\ \mathrm{MeV}$ (1.49)

Bleuler i Zünti $R_{max} = 0.571\, E_{max} - 0.161\ ;\ E_{max} > 1\ \mathrm{MeV}$ (1.50)

1.6 Gubici energije naelektrisane čestice na radijacije

1.6.1 Zakočno zračenje

Kada se lakoj naelektrisanoj čestici promeni brzina pod dejstvom Coulomb-ovog polja jezgra ili elektrona iz elektronskog omotača atoma, ona zrači elektromagnetno zračenje. Ovo se zračenje naziva *zakočno zračenje*. Elektron može emitovati zakočno zračenje samo ako poseduje energiju višu od $m_e c^2 (E_e \gg m_e c^2)$. Ako je energija elektrona niža od ove, gubici na radijacije biće neznatni prema gubicima na jonizaciju. Poznato je iz klasične elektromagnetne teorije da je energija koju je izračila naelektrisana čestica proporcionalna kvadratu ubrzanja, što se može predstaviti u sledećoj formi:

$$\left(-\frac{dE}{dt} \right)_{rad} = \frac{2}{3} \cdot \frac{e^2}{c^3} \cdot a^2 \tag{1.51}$$

a kako je $a=\frac{Ze^2}{m_e\rho^2}$, sledi

$$\left(-\frac{dE}{dt}\right)_{rad}=\frac{2}{3}\cdot\frac{e^2}{c^3}\cdot\frac{Z^2e^4}{m_e^2\rho^4} \tag{1.52}$$

Na osnovu klasične elektromagnetne teorije, jasno se vidi da je izračena energija proporcionalna kvadratu rednog broja Z^2 medijuma kroz koji naelektrisana čestica prolazi, a obrnuto proporcionalna kvadratu mase čestice. Drugim rečima, gubici energije na radijacije su daleko veći za lake u odnosu na teške čestice. Na primer, takva zračenja nastaju kada se brzim elektronima bombarduje antikatoda rentgenske cevi. Ovo zračenje ima kontinualni energijski spektar.

Heitler je, primenom kvantne elektrodinamike, izračunao gubitak energije koji odnosi zakočno zračenje kada se brzina elektrona menja pod dejstvom Coulomb-ovog polja jezgra. Prema Heitler-u, vrednost izgubljene energije na radijacije po jedinici puta data je sa:

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{rad}=N\int_0^{\nu_0}h\nu\phi(E_0,\nu)d\nu \tag{1.53}$$

gde je N broj atoma po jedinici zapremine [cm^3], $\Phi(E_0, \nu)$ predstavlja presek ili verovatnoću zračenja i grubo je proporcionalan sa $\frac{1}{\nu}$; E_0 je energija upadne čestice, a ν frekvencija emitovanog zračenja. Ako se u izraz (1.53) uvede presek Φ_{rad}, gubitak energije po jedinici puta na radijacije može se izraziti kao:

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{rad}=N\,E_0\Phi_{rad} \tag{1.54}$$

gde je Φ_{rad} dat sledećim integralom

$$\Phi_{rad}=\frac{1}{E_0}\int_0^{\nu_0}h\nu\phi(E_0,\nu)d\nu \tag{1.55}$$

Rešavanjem integrala (1.55) za energijski interval

$$m_ec^2\ll E_0\ll 137\,m_ec^2\cdot Z^{-1/3}$$

dobija se

$$\Phi_{rad}=\overline{\Phi}\left(4\ln\frac{2E_0}{m_e c^2}-\frac{4}{3}\right) \tag{1.56}$$

gde je

$$\overline{\Phi}=\frac{Z(Z+1)}{137}\left(\frac{e^2}{m_e c^2}\right)^2[\mathrm{cm}^2] \tag{1.57}$$

U prethodnom izrazu Z je redni broj medijuma kroz koji elektron prolazi. U slučaju kada je $E_0 \gg 137 m_c^2 \cdot Z^{-\frac{1}{3}}$, Φ_{rad} će imati vrednost

$$\Phi_{rad}=\overline{\Phi'}\left[4\ln 183\cdot Z^{-\frac{1}{3}}+\frac{2}{9}\right] \tag{1.58}$$

gde je

$$\overline{\Phi'}=\frac{Z(Z+\xi)}{137}\left(\frac{e^2}{m_e c^2}\right)^2[\mathrm{cm}^2] \tag{1.59}$$

ξ se obično daje u tabelama, a $\frac{e^2}{m_e c^2}$ je radijus elektrona r_0. Ako se vrednosti (1.55) i (1.56) uvrste u (1.54) dobija se konačna vrednost za gubitak energije elektrona na radijacije po jedinici puta u sledećem obliku:

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{rad}=\frac{N Z^2 r_0^2}{137}E_0\left(4\ln\frac{2E_0}{m_e c^2}-\frac{4}{3}\right) \tag{1.60}$$

Prema (1.60) može se zaključiti da je gubitak energije elektrona na radijacije proporcionalan sa Z^2 i linearno se povećava sa energijom elektrona E_0.

Gubitak energije na jonizaciju proporcionalan je linearno sa rednim brojem Z, a obrnuto proporcionalan sa energijom. Na višim energijama elektrona su, zbog toga, gubici energije elektrona po jedinici puta na zakočno zračenje veći, a na nižim energijama elektrona gubici energije elektrona po jedinici puta na jonizaciju i ekscitaciju atoma preovlađuju. Prema tome, postoji neka kritična energija na kojoj su ove dve vrste gubitaka energije elektrona međusobno jednake. Bethe i Heitler su dali aproksimativnu relaciju za kritičnu energiju, koja glasi:

$$E_{kr} = \frac{800}{Z}[\mathrm{MeV}] \tag{1.61}$$

Dali su, takođe, izraz za odnos radijacionih i jonizacionih gubitaka energija elektrona u sledećoj formi:

$$\frac{\left(\frac{dE}{dx}\right)_{rad}}{\left(\frac{dE}{dx}\right)_{jon}} = \frac{E_0 Z}{800}\ ; \quad E_0[\mathrm{MeV}] \tag{1.62}$$

Za veoma visoke energije elektrona koristeći se jednačinama (1.54), (1.58) i (1.59) može se lako odrediti gubitak energije na radijacije u odnosu na upadnu energiju elektrona na sledeći način:

$$-\frac{dE_0}{E_0} = \frac{dx}{X_0} \tag{1.63}$$

gde je

$$\frac{1}{X_0} = \frac{4Z^2N}{137} \cdot r_0^2 \ln 183 \cdot Z^{-\frac{1}{3}} \tag{1.64}$$

Integracijom izraza (1.63) dobija se

$$E = E_0 \cdot \exp\left(-\frac{x}{X_0}\right) \tag{1.65}$$

Ova jednačina je tačna kada su gubici energije elektrona na radijacije daleko veći od gubitaka energije na jonizaciju. Veličina X_0 naziva se radijaciona dužina, a zavisi od rednog broja Z i gustine medijuma.

1.6.2 Zračenje Čerenkova

Ispitujući luminescentna svojstva rastvora uranovih soli, izlažući ih dejstvu γ-zraka Ra, Čerenkov je otkrio novi vid zračenja koje se nije moglo objasniti običnim mehanizmom fluorescencije. Ovo je zračenje dobilo naziv po pronalazaču *zračenje Čerenkova*.

Teorijsko tumačenje ovog, novog zračenja, zračenja Čerenkova, dali su I. E. Tam i I. M. Frank na osnovu klasične elektrodinamike. Iz teorije sledi da zračenje Čerenkova može proizvesti svaka naelektrisana čestica

u nekoj sredini pod uslovom da je njena brzina v veća od fazne brzine svetlosti u istoj sredini. Ovo se može izraziti kao:

$$v > u = \frac{c}{n}\ ; \quad c = 3 \cdot 10^8\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} \tag{1.66}$$

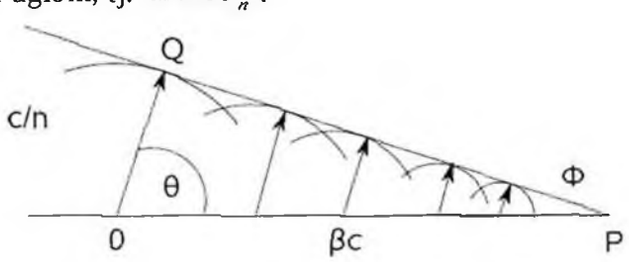
gde je n indeks prelamanja svetlosti.

Uslov će očigledno biti ispunjen kada je indeks prelamanja svetlosti n veći od jedinice.

Poreklo zračenja Čerenkova leži u depolarizaciji polarizovanih dipola, koje naelektrisana čestica polarizuje krećući se kroz medijum brzinom većom od fazne brzine svetlosti.

Karakteristično je da pravac prostiranja zračenja Čerenkova zavisi od energije upadne čestice. Posle emisije, elektromagnetni talasi Čerenkova obrazuju front koji ima konusnu formu sa otvorom od 2Φ kao što je na sl. 1.13 prikazano.

Naelektrisana čestica kreće se po osi konusa. Pravac emitovanog elektromagnetnog zračenja zaklapa ugao θ sa pravcem kretanja čestica, gde kosinus ovog ugla ima vrednost $\cos\theta = \frac{1}{n\beta}$, pri čemu je $\beta = \frac{v}{c}$, a n je indeks prelamanja svetlosti. Na osnovu pravca prostiranja zračenja Čerenkova moguće je odrediti energiju upadne čestice, jer β može da varira samo u granicama $\frac{1}{n} < \beta < 1$. Kada je $\beta = \frac{1}{n}$, svetlost će se prostirati pod uglom od 0°, a kada je $\beta = 1$, svetlost će se prostirati pod maksimalnim uglom, tj. $\arccos\frac{1}{n}$.



Sl. 1.13. *Konstrukcija fronta zračenja Čerenkova koji ima konusni otvor od 2Φ.*

Frank i Tam su pokazali da su gubici energije naelektrisane čestice na zračenje Čerenkova dati sledećim izrazom:

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{Čer} = \frac{4\pi^2 Z^2 e^2}{c^2} \int_0^{\nu_{max}} \left(1 - \frac{1}{\beta^2 n^2}\right) \nu \, d\nu \qquad (1.67)$$

gde je Z_e naelektrisanje upadne čestice, c brzina svetlosti, n indeks prelamanja svetlosti, ν frekvencija emitovane svetlosti, a $\beta = \frac{v}{c}$. gornji integral je dat po svim frekvencijama elektromagnetnog zračenja, emitovanog pri uslovu da je $\beta n > 1$.

Svetlost Čerenkova po talasnim dužinama nalazi se na granici plavog dela vidljivog spektra.

Gubici energije naelektrisane čestica na zračenje Čerenkova obično su mali u poređenju sa gubicima energije na jonizaciju i ekscitaciju sredine, ali mogu biti značajni za relativističke čestice.

Srednji broj emitovanih kvanata N u nekoj uskoj spektralnoj oblasti, koja je određena talasnim dužinama od λ_1 do λ_2, kada naelektrisana čestica pređe put dužine l iznosi

$$N = \frac{4\pi^2 Z^2 e^2}{\hbar c} \cdot l \left(1 - \frac{1}{\beta^2 n^2}\right)\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right) \qquad (1.68)$$

Na primer, ako se prema ovom obrascu izračuna koliko će fotona zračenje Čerenkova emitovati voda kada kroz nju prođe relativistički elektron na dužini od 1 cm, račun pokazuje da broj fotona iznosi 10 kada je interval talasnih dužina uzet od 400 do 600 nm.

1.7 Prolaz elektromagnetnog zračenja kroz materiju

Kada elektromagnetno zračenje prolazi kroz materiju, može nastati više vrsta interakcija zračenja i elektrona iz elektronskog omotača atoma ili, između zračenja i jezgra atoma. Osnovne vrste interakcije mogu se opisati pomoću tri efekta:

1. Fotoefekat
2. Rasejanje elektromagnetnog zračenja na slobodnom ili vezanom elektronu (Thomson-ovo, Compton-ovo i Rayleigh-evo)
3. Produkcija para elektron-pozitron.

Ovi su efekti najviše odgovorni za smanjenje intenziteta snopa fotona pri prolasku kroz neki medijum. Ostali efekti koji mogu nastati u interakciji elektromagnetnog zračenja sa jezgrom su zanemarljivo mali u odnosu na pomenute.

1.7.1 Fotoefekat

Kod fotoefekta kvant elektromagnetnog zračenja interaguje sa vezanim elektronom predajući mu svu svoju energiju i nestaje. Deo energije fotona odlazi na izbacivanje elektrona iz elektronskog omotača atoma, a ostatak energije fotona predstavlja kinetičku energiju slobodnog elektrona, što se može izraziti sledećom formulom:

$$E_\gamma = E_i^v + T_e \qquad (1.69)$$

gde E_i^v predstavlja energiju veze elektrona u i-tom sloju elektronskog omotača atoma, a T_e je kinetička energija slobodnog elektrona. Na osnovu (1.69) može se zaključiti da je fotoefekat moguć samo kada je energija upadnog fotona veća od vezivne energije elektrona i-tog sloja u elektronskom omotaču atoma, tj. kada je $E_\gamma > E_i^v$.

Usled fotoefekta smanjuje se broj elektrona u elektronskom omotaču atoma. Nedostatak elektrona u omotaču izaziva pregrupisavanje elektrona, što je praćeno emisijom karakterističnog X-zračenja. X-zraci takođe mogu izazvati fotoefekat uz emisiju elektrona. Ovi elektroni se nazivaju Auger-ovi elektroni.

Na osnovu zakona održanja energije i impulsa, fotoefekat se javlja samo na vezanom elektronu. Da bi se ovo dokazalo, može se pretpostaviti da je fotoefekat moguć na slobodnom elektronu. Ako se pođe od ove pretpostavke, potrebno je u jednačini (1.69) staviti da je $E_i^v = 0$ i zanemariti impuls uzmaknutog atoma. U tom slučaju zakon održanja energije i impulsa može se predstaviti na sledeći način:

$$E_\gamma = m_e c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) \text{ i } \frac{E_\gamma}{c} = \frac{m_e \beta c}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad (1.70)$$

Ako se stavi da je

$$\frac{E_\gamma}{c^2} = m_e \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) = \frac{m_e \beta}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

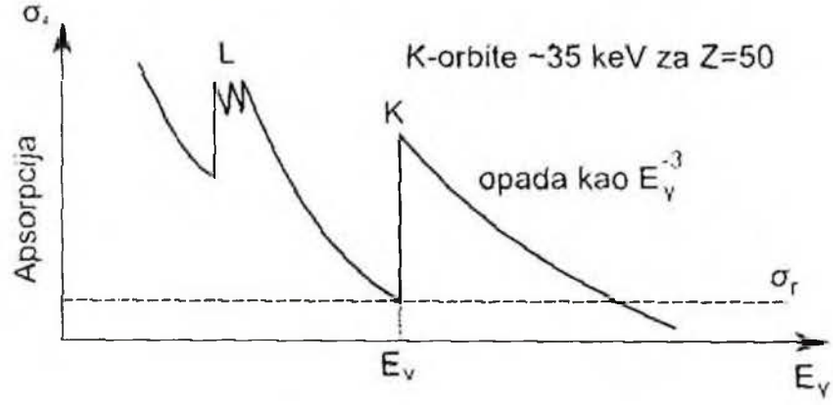
iz ove jednakosti sledi

$$m_e\left(\sqrt{1-\beta^2}\right)=m_e(1-\beta) \qquad (1.71)$$

Na osnovu dobijene jednakosti može se zaključiti da je zadovoljena samo za $\beta = 0$ ili $\beta = 1$. Prvi slučaj je trivijalan i zadovoljen je kada je $E_\gamma = T_e = 0$. Drugi slučaj nema smisla, jer je masa elektrona različita od nule. Iz ove analize sledi:

1. Fotoefekat je jedino moguć na vezanom elektronu
2. Ukoliko je energija vezivanja elektrona u elektronskom omotaču atoma veća, utoliko je verovatnoća za nastajanje fotoefekta veća.

Verovatnoća nastanka fotoefekta meri se presekom. Poznato je da presek za fotoefekat zavisi od rednog broja medijuma u kojem se javio, od upadne energije fotona E_γ i od vezivne energije elektrona u elektronskom omotaču atoma. Ako se presek za fotoefekat, za određeno Z, predstavi u funkciji energije upadnog fotona, dobija se grafik kao na sl. 1.14. Kao što se vidi, za visoke energije fotona, elektron u elektronskom omotaču atoma je slabo vezan, pa je i presek za fotoefekat mali, što je u saglasnosti sa prethodno izvedenim zaključkom. Sniženje energije upadnog fotona raste odnos $\frac{E_k^e}{E_\gamma}$ a presek fotoefekta raste za K-sloj. U trenutku kada je ovaj odnos jednak jedinici, presek fotoefekta u K-sloju brzo teži nuli, ali je različit od nule za druge slojeve elektrona u elektronskom omotaču atoma.



Sl. 1.14. *Promena preseka za fotoefekat u zavisnosti od upadne energije fotona.*

Kriva koja predstavlja presek fotoefekta za svaki elektronski sloj u atomu opada obrnuto proporcionalno trećem stepenu energije fotona. Ovo se može predstaviti kao $\frac{1}{E_\gamma^3}$, a zavisnost sumarnog preseka za sve slojeve elektrona u elektronskom omotaču atoma može se predstaviti kao $\sigma_f \sim \frac{1}{E_\gamma^{7/2}}$. Kada je $E_\gamma \gg E_K^\nu$, zavisnost preseka fotoefekta grubo se može dati kao $\sigma_f \sim \frac{1}{E_\gamma}$. Treba napomenuti da je presek fotoefekta još i u funkciji rednog broja medijuma (u kojem se javlja) na peti stepen, tj. funkcija od Z^5.

Presek fotoefekta može se izračunati primenom kvantne elektrodinamike za različite slojeve elektrona u atomu i razne energije fotona. Ovde će biti dati preseci za K-sloj koji se mogu primeniti za različite oblasti energija fotona i oni imaju sledeću formu:

$$\sigma_f^K = 10^{-9} \frac{Z^5}{E_\gamma^{7/2}} \quad \text{za} \quad m_e c^2 > E_\gamma > E_K^\nu \left[\frac{\text{barn}}{\text{atom}} \right] \tag{1.72}$$

i

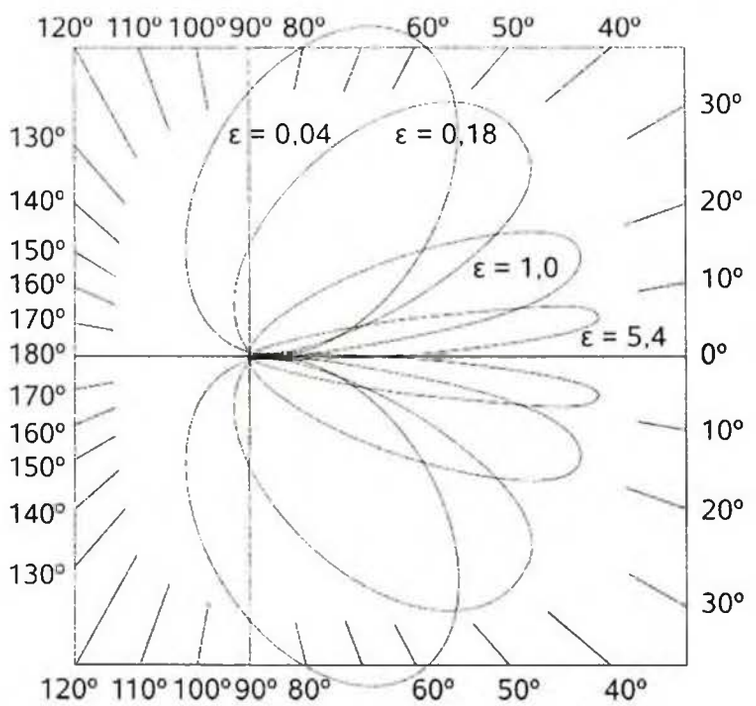
$$\sigma_f^K = 1.45 \cdot 10^{-9} \frac{Z^5}{E_\gamma} \quad \text{za} \quad m_e c^2 < E_\gamma \left[\frac{\text{barn}}{\text{atoma}} \right] \tag{1.73}$$

Date formule nisu dovoljno tačne i danas se ne koriste za izračunavanje preseka, ali su dovoljno dobre da se uoči zavisnost preseka fotoefekta od rednog broja Z i energije E_γ upadnog fotona. Preseci dati izrazima (1.72) i (1.73) važe za K-sloj, međutim, slične se formule mogu dobiti i za ostale slojeve elektrona u atomu. Na osnovu izračunatih preseka za fotoefekat, može se uspostaviti odnos između preseka za razne slojeve elektrona u elektronskom omotaču atoma, čime se dobija predstava o tome koliko je puta verovatnoća nastanka fotoefekta veća u jednom, nego u drugom elektronskom sloju. Ovi su odnosi dati kao:

$$\frac{\sigma_f^L}{\sigma_f^K} \sim \frac{1}{5}; \quad \frac{\sigma_f^M}{\sigma_f^L} \sim \frac{1}{4}; \quad \left| \text{tj.} \frac{\sigma_M}{\sigma_K} \sim \frac{1}{20} \right| \tag{1.74}$$

Treba napomenuti da su upoređeni preseci izračunati za istu sredinu i istu energiju upadnog fotona. Grubom procenom preseka moguće je zaključiti da od ukupne verovatnoće za fotoefekat, računate za ceo atom, 80% otpada na fotoefekat u K-sloju, a preostalih 20% predstavljaju verovatnoću nastanka fotoefekta u svim ostalim slojevima atoma.

Prema diferencijalnom preseku za fotoefekat, emitovani elektroni su simetrično raspoređeni u odnosu na električni vektor $\vec{E}$ upadnog elektromagnetnog zračenja (i to po zakonu $\cos^2\theta$). Za energiju upadnog zračenja $E_\gamma \ll m_e c^2$ pravac maksimalne distribucije emitovanih elektrona zahvata ugao od 90° u odnosu na upadno zračenje. Kako energija upadnog zračenja raste, tako se i distribucija emitovanih elektrona usmerava u pravcu upadnog elektromagnetnog zračenja kao što je to prikazano na slici 1.15.



Sl. 1.15. *Ugaona distribucija elektrona emitovanih posle fotoefekta* $\varepsilon\ [E_\gamma / m_0c^2]$.

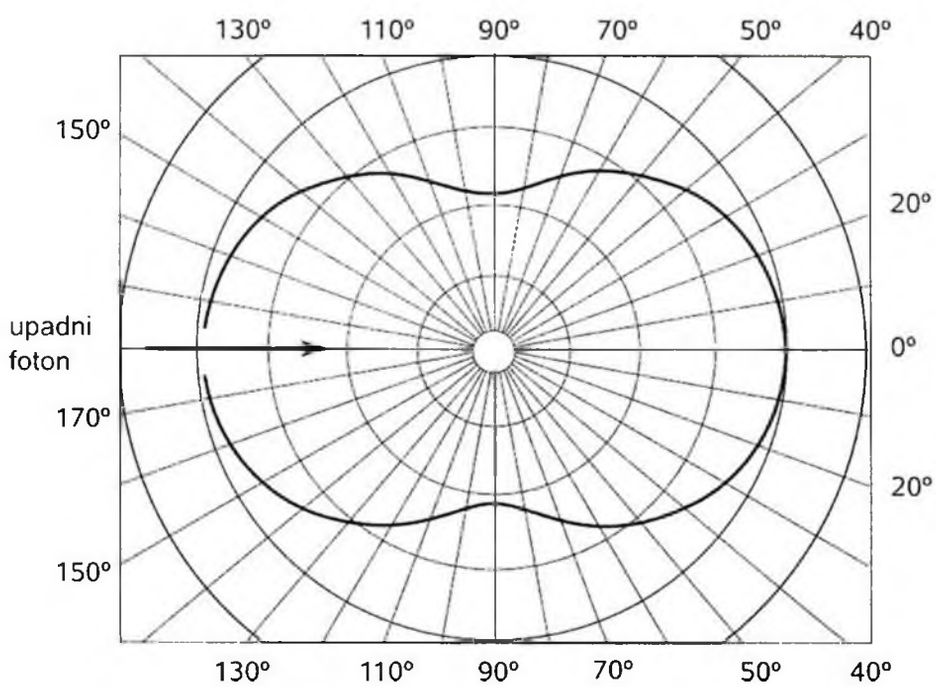
Fotoelektrična apsorpcija ima izvanrednu primenu u nuklearnoj spektroskopiji za merenje γ-prelaza, a isto i za određivanje njihovih intenziteta.

1.7.2 Elastično rasejanje elektromagnetnog zračenja na elektronu

Kod fotoefekta je bitno da elektron bude vezan. U procesima elastičnog rasejanja, međutim, elektron može biti i slobodan, a i vezan. Thomson-ovo rasejanje i Compton-ov efekat javljaju se na slobodnom, dok se Rayleigh-ovo rasejanje javlja na vezanom elektronu.

U slučaju Thomson-ovog rasejanja kvant elektromagnetnog zračenja pobuđuje na oscilovanje slobodni elektron (u miru). Elektron oscilujući emituje elektromagnetno zračenje iste talasne dužine kao i upadno, ali je pravac emitovanja pomeren za mali ugao u odnosu na upadno zračenje. Iz elektromagnetne teorije sledi da će presek za Thomson-ovo rasejanje biti

$$\sigma_{Th} = \frac{8}{3}\pi\left(\frac{e^2}{m_e c^2}\right)^2 = \frac{8}{3}\pi R_0^2 \tag{1.75}$$



Sl. 1.16. *Rasejanje elektromagnetnog zračenja na slobodnom elektronu ili ugaona raspodela posle rasejanja.*

Iz formule se vidi da je Thomson-ovo rasejanje direktno proporcionalno kvadratu radijusa elektrona r_0, a isto tako je očigledno da ovo rasejanje ne zavisi od energije upadnog zračenja.

Ugaona zavisnost Thomson-ovog rasejanja može se grubo predstaviti formulom

$$I \simeq \text{const.}(1+\cos^2\phi) \tag{1.76}$$

gde je Φ ugao rasejanja, a meri se u odnosu na pravac upadnog zračenja. Grafički prikaz Thomson-ovog rasejanja dat je na slici 1.16.

Elastično rasejanje elektromagnetnog zračenja može se dogoditi i na vezanom elektronu. Ovakvo se rasejanje naziva Rayleigh-evo rasejanje. Pri ovom rasejanju upadno elektromagnetno zračenje pobuđuje na oscilovanje vezane elektrone, posle čega isti emituju novo zračenje koje je iste talasne dužine kao i upadno elektromagnetno zračenje.

Presek za Rayleigh-ovo rasejanje vrlo brzo opada sa energijom upadnog zračenja i kada je $h\nu = m_e c^2$ vrlo je blizak nuli.

Pravac emitovanog zračenja uglavnom je upravljen u pravcu upadnog snopa, tj. uglovi Rayleigh-ovog rasejanja imaju male vrednosti.

Compton-ovo rasejanje

U ovom se procesu elektromagnetno zračenje rasejava na slobodnom elektronu. Rasejano elektromagnetno zračenje je nekoherentno, jer talasna dužina rasejanog zračenja zavisi od ugla rasejanja. Compton je na osnovu kvantne mehanike objasnio nastanak nekoherentnog rasejanja elektromagnetnog zračenja na slobodnom elektronu. Prema ovom razmatranju, kvanti elektromagnetnog zračenja, fotoni, tretiraju se kao čestice koje se elastično rasejavaju na slobodnim elektronima, kao što je to na slici 1.17 prikazano. Prilikom elastičnog rasejanja fotona na slobodnom elektronu mora da važi zakon održanja impulsa i energije, što je iskazano sledećim jednačinama

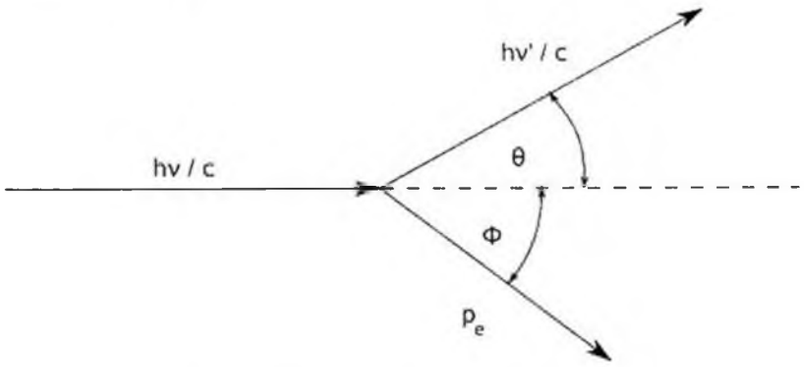
$$h\nu = h\nu' + T_e \tag{1.77}$$

i

$$\frac{\overrightarrow{h\nu}}{c} = \frac{\overrightarrow{h\nu'}}{c} + \frac{\overrightarrow{m_e \cdot \beta c}}{\sqrt{1-\beta^2}} \tag{1.78}$$

gde je $h\nu$ energija upadnog fotona, a $h\nu'$ energija rasejanog fotona, T_e je

kinetička energija uzmaknutog elektrona, m_e je masa elektrona, c je brzina svetlosti, a $\beta=\frac{v}{c}$.



Sl. 1.17. *Compton-ovo rasejanje.*

Koristeći se navedenim jednačinama lako se može odrediti razlika talasnih dužina rasejanog i upadnog elektromagnetnog zračenja i ona iznosi

$$\Delta\lambda=\lambda'-\lambda=\Lambda(1-\cos\theta)=2\Lambda\sin^2\frac{\theta}{2} \tag{1.79}$$

gde su λ' i λ talasne dužine rasejanog i upadnog elektromagnetnog zračenja (γ-zraka), a $\Lambda=\frac{h}{m_e c}=2.42\cdot10^{-10}$ cm je Compton-ova talasna dužina elektrona. Prema (1.79) talasna dužina rasejanog zraka raste sa povećanjem ugla rasejanja, kao što se iz navedenog sledećeg primera veoma jasno vidi:

$$\text{za}\ \begin{matrix}\theta=0\\ \Delta\lambda=0\end{matrix};\quad \text{za}\ \begin{matrix}\theta=\frac{\pi}{2}\\ \Delta\lambda=\Lambda\end{matrix};\quad \text{za}\ \begin{matrix}\theta=\pi\\ \Delta\lambda=2\Lambda\end{matrix}$$

Iz navedenih primera očigledno je da promena talasne dužine isključivo zavisi od ugla rasejanja, a ne od talasne dužine upadnog elektromagnetnog zračenja. Upravo to je razlog što Compton-ovo rasejanje nije karakteristično za dugotalasno elektromagnetno zračenje, jer ako je $\Delta\lambda\ll\lambda$; teško je zapaziti promenu talasne dužine rasejanog zračenja. Međutim, kod kratkotalasnog elektromagnetnog zračenja, kada

je $\Delta\lambda \simeq \lambda$; promena talasne dužine posle rasejanja može se daleko lakše zapaziti.

Koristeći se jednačinama (1.77) i (1.78) može se odrediti energija rasejanog elektromagnetnog zračenja i ona iznosi

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_e c^2}(1 - \cos\theta)} \tag{1.80}$$

gde je $h\nu$ energija upadnog fotona, θ je ugao rasejanja, m_e je masa elektrona, a c je brzina svetlosti. Pomoću (1.77) i (1.78) takođe se može odrediti energija uzmaknutog elektrona i ona će biti

$$T_e = h\nu \frac{2\alpha\cos^2\phi}{(1+\alpha)^2 - \alpha^2\cos^2\phi} \tag{1.81}$$

gde je $\alpha = \frac{h\nu}{m_e c^2}$; a Φ je ugao između pravca uzmaknutog elektrona i pravca upadnog fotona.

Problemi koji su vezani za određivanje preseka za Compton-ovo nisu ni malo prosti. Ove su probleme rešili Klein i Nishina i izračunali presek za Compton-ovo rasejanje. Presek totalnog Compton-ovog rasejanja može se izraziti na sledeći način

$$\sigma_{Comp} = 2\pi r_0^2 \left\{ \frac{1+\alpha}{\alpha^2}\left[\frac{2(1+\alpha)}{1+2\alpha} - \frac{1}{\alpha}\ln(1+2\alpha)\right] + \frac{1}{2\alpha}\ln(1+2\alpha) - \right. \tag{1.82}$$

gde je r_0 radijus elektrona, a $\alpha = \frac{h\nu}{m_e c^2}$. Na slici 1.18 predstavljen je totalni presek za Compton-ovo rasejanje.

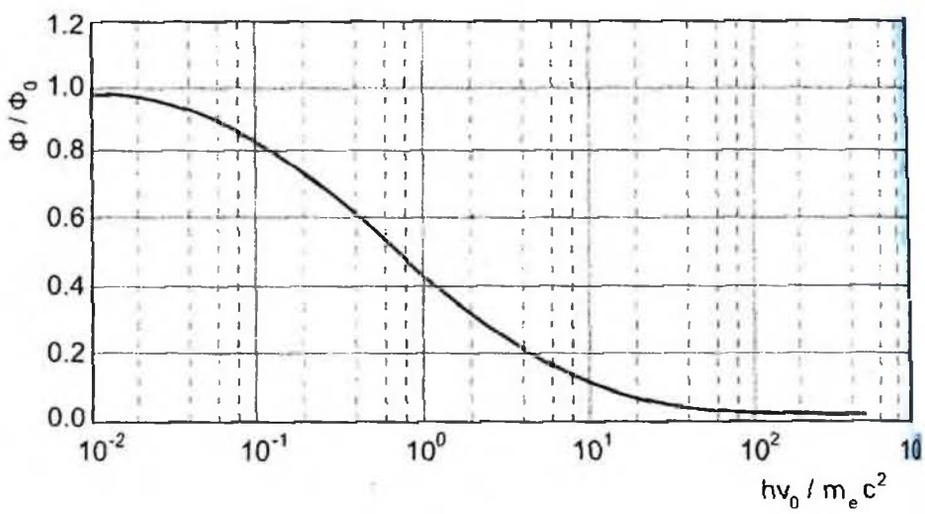
Mogu se napisati i manje komplikovani izrazi za totalni presek Compton-ovog rasejanja pod uslovom da je $\alpha \ll 1$; izraz za presek može se tada napisati u sledećem obliku

$$\sigma_C = \sigma_{Th}\left(1 - 2\alpha + \frac{26}{5}\alpha^2 + \ldots\right) \tag{1.83}$$

gde je $\sigma_{Th} = \frac{8}{3}\pi\left(\frac{e^2}{m_e c^2}\right)^2$.

Za $\alpha \gg 1$ presek je dat kao

$$\sigma_C = \pi r_0^2 \cdot \frac{1}{\alpha}\left(\frac{1}{\alpha} + \ln 2\alpha\right) \qquad (1.8)$$



Sl. 1.18. Presek za Compton-ovo rasejanje u zavisnosti od energije upadnog fotona.

1.7.3 Stvaranje para elektron-pozitron

U slučaju fotoefekta foton potpuno nestaje, tj. celokupnu svoju energiju utroši na izbacivanje elektrona iz elektronskog omotača atoma kao i na kinetičku energiju uzmaklog elektrona. U slučaju Compton-ovog efekta, foton predaje samo deo svoje energije slobodnom elektronu, a kod stvaranja para (elektron-pozitron) celokupna energija fotona se utroši na kreaciju ovih čestica kao i na njihovu kinetičku energiju. Da bi se ovaj efekat javio, energija fotona mora biti veća od $2m_ec^2$. Prema zakonu održanja energije i impulsa, efekat stvaranja para ne može se javiti u vakuumu. Može se desiti isključivo u prisustvu jezgra atoma ili elektrona.

Ako se proces stvaranja parova dešava u Coulomb-ovom polju jezgra, energija praga E_0 fotona, koja je potrebna da bi se par elektron-pozitron mogao obrazovati praktično ima sledeću vrednost

$$E_0 = 2m_e c^2 = 1.02\ \text{MeV} \tag{1.85}$$

Za obrazovanje para elektron-pozitron u prisustvu elektrona, energija praga raste i iznosi

$$E_0 = 4m_e c^2 = 2.04\ \text{MeV} \tag{1.86}$$

Par elektron-pozitron može nastati pod dejstvom dva fotona, ako je ispunjen uslov da je njihova ukupna energija

$$(E_{\gamma_1} + E_{\gamma_2}) \geq 2m_e c^2$$

ili pri sudaru dva elektrona ako je njihova totalna (kinetička) energija $E_e > 7m_e c^2$.

Presek za stvaranje para elektron-pozitron ima vrlo složenu formu i može se u analitičkom vidu predstaviti samo u domenu energija $5m_e c^2 < E_\gamma < 50m_e c^2$. Ovaj presek je aproksimativno dat kao

$$\sigma_p \sim Z^2 \ln E_\gamma \tag{1.87}$$

Kada je energija $E_\gamma < 5m_e c^2$ i $E_\gamma > 50m_e c^2$ presek raste sporije sa povećanjem energije fotona.

Produkcija parova objašnjava se Dirac-ovom teorijom elektrona. Dirac-ova relativistička kvantna mehanika opisuje osobine elektrona, tumači finu strukturu vodonikovog spektra i pokazuje da elektron može posedovati i stanja sa negativnom energijom. Elektron, čija je energija mirovanja $m_e c^2$, ima totalnu energiju

$$E^2 = (T + m_e c^2)^2 = p^2 c^2 + m_e^2 c^4$$

ili

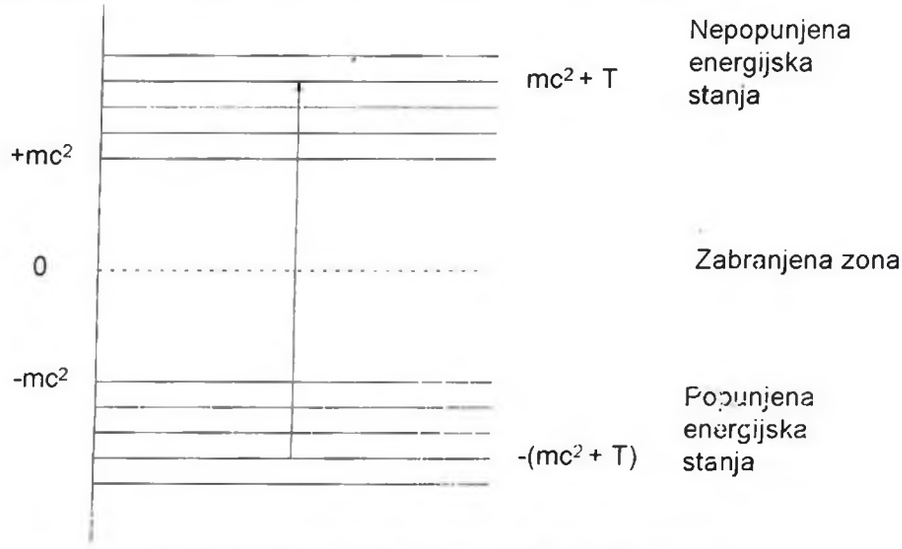
$$E = \pm\sqrt{p^2 c^2 + m_e^2 c^4}\ ;$$

što znači da elektron može zaposesti sva stanja sa pozitivnom energijom od $m_e c^2$ do $+\infty$ i sva stanja sa negativnom energijom od $-m_e c^2$ do $-\infty$. Sa klasične tačke gledišta, stanja sa negativnom energijom nemaju fizičkog smisla, međutim, sa stanovišta Dirac-ove kvantne mehanike takva stanja su moguća. Prema Dirac-u, ona su popunjena elektronima, otuda su spontani prelazi totalno zabranjeni i zbog toga se ne zapažaju u eksperimentu.

Stanja sa pozitivnom energijom nisu sva zaposednuta elektronima, između njih se mogu desiti prelazi i zbog toga se eksperimentalno zapažaju.

Razmak između ove dve energijske zone iznosi (v. sl. 1.19) $2m_ec^2$. Prelazi elektrona iz jedne u drugu zonu mogući su samo pod određenim uslovima. Prelaz elektrona iz stanja sa negativnom energijom u stanja sa pozitivnom energijom moguć je samo pod uslovom kada mu se preda energija koja je veća od širine zabranjene zone, tj. kada je $E_\gamma > 2m_ec^2$. Foton čija je energija $E_\gamma > 2m_ec^2$ može podići elektron iz stanja sa negativnom u stanje sa pozitivnom energijom. Nedostatak elektrona u stanju sa negativnom energijom čini ga električno pozitivnim, tj. rupa u stanju sa negativnom energijom je električno pozitivna. Drugim rečima, foton sa energijom $E_\gamma > 2m_ec^2$ formira rupu sa jediničnim pozitivnim naelektrisanjem pozitron i elektron.

Prelaz elektrona iz stanja sa pozitivnom u stanja sa negativnom energijom moguć je ako u stanju sa negativnom energijom postoji manjak elektrona, tj. ako postoje rupe. U tom slučaju elektron popunjava rupu, "anihilira" se. Ovaj proces je praćen emisijom dva kvanta energije od 0.511 MeV. Kvanti zračenja se emituju pod uglom od 180°.



Sl. 1.19. *Energijska šema elektronskih stanja.*

1.7.4 Opšti karakter interakcije elektromagnetnog zračenja i materije

Kada se razmatra interakcija elektromagnetnog zračenja i materije, u ovom slučaju γ-zraka, uvek se moraju imati u vidu tri osnovna procesa:

fotoefekat, Compton-ov efekat, kao i efekat stvaranja para elektron-pozitron. Ova su tri procesa odgovorna za gubitak energije fotona i za smanjenje broja fotona iz upadnog snopa, kada γ-zraci prolaze kroz neki materijal određene debljine.

Sumarni presek za sva tri procesa može se predstaviti u vidu

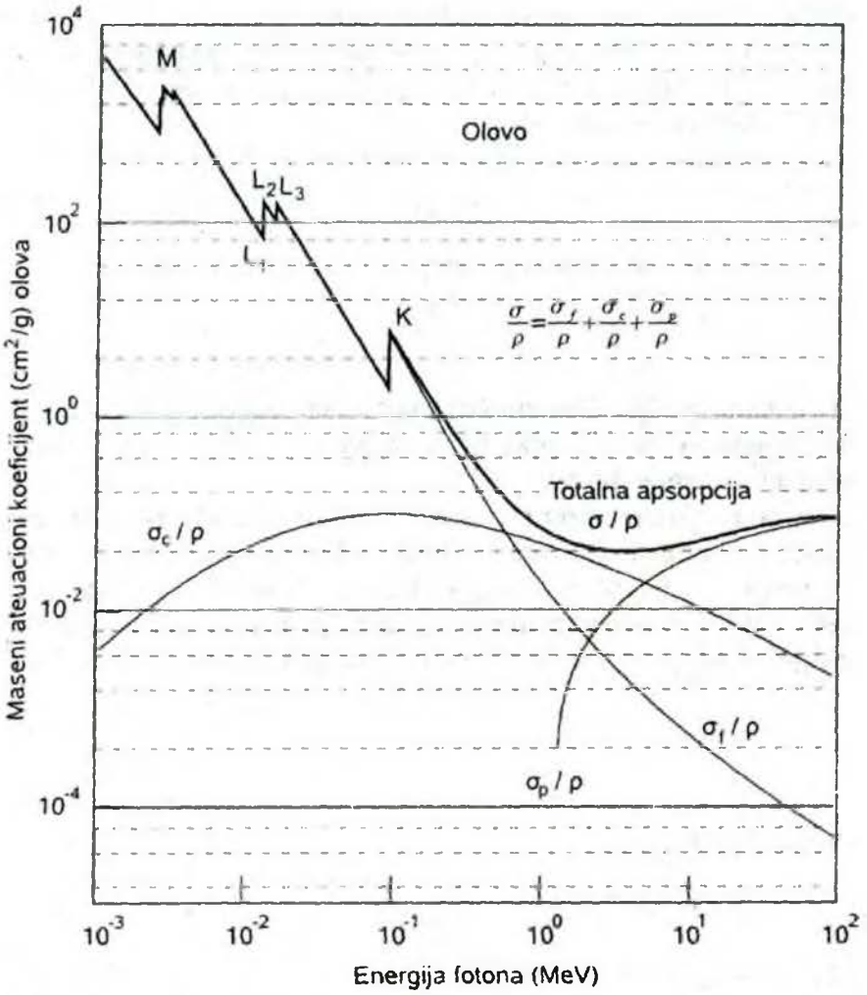
$$\sigma = \sigma_f + \sigma_c + \sigma_p \tag{1.88}$$

gde su preseci za svaki proces posebno, aproksimativno dati

$$\sigma_f \sim \frac{Z^5}{E_\gamma^{\frac{7}{2}}}; \qquad \sigma_c \sim \frac{Z}{E_\gamma}; \qquad \sigma_p \sim Z^2 \ln E_\gamma$$

Grafičkim predstavljanjem sva tri procesa dobija se forma kao na sl. 1.20. Očigledno je da presek za fotoefekat vrlo brzo opada sa povećanjem energije fotona.

Presek za Compton-ov efekat, međutim, ima blaži pad, dok presek za efekat para počinje da raste tek posle neke određene energije i vrlo se brzo menja sa porastom energije fotona. Rezultujuća suma ova tri preseka data je posebnom krivom. Zanimljivo je da rezultantna kriva pokazuje na jednom svojem delu minimum za određene energije γ-zraka.



Sl. 1.20. *Maseni atenuacioni koeficijent za olovo u zavisnosti od energije fotona. Gustina olova iznosi* $\rho = 11.35\ g{\cdot}cm^{-3}$.

GLAVA II

2 Detekcija i spektroskopija nuklearnog zračenja

Metode detekcije u nuklearnoj fizici veoma su se brzo razvile zahvaljujući poznavanju interakcije nuklearnog zračenja i materije. Bez sumnje, prvi i najstariji detektor je fotografska emulzija, a zatim slede elektroskop i spintariskop čije se funkcionisanje zasniva na svetlucanju nekih materijala pod dejstvom nuklearnog zračenja. Uporedo sa razvitkom nuklearne fizike razvijeni su i nuklearni detektori koji se po principu rada ne razlikuju od najstarijih i prema današnjem shvatanju, zastarelih detektora. Ovo je potpuno razumljivo, jer se pri detekciji koristi fenomen jonizacije i ekscitacije atoma medijuma kroz koji nuklearno zračenje prolazi.

2.1 Klasifikacija nuklearnih detektora

Nuklearni detektori mogu se razvrstati prema načinu kako detektuju jonizaciju ili ekscitaciju atoma medijuma nastalu usled prolaska nuklearnog zračenja. Proces jonizacije i ekscitacije neke, za to, pogodne sredine može se ustanoviti pomoću električnih ili optičkih metoda.

Ako se detektuje jonizacija ili ekscitacija koja odgovara pojedinačnoj čestici nuklearnog zračenja, takvi su detektori diferencijalnog tipa. Ako se, međutim, detektuje ukupan efekat jonizacije ili ekscitacije medijuma usled zračenja, radi se o detektorima integralnog tipa. U tabeli 2.1 data je klasifikacija detektora.

Jednim istim detektorom može se detektovati različito nuklearno zračenje. Recimo, sa GM-brojačem mogu se detektovati β-čestice kao i α-čestice, preko procesa jonizacije gasa kojim se GM-brojač puni. γ-zračenje može se takođe detektovati (pomoću GM-brojača) ali indirektno, preko jonizacije usled elektrona nastalih putem fotoefekta, efekta para ili Compton-ovog efekta i to u gasu ili zidovima detektora.

TABELA 2.1

Tip	Detekcija pojedinačnog događaja	Detekcija više događaja
Električni	Jonizaciona komora Proporcionalni brojač Geiger-Müller-ov brojač Poluprovodnički brojač Scintilacioni brojač Brojač Čerenkova	Jonizaciona komora
Optički	Fotografska emulzija Maglena komora Mehurasta komora Varnična komora	Fotografska emulzija

Jedna od važnih karakteristika nuklearnih detektora je efikasnost. Pod efikasnošću se podrazumeva verovatnoća da će nuklearna čestica prolaskom kroz tzv. efikasnu zapreminu detektora biti detektovana. Veoma često efikasnost detektora zavisi i od energije nuklearne čestice.

Posle detekcije jednog događaja pomoću nuklearnog detektora, sledeći može biti detektovan posle izvesnog vremena. Vreme za koje nuklearni detektor nije u stanju da detektuje, naziva se *mrtvo vreme detektora*. Tabela 2.2 daje neke karakteristike nuklearnih detektora.

Svi do sada navedeni detektori ne mogu da rade bez dodatnih elektronskih uređaja, jer je izgubljena energija nedovoljna da pokrene bilo koji mehanizam kojim se pokazuje prisustvo čestice u aktivnoj zapremini detektora. Neka na primer, α-čestica u aktivnoj zapremini detektora izgubi 1 MeV energije, koja se utroši na formiranje jona. Broj parova jona po 1 MeV je oko $3.1 \cdot 10^4$, ako se za formiranje para jona u gasu utroši 32.5 eV. Kako svaki jonski par nosi naelektrisanje od $1.6 \cdot 10^{-19}$ C, ukupno naelektrisanje u primarnoj jonizaciji ima vrednost $\sim 5 \cdot 10^{-15}$ C. Rezultujuća struja je mala, signali se ne mogu detektovati, pa se zbog toga koriste posebni elektronski uređaji (pojačavači).

TABELA 2.2

Detektor	Vremenska rezolucija [s]	Mrtvo vreme [s]	Zapremina detektora [cm^3]
Jonizaciona komora	10^{-3}	10^{-2}	$1-10^5$
GM-brojač	10^{-6}	10^{-4}	$1-10^4$
Poluprovodnički brojač	10^{-8}	10^{-6}	$10^{-1}-10^2$
Scintilacioni brojač	10^{-8}	10^{-6}	$1-10^4$
Brojač Čerenkova	10^{-9}	10^{-8}	$10-10^4$
Foto-emulzija			10^3
Maglena komora	10^{-2}	10^{-2}	10^5
Mehurasta komora	10^{-3}	1	10^5
Varnična komora	10^{-6}	10^{-2}	$5\cdot10^5$

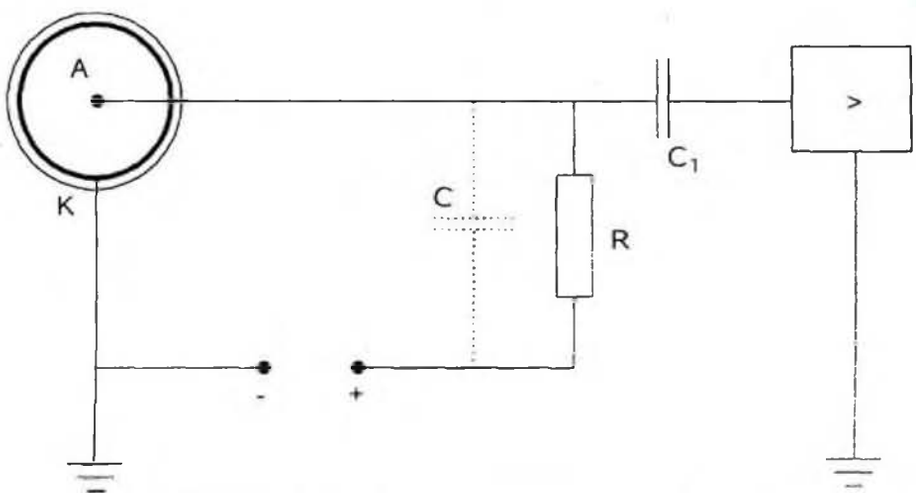
2.2 Jonizaciona komora

2.2.1 Uticaj električnog polja na visinu impulsa

Za izučavanje uticaja električnog polja na visinu impulsa veoma je podesna cilindrična komora. Ova se komora sastoji od zatvorenog cilindra napunjenog nekim gasom, a kroz čiju sredinu prolazi elektroda dobro izolovana na krajevima (kada prolazi kroz cilindar). Ova je komora spojena u dato strujno kolo, kako je na sl. 2.1 i prikazano.

Unutrašnja elektroda igra ulogu anode i nalazi se na pozitivnom potencijalu, a spoljašnja elektroda (cilindar) predstavlja referentnu elektrodu (katodu) i nalazi se na nultom potencijalu. Elektroda A (sl. 2.1) vezana je za pozitivni pol izvora visokog napona preko otpornika R (radni otpornik). Kondenzator C predstavlja ekvivalentni parazitni kapacitet sistema, a kondenzator C_1 prenosi impulse (signale) nastale na radnom otporniku. Kada naelektrisana čestica prođe kroz aktivnu zapreminu cilindrične komore, vrši jonizaciju gasa i stvara određeni broj parova jona. Usled dejstva električnog polja, odnosno potencijalne razlike U_{AK} kroz komoru teče struja čije je kolo zatvoreno preko R. Struja prati oblik signala, srazmerna je broju detektovanih čestica. Signal se kao naponski impuls prenosi preko kondenzatora C_1 na ulaz pojačavača. Za

oblik impulsa i njegovo formiranje na R bitno je da RC_1 bude veće od vremena skupljanja jona na elektrodama.



Sl. 2.1. *Cilindrična komora povezana u strujno kolo.*

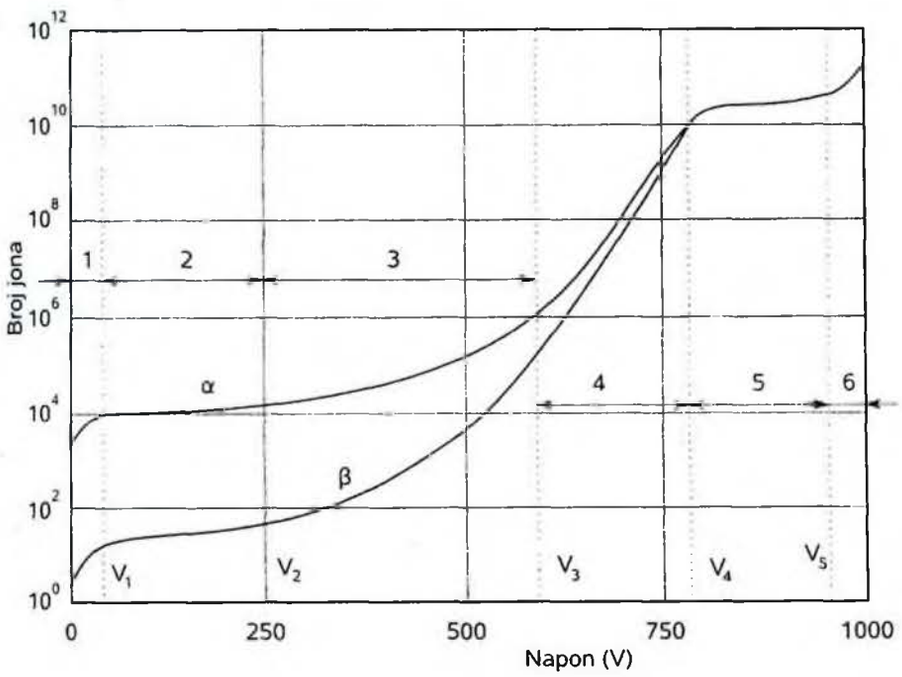
Naelektrisanje Q koje se sakupi na kondenzatoru C zavisi i od priključenog napona na elektrode komore, što svakako utiče na visinu impulsa na otporniku R. Ova je zavisnost data na sl. 2.2.

Na slici je izdvojeno šest oblasti, kao što je dato u legendi ispod slike.

U prvoj oblasti joni nastali prolaskom jonizujuće čestice (usled niskog napona priključenog na elektrodama) sporo se kreću prema elektrodama i veliki broj istih se rekombinuje (neutrališe) ne dospevši do elektroda. Jasno je da će ovaj efekat direktno uticati na visinu izlaznog impulsa. Ova je oblast karakteristična po tome što visina impulsa direktno zavisi od veličine napona na elektrodama.

U oblasti jonizacione komore, usled višeg napona na elektrodama komore, rekombinacija primarno formiranih jona je neznatna, pa se na oblogama kondenzatora javi sledeća vrednost naelektrisanja

$$Q^{\pm} = N\,e \tag{2.1}$$



Sl. 2.2. *Zavisnost broja jona od napona na elektrodama jonizacione komore u slučaju α- i β-čestice, pri čemu je: 1. Oblast rekombinacije; 2. Oblast jonizacione komore; 3. Oblast proporcionalnosti; 4. Oblast ograničene proporcionalnosti; 5. Geiger-Müller-ova oblast; Oblast pražnjenja.*

Ovo sakupljeno naelektrisanje na elektrodama uslovljava promenu potencijala na oblogama kondenzatora u sledećim iznosima

$$V = \frac{N e}{C} \tag{2.2}$$

C u prethodnom izrazu nije samo kapacitet kondenzatora vezanog u kolu, već je ovde obuhvaćen ekvivalentni parazitni kapacitet komore i svih priključenih elemenata.

Karakteristično je za ovu oblast da visina impulsa ne zavisi od priključenog napona ili se vrlo malo menja. Ovo, naravno, važi u ograničenoj oblasti promene napona, kao što se to veoma jasno vidi sa sl. 2.2. Drugim rečima, u ovom intervalu vrednosti napona na elektrodama

komora, broj parova jona nastalih primarnom jonizacijom ne povećava se.

Daljim porastom napona na anodi, ubrzavaju se joni formirani primarnom jonizacijom, tj. njihova kinetička energija dostiže takvu vrednost, da su u stanju sami da jonizuju gas u komori. Ovaj proces se naziva sekundarna jonizacija. Usled sekundarne jonizacije povećava se ukupan broj jona M puta preko fenomena gasne multiplikacije. S obzirom na gasnu multiplikaciju, povećava se i napon na oblogama kondenzatora i iznosi

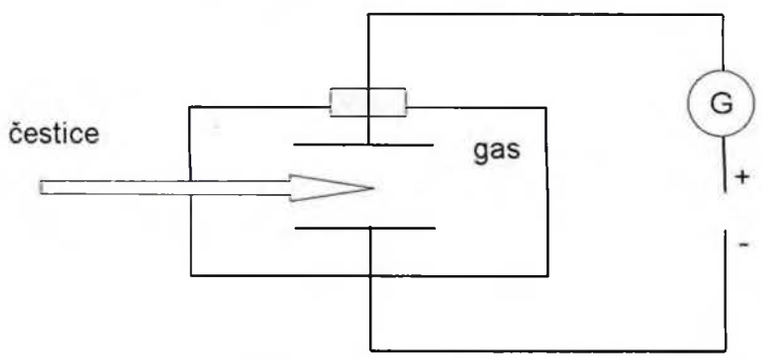
$$V' = \frac{N e}{C} M \tag{2.3}$$

Faktor gasne multiplikacije M zavisi od odnosa napona i pritiska gasa u komori. Kako je pritisak gasa u komori konstantan, faktor gasne multiplikacije tada isključivo zavisi od promene napona na anodi komore. Kada faktor gasne multiplikacije dostigne vrednost $10^2 \leq M \leq 10^3$; amplituda izlaznog impulsa zavisi isključivo od primarne jonizacije. Oblast napona u kojoj faktor multiplikacije ne prevazilazi vrednosti date u tekstu, naziva se oblast proporcionalnosti. Daljim se porastom napona anode komore povećava i faktor gasne multiplikacije. Njegova se vrednost nalazi u intervalu $10^3 \leq M \leq 10^4$. Ovde prestaje da važi linearna zavisnost između veličine izlaznog impulsa i primarne jonizacije. Ova se oblast naziva oblast ograničene proporcionalnosti. U petoj oblasti broj jona na elektrodama uopšte ne zavisi od primarne jonizacije. Gasni faktor multiplikacije naglo se uvećava sa porastom napona na anodi komore i dostiže karakteristične vrednosti date komore i datog strujnog kola. Ove se oblast naziva Geiger-Müller-ova oblast. Šesta oblast nema primene kao radno područje detekcije.

2.2.2 Jonizaciona komora integralnog i diferencijalnog tipa

Jonizaciona komora je veoma jednostavan nuklearni detektor. U principu sastoji se od dve elektrode koje mogu biti različite forme. Elektrode se stavljaju u komoru napunjenu gasom određene vrste. Detekcija nuklearnog zračenja pomoću jonizacione komore u principu se izvodi kao i u prethodnom poglavlju. Uopšte, jonizaciona komora može da bude integralnog i diferencijalnog tipa. Razlika između komora je samo u načinu merenja jonizacije. Ako se ukupna jonizacija, izazvana

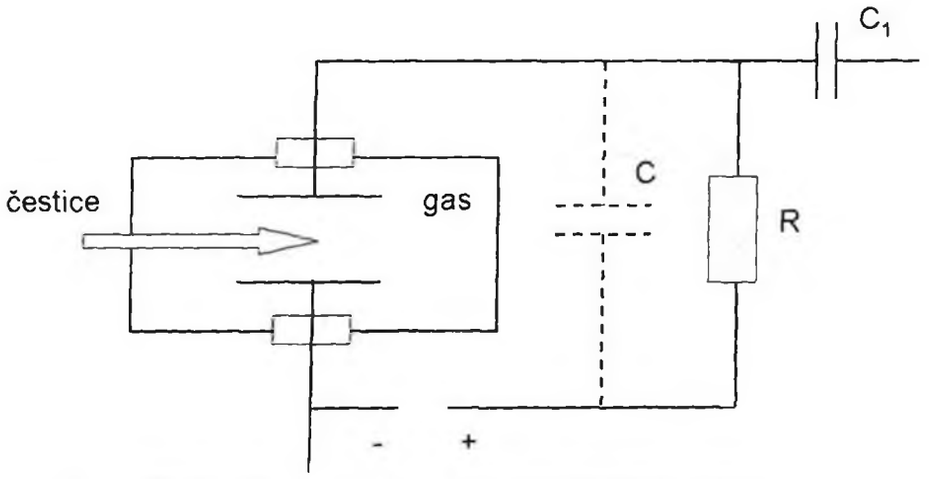
velikim brojem nuklearnih čestica, detektuje merenjem struje, kaže se da je takva komora integralnog tipa. Skica takve komore data je na sl. 2.3. Kao što je na slici prikazano, u strujnom kolu na red sa komorom vezan je osetljivi galvanometar koji služi za merenje struje jonizacije.



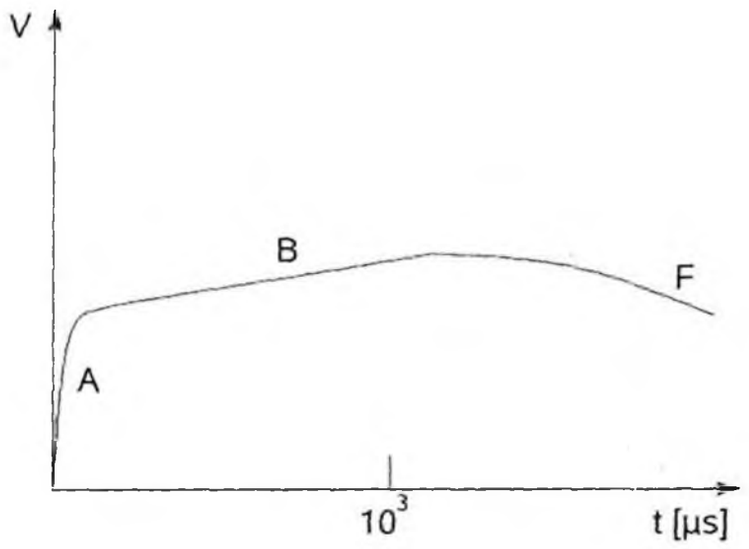
Sl. 2.3. *Prosta jonizaciona komora integralnog tipa.*

Ako je jonizaciona komora povezana kao što je prikazan na sl. 2.4, prestavlja komoru diferencijalnog tipa. U komori ovog tipa vreme sakupljanja negativnih jona iznosi 10^{-6} s; a pozitivnih oko 10^{-4} s. Usled prisustva ovih jona kroz komoru protekne struja jonizacije i na radnom otporniku javlja se pad potencijala (promena napona). Ovaj otpornik ima vrednost oko $10^{9}\,\Omega$, tj. izabrane vrednosti su dovoljno velike da i veoma male struje izazovu promenu napona koja se može meriti. Ovaj signal se u stvari pojačava da bi se lakše mogao identifikovati. Osobina nastalog impulsa okarakterisana je vremenskom konstantom *RC*. Ako je vremenska konstanta po vrednosti veća od vremena skupljanja jona na elektrode jonizacione komore, impuls na radnom otporniku ima oblik kao što je to na sl. 2.5 i prikazano.

Brzi potrast impulsa odgovara sakupljanju elektrona (kriva obeležena sa A), spori porast impulsa odgovara sakupljanju teških (sporih) jona (deo krive B), a eksponencijalni deo (deo F), tj. pad krive, predstavlja pražnjenje kondenzatora C preko otpora R. Srednje vreme trajanja impulsa ima vrednost vremenske konstante *RC*.



Sl. 2.4. Jonizaciona komora diferencijalnog tipa



Sl. 2.5. *Signal na izlazu iz komore čija je vremenska konstanta RC = 10^{-3} s.*

Nedostatak diferencijalne komore je u tome što je vreme trajanja impulsa dugačko, tj. mora da prođe nekoliko ms da komora ponovo bude sposobna za detekciju (dugo vreme oporavka). Podesnim izborom

parametara kola, odnosno vremenske konstante *RC*, trajanje impulsa se može skratiti. Izbor vrednosti *RC*, međutim, nije proizvoljan, već zavisi od oblika komore i ostalih primenjenih parametara.

2.3 Poluprovodnički detektori

Nedavno je primenom poluprovodničkog materijala konstruisan uređaj za detekciju nuklearnih radijacija. Ovaj detektor je izrađen od poluprovodnika, a u principu se ne razlikuje od jonizacione komore. Umesto gasom, poluprovodnički detektor je "punjen" čvrstim materijalom. Nuklearno zračenje inetragujući sa poluprovodnikom ne formira teški i lako jon, već laki jon – elektron i pozitivno naelektrisanje – šupljinu (rupu), koja se u zapremini detektora kreće istom (približnom) brzinom kao i elektron. Kod ovih tipova detektora najveći problem je bio sakupljanje nosilaca naelektrisanja.

2.3.1 Osnovne osobine poluprovodnika

Električne osobine poluprovodnika i izolatora mogu se objasniti pomoću teorije zona. Prema ovoj teoriji, analogno slobodnom atomu, u kristalu postoje kvantna stanja. Ova su kvantna stanja popunjena po Pauli-jevom principu. U kristalu postoje takođe stanja koja nisu popunjena elektronima. Zone se u kristalu formiraju od popunjenih i nepopunjenih elektronskih stanja. Zone koje su popunjene nazivaju se *dozvoljene*, a one koje nisu popunjene nazivaju se *zabranjene*. Dozvoljene zone u kristalu su razdvojene zabranjenim zonama. Širina zabranjene zone (energijski interval) obično se obeležava sa $E_g(W_g)$. ove su vrednosti npr. za Si i Ge, respektivno, 1.1 i 0.72 eV. Poslednja zona u modelu zona kristala, koja je popunjena elektronima naziva se *valentna zona*, zona koja nije kompletno popunjena elektronima naziva se *provodna zona*. Pomeranjem elektrona u provodnoj zoni objašnjava se električna provodljivost poluprovodnika. Razmena elektrona između valentne i provodne zone moguća je pod uslovom da u valentnoj zoni nedostaju elektroni, tj. kada ova zona poseduje šupljine. Obrnut proces takođe je moguć, ako se elektronu saopšti energija veća od širine zabranjene zone.

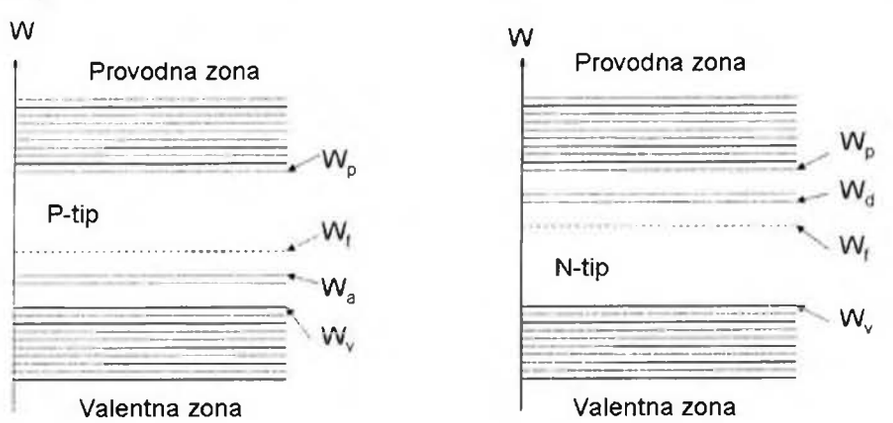
Ako se na kristal poluprovodnika priključi izvesni jednosmerni napon, kroz njega će poteći slaba struja, jer je kolo struje zatvoreno. Nosioci ove slabe električne struje su elementarna pozitivna i negativna

naelektrisanja stacionirana u provodnoj i valentnoj zoni. Provodljivost kristala poluprovodnika uslovljena kretanjem slobodnih nosilaca naelektrisanja naziva se *sopstvena provodljivost poluprovodnika.*

Električna provodljivost poluprovodnika može se menjati dodavanjem nekih drugih atoma (atomi primesa) poluprovodniku. Ovako izmenjena vrednost provodljivosti poluprovodnika naziva se *primesna provodljivost.* Ako se npr. monokristalu Si doda 10^{-5} atoma B (bora) po atomu Si, njegova provodljivost na sobnoj temperaturi poraste oko hiljadu puta.

Ako su atomi primesa takvi da u valentnoj zoni sadrže tri elektrona (III grupa periodnog sistema elemenata), odnosno sadrže pet elektrona (V grupa periodnog sistema elemenata), dobijeni su poluprovodnici akceptorskog tipa (P-tipa, glavni nosioci naelektrisanja su šupljine), odnosno donorskog (N-tipa, glavni nosioci naelektrisanja su elektroni) tipa.

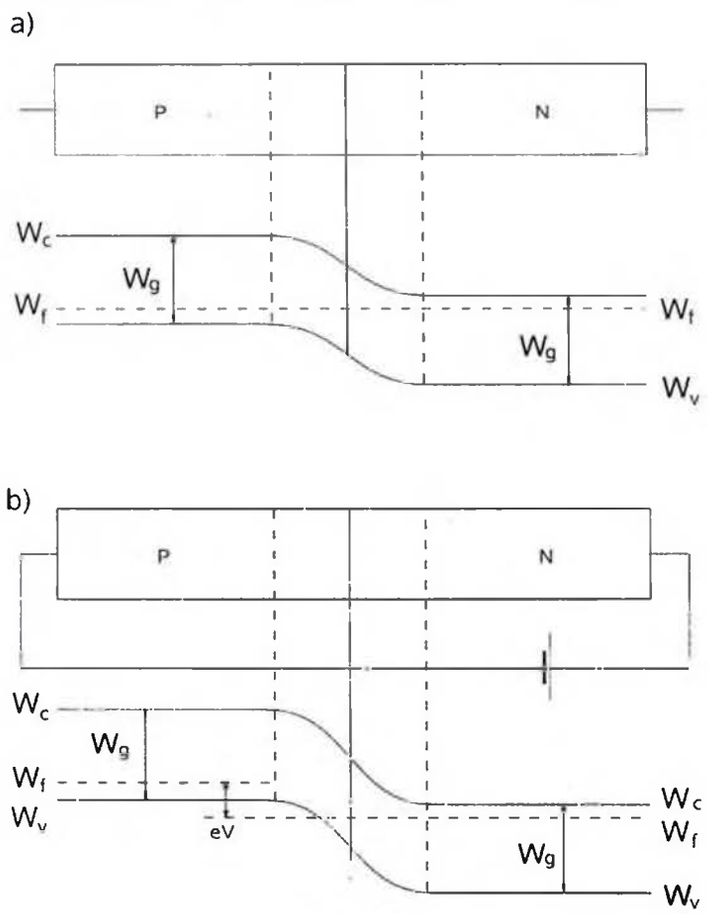
Prema teoriji zona, atomi donori, odnosno akceptori unose u energijska stanja kristala nove zone, tzv. među-zone, kao što je dato na sl. 2.6. Kod poluprovodnika donorskog tipa ova među-zona nalazi se u blizini provodne zone (donorski nivo), dok se kod poluprovodnika akceptorskog tipa među-zona nalazi u blizini valentne zone (akceptorski nivo).



Sl. 2.6. *Energijska šema P- i N-tipa poluprovodnika*

Najčešće korišćeni materijali za izradu poluprovodničkih detektora su Ge i Si. Ako se bilo kojem poluprovodniku doda npr. fosfor koji u

valentnom sloju ima pet elektrona, četiri od ovih elektrona vezuju se u kovalentne veze, peti je slobodan i nalazi se u donorskoj zoni (N-tip). Ako se poluprovodniku doda, međutim, bor koji u valentnom sloju ima tri elektrona, svi elektroni su vezani u kovalentne veze, a jedna veza ostaje nepopunjena elektronom. Ovo mesto u valentnoj zoni naziva se šupljina i u kristalu poluprovodnika se ponaša kao elementarno pozitivno naelektrisanje. Ono se nalazi u akceptorskoj zoni (P-tip). Elektroni u



Sl. 2.7. *a) Položaj energijskih nivoa u P- i N-poluprovodniku u slučaju slobodnog PN-spoja (odsustvo spoljašnjeg polja)*
b) Izmenjena energijska struktura PN-spoja u slučaju inverzne polarizacije

poluprovodnicima donorskog tipa i šupljine u poluprovodnicima akceptorskog tipa predstavljaju glavne slobodne nosioce pozitivnog naelektrisanja u poluprovodnicima.

Spajanjem P i N tipa poluprovodnika (PN-spoj), elektroni iz N-poluprovodnika prelaze u P-poluprovodnik, dok se ne uspostavi ravnoteža (izjednačavanje Fermi-evih nivoa W_f), kao što je dato na sl. 2.7. Krajevi takvog poluprovodnika ponašaju se kao linearni elementi, a prelazna oblast (oblast prostornog naelektrisanja – spoj) ponaša se kao nelinearni element (dioda). Ako se na ovakav spoj priključi jednosmerni napon, ali tako da se N-tip poluprovodnika veže za pozitivan pol izvora, a P-top za negativni pol izvora (inverzna polarizacija) energijska struktura u poluprovodniku se menja. Naime, Fermi-ev nivo u P-tipu, odnosno u N-tipu, pomera se tako da se oblast prostornog naelektrisanja širi (raste potencijalna barijera). Ova oblast nije zaposednuta slobodnim nosiocima naelektrisanja (sl. 2.7.b).

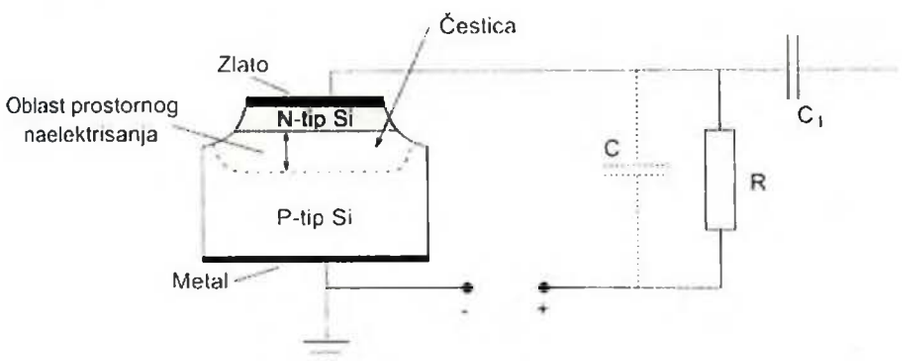
Nuklearni detektor

Kombinacija nazvana PN-spoj poluprovodnika uspostavlja se specijalnom tehnologijom. Za izradu nuklearnih detektora koriste se Si i Ge. Si se koristi za detekciju lakih i teških naelektrisanih čestica. U poslednje se vreme koristi i za detekciju X-zraka. Ge se koristi za detekciju γ-zračenja.

Za izradu PN-spoja kao osnovni materijal koristi se poluprovodnik P-tipa. Na jednu od površina ovakvog poluprovodnika, koja se prethodno dobro uglača, nanese se P_2O_5 i zagreje se na 1000°C. Fosfor putem difuzije prodire u dubinu poluprovodnika (dubina difuzije iznosi oko 10^{-3} mm) i tada se formira poluprovodnik N-tipa. Električni kontakt sa N-delom poluprovodnika uspostavlja se preko sloja zlata, koje se obično nanosi naparavanjem. Sloj zlata obavezno mora biti dovoljno tanak, kako bi naelektrisane čestice dospele u aktivnu zapreminu detektora. Ovaj se PN-spoj polarizuje inverzno. Pozitivni pol izvora vezan za sloj zlata potiskuje slobodne nosioce naelektrisanja i tako se obrazuje sloj prostornog naelektrisanja u kojem postoje samo vezana naelektrisanja (nema slobodnih nosilaca). Ovo prostorno naelektrisanje uzrok je postojećeg električnog polja, a razlika potencijala usled ovog polja jednaka je priključenom inverznom naponu polarizacije. Porastom inverznog napona polarizacija raste i širina sloja prostornog

naelektrisanja, a time i efikasna zapremina detektora. Međutim, visina priključenog napona ograničena je naponom proboja poluprovodnika.

Poluprovodnički detektor, vezan u kolo, dat je na sl. 2.8.



Sl. 2.8. *Poluprovodnički detektor*

Rad poluprovodničkog detektora može se opisati slično kao i rad jonizacione komore. Naime, kada naelektrisana čestica prolazi kroz efikasnu zapreminu poluprovodničkog detektora (sloj prostornog naelektrisanja), ona formira slobodne nosioce pozitivnog i negativnog naelektrisanja. Ovi se nosioci sakupljaju na krajevima i to suprotno od polariteta priključenog napona. Kako je detektor uključen u strujno kolo preko radnog otpornika (v. sl. 2.8), kroz kolo poteče struja, a na radnom otporniku R javlja se, usled ove struje, razlika potencijala proporcionalna energiji upadne čestice. Dalji je problem vezan za pojačanje i registraciju nastalog električnog impulsa (signala).

Poluprovodnički detektori izrađeni od Si (ili Ge) imaju prednost nad gasnim detektorima, jer pri svakom aktu stvaranja jonskog para u poluprovodniku čestica gubi 3.6 eV, što je deset puta manje od energije potrebne za formiranje jonskog para u gasu (32 eV). Dakle, naelektrisana čestica pri svom prolasku kroz poluprovodnik obrazuje deset puta veći broj parova jona. Većim brojem nastalih jona, bolje je definisan i nastali impuls. Kako je stvaranje parova slučajna pojava, ona podleže zakonima statistike. Relativna statistička fluktuacija impulsnog napona data sa $\frac{\sqrt{N}}{N}$ je niža za $\sqrt{10}$ u odnosu na gasne detektore. Ovo je od posebnog značaja za energijsku rezoluciju detektora definisanu kao

$$R=\frac{100}{\sqrt{N}}=\frac{\sqrt{\hat{E}}}{\sqrt{E}}100\ [\%] \tag{2.4}$$

gde je N srednji broj parova jona koji proizvede čestica energije E, a $\hat{E}$ srednji gubitak energije po jednom paru jona.

Prema načinu formiranja PN-prelaza svi poluprovodnički detektori dele se na detektore sa površinskom barijerom, difuzione i detektore sa P-i-N prelazom.

2.3.2 Detektori sa površinskom barijerom

Kod ovih se detektora PN-prelaz dobija na *površini silicijumskog N-*poluprovodnika. Na dobro očišćenu i uglačanu stranu N-tipa nanosi se sloj nikla. Ovaj sloj služi kao kontakt. U atmosferi vazduha druga strana oksidiše, čime se dobija P-sloj. Na P-stranu nanosi se sloj zlata kao zaštita i električni kontakt. Debljina osetljivog sloja za detekciju nuklearnog zračenja iznosi oko 10 μm. Navedeni detektori se, zbog ovako tankog aktivnog sloja koriste samo za detekciju teških čestica.

2.3.3 Difuzioni detektori

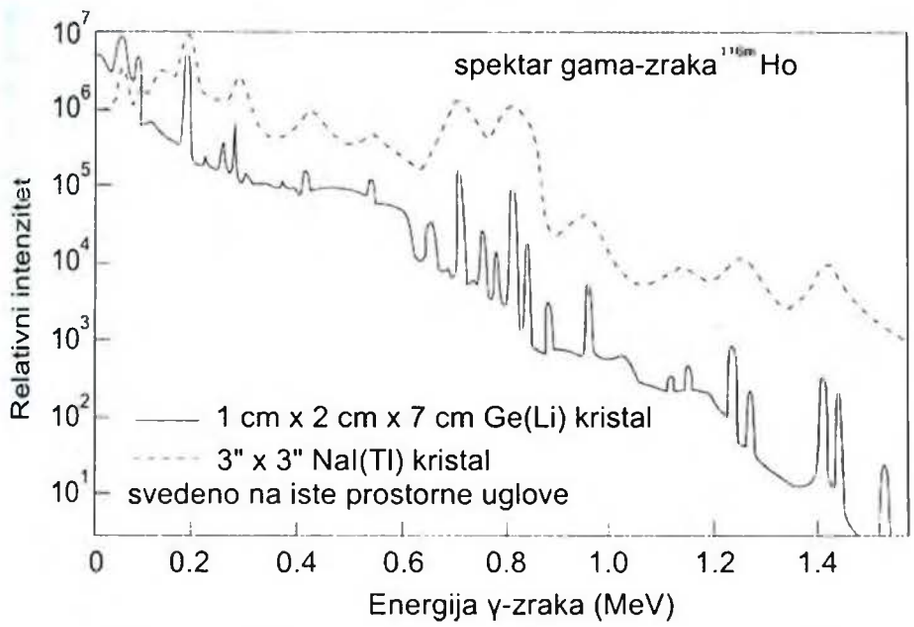
Kod ovih se detektora PN-prelaz obrazuje difuzijom donora (donorskih primesa) u poluprovodnik P-tipa (akceptorske primese). Postupak se sastoji u sledećem. Na površinu P-tipa poluprovodnika nanese se P_2O_5 i zagreje na 1000°C. Fosfor difunduje u silicijum P-tipa i obrazuje sloj N-tipa. PN- prelaz se formira na granici ova dva tipa poluprovodnika i u njemu se može vršiti detekcija nuklearnog zračenja.

2.3.4 Detektori P-i-N tipa

Pri detekciji γ- i β-zraka potrebno je da PN-prelaz bude veći kako bi se efikasna zapremina detektora povećala. Ovo se postiže difuzijom litijuma u poluprovodnik P-tipa.

Za ovaj detektor je karakteristično da pored P- i N-sloja poseduje i i-sloj koji se nalazi između ova dva. Ovaj sloj (i-sloj) karakteriše ravnoteža obeju vrsta slobodnih nosilaca naelektrisanja (ravnoteža donorskih i akceptorskih primesa). Širina i-sloja ulazi u aktivni deo poluprovodnika za detekciju nuklearnog zračenja. Pri detekciji β-zračenja ovaj sloj ima debljinu oko 1 mm. U poslednje vreme, međutim, za detekciju γ-zračenja

izrađuju se detektori čija aktivna zapremina ima vrednost 170 cm^3.



Sl. 2.9. *Spektar γ-zraka ^{166m}Ho snimljen NaI(Tl) i Ge(Li) detektorom.*

Dobra osobina ovih detektora je velika moć razlaganja, ali u pogledu efikasnosti, još uvek zaostaju u odnosu na scintilacione detektore. Razvojem poluprovodničkih brojača i impulsne elektronike, sa vrlo dobrom rezolucijom mogu se ispitivati danas spektri γ-zraka koji u radioaktivnom raspadu slede β-raspad.

Na sl. 2.9 radi poređenja dat je spektar γ-zraka jednog istog jezgra, snimljen u jednom slučaju scintilacionim detektorom, a u drugom slučaju poluprovodničkim detektorom. Ovoj slici komentar nije potreban.

2.4 Proporcionalni brojač

Proporcionalni brojač je u stvari gasna jonizaciona komora, a naziv je dobio po tome što je visina izlaznih impulsa proporcionalna broju primarno formiranih jona, nastalih prolaskom nuklearnog zračenja kroz efikasnu zapreminu detektora.

Proporcionalni brojač se sastoji od metalnog cilindra u čijoj osi je postavljena tanka metalna žica. Ova je žica dobro izolovana na mestima

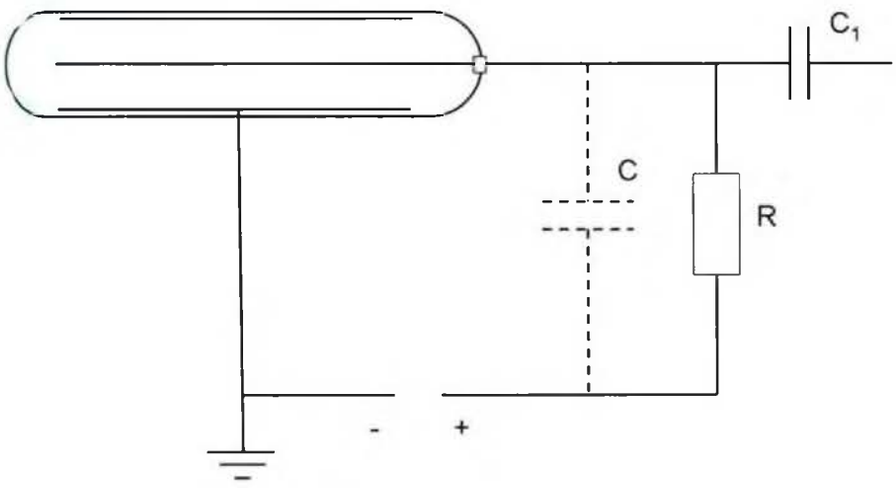
gde prolazi kroz zidove cilindra. Unutrašnjost cilindra puni se nekim gasom, npr. argon + CO_2 ili CH_4 u odredenom odnosu. Kada se na žicu koja predstavlja anodu dovede visoki jednosmerni pozitivni potencijal, u pravcu cilindra detektora, koji predstavlja katodu, formira se jako električno polje (veliki negativni gradijent potencijala). Ako proporcionalni brojač ima oblik kao na sl. 2.10, te ako je napon anode V, vrednost električnog polja u bilo kojoj tački unutar cilindra data je izrazom

$$E=\frac{V}{r\cdot\ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right)}\ \left[\mathrm{V\cdot m^{-1}}\right] \tag{2.5}$$

gde je d_1 prečnik unutrašnje elektrode (žice), d_2 prečnik spoljašnje elektrode (cilindra), a r predstavlja radijalno rastojanje proizvoljne tačke unutar cilindra (rastojanje od ose). Kako se iz (2.5) vidi, električno polje veoma brzo raste sa smanjenjem r, a u neposrednoj blizini anode ima veoma veliku vrednost. Prema tome, elektroni formirani u primarnoj jonizaciji dobijaju veliko ubrzanje i u stanju su da sami izvrše, pri svojem kretanju prema anodi, novu jonizaciju molekula gasa. Ovaj se proces više puta može ponoviti, a takođe i proširiti po većem delu zapremine detektora u vidu električnog pražnjenja. Električno pražnjenje ili formiranje lavine javlja se u najbližoj okolini centralne žice, gde gradijent električnog polja ima najveću vrednost. Za razliku od jonizacione komore, kod proporcionalnog brojača sakupljeno naelektrisanje uvećano je nekim faktorom u odnosu na naelektrisanje formirano u procesu primarne jonizacije. Ovo uvećanje naziva se multiplikacija.

Proces gasne multiplikacije može u brojaču nastati kada je uspostavljen pogodan odnos između napona anode i pritiska gasa u cilindru.

Detaljnijim razmatranjem procesa sekundarne, tercijarne i dr. jonizacije, može se odrediti faktor multiplikacije. Neka na primer, elektroni formirani primarnom jonizacijom putujući prema anodi u sudaru sa gasnim molekulima oslobode n_0m_1 novih elektrona i ekscituju $n_0m_1\xi$ atoma. Ekscitovani atomi se posle nekog vremena (10^{-8} s) deekscituju uz emisiju elektromagnetnog zračenja.



Sl. 2.10. *Šematski prikaz proporcionalnog-scintilacionog brojača.*

Neka je η deo od ukupnog broja emitovanih fotona koji su izazvali foto efekat, bilo u gasu ili zidovima detektora i neka je tom prilikom oslobođeno $n_0 m_1 \xi \cdot \eta = n_0 m_1 k$ elektrona. Novonastali fotoelektroni ubrzani u postojećem električnom polju, takođe formiraju elektrone čiji je broj $n_0 m_1 km$ pa je broj ekscitovanih atoma $n_0 m_1 km \cdot \xi_1$. Ovaj se proces i dalje razvija između elektroda proporcionalnog brojača, sve dok se ne ugasi. Ukupan broj elektrona koji lavinom može da dospe do anode predstavljen je sledećim izrazom

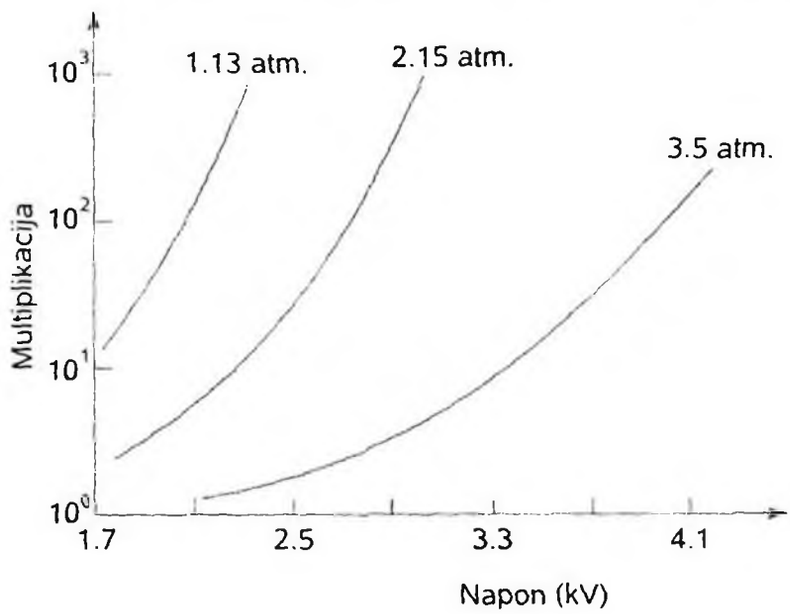
$$N = n_0 m_1 [1 + km + (km)^2 + (km)^3 + \ldots] \qquad (2.6)$$

Kako je svaka nova lavina manja od prethodne, tj. $km < 1$, dati geometrijski red je konvergentan i zbir iznosi

$$N = n_0 \frac{m_1}{1 - km} = n_0 M_1 \qquad (2.6.a)$$

Prema (2.6.a), jasno je da je faktor multiplikacije M_1 direktno proporcionalan pojačanju prve lavine m_1. Veličine m i m_1 funkcije su napona na anodi brojača. Za dati napon i dato punjenje gasom faktor pojačanja može imati vrednost $M = 10^2$ do 10^3. Za ove vrednosti gasnog pojačanja zavisnost amplitude izlaznog impulsa (formiranog na radnom otporniku) od broja jona nastalih primarnom jonizacijom je linearna.

Na sl. 2.11 prikazana je zavisnost faktora gasnog pojačanja od napona anode detektora, za tri različita pritiska gasa u cilindru brojača.

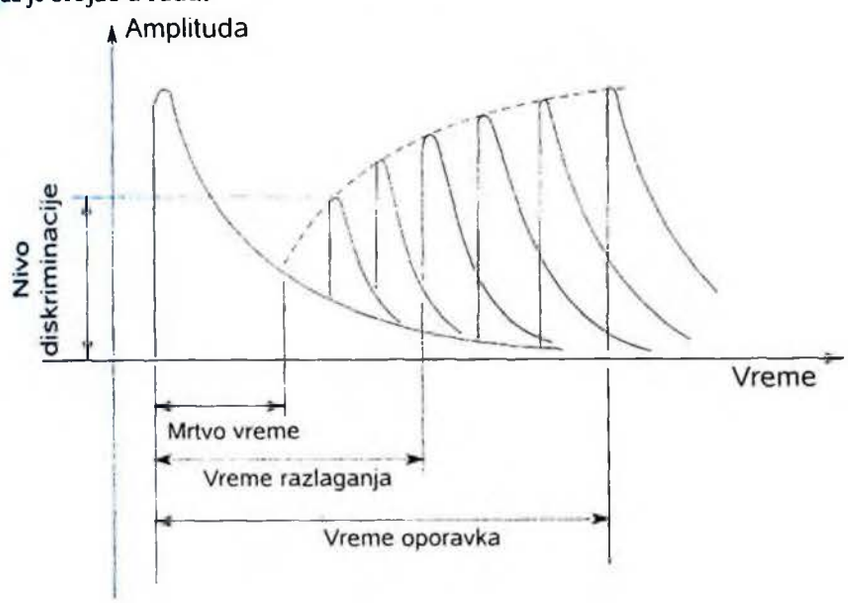


Sl. 2.11. *Faktor gasnog pojačanja u zavisnosti od napona anode proporcionalnog brojača.*

Formiranje impulsa kod proporcionalnog brojača bilo je ranije objašnjeno. Prema tom objašnjenju, kolekcijom formiranih jona u detektoru puni se kondenzator kapaciteta C do nekog napona V. Napunjen kondenzator se puni preko otpornika R velike otpornosti i na njemu se formira naponski impuls. Kako je kolekcija elektrona veoma brza (oko 10^{-6}s), pozitivni joni formiraju pozitivno prostorno naelektrisanje oko anode i tako snižavaju napon anode. Pozitivni joni pomeraju se prema katodi relativno sporo u poređenju sa brzinama pomeranja elektrona. Vreme pomeranja pozitivnih jona traje oko 10^{-4} s. Po isteku ovog vremena uspostavlja se prethodni napona na anodi i brojač se vraća u prvobitno stanje. Vreme potrebno da se na anodi uspostavi prethodni napon naziva se *vreme oporavka*. Definisano je, međutim i vreme kraće od vremena oporavka, tzv. *mrtvo vreme*. Mrtvo vreme predstavlja ono vreme za koje brojač nije u stanju da detektuje

upadnu česticu. Uzrok ovome je pozitivno prostorno naelektrisanje oko anode, koje snižava anodni potencijal i sprečava formiranje nove lavine.

Na sl. 2.12 prikazani su impulsi formirani na radnom otporniku *R* kada je brojač u radu.



Sl. 2.12. *Uticaj mrtvog vremena proporcionalnog brojača na amplitudu impulsa.*

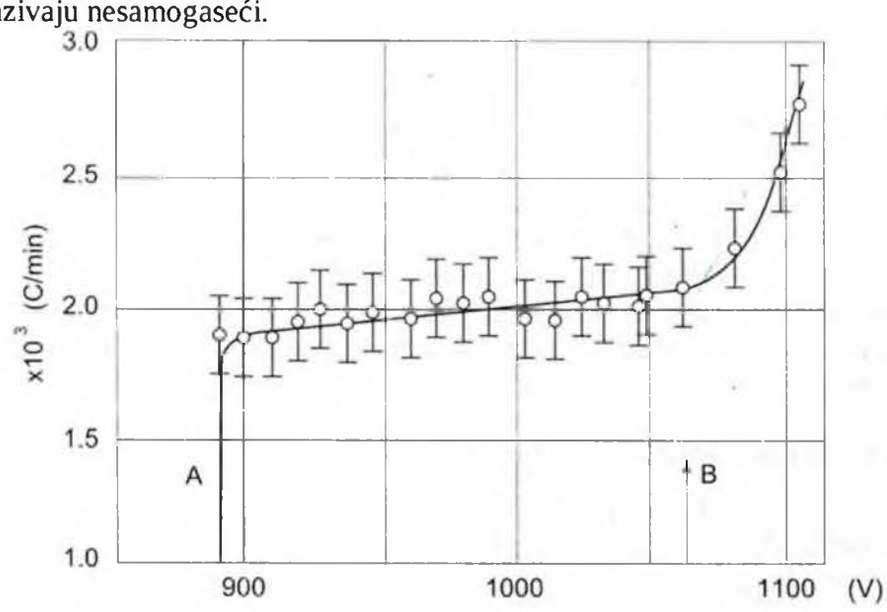
Proporcionalni brojač se koristi za detekciju α-, β- i γ-zraka. Pored detekcije pojedinih događaja, proporcionalni brojač je u stanju da razlikuje česticu jednu od druge (β- i α-čestice), a takođe može da se koristi i kao spektrometar, tj. njime se mogu meriti i energije nuklearnog zračenja.

2.5 Geiger-Müller-ov brojač

Ovaj brojač je po konstrukciji veoma sličan proporcionalnom brojaču. Predstavlja jedan od najstarijih tipova detektora. Puni se plemenitim gasovima uz dodatak alkoholnih para. GM-brojač koristi se *isključivo* kao diferencijalni detektor.

Prema mehanizmu rada malo se razlikuje od proporcionalnog brojača. Naime, pražnjenje u proporcionalnom brojaču dešava se samo u

jednom delu, a kod GM-brojača u celoj zapremini. Mehanizam rada GM-brojača je vrlo složen, ali se ukratko može opisati na sledeći način: Upadom naelektrisane čestice u efikasnu zapreminu detektora formira se određen broj parova jona (u ovom brojaču dovoljan je samo jedan par jona da stvori lavinu). Negativni joni (elektroni) ubrzavaju se u postojećem električnom polju do te mere da su u stanju i sami da izvrše jonizaciju i ekscitaciju atoma gasa (kao kod proporcionalnog brojača). Kretanjem elektrona u pravcu centralne elektrode (anode) ovaj se proces višestruko ponavlja. Započeta lavina u GM-brojaču održava se zahvaljujući deekscitaciji pobuđenih atoma koji tada emituju ultraljubičastu svetlost. Nastali fotoni putem fotoefekta izbacuju elektrone iz gasnih molekula ili zidova detektora. Fotoelektroni započinju novi proces. Jednom izazvana lavina u GM-brojaču može se održavati sama, međutim, ona ne bi imala završetak, zbog čega ne bi bilo moguće detektovati sledeći događaj. Vreme trajanja lavine ograničava se elektronskim uređajem ili dodavanjem alkoholnih para u gasno punjenje detektora. Kada je vreme trajanja lavine regulisano elektronskim putem, kaže se da je brojaču spolja nametnuto mrtvo vreme i takvi se brojači nazivaju nesamogaseći.



Sl. 2.13. *Zavisnost broja impulsa od napona GM-brojača. A - prag (početak) radnog područja brojača; B – Gornja granica platoa.*

Ubacivanjem alkoholnih para u gasno punjenje GM-brojača, mehanizam stvaranja lavine unekoliko se menja. Naime, molekuli alkoholnih para su nosioci gašenja lavine, oni igraju ulogu apsorbera ultraljubičastih fotona, a umesto fotoelektrona, ovom apsorpcijom nastaje disocijacija molekula. Dakle, fotoelektroni, stvaraoci lavina, nestaju i lavina se prekida. Brojači koji na ovom principu rade nazivaju se samogaseći.

Formiranje impulsa, mrtvo vreme i vreme oporavka GM-brojača objašnjavaju se na isti način kao i u slučaju proporcionalnog brojača. Kako međutim, kod GM-brojača lavinu može izazvati i samo jedan par jona, visina impulsa ne zavisi od energije upadne čestice.

U osnovne karakteristike GM-brojača mogu se ubrojati: konstantan izlazni impuls, relativno dugo mrtvo vreme, velika osetljivost (reaguje i na jedan stvoreni par jona). U radnim karakteristikama navodi se napon ispod kojeg brojač nije u stanju da radi, zatim područje napona gde broj impulsa nije funkcija napona. Grafički prikaz ovih karakteristika daje jedan zaravnjeni deo koji se naziva plato brojača. Strmina platoa i njegova dužina govore o kvalitetu GM-brojača. Na sl. 2.13 prikazan je tipičan plato brojača.

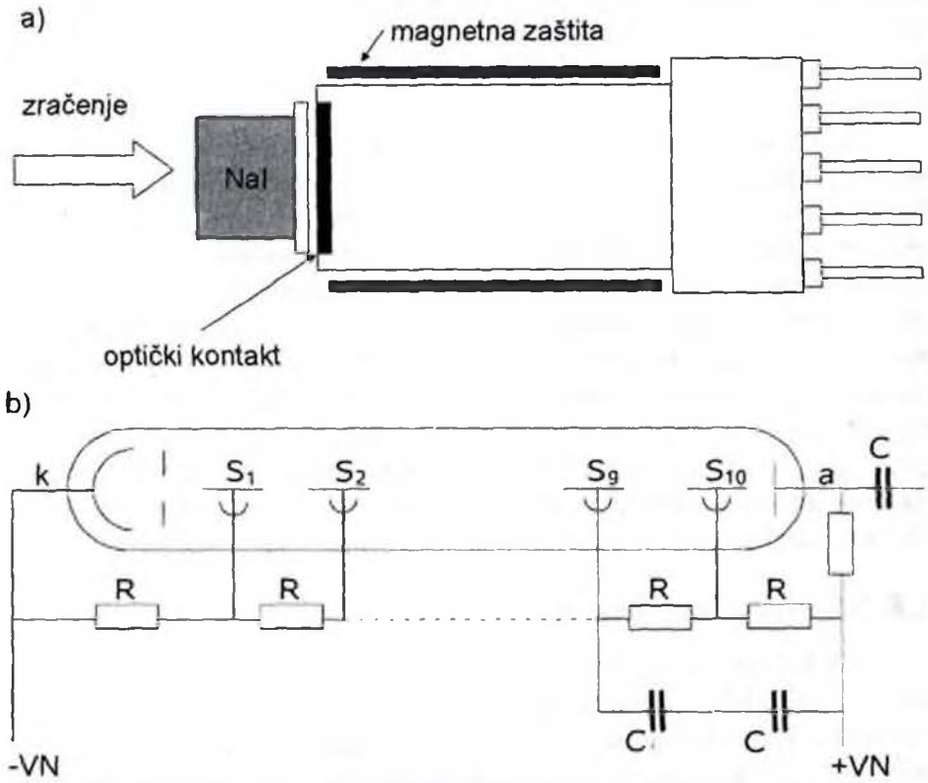
2.6 Scintilacioni brojač

Rad scintilacionog detektora zasniva se na luminescenciji čvrstih, tečnih i gasovitih materijala pod dejstvom jonizujućeg zračenja. Ovako izazvana luminescencija, pretvara se pomoću fotomultiplikatora (elektronska cev specijalne konstrukcije) u odgovarajući električni impuls, koji se dalje pomoću elektronskih uređaja pojačava.

Ovi tipovi detektora imaju široku primenu, ne samo u naučno-istraživačkom radu nego i u savremenoj praksi. Zastupljenost u ovim razmerama posledica je sledećih svojstava ovih uređaja:

1. Vrlo velika efikasnost u odnosu na gasne brojače (ovo naročito važi za γ-zračenje visokih energija)
2. Velika brzina i kratko vreme razlaganja
3. Rade i kao spektrometri čestica i kao spektrometri za određivanje energije nuklearnih zračenja
4. Velika mogućnost izbora različitih geometrijskih formi, kao i kombinacija u izvođenju eksperimenta.

Scintilacioni brojač se sastoji od scintilatora (monokristala), fotomultiplikatora i elektronskog uređaja za pojačavanje i obradu impulsa. Na sl. 2.14 prikazan je jedan sklop scintilacionog detektora.



Sl. 2.14. *Scintilacioni detektor: a) NaI(Tl) u kombinaciji sa fotomultiplikatorom; b) Električna šema razdelnika napona (PHILIPS)*

Deo ispitivanog zračenja se u scintilatoru pretvara u kvante svetlosti. Broj ovih kvanata zavisi od tipa zračenja i materijala scintilatora. Izvestan broj nastalih kvanata dospeva na fotokatodu fotomultiplikatora. Koji broj kvanata pada na fotokatodu zavisi od prozračnosti kristala za sopstvenu svetlost, kao i od kontakta scintilatora i fotomultiplikatora. Fotoni koji padnu na fotokatodu fotomultiplikatora izbacuju iz nje elektrone. Mlaz elektrona posle elektronsko-optičkog fokusiranja dolazi do sistema dinoda i pojačava se nekoliko redova veličine puta. Izlazni impuls se dovodi na ulaz elektronskog pojačavača, gde se pojačava, a zatim ili odbrojava ili analizira.

2.6.1 Fotomultiplikator

Fotomultiplikator je specijalna elektronska cev, a sastoji se od fotokatode, sistema dinoda i anode (ponekad je ispred prve dinode postavljenja tzv. ubrzavajuća elektroda). Katoda je vezana za negativni, a anoda za pozitivni pol izvora visokog napona. Raspodela potencijala u pravcu katoda-anoda realizovana je pomoću unapred podešenog razdelnika napona. Ovim se razdelnikom omogućuje izabrani korak porasta napona duž sistema dinoda sve do anode koja je na najvišem potencijalu. Raspodela potencijala omogućuje ubrzavanje i umnožavanje elektrona. Fotokatoda je, naime, izrađena od materijala koji osvetljen emituje elektrone. Ovu osobinu imaju zemnoalkalni metali. Fotokatoda, kao i sve dinode prevučene su slojem istog materijala.

Elektron izbačen iz katode ubrzava se, tj. raste mu kinetička energija do te vrednosti da iz sledeće dinode izbacuje dva ili više elektrona. Daljim ubrzavanjem, broj elektrona od dinode do dinode se umnožava. Broj nastalih sekundarnih elektrona zavisi od energije primarnih elektrona (iz katode) i od emisione sposobnosti materijala kojim su prevučene dinode. Sekundarni elektroni se kreću pod dejstvom električnog polja sve dok ne stignu do anode.

Neka je koeficijent sekundarne emisije svake dinode m i ako fotomultiplikator sadrži n dinoda, faktor pojačanja se može izraziti kao

$$G = m^n \tag{2.7}$$

Pod pretpostvakom da se znaju statistički karakteri pojedinih procesa, može se smatrati da broj elektrona na izlazu na anodi iznosi

$$Z = \gamma \cdot N \cdot \eta \cdot G \tag{2.8}$$

gde je γ kvantni izlaz fotokatode (može da ima vrednost od 0.01 do 0.35), N je broj kvanata koji su dospeli na fotokatodu, η je koeficijent sakupljanja fotoelektrona na prvoj dinodi (može da ima vrednost od 0.2 do 1). Treba napomenuti da koeficijent sekundarne emisije zavisi od napona prema relaciji

$$m = A \cdot V_0 \exp\left(-\frac{V}{V_0}\right) \tag{2.9}$$

gde su A i V_0 konstante i zavise od osobina dinoda. Na primer, pri naponu od 100 V koeficijent sekundarne emisije ima vrednost od 3 do 4. Ako se

ova vrednost unese u jednačinu (2.7) vidi se da broj elektrona na izlazu fotomultiplikatora jako zavisi od napona napajanja.

Postoje veoma različiti fotomultiplikatori po obliku i karakteristikama (po kojima se kvalitet cevi ocenjuje). Nekoliko renomiranih firmi, koje danas proizvode fotomultiplikatore, prilikom prodaje cevi uz iste daju i atestat o njihovim karakteristikama.

2.6.2 Scintilatori

Izvesni materijali pod dejstvom nuklearnih zračenja emituju svetlost. Materijali koji emituju svetlost nazivaju se scintilatori. Jedan takav materijal je i ZnS. U samom početku razvoja nuklearne fizike ova osobina scintilatora je iskorišćena za detekciju α-čestica.

Kada naelektrisana čestica prolazi kroz scintilatore, ona ih jonizuje i ekscitira. Scintilatori deekscitacijom emituju svetlost koja u konačnom bilansu može biti i apsorbovana, a ako je medijum u kojem je zračenje proizvedeno transparentan za sopstvenu svetlost, ista biva emitovana izvan scintilatora.

Jedna od veoma važnih osobina scintilatora je transformacija izgubljene energije u svetlost. Ovo svojstvo scintilatora naziva se konverzija, a definiše se kao odnos između izgubljene energije čestice po jedinici puta na izračenu svetlost i odgovarajuće izgubljene energije na jonizaciju, što se može izraziti kao

$$C = \frac{\left(\frac{dE}{dx}\right)_{sv}}{\left(\frac{dE}{dx}\right)_{jon}} \tag{2.10}$$

gde oznake *sv* i *jon* određuju tip transformacione energije.

Karakteristika scintilatora ili, preciznije, njegov kvalitet izražava se svetlosnim prinosom. Ukoliko je svetlosni prinos veći, lakša je detekcija čestice.

Svetlosni prinos scintilatora zavisi od vrste i energije čestice. Svetlosni prinos većine scintilatora je u slučaju elektrona ili γ-zraka proporcionalan energiji. Ova se proporcionalnost gubi u slučajevima teških čestica.

Vreme svetlenja ili, kako se još naziva, vreme gorenja scintilatora je karakteristika od posebne važnosti.

Mehanizam pobuđivanja i emisije, naročito za ovo odabranih materijala, je veoma složen, o njemu se zbog toga ovde neće detaljnije govoriti. Ovde će, međutim, biti govora o emisiji kao i terminima koji bliže određuju karakteristike scintilatora. Naime, od trenutka kada se kristal-scintilator prolaskom naelektrisane čestice zapali, već posle 10^{-12} s emitovana svetlost dostiže maksimalnu vrednost. Posle vremena t koje je duže od t_0 (10^{-12} s), emisija svetlosti opada po eksponencijalnom zakonu $J=J_0\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$, gde je τ srednji ili prosečni život pobuđenih stanja u atomu i naziva se vreme gorenja. Ukoliko je ovo vreme kraće, kraće je i vremensko razlaganje scintilacionog brojača.

Sem fizičkih osobina koje scintilator ima, mora zadovoljavati čitav niz zahteva, da bi se mogao primeniti u detekcione svrhe: mora biti transparentan za sopstvenu svetlost. Talasna dužina emitovane svetlosti mora odgovarati maksimumu spektralne osetljivosti fotokatode fotomultiplikatora, kako bi transformacija svetlosti u struju elektrona bila bolja. Scintilator mora biti pogodan za interakciju sa nuklearnim zračenjem. Za γ-zrake na primer, mora biti od materijala sa visokim Z i sa velikom gustinom, a za neutrone treba da sadrži vodonik, itd.

TABELA 2.3

Scintilator	ρ $\left[\frac{g}{cm^3}\right]$	λ [nm]	τ [s]	C [%]
Antracen	1.25	440	$2.7\cdot10^{-8}$	4.2
Stilben	1.15	410	$(2-3)\cdot10^{-8}$	2.8
NaI(Tl)	3.67	410	$2.5\cdot10^{-7}$	8
ZnS(Tl)	4.1	450	$1.0\cdot10^{-5}$	28

ρ - gustina materijala scintilatora
λ - talasna dužina emitovane svetlosti
τ - vreme gorenja
C - svetlosna konverzija

Scintilatori u osnovi mogu da budu organski i neorganski. Neorganski scintilatori su monokristali nekih neorganskih jedinjenja. Scintilatori koji su danas najviše u upotrebi su: NaI(Tl), CsI(Tl) i LiI(Eu). Opšte karakteristike ovih monokristala su velika gustina i velik svetlosni prinos, čime im je zagarantovana visoka detekciona efikasnost. U poređenju sa organskim kristalima imaju dugo vreme gorenja.

Organski scintilatori mogu da budu monokristali organskih jedinjenja, a to su: Stilben, antracen, naftalin, itd. Organski kristali se odlikuju kratkim vremenom gorenja. Pogodni su za detekciju naelektrisanih čestica i brzih neutrona preko uzmaknutog protona. Osetljivi su i na γ-zrake, ali im je energijska rezolucija loša.

U tabeli 2.3 date su karakteristike nekih scintilatora koji se koriste u scintilacionim detektorima.

Pored pomenutih monokristala organskog i neorganskog porekla, poznati su i plastici. Plastici su tvrdi rastvori organskih materijala u organskim tečnostima. Plastici mogu biti izrađeni u raznim oblicima i zapreminama. Koriste se za detekciju γ-zraka, β- i α-čestica i brzih neutrona.

2.6.3 Detekcija i spektroskopija

Scintilacioni detektori se koriste za detekciju i spektroskopiju nuklearnog zračenja. Danas se za spektroskopiju α-zraka, zbog bolje energijske rezolucije, više koriste poluprovodnički nego scintilacioni detektori. Pri nekim eksperimentima, međutim, scintilacioni detektori su nezamenjivi, a tada se koriste CsI(Tl) i NaI(Tl).

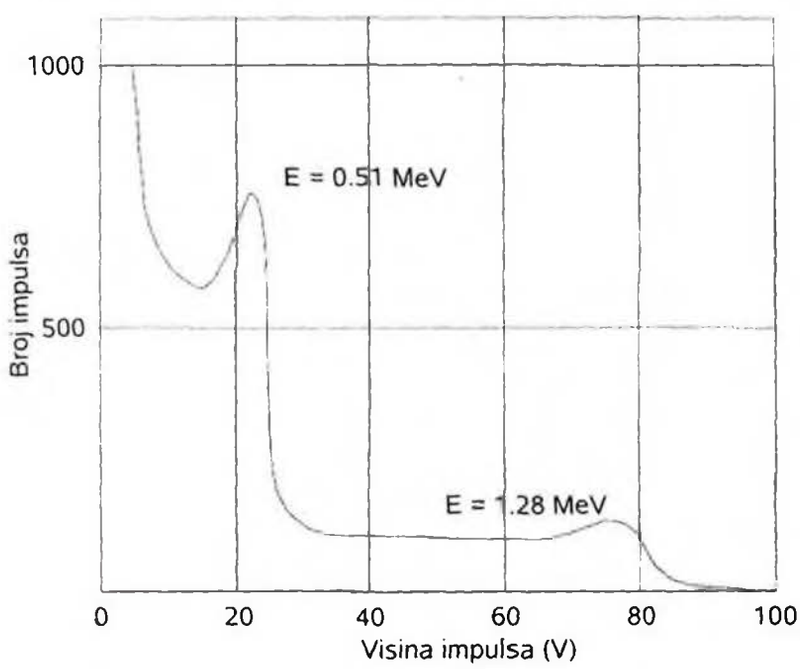
U slučaju β-čestica uglavnom se koriste plastici i organski scintilatori. Ovi scintilatori imaju lošu energijsku rezoluciju i pretežno se, zbog toga, koriste kao brojači.

Scintilacioni detektori imaju široku primenu u detekciji i spektroskopiji γ-zračenja. Kao najpogodniji scintilator za spektroskopiju koristi se NaI(Tl).

Spektroskopija γ-zračenja pomoću NaI(Tl) zasniva se na tri efekta koji nastaju prolaskom γ-zraka kroz scintilator. Ovi efekti su: fotoefekat, Compton-ov efekat i efekat stvaranja elektron-pozitronskog para. Detekcija je posredna. Naime, elektroni nastali putem ovih efekata vrše jonizaciju i ekscitaciju monokristala. Elektroni nastali putem fotoefekta imaju najveću energiju, pa ako je celokupnu izgube u kristalu, proizvode

najveću količinu svetlosti. Velika količina svetlosti na fotokatodi fotomultiplikatora daje veliki broj fotoelektrona, a ovi umnoženi (elektroni-umnoženi i ubrzani) daju na izlazu, tj. radnom otporniku veliki izlazni impuls.

Elektroni nastali usled Compton-ovog efekta imaju širok spektar energija, od neke minimalne do neke maksimalne vrednosti. Prema ovim energijama proizvodi se i odgovarajuća količina svetlosti. Ova količina svetlosti preko fotomultiplikatora na radnom otporniku proizvodi impulse različitih visina.



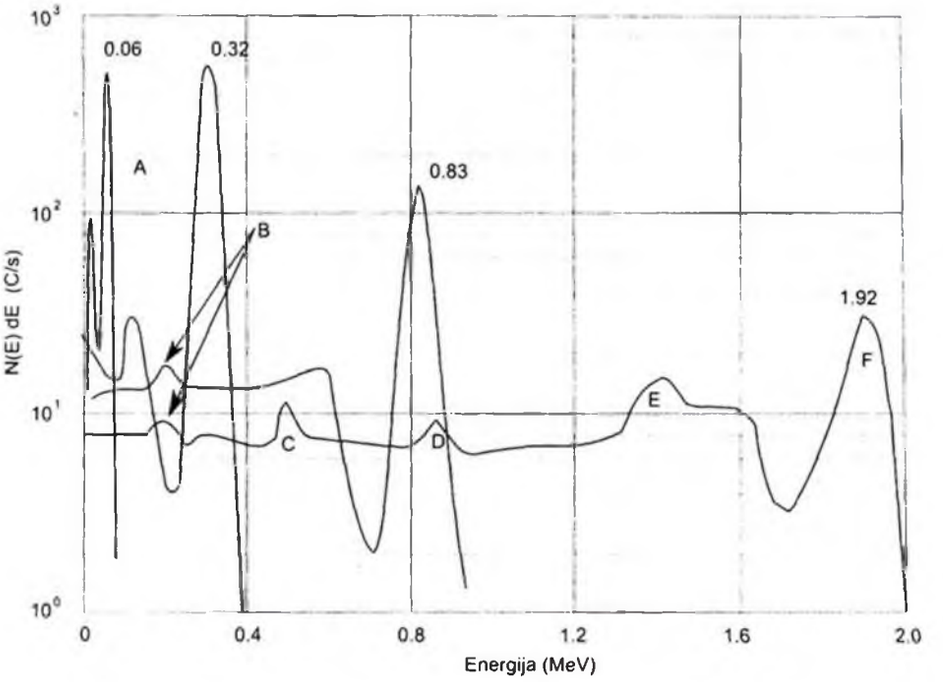
Sl. 2.15. *Spektar Compton-ovih elektrona nastalih pod dejstvom γ-zraka od 0.51 i 1.28 MeV iz ^{22}Na.*

U zavisnosti od energije γ-zraka nastali par elektron-pozitron (efekat stvaranja para) izaziva svetlost u scintilatoru. Rezultujući spektar impulsa na radnom otporniku može biti veoma složen.

Na slici 2.15 prikazan je γ-spektar ^{22}Na snimljen scintilacionim spektrometrom. Upotrebljeni scintilator je organskog porekla (stilben). Fotoefekat pri upotrebi ovog scintilatora je zanemarljivo mali, pa se u

spektru uočavaju samo dve distribucije Compton-ovih elektrona, koje potiču od γ-zraka energije 0.51 i 1.28 MeV.

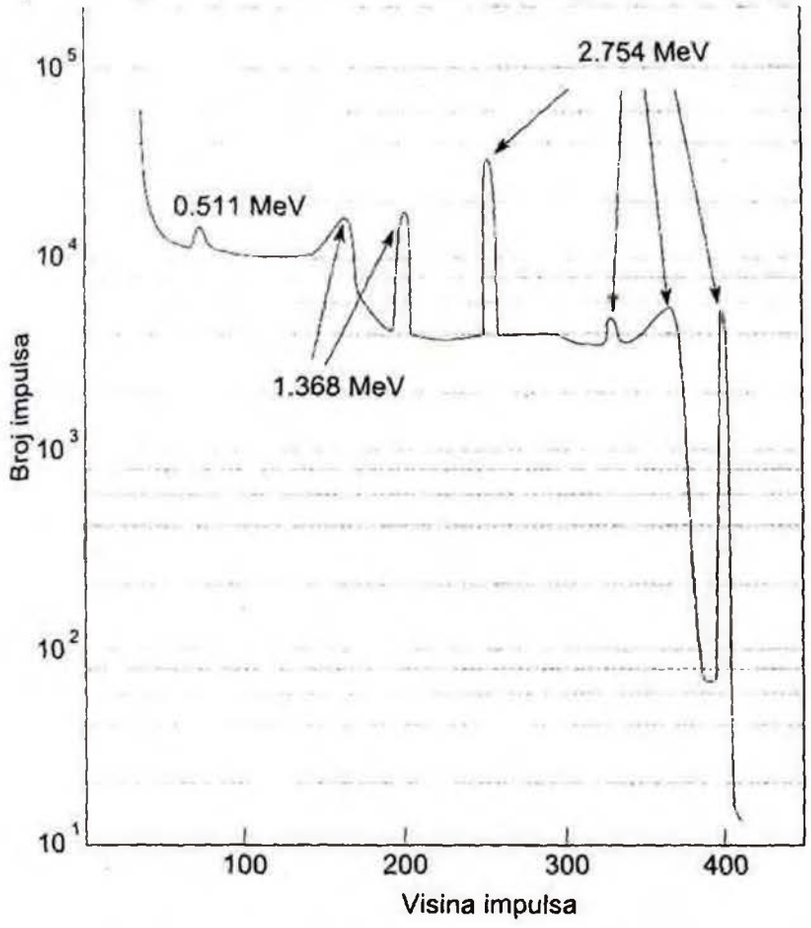
Na slici 2.16 prikazan je spektar četiri γ-zraka i to od: 0.06; 0.32; 0.83 i 1.92 MeV. γ-zrak od 0.06 MeV interaguje sa scintilacionim detektorom sa NaI, može se reći isključivo preko fotoefekta i u spektru se zapaža samo jedna linija.



Sl. 2.16. *Spektar γ-zraka energije od 0.06; 0.32; 0.83 i 1.92 MeV snimljen scintilacionim spektrometrom.*

A) Fotoefekat sa „escape"-om X zraka
B) Rasejanje od okoline (backscattering)
C) Anihilaciono zračenje
D) Stvaranje para sa „escape"-om oba fotona
E) „Escape" jednog fotona
F) Pik totalne energije

Kako je, međutim, posle izbačenog elektrona nastalo pregrupisavanje elektrona u omotaču atoma detektora propraćeno emisijom X-zraka, detektovana je još jedna linija u spektru niže energije koja potiče od karakterističnog zračenja. Trebalo bi da ova linija po intenzitetu bude jednaka liniji nastalog fotoefekta. Kako je međutim, jedan deo X-zračenja izbegao detekciju (što zavisi od mesta u kristalu gde se X-zrak formira) linija je manjeg intenziteta. Povećanjem energije γ-zraka spektar postaje složeniji. Za γ-zrake od 0.32 i 0.83 MeV pored foto vrha prisutna



Sl. 2.17. *Spektar γ-zraka od 1.37 i 2.75 MeV iz ^{24}Na snimljen Ge(Li) detektorom*

je i Compton-ova raspodela, kao što je na slici 2.15 i prikazano. Ako je energija upadnog γ-zraka 1.92 MeV, pored Compton-ove distribucije elektrona i linije totalne apsorpcije, javlja se još nekoliko pratećih linija superponiranih na pomenutu distribuciju, a rezultat su interakcije u kojima je stvoren par elektron-pozitron. Anihilacijom pozitrona sa elektronom nastaju dva kvanta od po 0.511 MeV. Ona može da se dogodi u bilo kojem delu zapremine detektora, pa može da se desi da: oba kvanta izbegnu detekciju, da jedan bude detektovan ili konačno, oba da budu detektovana. U prvom slučaju javlja se linija na 0.898 MeV (D), u drugom linija (E), a u trećem linija pod (F) (v. sl. 2.16).
Na slici 2.17 prikazan je spektar ^{24}Na snimljen Ge(Li) spektrometrom. Kao što se iz priloženog grafika vidi, spektar dobijen ovim detektorom ima bolju energijsku rezoluciju i bolje definisanu foto i Compton-sku raspodelu.

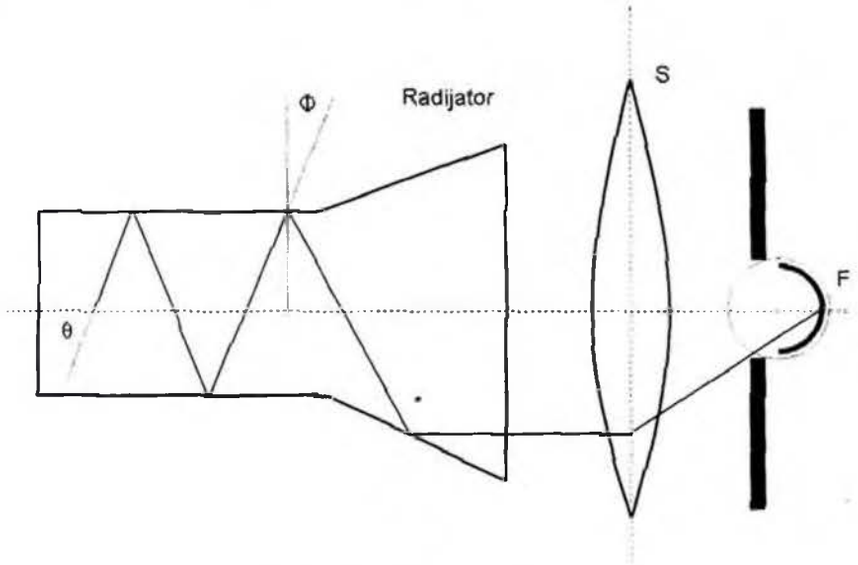
2.7 Brojač Čerenkova

U prvoj glavi (v. 1.2) opisan je efekat Čerenkova. Pokazano je da naelektrisana čestica čija je brzina veća od fazne brzine svetlosti ($v > u = \frac{c}{n}$, gde je n indeks prelamanja svetlosti) gubi energiju na polarizaciju medijuma. Depolarizacijom dipola polarizovanog medijuma emituje se svetlost. Pravac emitovane svetlosti u odnosu na upadni pravac naelektrisane čestice zavisi od energije čestice. Ako je medijum, kroz koji čestica prolazi, transparentan za emitovanu svetlost dipola, može se koristiti kao detektor, a takođe i kao spektrometar.

Principijelna skica brojača Čerenkova data je na sl. 2.18.

Ovaj se brojač obično sastoji od radijatora (plastične mase, vode, itd.) čiji je indeks prelamanja svetlosti $n > 1$, sabirnog sočiva S i fotomultiplikatora F. Ako je konstrukcija brojača (radijatora) cilindrična, tada se na graničnoj površini radijator-vazduh svetlost Čerenkova mora totalno reflektovati kako ne bi bila izgubljena za detekciju. Ovaj će uslov biti ispunjen samo ako je ugao totalne refleksije Φ veći od ugla Φ_0, gde je $\phi_0 = \frac{\pi}{2} - \theta_{max}$, a θ_{max} je ugao koji zahvata emitovana svetlost sa pravcem upadne čestice, kada naelektrisana čestica dostiže brzinu svetlosti, tj. kada je $v = c$. Ukoliko je navedeni uslov ispunjen, svetlost nastala u radijatoru se posle višestrukog odbijanja nalazi na kraju detektora čiji je geometrijski oblik podesan da usmeri svetlost ka sabirnom sočivu u čijoj se žiži nalazi fotomultiplikator. Fokusirana svetlost deluje na fotokatodu

izbacujući elektrone, a dalji je proces identičan sa onim kod scintilacionih detektora.



Sl. 2.18. *Brojač Čerenkova*

Brojač Čerenkova se koristi za detekciju čestica visoke energije.

2.8 Detektori naelektrisanih čestica vizuelnog tipa

Električni sistemi za detekciju veoma su pogodni za brzo sakupljanje i prikazivanje podataka u raznim vrstama eksperimenata. Oni su posebno dobri kada se radi o velikom broju događaja i dobro definisanim geometrijama eksperimenata. Međutim, ako su procesi komplikovani i okarakterisani malim brojem događaja, tada se koriste vizuelni detektori. Pomoću ovih detektora dobijaju se informacije kako o događajima nastalim u interakciji tako i o posle-dicama interakcije. Dovoljno je da se stvori samo jedan par jona da bi interakcija bila detektovana, što je upotrebom električnih detektora praktično nemoguće.

2.8.1 Wilson-ova komora

Godine 1912. Wilson je konstruisao maglenu komoru, koja je po njemu i dobila naziv Wilson-ova komora. Bilo je poznato da su joni u

presićenoj pari (kao što je alkoholna para, vodena para, itd.) centri moguće kondenzacije. Kako naelektrisana čestica duž svog puta jonizuje gas, u prezasićenoj pari će se oko svakog jona formirati kapljica. Trag čestice je, dakle, obeležen kapima i može se fotografskim postupkom preneti na film, odnosno fotografsku hartiju.

Uslov prezasićenja postiže se adijabatskim širenjem gasa koji sadrži paru. Neka je smeša gas-para zatvorena u zapreminu V_1 i neka se nalazi na temperaturi T_1. Posle ekspanzije na zapreminu V_2 temperatura sistema pada na T_2, tj.

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{k-1} \tag{2.11}$$

gde je k odnos specifičnih toplota posebno gasa i pare. Posle ekspanzije pritisak pare će se promeniti na vrednost

$$p_f = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{k} \tag{2.12}$$

Ovaj pritisak je nešto viši od pritiska p_2 na temperaturi T_2.

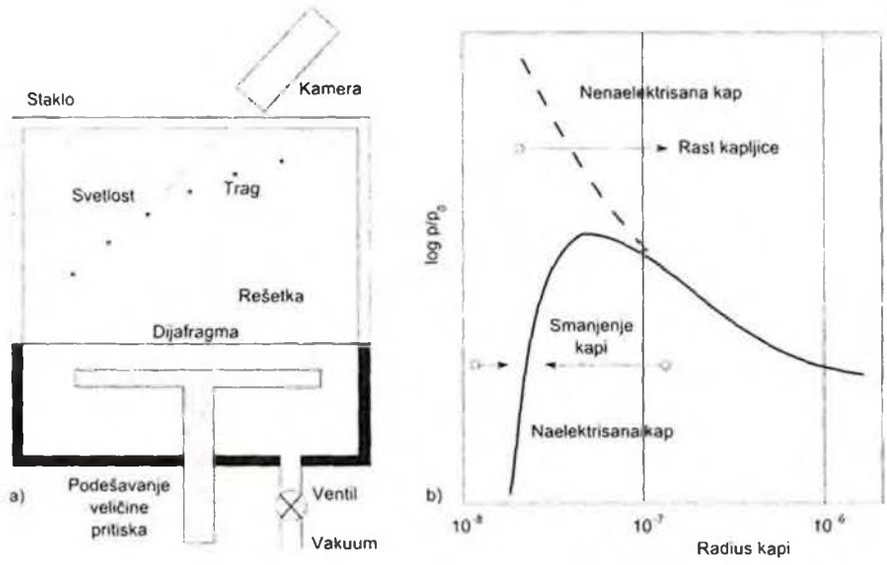
Mehanizam formiranja kapi tesno je vezan sa dobro poznatom zavisnošću pritiska pare kapi od njenog radijusa i naelektrisanja. Neka je p_0 pritisak pare nad sfernom površinom radijusa r i neka je p pritisak pare nad ravnom površinom iste tečnosti. Ako je kap naelektrisana količinom naelektrisanja q, odnos pritisaka $\frac{p_0}{p}$ potreban za formiranje kapi će biti

$$\frac{RT\rho}{M} \ln \frac{p_0}{p} = \frac{2\delta}{r} - \frac{q^2}{8\pi r^4} \tag{2.13}$$

gde je R - gasna konstanta, T - apsolutna temperatura, δ - površinski napon, M - molekularna težina, ρ - gustina tečnosti, a r - radijus kapi. Izraz (2.13) grafički je dat na sl. 2.19 pri čemu je isti izvučen punom linijom. Isprekidanom linijom data je zavisnost ravnotežnog stanja između uslova rasta kapljice i njenog prevođenja u stanje pare u slučaju kada kap nije naelektrisana.

Prezasićenje $S = \frac{p_f}{p_2}$ se postiže kada je ekspanzijom predviđen maksimum krive $\frac{p_0}{p}$. U tom slučaju kap raste od 10^{-8} cm do 10^{-3} cm, približno za polovinu sekunde. Kritično prezasićenje $S = 4.2$ postiže se za

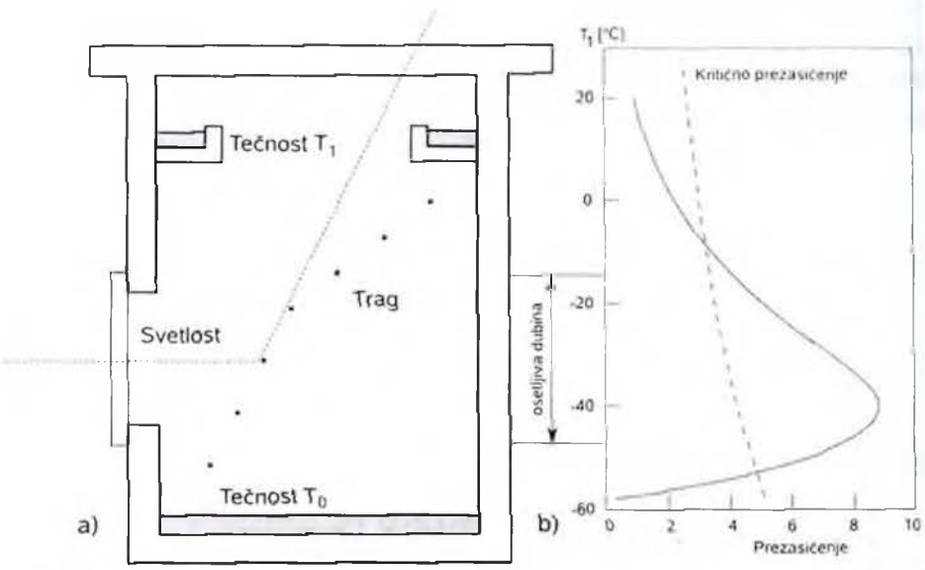
vodu na 0°C. Radijus kapi na maksimumu krive sa sl. 2.19.b iznosi oko $6 \cdot 10^{-8}$ cm. Kapljice formirane na jonima imaju radijus oko $3 \cdot 10^{-3}$ cm, a formiranje traje oko pola sekunde i može se fotografisati uz pogodno osvetljavanje.



Sl. 2.19. *a) Ekspanziona maglena komora; b) Ravnotežno stanje pritiska p_0/p u zavisnosti od radijusa kapi r*

2.8.2 Difuziona maglena komora

Difuzionu maglenu komoru konstruisao je Langsdort 1936. godine. Smeša gas-para u komori nalazi se u gradijentu temperature. Obično se dno komore hladi do -60°C. Ova se temperatura postiže mešavinom CO_2 i alkohola. Polopac komore je na sobnoj temperaturi. Metil-alkoholne pare dobijaju se iz tečnosti koja je stavljena u sud neposredno ispod poklopca, gde su u zasićenom stanju. Usled termičkog gradijenta pare metil-alkohola padaju prema dnu, prehlađuju se i prelaze u prezasićeno stanje.



Sl. 2.20. *Difuziona maglena komora.*

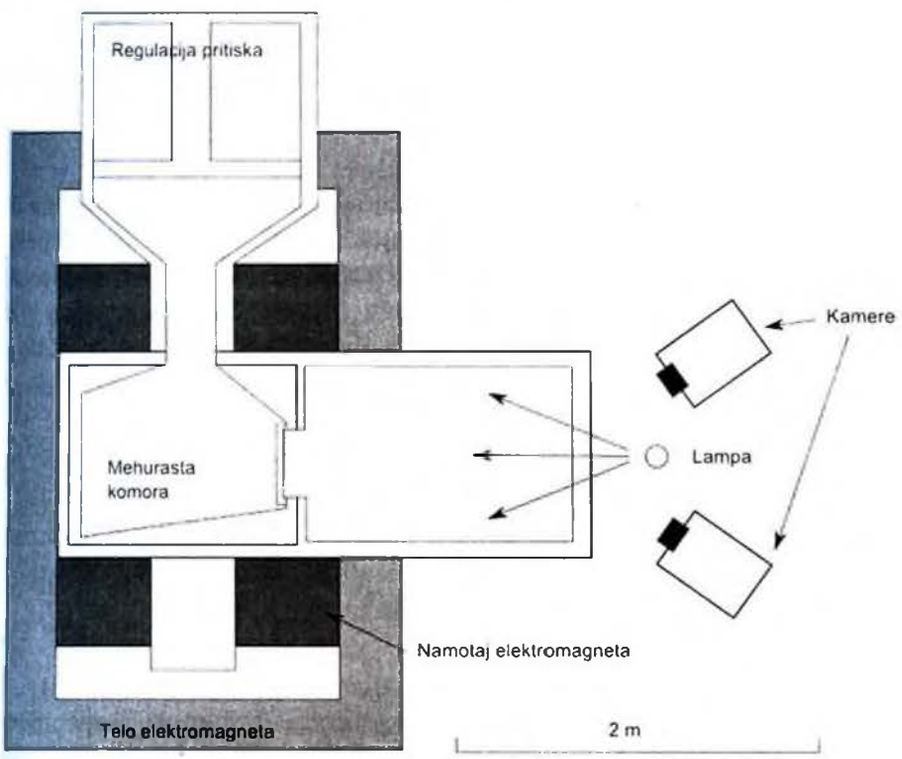
Zapremina komore u kojoj su pare metil-alkohola u prezasićenom stanju sposobna je za formiranje kapi na obrazovanim jonima. Za razliku od Wilson-ove komore ona je kontinualno osetljiva. Nedostatak komore je taj što se, pod dejstvom intenzivnijeg zračenja, osetljivi deo komore može lako paralisati i za oporavak je potrebno 10 – 20 s.

Komora može da radi na višim pritiscima nego Wilson-ova komora, što u efikasnom delu komore omogućava veći gubitak energije po jedinici puta, odnosno čini komoru efikasnijom za čestice viših energija.

2.8.3 Mehurasta komora

Mehurastu komoru je konstruisao Glaser 1952. godine. Predviđena je za detekciju čestica visokih energija. Komora se puni tečnošću, a kako ista ima veću gustinu u odnosu na gas, gubitak energije po jedinici puta se povećava i komora postaje efikasna i za čestice visokih energija. Princip rada mehuraste komore sastoji se u sledećem: tečnost kojom se komora puni dovodi se u pregrejano stanje, jonizujuća čestica formira jone prolaskom kroz efikasnu zapreminu, ovi joni postaju centri

evaporacije i oko njih se stvaraju mehurići. Dakle, trag čestice visoke energije obeležen je mehurićima koji se pogodnim osvetljavanjem mogu snimiti. Komora je prikazana na sl. 2.21.



Sl. 2.21. *Mehurasta komora.*

Rad komore može se razložiti u sledeće etape:

- tečnost se zagreje iznad tačke ključanja
- drži se u tečnoj fazi, pritiskom koji je veći od pritiska zasićene pare
- pritisak se trenutno promeni, usled čega tečnost dospeva u pregrejano stanje
- tečnost je u takvom stanju osetljiva na jonizujuće čestice nekoliko sekundi pre ključanja
- vreme osetljivosti u praksi je ograničeno na nekoliko milisekundi posle kojeg se uspostavlja prvobitno stanje i

otklanja opšte ključanje
- ovim je ciklus završen i počinje ponovo.

Često se mehuraste komore pune tečnim vodonikom, deuterijumom ili helijumom. Kako ovi materijali imaju nisku tačku ključanja, nisu podesni za rad, pa se, iz ovih razloga, koriste teže tečnosti: pentan, propan ili ksenon.

2.8.4 Nuklearne emulzije

Becquerel je prvi od fizičara zapazio da nuklearno zračenje deluje na fotografsku emulziju. Od tog se momenta do danas fotografska emulzija još uvek koristi kao detektor nuklearnog zračenja.

Nuklearna emulzija je modifikovana fotografska emulzija sa vrlo finim zrnima bromida srebra raspoređenim u želatinu. Debljina sloja emulzije može da iznosi 20 – 600 μm. Sloj debljine 600 μm koristi se na primer pri detekciji protona od 10 MeV.

Naelektrisana čestica minimalne jonizacione moći proizvede oko 30 razvijenih zrna na dužini puta od 100 μm. Gustina zrna je proporcionalna gubitku energije po jedinici puta $-\frac{dE}{dx}$ i može da posluži kao mera brzine čestice, pod uslovom da je $v \ll c$ i da gustina zrna ne dostigne saturaciju. Saturacija, kako je poznato, nastaje pri

$$-\frac{dE}{d\xi} = 10^3\,\mathrm{MeV}\cdot\mathrm{g}^{-1}\cdot\mathrm{cm}^2 .$$

Kod tako velikih specifičnih gubitaka energije velika je i specifična jonizacija, a tada su sva zrna u tragu čestice razvijena; drugim rečima veća specifična jonizacija se ne može detektovati.

Nuklearne emulzije eksponirane zračenjem razvijaju se određenim postupkom i posle toga posmatraju mikroskopom. Pomoću mikroskopa može se odrediti specifična jonizacija, dužina traga i domet čestice. Dužina traga i domet mogu se povezati sa energijom upadne čestice.

U svetu postoji nekoliko firmi koje proizvode nuklearne emulzije. Najpoznatije među njima su: Ilford, Kodak LTD, Eastman Kodak, itd. U tabeli 2.4 dat je sastav suve nuklearne emulzije u $\frac{\mathrm{mg}}{\mathrm{cm}^3}$.

Navedeni proizvođači imaju specijalizovane emulzije različitih osetljivosti. Neke od njih služe za detekciju visokojonizujućih čestica, kao što su: fisioni produkti i α-čestice niskih energija, dok su druge osetljive na slabojonizujuće čestice (brzi elektroni i čestice čije su brzine $v \simeq c$).

TABELA 2.4

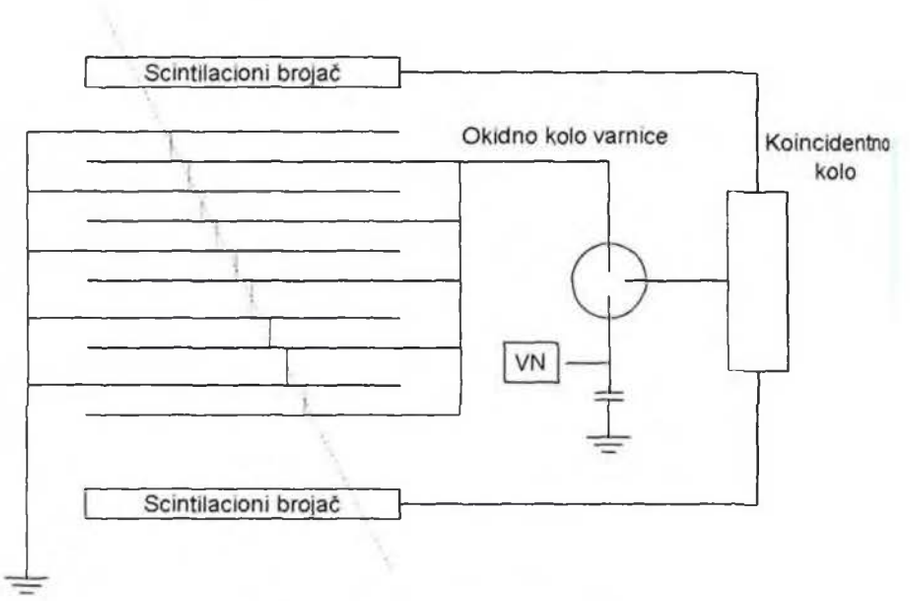
ELEMENT	ILFORD	KODAK LTD	EASTMAN KODAK
srebro	2.025	1.97	1.70
brom	1.465	1.44	1.22
jod	0.057	0.036	0.054
ugljenik	0.30	0.27	0.34
vodonik	0.049	0.038	0.043
kiseonik	0.20	0.16	0.17
sumpor	0.011	X	X
azot	0.073	0.080	0.11

Nuklearne emulzije mogu se koristiti i za detekciju neutrona, jer u svom sastavu sadrže i vodonik.

2.9 Varnična komora

Jedan od najnovijih pronalazaka na polju detekcije čestica visokih energija, bez sumnje, je varnična komora. Sastoji se od više međusobno izolovanih ploča, izmedu kojih je prostor ispunjen plemenitim gasom (neon). Svaka druga ploča je na potencijalu zemlje, dok se na ostale priključuje kratak naponski impuls koji traje oko 0.5 μs. Naponski impuls je takve jačine da je u stanju da proizvede varnicu kada kroz komoru prođe čestica visoke energije. Trag čestice je obeležen varnicama, koje se mogu fotografisati i na taj način trajno registrovati. Očitavanje filmova i obrada podataka izvodi se primenom računara.

Na sl. 2.22 prikazana je principijelna šema varnične komore.



Sl. 2.22. *Varnična komora.*

2.10 Merenje naelektrisanih čestica

2.10.1 Uvod

U analizi detektora nuklearnih zračenja rečeno je da su neki od njih i spektrometri. Svaki detektor kod kojeg je izlazni impuls (signal) proporcionalan energiji upadne čestice je i spektrometar. Ovde spadaju: diferencijalna jonizaciona komora, proporcionalni brojač, scintilacioni i poluprovodnički detektor. Spektrometri mogu biti i oni detektori pomoću kojih se može meriti domet, budući da postoje empirijski izrazi koji povezuju domet i energiju.

Vrednosti energija izmerenih ovim tipovima spektrometara ne odlikuju se visokom tačnošću. U cilju tačnijih merenja koriste se β-spektrometri.

2.10.2 Magnetni spektrometri

Magnetni spektrometri se kriste pri analizi β-spektara i merenju spektara konverzionih elektrona. Pogodni su za izučavanje γ-zraka,

merenjem fotoelektrona koje ovi zraci izbojaju iz mete. Osnovna osobina magnetnih spektrometara je prostorna separacija elektrona po energijama. Za ovakvu separaciju odgovorna su elektrostatička i magnetna polja koja dejstvuju na naelektrisanu česticu u kretanju. Ova osobina magnetnog i elektrostatičkog polja koristi se pri određivanju energije naelektrisane čestice. Neka se, na primer, naelektrisana čestica mase m, kreće u homogenom magnetnom polju indukcije B normalno na linije sile. Pod dejstvom magnetnog polja trajektorija čestice je krug radijusa krivine ρ. Jednačina kretanja glasi

$$e\,v\,B=\frac{m\,v^2}{\rho} \tag{2.14}$$

gde je $m=m_0\left(1-\beta^2\right)^{-1/2}$. Izraz (2.14) može poslužiti za određivanje impulsa elektrona

$$p=e\,B\,\rho \tag{2.15}$$

Izraz (2.15) povezuje impuls elektrona p, radijus krivine trajektorije elektrona ρ i intenzitet magnetnog polja indukcije B. Prema relativističkoj mehanici, totalna energija elektrona izražena preko impulsa data je izrazom

$$E=\left(p^2c^2+m_0^2c^4\right)^{\frac{1}{2}}=T+m_0c^2 \tag{2.16}$$

Iz ove poslednje relacije može se odrediti kinetička energija elektrona i to

$$T=\left[(m_0c^2)^2+e^2c^2(B\,\rho)^2\right]^{\frac{1}{2}}-m_0c^2 \tag{2.17}$$

ili

$$T=\left(510.984\pm0.016\right)\left(\sqrt{(3442.2\pm0.2)\cdot10^{-4}(B\rho)^2+1}-1\right).$$

Znači da je za određivanje kinetičke energije potrebno poznavati vrednost indukcije B koja se meri sa visokom tačnošću, kao i radijus krivine trajektorije elektrona.

Od savremenih β-spektrometara zahteva se ne samo da konfiguracijom polja savijaju trajektorije elektrona, već da ih i fokusiraju, tj. sakupe na jedno mesto.

Prema konfiguraciji magnetnog polja spektrometri se dele na: β-spektrometre sa poprečnim magnetnim poljem (magnetne linije normalne na trajektoriju elektrona); β-spektrometre sa uzdužnim magnetnim

poljem, kao i elektrostatičke spektrometre.

Osnovne osobine spektrometara su: moć razlaganja (rezolucija), transmisija i luminoznost.

Moć razlaganja se definiše kao:

$$R=\frac{\Delta(B\rho)}{B\rho} \tag{2.18}$$

gde je $\Delta(B\rho)$ širina konverzione linije na polovini visine, a $B\rho$ je vrednost koja odgovara njenoj energiji.

Transmisija se definiše kao:

$$T=\frac{N_{det}}{N_{upad}} \tag{2.19}$$

gde N_{det} predstavlja broj detektovanih čestica, N_{upad} broj čestica koje su u prostornom uglu od 4π sterad emitovane.

2.10.3 β-spektrometri sa poprečnim magnetnim poljem

Kod ovih tipova spektrometara magnetne linije sile su normalne na trajektorije elektrona. Prema načinu fokusiranja dobili su naziv:

a) spektrometri sa polukružnim fokusiranjem
b) dvostrukofokusirajući spektrometri
c) toroidalni spektrometri.

Spektrometar sa polukružnim fokusiranjem sastoji se od magneta sa homogenim poljem između čijih je polova nameštena komora. U komori je, prema geometrijskim uslovima, određen položaj radioaktivnog izvora, detektora (fotografske ploče) i otvora kojim se definiše prostorni ugao pod kojim elektroni ulaze u magnetno polje spektrometra.

Na sl. 2.23 prikazane su tri trajektorije elektrona.

Ako je radioaktivni izvor S malih dimenzija, njegov lik s nađen je tačno posle 180°. Širina lika je data izrazom

$$s=2R(1-\cos\alpha)=R\left(\alpha^2-\frac{\alpha^4}{12}+\frac{\alpha^6}{360}-\ldots\right)\simeq R\alpha^2 \tag{2.20}$$

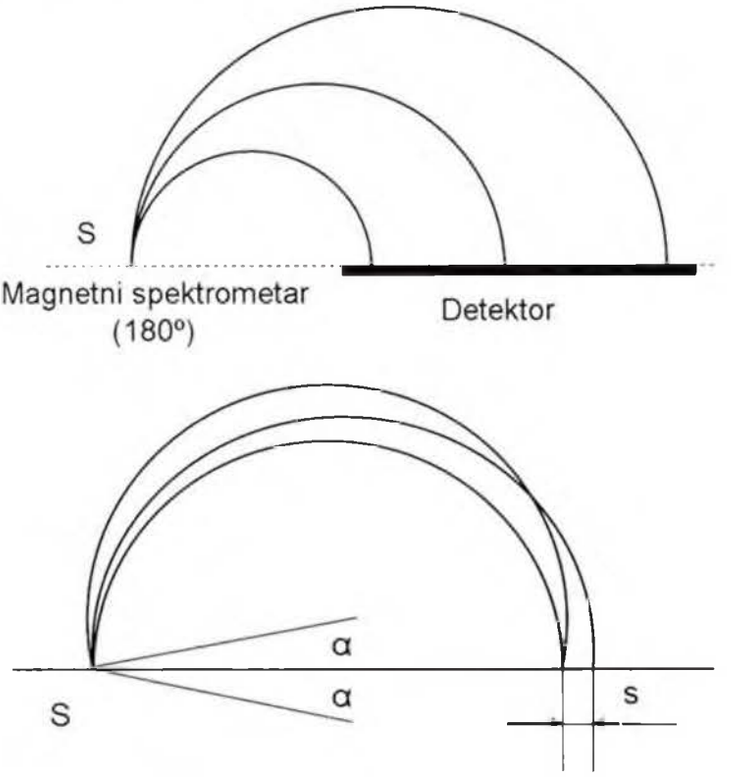
Moć razlaganja spektrometra će biti

$$\frac{\Delta p}{p}=\frac{\Delta R}{R}=\frac{s}{2R}=\frac{\alpha^2}{2} \tag{2.21}$$

Transmisija ima vrednost

$$T = \frac{\Omega}{4\pi} = \frac{1}{4\pi} 2\pi(1 - \cos\alpha) \simeq \frac{\alpha^2}{4} \qquad (2.22)$$

Očigledno je da su transmisija i rezolucija spektrometra u direktnoj vezi sa aperturom, tj. ukoliko je ugao pod kojim elektroni ulaze u spektrometar veći, utoliko su veće transmisija i rezolucija. Tipična rezolucija za takve spektromere iznosi 1%, a $T = 0.1\%$.



Sl. 2.23. *Trajektorije elektrona u homogenom magnetnom polju, definisani sa tri upadna ugla.*

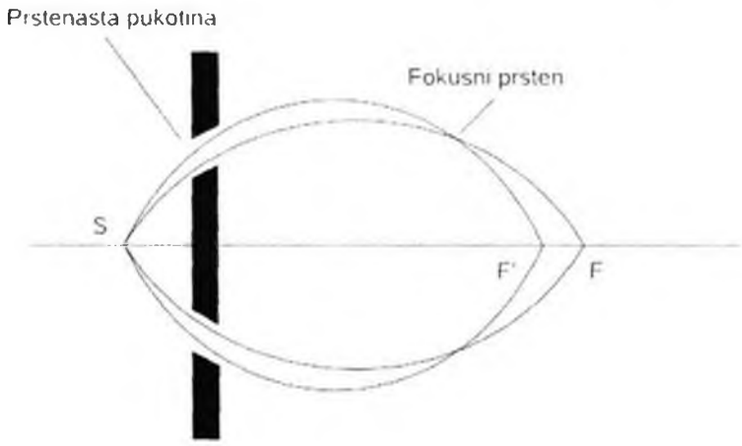
Dvostruko-fokusirajući spektrometar vrši fokusiranje elektrona u dva pravca zahvaljujući rasporedu magnetnog polja indukcije B koje se može izraziti

$$B_Z = B_0 \left(\frac{r}{r_0} \right)^{-n} \tag{2.23}$$

gde je B_0 vrednost indukcije na kružnoj putanji kojom je definisana centralna orbita radijusa r_0. Izvor i detektor su postavljeni na centralnu orbitu. Fokus u odnosu na izvor nalazi se na uglu $\theta = \pi\sqrt{2} = 254.814°$.

Postoje različite konstrukcije dvostrukofokusirajućeg spektrometra. Najjednostavnija konstrukcija je izvedena sa dva koncentrična kalema serijski povezana i sa različitim brojem navoja. Dvostrukofokusirajući spektrometri se odlikuju visokom moći razdvajanja uz relativno visoku transmisiju. Koriste se za analizu konvezionih spektara.

2.10.4 Spektrometri sa uzdužnim magnetnim poljem



Sl. 2.24. *Dve trajektorije fokusiranih naelektrisanih čestica uzdužnim magnetnim poljem.*

Kod ovih spektrometara raspodela polja je aksijalno simetrična sa osom magnetnog sočiva. Magnetna sočiva mogu biti kratka i duga. Kombinacijom ovih može se dobiti takva raspodela polja koja ima određena svojstva fokusiranja. Ako se radioaktivni izvor postavi u magnetno polje koje ima aksijalnu simetriju, ono sakuplja elektrone u jednu tačku. Kako elektroni ulaze u magnetno polje pod nekim uglovima koji su definisani kružnim otvorom na ulaznoj dijafragmi, krajnjim i središnjim uglovima, v. sl. 2.24, definisane su dve trajektorije kojima je

određen fokus spektrometra. Rastojanje između izvora i fokusa dato je izrazom

$$\overline{SF} = v\,\tau \cdot \cos\alpha = \frac{2\pi m v_e}{eB}\cos\alpha \approx \frac{2\pi p_e}{eB}\left(1 - \frac{\alpha^2}{2}\right) \qquad (2.24)$$

gde je τ vreme za koje elektron opiše ugao od 2π.

Odlika ovih spektrometara je relativno velika transmisija uz pristojnu rezoluciju. Uz, recimo transmisiju T = 2%, rezolucija je R = 1%. Konstrukciono se lako realizuju.

GLAVA III

3 Akceleratori naelektrisanih čestica

3.1 Uvod

Akceleratori su uređaji pomoću kojih se naelektrisane čestice ubrzavaju. Građeni su i usavršavani sve do današnjih dana, kako bi se pomoću ubrzanih čestica ispitale osobine atomskog jezgra. Priroda nuklearnih sila, koje na okupu drže nukleone, ni do danas nije razjašnjena, te predstavljaju za istraživače veoma privlačnu oblast. Pretpostavlja se da će ovaj problem biti rešen kada nuklearni fizičari budu posedovali akceleratore koji proizvode snop čestica visokih energija i dovoljnog intenziteta. Traži se, dakle, akcelerator koji može da ubrza naelektrisane čestice do brzina bliskih svetlosnoj ($3 \cdot 10^8$ m/s).

Čestice koje se najčešće ubrzavaju su elektroni i jezgra lakih elemenata (protoni, deuteroni i α-čestice). Od nedavno se ubrzavaju i teža jezgra (ugljenik, kiseonik, berilijum i neon). Najvažnije karakteristike ovih čestica date su u tabeli 3.1.

Snop ubrzanih čestica iz akceleratora koristi se kao što je prikazano na sl. 3.1. Čestice snopa padaju na metu i u interakciji sa jezgrima atoma mete gube energiju. Vrsta interakcije zavisi od prirode i energije ubrzane čestice. Neka su, recimo, ubrzani elektroni. Oni, u interakciji sa jezgrima i elektronima iz omotača atoma, gube energiju emitujući elektromagnetno zračenje, poznato kao zakočno zračenje. Ako se, međutim, elektroni ubrzavaju iznad 200 MeV; njihova talasna dužina postaje poredljiva sa dimenzijom jezgra, pa se rasejanjem na jezgru ovih brzih elektrona dobija informacija o nuklearnom radijusu i distribuciji protona unutar jezgra. Na višim energijama (iznad 600 MeV), elektroni se koriste ne samo za izučavanje strukture jezgra, već i za izučavanje strukture izolovanih protona.

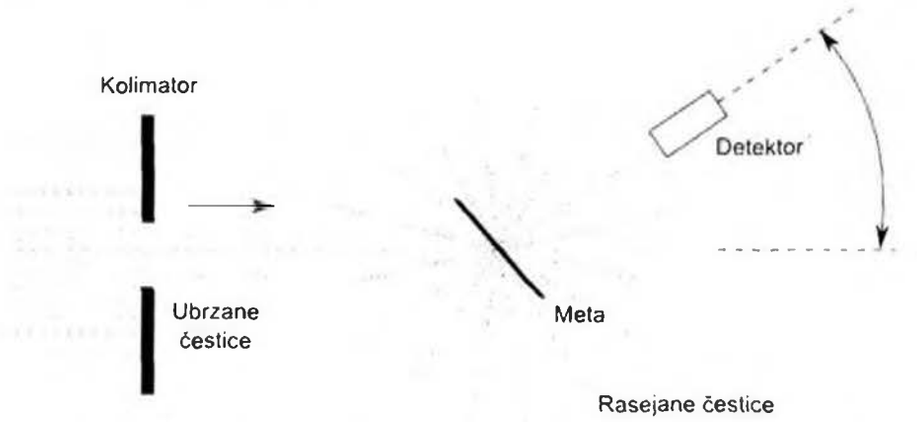
TABELA 3.1

Čestice koje se najčešće koriste u akceleratorima				
Naziv	Simbol	S*	Masa	Sastav
Elektron	e, e^-	-1	1	elementaran
Proton	p, ^1H	+1	1836	elementaran
Negativan jon vodonika	H^-	-1	1838	1 proton, 2 elektrona
Deuterijum	d, ^2H	+1	3660	1 proton, 1 neutron
Tricijum	t, ^3H	+1	5500	1 proton, 2 neutrona
Helijum 3	^3He	+2	5500	2 protona, 1 neutrona
α-čestica	α, ^4He	+2	7290	2 protona, 2 neutrona
Ugljenik	^{12}C	+6	21857	6 protona, 6 neutrona
Kiseonik	^{16}O	+8	29150	8 protona, 8 neutrona

S* - stepen maksimalne jonizacije; mase i naelektrisanja date su u odnosu na elektron: $M_e = 9.107 \cdot 10^{-28}$ g; $e = 1.601 \cdot 10^{-19}$ C.

Snop ubrzanih elektrona i jezgra mete između sebe deluju isključivo Coulomb-ovom silom. Međutim, između ubrzanih jona i jezgara mete deluju dve vrste sila: Coulomb-ova sila i sila jezgra. Coulomb-ova sila je repulzivna i dejstvuje na dugim rastojanjima, dok je nuklearna sila atraktivna i dejstvuje na kratkim rastojanjima tj. u slučajevima ekstremno malih rastojanja između čestica (10^{-13} cm). Očigledno je potrebno da bi uopšte do interakcije između jona i jezgra došlo da joni imaju dovoljnu energiju kako bi savladali potencijalnu barijeru koju formira jezgro. Na slici 3.2 data je zavisnost veličine potencijalne barijere od rednog broja Z (materijala mete). Na slici je takođe označeno koju maksimalnu energiju mogu postići određeni tipovi akceleratora. Van de Graaff-ov akcelerator,

pri energiji od 8 MeV, može izazvati nuklearne interakcije na jezgrima sa atomskim brojem manjim od 28, dok za ciklotron od 20 MeV praktično nema ograničenja. Prema tome, za sve tipove uređaja je definisana oblast primene.

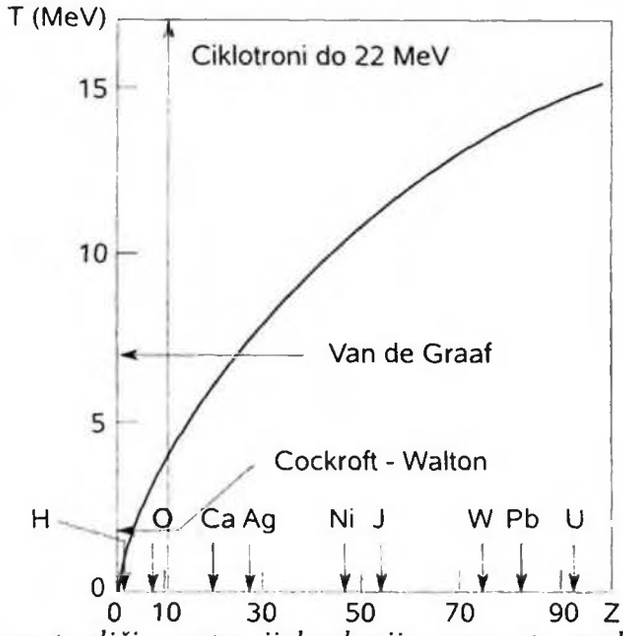


Sl. 3.1. *Snop kolimisanih jona iz akceleratora usmeren u metu. Nakon interakcije sa jezgrima mete, sekundarne čestice napuštaju metu pod raznim uglovima. Detektorom se određuje broj rasejanih čestica, njihova energija, naelektrisanje, masa i ugao rasejanja.*

Akceleratori pomoću kojih se dobijaju joni nižih energija pogodni su za izučavanje lakih jezgara. Koriste se takođe za Coulomb-ovu interakciju jezgara.

Akceleratori srednjih energija (linearni akceleratori, cikolotroni) koriste se pri izučavanju nuklearnih reakcija, što obuhvata sledeće procese:

a) elastično rasejanje (snop naelektrisanih čestica se elastično rasejava na jezgrima mete)
b) neelastično rasejanje (snop naelektrisanih čestica neelastično se rasejava na jezgrima mete, jezgra se pobuđuju i emisijom γ-zraka prelaze u osnovno stanje)
c) nuklearni zahvat upadne čestice koji je propraćen emisijom jedne čestice ili γ-zraka.



Sl. 3.2. *Zavisnost veličine potencijalne barijere za protone od atomskog broja Z, kao i energijski domet pojedinih tipova akceleratora.*

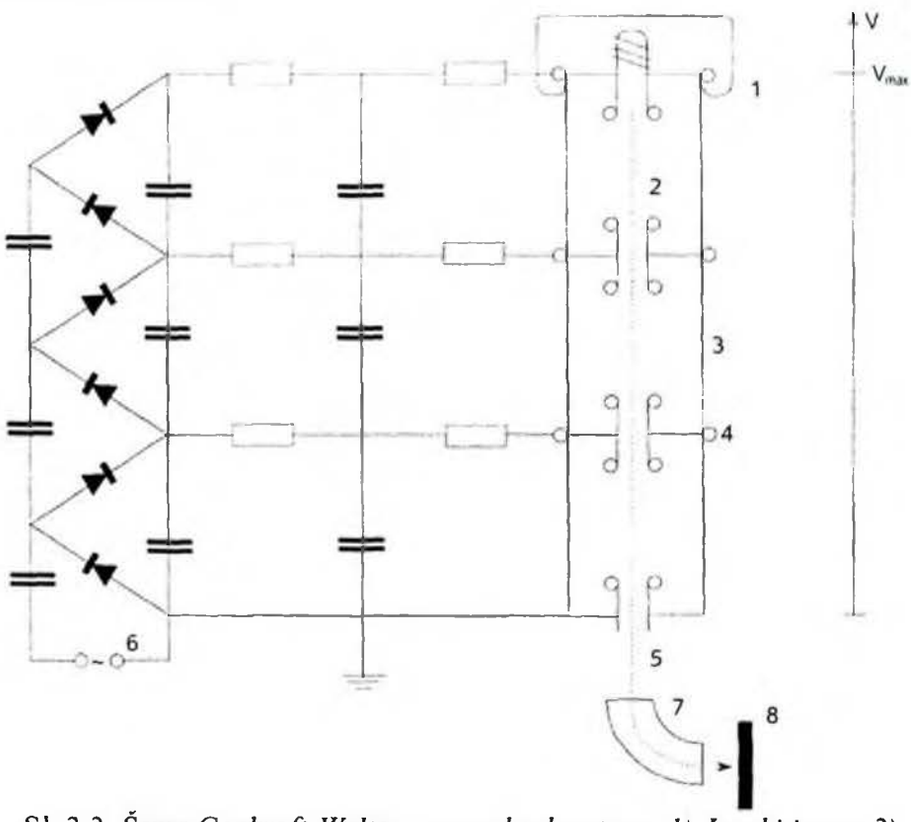
Procesi nastali na ovakav način nazivaju se nuklearne reakcije.

U zavisnosti od energije upadne čestice mogu nastati različiti nuklearni procesi. Ako se pomoću akceleratora proizvedu protoni energije oko 200 MeV i usmere prema meti, elektromagnetna interakcija sa jezgrom se može zanemariti jer njihova energija prelazi vrednost energije elektromagnetne interakcije; međutim, ako jezgro zahvati protone od 200 MeV, nastaje nuklearna reakcija poznata pod nazivom *spalacija*, jezgro eksplodira u različite fragmente.

U sudaru protona pri energijama iznad 300 MeV, koje se postižu pomoću sihrociklotrona, nastaje nova čestica *mezon*. Produkcija mezona ima objašnjenje u okviru teorije relativnosti, prema kojoj su masa i energija svojstva (atributi) materijalnog sveta i između kojih postoji neka korespodencija. Pri sudaru dva protona, prema tome, nastaje transformacija njihove kinetičke energije u treću česticu, mezon.

Daljim povećavanjem brzine (energije) naelektrisanih čestica, na opisani način se mogu javiti teži mezoni (K-mezoni), ali ne samo oni, već i barioni (hiperoni).

Uz upotrebu savremenih akceleratora (~100 GeV) pri ovakvim reakcijama nastale su tzv. antičestice, kao: antiproton, antihelijum (sastoji se od dva antiprotona i dva antineutrona). Egzistencija čitavog sistema antičestica, pored svojeg značaja u fizici, predstavlja korak dalje u razumevanju strukture kosmosa. Struktura formirana od antičestica ne egzistira slobodno u sistemu čestica, već se svaka čestica spontano anihilira sa sebi simetričnom iz grupe antičestica dajući pri tome energiju. Ovo objašnjava i nepostojanje strukture antičestica u okviru naše galaksije u kosmičkim razmerama, ali ne isključuje pretpostvaku da negde u kosmosu egzistira "antigalaskija" u kojoj struktura čestica predstavlja zabranjeno stanje materije, slično kao u našoj galaksiji za sistem antičestica.



Sl. 3.3. *Šema Cockroft-Walton-ovog akceleratora: 1) Jonski izvor; 2) Međuelektrodni prostor; 3) Izolacioni cilindar; 4) Zaštita od korone; 5) Snop; 6) Kaskadni generator; 7) Analizator energije; 8) Meta.*

Može se zaključiti da primena akceleratora, sem u slučajevima izučavanja mikrosveta ima značaja u dobijanju informacija za dalje upoznavanje šire strukture makrosveta, kosmosa.

3.2 Cockroft-Walton-ov akcelerator

Ovaj se akcelerator sastoji od jonskog izvora, akceleratorske cevi, izvora visokog napona (generatora) koji je na određen način priključen na sistem akceleratorskih elektroda, kao i sistema za analizu i selekciju jonskog snopa. Strukturna šema Cockroft-Walton-ovog akceleratora prikazana je na sl. 3.3.

3.2.1 Kaskadni generator

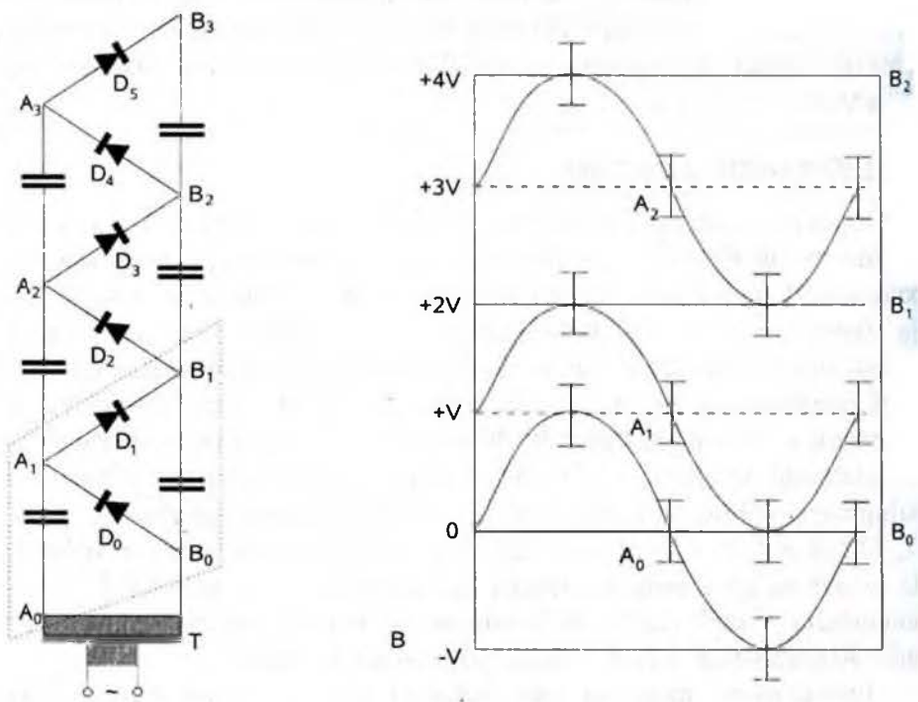
Kaskadni generator predstavlja izvor visokog napona za Cockroft-Walton-ov akcelerator, a sačinjavaju ga: transformator, kondenzatori i poluprovodničke diode. Ovi su elementi povezani prema šemi na sl. 3.4. Sa šeme se vidi da je sekundar transformatora, izvora napona maksimalne vrednosti V, vezan za dve kolone kondenzatora. Kolone su u šemi označene sa A_0, A_1, A_2, A_3, i B_0, B_1, B_2, B_3. Nulti potencijal po dogovoru je potencijal tačke B_0. Potencijal tačke A_0 varira između dveju maksimalnih vrednosti $-V$ i $+V$. Kolone kondenzatora su premoštene poluprovodničkim diodama, koje su na šemi označene sa: D_0, D_1, D_2, D_3, D_4, D_5; sl. 3.4. Diode provode saglasno svojoj orijentaciji, a pod uslovom da je potencijal P-dela (u odnosu na diodu D_0 to je tačka B_0) viši od potencijala N-dela (tačka A_1 u odnosu na istu diodu) ma koje diode u kolu. Rezonovanje, dakle, važi za proizvoljni deo kola.

Prema tome, može se lako objasniti kako se napon u ovom kolu generiše. Neka važi pretpostavka da su kondenzatori u kolu prazni. Neka u tački A_0 u datom trenutku nastupa negativna poluperioda naizmeničnog napona maksimalne vrednosti $-V$, istovremeno potencijal tačke B_0 raste u pozitivnom smeru do $+V$. Kako je potencijal tačke B_0 viši od potencijala tačke A_1, dioda D_0 provodi i kondenzator između tačaka A_0 i A_1 puni se do vrednosti $Q = VC$ (C - kapacitet kondenzatora), pri čemu se potencijali tačaka B_0 i A_1 izjednače. Za vreme pozitivne poluperiode naizmeničnog napona, potencijal tačke A_0 dostiže vrednost $+V$ i preko kondenzatora za spregu potencijal tačke A_1 dostiže vrednost $+2V$. U ovom je trenutku potencijal tačke A_1 viši od potencijala tačke B_0, a dioda D_0 ne provodi. Međutim, potencijalom (delom) $+2V$ sada se puni kondenzator između

tačaka B_0 i B_1 jer dioda D_1 provodi, tj. potencijal tačke A_1 je viši od potencijala u tački B_1. Vrednost potencijala tačke B_1 posle prvog punjenja iznosi

$$V_2 = \frac{Q}{2C} + V$$

gde je V potencijal tačke A_0 u odnosu na zemlju (B_0). Posle nekoliko ciklusa, potencijal tačke B_0 trajno postiže vrednost $2V$.



Sl. 3.4. *Cockroft-Walton-ov generator: a) principijelna šema; b) raspodela potencijala u pojedinim tačkama kola.*

Kondenzator između tačaka A_1 i A_2 puni se na sličan način. Naime za vreme negativne poluperiode, kondenzator između tačaka B_0 i B preko diode D_2 puni kondenzator A_1 A_2 sve dok se potencijali tačaka B_1 A_2 ne izjednače. Razlika potencijala između tačaka A_1 i A_2 dostiž vrednost $2V$, koja, kada se jed-nom uspostavi, ostaje trajno. U sledećo poluperiodi potencijal tačke A_1 dostiže vrednost V, a potencijali tačaka A_2, odnosno A_2, vrednost $4V$. Događa se slično i na sledećoj, trećoj kaskadi,

tj. vrednost potencijala tačke B_3 raste na $6V$, itd.

Konačno se vidi da potencijal tačke A_1 osciluje između vrednosti 0 i $2V$. Potencijalna razlika na svim kondenzatorima leve strane šeme (sl. 3.4.) menja se na sličan način, ali tako da za vreme pozitivne poluperiode, deo svojeg naelektrisanja predaju kondenzatorima na desnoj strani. Za vreme negativne poluperiode kondenzatori leve strane se pune. Prenošenjem naelektrisanja sa kondenzatora sa leve strane na kondenzatore sa desne strane (obrnut proces je moguć), potencijal odgovarajućih tačaka raste, a od broja kondenzatora vezanih u kaskadu zavisi ukupna razlika potencijala u odnosu na polaznu tačku (B_0). Ako je napon sekundara V, a kolo generatora sadrži n kaskada, ovim se generatorom može postići ukupna razlika potencijala $2nV$.

Uzimajući u obzir gubitke koji prate ovakav način generisanja visokog napona, može se izračunati radni napon generatora. Neka su svi kondenzatori istog kapaciteta C, sem onoga između A_0 i A_1, čija je vrednost $2C$. Neka generator ima n kaskada, odnosno kada je radna frekvencija f, a potrošnja (struja) I, napon varira između vrednosti

$$V_{max} = 2nV - \frac{2}{3}n^3\frac{I}{fC} \tag{3.1}$$

$$V_{min} = V_{max} - \frac{1}{2}n(n+1)\frac{I}{fC} \tag{3.2}$$

Broj kaskada se ne može neograničeno uvećavati. Maksimalan broj kaskada određuje se iz uslova ekstremuma izraza (3.1) i (3.2). Ovako određen broj kaskada iznosi

$$n = \left(\frac{VfC}{I}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{3.3}$$

Primer: Neka za jedan uređaj važe sledeći podaci

$V = 100\,\mathrm{kV}$, $C = 0{,}2\,\mu\mathrm{F}$

$f = 20\,\mathrm{Hz}$, $I = 4\,\mathrm{mA}$

Tada su vrednosti:

$n = 10$ $V_{max} = 1.33\,\mathrm{MV}$ $V_{min} = 1.27\,\mathrm{MV}$

Preko razdelnika napona generator je povezan sa akceleratorskom cevi, snabdevenom fokusirajućim elektrodama. Razdelnik obezbeđuje

raspodelu potencijala na elektrodama, a time su uslovi za akceleraciju jona ispunjeni. Akceleratorska cev za vreme rada uređaja mora biti u vakuumu.

Tipični međuelektrodni prostori prikazani su na sl. 3.3 i kao što se vidi smešteni su u nizu. Pri radu akceleratora ovi prostori predstavljaju elektrostatička sočiva. Fokusi ovih sočiva se nalaze duž fokalne ose koja se poklapa sa osom akceleratorske cevi. Pored ubrzavajućeg dejstva, međuelektrodni prosotri fokusiraju i jonski snop.

Kod svih akceleratora izvor jona je na visokom pozitivnom potencijalu u odnosu na metu koja je obično na nultom potencijalu (potencijal zemlje).

3.2.2 Izvor jona

Postoji nekoliko vrsta izvora jona, ovde će, međutim, biti govora o tzv. radiofrekventnom izvoru.

U akceleratorskoj tehnici uglavnom se koriste pozitivni (za izvore jona) joni dobijeni jonizacijom nekog gasa. Izuzetak predstavlja litijumski izvor koji se dobija termojonskom emisijom iz zagrejanih soli.

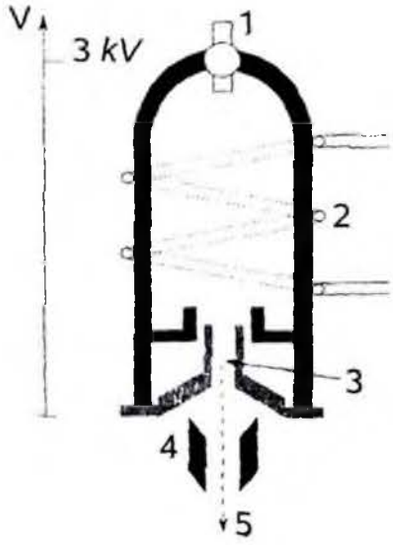
U slučaju radiofrekventnog izvora plazma se proizvodi u vodoniku ili nekom drugom gasu, koji je obično smešten u odgovarajući stakleni sud. Oko staklenog suda postavljen je solenoid u kojem se, pomoću oscilatora učestanosti 20 MHz i snage 300 W, formira visokofrekventno polje, koje kombinovano sa elektrostatičkim poljem usled priključenog visokog napona (napon ekstrakcije) (v. sl. 3.5.), jonizuje gas. Ako je celokupna zapremina u kojoj se pražnjenje odvija ograničena staklenim zidovima sem izlaznog kanala, ustanovljeno je da se najveći prinos jona dobija u izlaznom snopu. Poznato je da metalne površine rekombinuju jone atoma i molekula, prevodeći ih u neutralne, zbog čega se metalni sudovi izbegavaju. Izvori vodonika pri radu svetle crveno, što je posledica emisije u oblasti Balmerove serije. Optimalna vrednost pritiska, kao i snaga radiofrekventnog izvora obično se određuju empirijski. Tipični radni uslovi izvora jona dati su u tabeli 3.2.

Ekstrakcija jona iz radiofrekventnog izvora postiže se pomoću specijalno konstruisanih elektroda. Na sl. 3.5 prikazana je šema RF izvora jona.

TABELA 3.2

Karakteristike izvora jona								
Tip izvora	Pritisak	Protok gasa	Snaga oscilatora	Radna frekvencija	Napon ekstrakcije	Struja		
						H_1^+	H_2^+	H_3^+
	[μHg]	$\left[\frac{cm^3}{h}\right]$	[W]	[MHz]	[kV]	[mA]	[mA]	[mA]
RF	35	20	300	20	3	4	0.3	0.15

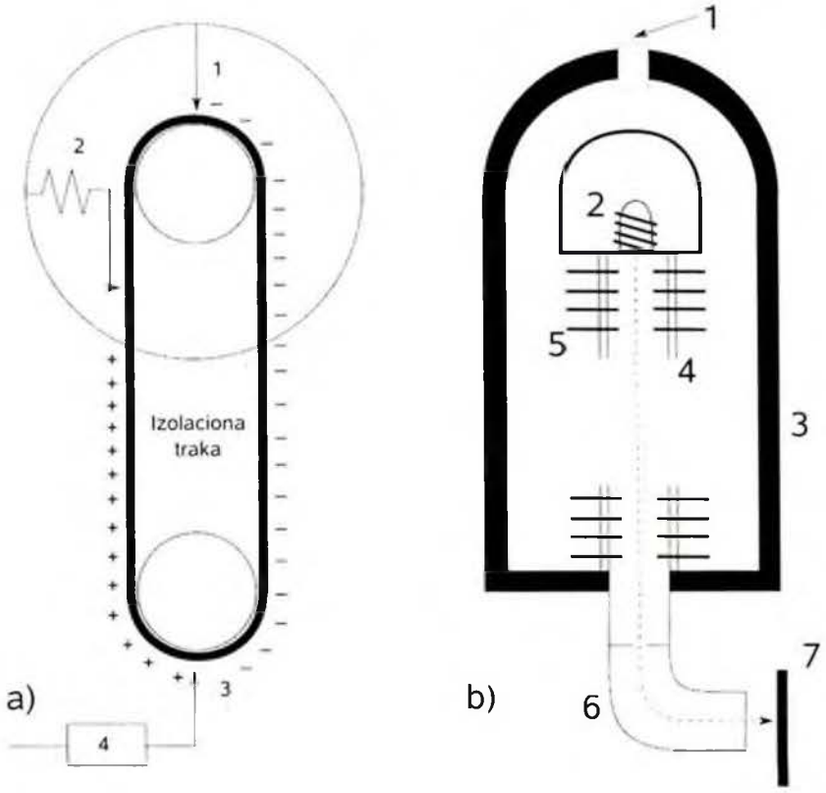
Cockroft-Walton-ov akcelerator je veoma pogodan za gradnju, jer se izrađuje od standardnih elemenata. Pogodan je i eksperimentalnoj primeni, jer može da ostvari veliku struju (do vrednosti oko 12 mA). Maksimalna energija koja se pomoću ovog akceleratora može postići iznosi 3 MeV, pod uslovom da je akcelerator zatvoren u posudu pod visokim pritiskom.



Sl. 3.5. *Radiofrekventni izvor: 1) Priključak napona ekstrakcije; 2) VF kalem; 3) Kanal; 4) Fokusirajuća elektroda; 5) Snop.*

Postoje i akceleratori koji postižu niže energije od 200 – 300 keV. Ovi akceleratori se koriste kao izvori neutrona od 14 MeV preko (d, T) nuklearne reakcije.

3.3 Elektrostatički akcelerator



Sl. 3.6. *Elektrostatički generator:*

a) 1. Šiljak; 2. Kolektor; 3. Šiljak; 4. Izvor napona za napajanje šiljaka

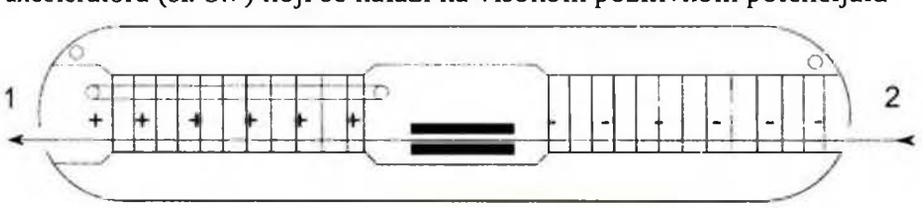
b) 1. Glavni voltmetar; 2. Izvor jona; 3. Gasni tank; 4. Akceleratorska cev; 5. Ekvipotencijalne ploče; 6. Analizator energije; 7. Meta

Ovaj akcelerator predstavlja direktnu ilustraciju definicije potencijala provodnika, prema kojoj je potencijal rad koji treba izvršiti da bi se jedinično naelektrisanje prenelo sa provodnika u beskonačnost. Na Van de Graaf-ovom akceleratoru naelektrisanje se od izvora naelektrisanja pomoću šiljka prenosi na pokretnu izolacionu traku. Ovom se trakom naelektrisanje transportuje do sabirne elektrode koja ga skida i preko otpornika (2) (kolektora) odvodi do izolovane šuplje elektrode. Ako je kapacitet te elektrode C, njen potencijal u nekom trenutku iznosi $V=\frac{q}{C}$, gde q predstavlja sakupljeno naelektrisanje. S obzirom na relaciju $dq = I\,dt$, promena potencijala u toku vremena može se izraziti na sledeći način

$$\frac{dV}{dt}=\frac{I}{C} \tag{3.4}$$

Pod posebnim uslovima može se, pomoću elektrostatičkog akceleratora, postići visok potencijal reda $7\cdot10^6$ V. Daljim porastom potencijala struja koja otiče preko korone koju oko sebe stvara elektroda, zatim, preko nosača (izolatora) i preko ubrzanih jona i elektrona postaje srazmerna struji punjenja preko trake. Šema elektrostatičkog akceleratora prikazana je na sl. 3.6.

Konstruisan je uređaj pod nazivom *tandem Van de Graaf-ov akcelerator*. Ovaj se akcelerator sastoji od dve izolovane kolone koje su postavljene horizontalno u tank pod određenim pritiskom gasa. U jednoj od kolona postavljen je generator visokog napona, pomoću kojeg se srednji deo tandema naelektriše. Za razliku od običnog Van de Graaf-ovog akceleratora koji ubrzava pozitivne jone, tandem počinje da ubrzava negativne jone i oni se kasnije ubrzavaju prema središnjem delu akceleratora (sl. 3.7) koji se nalazi na visokom pozitivnom potencijalu



Sl. 3.7. *Tandem Van de Graaff-ov akcelerator: 1) Snop pozitivnih jona; 2) Snop negativnih jona.*

(oko $7 \cdot 10^6$ V). Negativni joni u centralnom delu akceleratora gube elektrone u interakciji bilo u gasnoj sredini ili pri prolasku kroz tanak ugljeni sloj, tako da postaju pozitivni.

Prema izlazu akceleratorske cevi sada se ubrzava snop pozitivnih jona. Struja snopa na izlazu dostiže vrednost oko 1.5 μA, a energija dostiže vrednost oko 14 MeV. Ovaj akcelerator je i pored male struje, s obzirom na dobro definisanu energiju, naišao na veliku primenu u nuklearnoj fizici.

3.4 Orbitalni akceleratori

3.4.1 Ciklotron

Prvi ciklotron konstruisao je Lawrence. Ciklotron je u početku predstavljao mali laboratorijski uređaj, a njegove današnje dimenzije i mogućnosti su impozantne.

Ciklotron se sastoji od kružne metalne kutije rasečene po polovini. Kutije se postavljaju u magnetno polje i priključuju na visokofrekventni napon realizovan pomoću posebnog generatora.

Princip rada ciklotrona je veoma prost. Neka se u datom trenutku vremena u procepu između duanata (duant – polukružni segment, v. sl. 3.8.) nađe pozitivan jon, njega privlači negativno naelektrisani duant, a jon pošto upadne u šuplji duant, pod dejstvom magnetnog polja opisuje polukrug i nađe se u procepu između duanata, ali sa suprotne strane. Vreme koje mu je potrebno za ovo određeno je kinematičkom relacijom

$$t = \frac{\pi \cdot \rho}{v} \tag{3.5}$$

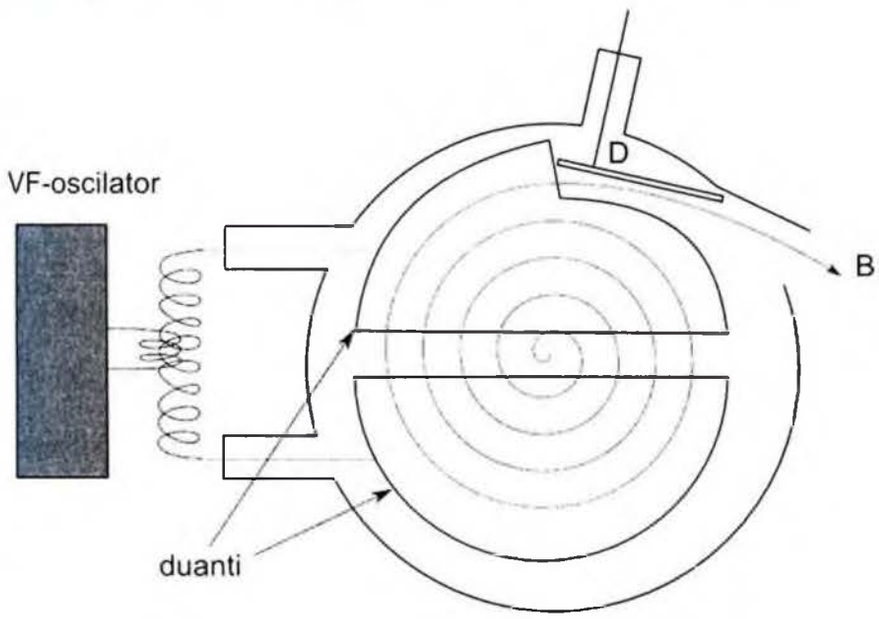
gde je v pretpostavljena brzina jona, a ρ radijus krivine. Brzina jona se određuje iz uslova naelektrisane čestice u homogenom magnetnom polju i data je izrazom

$$\frac{m v^2}{\rho} = e\, v \cdot B \tag{3.6}$$

gde je m masa jona, e naelektrisanje, a B intenzitet vektora magnetne indukcije. Kombinacijom relacija (3.5) i (3.6) može se odrediti vreme prelaska jona i ono iznosi

$$t = \frac{\pi}{\frac{e}{m} \cdot B} = \frac{1}{f} \tag{3.7}$$

Kao što se iz relacije (3.7) vidi, vreme prelaska ne zavisi od radijusa krivine koju čestica opiše u jednom duantu. Čestice se, dakle, kreću po kružnim orbitama u homogenom magnetnom polju i ponovo prolaze kroz procep, gde se ubrzavaju pod dejstvom električnog polja. Ako im se prilikom svakog obilaska energija povećava, one prelaze na putanje sa većim radijusom, dok ne dostignu granični radijus uređaja. Pomoću deflektora za skretanje menja im se pravac putanje i one napuštaju ciklotron (v. tačka B na sl. 3.8).



Sl. 3.8. *Ciklotron: I - početak putanje jona; D - ploča (deflektor) za skretanje putanje; B - ekstrahovani (spoljašnji) snop.*

Za rad ciklotrona veoma je važno da se uspostavi sinhronizam između vremena prelaska, kružne frekvencije i fazne promene napona u procepu, tj. u oblasti gde se naelektrisane čestice ubrzavaju. Drugim rečima, kružna frekvencija obilaska mora zadovoljavati relaciju $\omega = 2\pi f$, gde je f linearna frekvencija VF generatora. Na osnovu prethodnih

relacija, kao i relacija poznatih iz mehanike, dobija se sledeći izraz za kružnu frekvenciju

$$\omega=\frac{v}{\rho}=\frac{e}{m}\cdot B \tag{3.8}$$

koji predstavlja fundamentalnu jednačinu ciklotrona. Za uspostavljanje sinhronizacije, prema tome, važi sledeći uslov

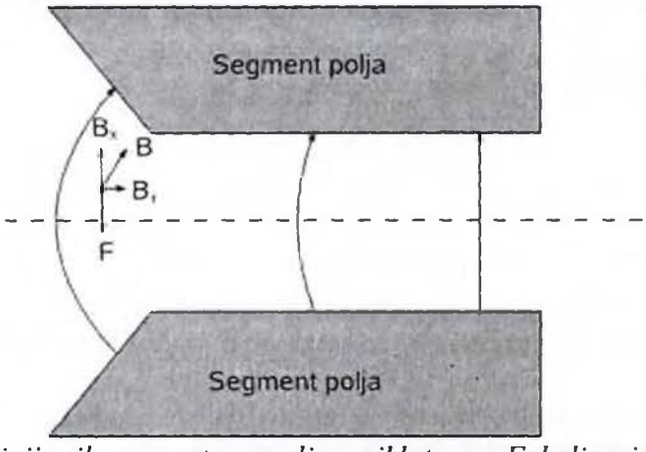
$$\omega=2\pi\cdot f=\frac{e}{m}\cdot B \tag{3.9}$$

odnosno

$$B=\frac{m}{e}\cdot 2\pi\cdot f \tag{3.10}$$

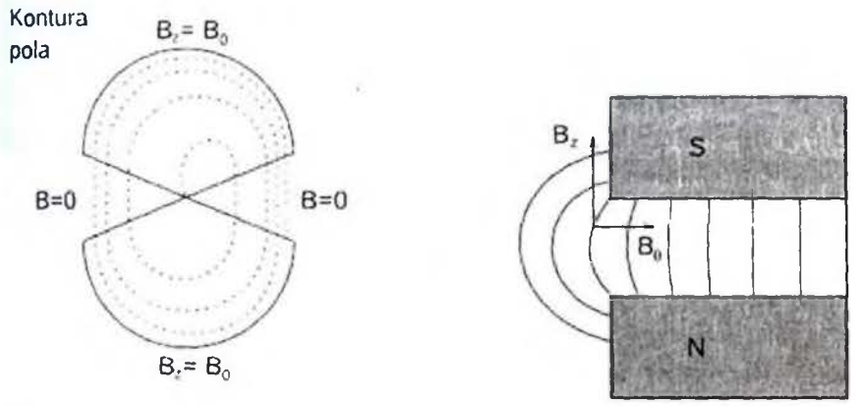
Relacija (3.10) ukazuje na to da pri konstantnoj frekvenciji generatora, za svaku vrstu jona, polje B mora imati posebnu određenu vrednost. Dakle, odnos $\frac{e}{m}$ diktira vrednost linearne frekvencije f. Za deuterone, na primer, ovaj odnos je dvostruko manji nego u slučaju protona, pa je za uspostavljanje sinhronizacije potrebna dvostruko viša frekvencija.

Krajnji cilj prilikom akceleracije naelektrisanih čestica je da se izvan uređaja dobije energijski dobro definisan snop čestica visoke energije. Energija snopa je uslovljena brojem prolaza jona kroz procep.



Sl. 3.9. *Linije sila magnetnog polja u ciklotronu. Fokalizaciona sila F, koja na česticu deluje ispod i iznad medijalne ravni, potiče od radijalne komponente polja B_r.*

Za intenzitet snopa po jedinici površine i njegovu energijsku definisanost odgovorne su fokalizacione osobine magnetnog polja ciklotrona. Kako se snop na periferijskim obritama ne bi rasuo, magnetno polje na krajevima ciklotrona je oslabljeno, tj. pored aksijalne komponente polja B_z javlja se i radijalna komponenta B_r (sl. 3.9.). Radijalna komponenta deluje fokusirajuće na jonski snop u ciklotronu i sažima ga. Ovakav je efekat poželjan.



Sl. 3.10. *Princip vertikalne fokalizacije u sektorskom polju ciklotrona.*

Kako, međutim, vrednost polja opada sa radijusom, pri konstantoj frekvenciji sinhronizacija ciklotrona se narušava. Sa povećanjem radijusa raste brzina jona, a time i masa, tj. javljaju se relativistički efekti koji takođe narušavaju sinhronizaciju ciklotrona. U prvoj generaciji ciklotrona ova je dilema rešavana odabiranjem pogodnog oblika magnetnog polja (polje sektorskog tipa, v. sl. 3.10.) i povećanjem izlaznog napona VF generatora na one vrednosti koje obezbeđuju da totalan broj obrtaja (kruženje) ne bude veći od 100. Na taj su način greške u sinhronizaciji svedene na minimum i jon ostaje u fazi sve dok ne postigne maksimalnu energiju.

U prvoj generaciji se, zbog ovih teškoća, nije mogao dobiti snop pozitivnih jona energije veće od 30 MeV. U tabeli 3.3 upoređuju se karakteristike dva ciklotrona.

TABELA 3.3

Karakteristike dva ciklotrona			
Karakteristične veličine		Univerzitet u Pitsburg-u *)	Univerzitet u Michigan-u **)
Energija	Protoni	8 MeV	7 – 35 MeV
	deuteroni	16 MeV	15 – 50 MeV
	α-čestice	32 MeV	30 – 80 MeV
Struja unutrašnjeg snopa		300 μA	1 mA
Struja spoljašnjeg, analiziranog snopa		< 1 μA	< 1 μA
Energijska stabilnost, analizirana poluširina		0.3 %	0.01%
Maksimalna vrednost magnetne indukcije		1.6 T	1.6 T
Frekvencija		12 MHz	promenljiva
Maksimalna orbita, radijus		0.50 m	0.84 m
Rastojanje između polova		12 cm	18 cm (min)
Totalna masa		180 t	350 t
Snaga magneta		16 kW	75 kW

*) Konvencionalni ciklotron
**) Ciklotron sa sektorskim fokusiranjem

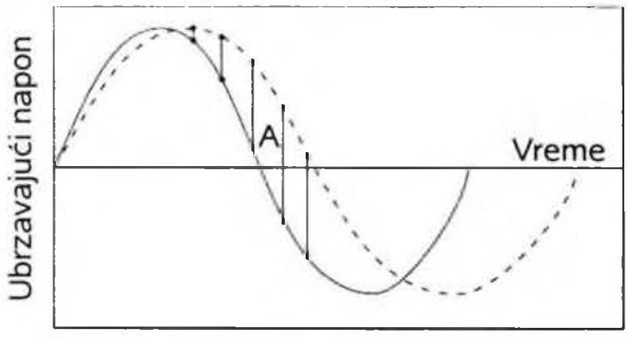
3.4.2 Sinhrociklotron

Očigledan nedostatak ciklotrona predstavlja fazna nestabilnost, ili, preciznije, stabilna je samo faza u kojoj nema akceleracije (nulta faza). Na taj način određena je samo granična vrednost energija koja se, pomoću ovog uređaja može postići. Pod uslovom da se stabilna faza pomeri na onu vrednost kada je odgovarajuće pojačanje po ciklusu različito od nule, tada ograničenje konačne energije ne postoji. Problem fazne stabilnosti danas je rešen, a uređaji kod kojih je ovo postignuto poznati su pod opštim nazivom *sinhrociklotroni*.

Ideja da se ciklotroni iskoriste za dobijanje relativističkih čestica potiče od sovjetskog fizičara Vekslera. Na sličnu ideju, nešto kasnije, došao je i američki fizičar MacMillan. Prema ovoj ideji, stabilna orbita u ciklotronu je moguća kada su uslovi za sinhronizaciju zadovoljeni, tj. (v. relaciju 3.9) kada je

$$\omega = 2\pi \cdot f = \frac{e}{m} \cdot B = \frac{ec^2}{mc^2} \cdot B = \frac{ec^2}{E} \cdot B = \frac{ec^2}{T + m_0 c^2} \cdot B \qquad (3.11)$$

gde je f - linearna frekvencija (VF generatora), ω - kružna frekvencija jona, $E = mc^2 = T + m_0 c^2$ - totalna energija jona, e - elementarno naelektrisanje, a c - brzina svetlosti.



Sl. 3.11. *Ubrzavajući ciklus sinhrociklotrona.*

Prema Veksleru, uslovi ua sinhronizaciju mogu se objasniti na sledeći način: uz pretpostavku da se jon nalazi u procepu u trenutku kada faza ubrzavajućeg napona prolazi kroz nulu, tada je u sinhronizaciji sa naponom i ne ubrzava se. Ako se, međutim, pretpostavi da jon dospeva u

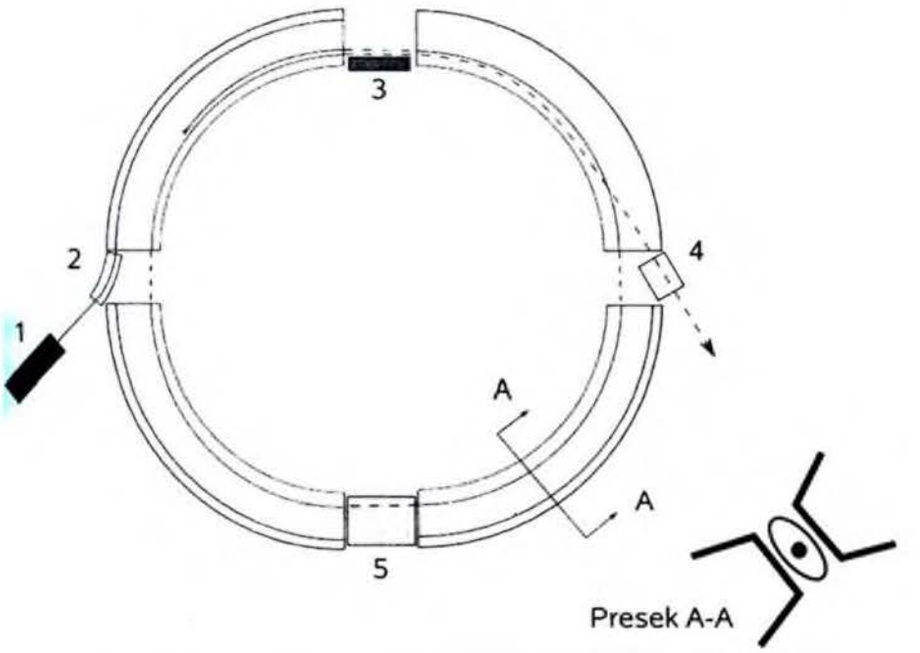
procep, pre nego što se uspostavi faza nultog napona, jon se tada ubrzava, raste mu energija, zbog čega se povećava i vreme preleta, te kasnije stiže u procep (kreće se prema tački A, v. sl. 3.11.). Ako joni kasne za fazom nultog napona, tada bivaju usporeni, kružna frekvencija raste, vreme preleta je kraće i oni u procep stižu ranije, tj. posle svakog sledećeg obilaska bliži su fazi multog napona (tački A).

Iz ovih se razmatranja može zaključiti da, ako se frekvencija ubrzavajućeg napona snižava, čestice se mogu ubrzavati. Pri postignutim visokim energijama jedanput uspostavljena sinhronizacija se održava zahvaljujući relativističkoj promeni mase.

Povećanje energije jona u ovakvom ciklotronu, de facto, zahteva pomeranje ravnoteže. Ovo se, međutim, može postići sporom promenom linearne frekvencije generatora (adijabatske promene) ili promenom magnetnog polja ciklotrona. Ako se, naime, pretpostavi da je uslov sinhronizacije dat relacijom (3.9) ispunjen i ako se pođe od prvog primera da se frekvencija f malo smanjila (u tom je slučaju uslov sinhronizacije narušen), tada je kružna frekvencija suviše velika ili je energija čestice suviše mala za datu vrednost magnetnog polja. U takvom režimu rada ciklotrona dešava se već opisani proces promene kružne frekvencije, vremena preleta i energije jona. Posle nekoliko ciklusa, kako je već rečeno, sinhronizovani rad cikotrona uspostavlja se ponovo, ali pri drugoj (većoj) ravnotežnoj energiji. Ako je potrebno da se energija i dalje povećava, dovoljno je narušiti sinhronizam na jedan od dva navedena načina, tj. promenom linearne frekvencije generatora ili magnetnog polja cikotrona. Cikotroni kod kojih se ravnotežna energija jona menja promenom frekvencije nazivaju se sinhrociklotroni, a oni kod kojih se to postiže promenom magnetnog polja, nazivaju se sinhrotroni. Principijelna skica proton-sinhrotrona data je na sl. 3.12.

Može se, na kraju, reći da je za ove akceleratore karakteristična visoka konačna energija ubrzanih jona. Ovi principi akceleracije mogu se primeniti kako na teške, tako i na lake naelektrisane čestice.

Pri ubrzavanju elektrona njihova se masa veoma brzo menja sa promenom brzine. Ovo zahteva brzu korekciju kružne frekvencije, a to se lako postiže promenom magnetnog polja. U slučaju teških čestica, masa im se sporo menja sa promenom brzine, pa je za njihovo ubrzavanje pogodnije menjati linearnu frekvenciju.



Sl. 3.12. *Presek sinhrotrona: 1) Injektor; 2) Ulazni kanal; 3) Ekstrakcioni magnet M_1; 4) Ekstrakcioni magnet M_2; 5) VF polje u procepu za akceleraciju.*

GLAVA IV

4 Radioaktivnost i zakon radioaktivnog raspada

Radioaktivnost i zakon radioaktivnog raspada usko su povezani sa razvojem nuklearne fizike, te se prilikom njenog izučavanja nikako ne mogu izostaviti.

Radioaktivnost je otkrio Becquerel 1896. godine. Značaj ovog otkrića, međutim, nije bio tako očigledan do onog momenta kada su Maria i Pierre Curie iz minerala uranijuma izdvojili radijum i polonijum, koji su bili daleko radioaktivniji od urana. Ispitivanjem osnovnih svojstava ovih radioaktivnih elemenata utvrđeno je da je emisija nuklearnog zračenja spontana i da se ne može ubrzati ili usporiti dodavanjem energije spolja. Kasnije je ustanovljeno da se, ubaci-vanjem nekih čestica (neutroni, protoni, deuteroni, α-čestice i γ-zraci) u jezgro atoma, mogu proizvesti jezgra koja imaju sva radioaktivna svojstva. Ova je vrsta radioaktivnosti, za razliku od prirodne, nazvana veštačka ili indukovana radioaktivnost.

Rutherford i Soddy su zaključili izučavajući radioaktivnost da se ona može objasniti uz pretpostavku da su atomi urana i radijuma nestabilni, te se zbog toga, radioaktivnim raspadom formiraju atomi drugih elemenata.

Zakon radioaktivnog raspada i postanak novih elemenata objasnili su: Crookes, Becquerel, Rutherford i Soddy.

4.1 Zakon radioaktivnog raspada

Zakon radioaktivnog raspada je izveden na osnovu eksperimenta. On se može, međutim, formulisati i matematički, ali uz izvesne pretpostavke. Naime, broj atoma neke supstance, iako je konačan, razmatra se kao kontinualna promenjiva. Prepostavka je opravdana jer se radi o vrlo velikom broju atoma. Posebno, u sistemu sastavljenom od velikog broja atoma, nikad se ne zna koji će se od atoma raspasti. Prema tome, u vremenskom intervalu Δt svaki atom ima šansu da se raspadne, pa je zbog toga, radioaktivni raspad slučajan događaj. Na ovakve sisteme se može primeniti račun verovatnoće. Prema računu verovatnoće,

radioaktivni raspad ne zavisi od predistorije atoma, već od dužine intervala Δt u kojem se posmatranje vrši. Verovatnoća radioaktivnog raspada može se predstaviti izrazom

$$p = \lambda \cdot \Delta t \tag{4.1}$$

gde je λ faktor proporcionalnosti, a Δt vremenski interval u kojem se posmatranje vrši.

Izraz (4.1) predstavlja verovatnoću radioaktivnog raspada, te se na osnovu njega može napisati i izraz koji predstavlja verovatnoću da do radioaktivnog raspada neće doći, tj.

$$\overline{p_1} = 1 - p = 1 - \lambda \cdot \Delta t \tag{4.2}$$

Ako atom preživi ovaj (Δt) vremenski interval, verovatnoća da se i u sledećem intervalu Δt neće raspasti data je kao

$$\overline{p_1^2} = \overline{p_2} = (1 - \lambda \Delta t)^2 \tag{4.3}$$

Pod uslovom da atom preživi n vremenskih intervala Δt, verovatnoća da neće doživeti radioaktivni raspad ima oblik

$$\overline{p_n} = (1 - \lambda \Delta t)^n \tag{4.3.a}$$

Neka je t vreme u kojem atom živi i neka je to vreme podeljeno na n jednakih intervala. Tada se izraz za verovatnoću da atom neće pretrpeti radioaktivni raspad može napisati u obliku

$$\overline{p_n} = \left(1 - \lambda \frac{t}{n}\right)^n \tag{4.3.b}$$

Kada broj vremenskih intervala n teži beskonačnosti, izraz (4.3.b) se može predstaviti graničnom vrednošću

$$\overline{p} = \lim_{n \to \infty} \overline{p}_n = \lim_{n \to \infty} \left(1 - \lambda \frac{t}{n}\right)^n = e^{-\lambda t} \tag{4.4}$$

Prethodni izraz je dobijen na bazi statističkog razmatranja nekog sistema, koji je u nekom početnom trenutku $t = 0$ imao N_0 atoma. U nekom intervalu vremena $\Delta t = t - t_0$, gde je $t_0 = 0$, svaki atom ima podjednaku verovatnoću da doživi radioaktivni raspad. Međutim, samo se jedan deo raspada, dok preostali neraspadnuti deo, prema (4.4), može da bude dat u

sledećem obliku

$$N_t = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \tag{4.5}$$

gde je N_t broj atoma koji nije pretrpeo radioaktivni raspad u vremenu t, N_0 je broj atoma u početnom trenutku vremena posmatranja ($t = 0$), a λ je konstanta radioaktivnog raspada i karakteristična je za svaki element (atomsku vrstu).

Ovakva procedura u izvođenju zakona radioaktivnog raspada (4.5) je dozvoljena, jer je u sistem koji se analizira uključen veliki broj atoma. Kontinualna teorija radioaktivnog raspada omogućuje da se broj atoma nekog sistema prikaže kao kontinualna promenljiva i da se primeni infinitezimalni račun. Prema tome, promena broja atoma dN u vremenu dt data je kao

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda \cdot N_0 e^{-\lambda t} = -\lambda \cdot N_t \tag{4.6}$$

gde $\frac{dN}{dt}$ predstavlja brzinu radioaktivnog raspada ili *aktivnost*. Aktivnost se obično izražava kao

$$A = \lambda \cdot N \tag{4.7}$$

i naziva se *apsolutna aktivnost*.

Radioaktivni raspad u osnovi podleže zakonima statistike, pa su vrednosti dobijene iz kontinualne teorije (4.6) prosečne ili srednje vrednosti broja atoma koji se raspadaju. Poređenjem eksperimenta i teorije najbolja slaganja se dobijaju u slučaju velikog broja raspadnutih atoma.

4.2 Konstanta raspada. Period poluraspada i srednji život

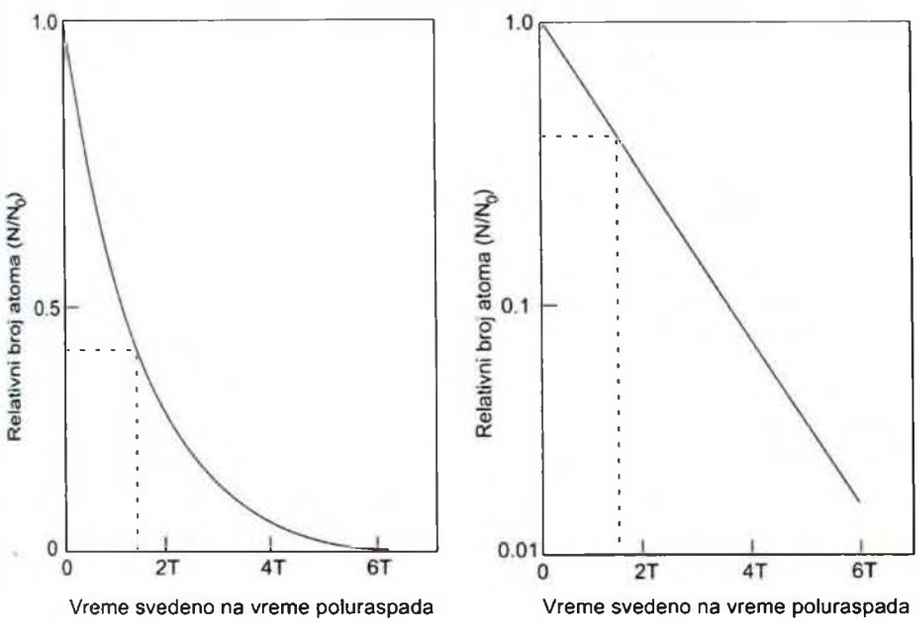
Za sve radioaktivne supstance karakteristične su tri veličine: konstanta raspada λ, period poluraspada $t_{1/2}$ i srednji život atoma, odnosno jezgra τ. Konstanta raspada λ predstavlja verovatnoću da se neki atom u jedinici vremena raspadne i izražava se u s^{-1}. Konstanta radioaktivnog raspada se jednostavno može odrediti iz zakona radioaktivnog raspada. Logaritmovanjem za osnovu e relacija (4.1) dobija se

$$\ln \frac{N_t}{N_0} = -\lambda \cdot t \qquad (4.8.a)$$

Prevođenjem relacije (4.8.a) u dekadni logaritam, dobija se

$$\log N_t = \log N_0 - 0.43439 \cdot \lambda t \qquad (4.8.b)$$

Relacija (4.8.b) predstavlja pravu liniju, a iz nagiba ove prave jednostavno može da se odredi konstanta radioaktivnog raspada. Na sl. 4.1.a i b prikazan je zakon radioaktivnog raspada u linearnoj i u semilogaritamskoj razmeri.



Sl. 4.1. *Radioaktivni raspad, period poluraspada: a) linearna skala; b) semilogaritamska skala.*

Period poluraspada $t_{1/2}$ predstavlja vreme u kojem se broj radioaktivnih atoma smanji na polovinu od svoje početne vrednosti N_0, tj. pri uslovu $N_t = \frac{N_0}{2}$. Primenom prethodnog uslova na zakon radioaktivnog raspada, dobija se

$$\ln \frac{N_0/2}{N_0} = \ln \frac{1}{2} = -\lambda \cdot t_{1/2} \tag{4.9}$$

ili

$$t_{1/2} = \frac{0.639}{\lambda} \tag{4.9.a}$$

Relacija (4.9.a) povezuje konstantu radioaktivnog poluraspada λ i period poluraspada $t_{1/2}$. Korisno je da se napomene da se aktivnost posle $nt_{1/2}$ poluraspada smanjuje na vrednost $(1/2)^n$.

Srednji ili prosečni život jezgra definiše se kao suma vremenskih egzistencija svih atoma podeljena sa brojem atoma N_0 u početnom trenutku posmatranja $t = 0$. Matematički se određuje sledećim postupkom: Neka je broj atoma koji se raspadne u vremenskom intervalu $(t, t+dt)$ dat izrazom:

$$dN_t = \lambda \cdot N_t \, dt \tag{4.10}$$

Broj neraspadnutih atoma dat je relacijom (4.5) i ako se ista uvrsti u (4.10), dobija se

$$dN_t = \lambda \cdot N_0 e^{-\lambda t} dt$$

gde dN_t predstavlja broj atoma koji ima šansu da se raspadne u vremenskom intervalu dt. Kako radioaktivni raspad podleže zakonima statistike, pojedini atomi mogu da žive u intervalu od $t = 0$ pa do $t = \infty$. Prema tome, matematički se može srednji život formulisati kao

$$\tau = \frac{\int_0^\infty t \, dN_t}{N_0} = \frac{1}{N_0} \int_0^\infty \lambda t N_0 e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda} \tag{4.11}$$

Na ovaj način data je veza između srednjeg ili prosečnog života jedne atomske vrste i konstante raspada. Kako je veza izmedu perioda poluraspada i konstante raspada data (v. 4.9.a), može se uspostaviti i veza između srednjeg života i perioda poluraspada, tj.

$$t_{1/2}=0.693\cdot\tau \tag{4.12}$$

Relacijama (4.9.a), (4.11) i (4.12) date su veze između tri karakteristične veličine λ, $t_{1/2}$, τ, za jednu radioaktivnu vrstu.

4.3 Sukcesivne radioaktivne transformacije

U prirodi postoje radioaktivne supstance koje nastaju, jedna iz druge, radioaktivnim raspadom, pri čemu se na kraju ovaj radioaktivni lanac završava nekim stabilnim članom. Postavlja se pitanje kako da se odredi broj atoma N, period poluraspada $t_{1/2}$ ili konstanta raspada λ bilo kojeg člana ovakvog lanca. Ovo se može rešiti razmatranjem sledećeg slučaja

$$N_1 \xrightarrow[\lambda_1]{} N_2 \xrightarrow[\lambda_2]{} N_3 \tag{4.13}$$

Transformacija (4.13) iskazana rečima glasi: N_1 se raspada u N_2, a ova se vrsta atoma raspada u N_3 koji je stabilan član niza. U ovom se nizu N_1 naziva predak, a N_2 potomak, pri čemu su λ_1 i λ_2 konstante radioaktivnog raspada pretka, odnosno potomka. Ovakav se radioaktivni proces može opisati sa tri diferencijalne jednačine u sledećem obliku

$$\frac{dN_1}{dt}=-\lambda_1 N_1 \tag{4.14}$$

$$\frac{dN_2}{dt}=\lambda_1 N_1-\lambda_2 N_2 \tag{4.15}$$

$$\frac{dN_3}{dt}=\lambda_2 N_2 \tag{4.16}$$

Sistemom diferencijalnih jednačina (4.14 – 4.16) opisan je radioaktivni raspad koji se realizuje u jednom radioaktivnom nizu. Relacijom (4.14) data je aktivnost pretka N_1, relacijom (4.15) opisana je promena broja atoma potomka N_2, a jednačina (4.16) predstavlja promenu broja atoma potomka N_3 koji je stabilan, tj. $\lambda_3 = 0$.

Rešavanjem jednačine (4.15) dobija se broj atoma drugog člana u radioaktivnom nizu. Treba napomenuti da je broj atoma prvog člana niza N_1 dat zakonom radioaktivnog raspada (4.5), tj. ako se isti uvrsti u (4.15)

sledi

$$\frac{dN_2}{dt}=\lambda_1 N_1-\lambda_2 N_2=\lambda_1 N_{01}e^{-\lambda_1 t}-\lambda_2 N_2$$

ili

$$\frac{dN_2}{dt}+\lambda_2 N_2=\lambda_1 N_{01}e^{-\lambda_1 t} \tag{4.17}$$

Množenjem jednačine (4.17) sa $e^{\lambda_2 t}$, kao i sređivanjem dobija se sledeći izraz

$$\frac{d}{dt}\left(N_2 e^{\lambda_2 t}\right)=\lambda_1 N_{01}e^{(\lambda_2-\lambda_1)t}$$

Integracijom poslednjeg izraza dobija se

$$N_2 e^{\lambda_2 t}=\lambda_1 N_{01}\int e^{(\lambda_2-\lambda_1)t}dt=\frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}N_{01}e^{(\lambda_2-\lambda_1)t}+C$$

gde je C konstanta integracije. Ako se poslednji izraz pomnoži sa $e^{-\lambda_2 t}$, dobija se broj atoma potomka

$$N_2=\frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}N_{01}e^{-\lambda_1 t}+C\,e^{-\lambda_2 t} \tag{4.18}$$

Konstanta integracije može se odrediti iz početnih uslova, tj. neka je u trenutku $t = 0$ bilo N_{02} atoma potomka, pa je tada vrednost integracione konstante data sa

$$C=N_{02}-\frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}N_{01} \tag{4.19}$$

Ako se vrednost (4.19) uvrsti u (4.18) dobija se partikularni integral jednačine (4.15) i on glasi

$$N_2(t)=\frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}N_{01}\left(e^{-\lambda_1 t}-e^{-\lambda_2 t}\right)+N_{02}e^{-\lambda_2 t} \tag{4.20}$$

Jadnačina (4.20) daje zavisnost broja atoma potomka nastalih radioaktivnim raspadom njegovog pretka N_1 od vremena.

Ako se vredsnot N_2 iz (4.20) uvrsti u diferencijalnu jednačinu (4.16) i ova reši, dobija se broj atoma poslednjeg člana niza, koji je stabilan. Ovo rešenje glasi

$$\frac{dN_3}{dt}=\lambda_2 N_2=\lambda_2\left\{\frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}N_{01}\left(e^{-\lambda_1 t}-e^{-\lambda_2 t}\right)+N_{02}e^{-\lambda_2 t}\right\}$$

ili

$$\frac{dN_3}{dt}=\frac{\lambda_2\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}N_{01}e^{-\lambda_1 t}+\left(\lambda_2 N_{02}-\frac{\lambda_2\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}N_{01}\right)e^{-\lambda_1 t}$$

Integracijom prethodnog izraza po vremenu, dobija se opšti integral jednačine (4.16) u sledećem obliku

$$N_3=\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}N_{01}-N_{02}\right)e^{-\lambda_2 t}-\frac{\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}N_{01}e^{-\lambda_1 t}+D \qquad (4.21)$$

gde je D integraciona konstanta. Ova se konstanta određuje iz početnih uslova. Neka je u trenutku $t = 0$, bilo N_{03} atoma poslednjeg člana niza. Tada se primenom početnih uslova dobija vrednost integracione konstante D i to

$$D=N_{01}+N_{02}+N_{03}$$

Uvrštavanjem vredsnoti D u izraz (4.21), dobija se partikularni integral diferencijalne jednačine (4.16), odnosno vremenska funkcija $N_3(t)$ u sledećem obliku

$$N_3(t)=N_{03}+N_{02}\left(1-e^{-\lambda_2 t}\right)+N_{01}\left(1-\frac{\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}e^{-\lambda_1 t}+\frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}e^{-\lambda_2 t}\right) \qquad (4.22)$$

Formula (4.22) je dakle, rešenje jednačine (4.16). Međutim, u praksi se koristi sledeći početni uslov u ovoj analizi, tj. da je $N_{01} \neq 0$, a $N_{02} = N_{03} = 0$. Primenom ovog uslova na rešenja (4.20) i (4.22) ista se mogu napisati u sledećem obliku

$$N_2(t)=\frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}N_{01}\left(e^{-\lambda_1 t}-e^{-\lambda_2 t}\right)=\frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}N_{01}e^{-\lambda_1 t}\left(1-e^{(\lambda_1-\lambda_2)t}\right) \qquad (4.23)$$

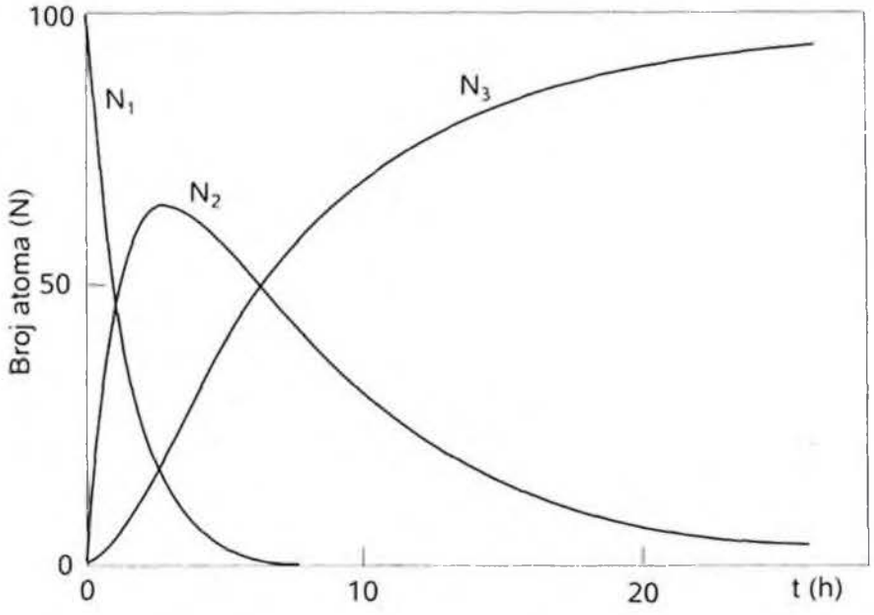
i

$$N_3(t)=N_{01}\left(1-\frac{\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}e^{-\lambda_1 t}+\frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}e^{-\lambda_2 t}\right) \qquad (4.24)$$

Rešenja ovog sistema diferencijalnih jednačina grafički su predstavljena na sl. 4.2.

Krive su nacrtane uz pretpostavku da je T_1 = 1h a T_2 = 1h. Uzeto je

takođe da je N_{01} = 100. Ovi su podaci dovoljni da se dobiju grafici (sl. 4.2). Kriva (N_1) koja opada eksponencijalno predstavlja rešenje diferencijalne jednačine (4.14). Kriva N_2 koja ima maksimum, predstavlja rešenje jednačine (4.15). Treća kriva N_3 koja pokazuje eksponencijalni rast je rešenje jednačine (4.16). Kako se vidi sa sl. 4.2. broj atoma N_3 posle izvesnog vremena dostiže vrednost vrlo blisku 100, tj. broju atoma od kojih se pošlo u analizi.



Sl. 4.2. *Radioaktivni niz od tri člana. U početku prisutan je samo predak (T_1 = 1h); potomak ima period poluraspada T_2 = 5h; treći član je stabilan.*

U prethodnom slučaju razmatran je radioaktivni niz od tri člana. Ovakvo se razmatranje, međutim, može primeniti i na radioaktivni niz od *n* članova. Takav se proces opisuje sa *n* diferencijalnih jednačina

$$\begin{aligned}
\frac{dN_1}{dt} &= -\lambda_1 N_1 \\
\frac{dN_2}{dt} &= \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 \\
\frac{dN_3}{dt} &= \lambda_2 N_2 - \lambda_3 N_3 \\
&\vdots \\
\frac{dN_n}{dt} &= \lambda_{n-1} N_{n-1} - \lambda_n N_n
\end{aligned} \tag{4.25}$$

Ovaj sistem jednačina opisuje raspad radioaktivne familije od n članova u kojoj n-ti član nije radioaktivan, tj. $\lambda_n = 0$. Sistem jednačina (4.25) se rešava za sledeće početne uslove: $t = 0$, $N_1 = N_{01}$; $N_{02} = N_{03} = \cdots = N_{0n} = 0$. Opšti integral n-te u nizu diferencijalnih jednačina, tj. uz navedene uslove, broj atoma n-tog člana niza dat je sa

$$N_n(t) = C_1 e^{-\lambda_1 t} + C_2 e^{-\lambda_2 t} + \cdots + C_n e^{-\lambda_n t} \tag{4.26}$$

gde su

$$\begin{aligned}
C_1 &= \frac{\lambda_1 \lambda_2 \cdots \lambda_n}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1)\cdots(\lambda_n - \lambda_1)} N_{01} \\
C_2 &= \frac{\lambda_1 \lambda_2 \cdots \lambda_n}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_2)\cdots(\lambda_n - \lambda_2)} N_{01} \\
&\vdots \\
C_n &= \frac{\lambda_1 \lambda_2 \cdots \lambda_n}{(\lambda_1 - \lambda_n)(\lambda_2 - \lambda_n)\cdots(\lambda_{n-1} - \lambda_n)} N_{01}
\end{aligned} \tag{4.27}$$

integracione konstante sistema jednačina, odredene prema navedenim početnim uslovima.

4.4 Vreme maksimalne aktivnosti

Vreme maksimalne aktivnosti se može izračunati za bilo koji član niza (4.25) kada dostigne maksimalnu aktivnost.

Ako se rešenje (4.26) razmotri detaljnije, uočljivo je da su vrednosti

svih članoa niza, izuzev N_1 i N_n, međusobno jednake u trenutku kada je $t = 0$ i $t = \infty$. Između ova dva vremenska trenutka, svaki član niza u nekom proizvoljnom, posebnom vremenu t_m postiže svoju maksimalnu aktivnost. U daljem razmatranju zadatak se svođi na izračunavanje vremena maksimalne aktivnosti t_m kada se radioaktivni niz sastoji od tri člana.

Iz uslova ekstremuma primenjenih na izraz (4.23) može se lako odrediti t_m. Izjednačavanjem prvog izvoda funkcije (4.23) sa nulom dobija se

$$\lambda_1 e^{-\lambda_1 t_m} = \lambda_2 e^{-\lambda_2 t_m}$$

ili

$$t_m = \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \ln \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \tag{4.28}$$

Ako su konstante raspada poznate, vreme maksimalne aktivnosti t_m, odnosno trenutak kada član N_2 postiže maksimum aktivnosti $\lambda_2 N_2$, lako se može odrediti.

Vreme maksimalne aktivnosti lako se izračunava i kada su poznati srednji životi, tj. $\tau_1 = \frac{1}{\lambda_1}$ i $\tau_2 = \frac{1}{\lambda_2}$. Tada je

$$t_m = \frac{\ln(\frac{\tau_1}{\tau_2})}{\frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_1}} = \tau_2 \frac{\tau_1}{\tau_1 - \tau_2} \ln \frac{\tau_1}{\tau_2} \tag{4.29}$$

Ako se prema (4.12) uvede $\tau = \frac{t_{1/2}}{0.639}$, vreme maksimalne aktivacije ima vrednost

$$t_m = \tau_2 \frac{t^1_{1/2}}{t^1_{1/2} - t^2_{1/2}} \ln \frac{t^1_{1/2}}{t^2_{1/2}} \tag{4.30}$$

Ovaj rezultat pokazuje da t_m ima pozitivnu vrednost bez obzira da li je $t^1_{1/2}$ da je manje ili veće od $t^2_{1/2}$. Do sada nije poznato da postoji radioaktivni niz u kojem dva uzastopna člana imaju jednake periode poluraspada, tj. da je $t^1_{1/2} = t^2_{1/2}$. Postoje, međutim, slučajevi kada se periodi poluraspada veoma malo razlikuju jedan od drugog, tj. kada je

$$t^1_{1/2} = t^2_{1/2}(1 + \delta)$$

gde je $\delta \ll 1$. Razvojem u red logaritamskog člana iz (4.30) dobija se

$$\ln\frac{t^1_{1/2}}{t^2_{1/2}} = \ln(1+\delta) = \delta - \frac{1}{2}\cdot\delta^2 + \frac{1}{3}\cdot\delta^3 - \cdots$$

A činilac

$$\frac{t^1_{1/2}}{t^1_{1/2} - t^2_{1/2}} = \frac{t^2_{1/2}(1+\delta)}{t^2_{1/2}(1+\delta) - t^2_{1/2}} = \frac{1+\delta}{\delta}$$

Zamenom poslednja dva izraza u (4.30) i odgovarajućim sređivanjem dobija se vreme maksimalne aktivnosti

$$t_m = \tau_2(1+\delta)\left(1 - \frac{1}{2}\delta + \frac{1}{3}\delta^2 - \cdots\right)$$

Zanemarivanjem članova višeg reda dobija se

$$t_m \simeq \tau_2\left(1 + \frac{\delta}{2}\right) \simeq \tau_2\left(\frac{t^1_{1/2}}{t^2_{1/2}}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\tau_1\tau_2} \qquad (4.31)$$

U graničnom slučaju kada su periodi poluraspada potomka i pretka veoma bliski, maksimalna aktivnost potomka postiže se posle jednog srednjeg života pretka.

4.5 Radioaktivna ravnoteža

Pojam radioaktivne ravnoteže vezan je za uslov $\frac{dN}{dt} = 0$. Primenom ovog uslova na članove niza, date pomoću (4.25), pokazuje se da se broj atoma bilo kojeg člana niza ne menja. To je, u stvari, onaj trenutak vremena kada se raspadne onoliko atoma koliko se stvori.

Strogo matematički, ovi uslovi u potpunosti nikada nisu ispunjeni. Uvođenjem $\lambda = 0$, podrazumeva se neaktivni materijal, pa govoriti o radioaktivnim ravnotežama tada nema smisla. Međutim, stanja bliska radioaktivnim ravnotežama su moguća. Recimo, to je slučaj kada period poluraspada pretka $t_{1/2}$ teži beskonačnosti, ili je znatno veći u odnosu na period poluraspada potomka. Takav je primer ^{238}U. Njegov period poluraspada iznosi $t_{1/2}(^{238}U) = 4.5\cdot10^9$ godina, a period poluraspada njegovog potomka je kraći, te se N_1 može smatrati konstantnim, a $\lambda = \frac{0.693}{t_{1/2}} \to 0$, čime je, $\frac{dN_2}{dt} = 0$, uslov za radioaktivnu ravnotežu ispunjen.

Za ovaj tip ravnoteže može se napisati sledeći uslov

$$\lambda_1 \ll \lambda_2 \tag{4.32}$$

tada je

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2 = \cdots = \lambda_n N_n \tag{4.33}$$

ili

$$\frac{N_1}{t^1_{1/2}} = \frac{N_2}{t^2_{1/2}} = \cdots = \frac{N_n}{t^n_{1/2}} \tag{4.34}$$

Ove se relacije mogu primeniti za odredivanje vremena (perioda) poluraspada pretka, kada se period poluraspada potomka zna. Ako je period poluraspada pretka veoma dug, drugih mogućnosti za određivanje, sem radioaktivne ravnoteže, nema. U slučaju UI poznat je odnos broja atoma između urana i radijuma; on iznosi $\frac{N(^{238}\mathrm{U})}{N(\mathrm{Ra})} = 2.8 \cdot 10^6$, a period poluraspada radijuma je $t_{1/2}$(Ra) = 1620 god. Na osnovu ovih podataka period poluraspada urana je određen i iznosi $4.5 \cdot 10^9$ god. Ovakav tip ravnoteže naziva se sekularna ili trajna ravnoteža.

Korišćenjem jednačine (4.23), kao i uslova radioaktivne ravnoteže (4.32), može se napisati izraz za aktivnost potomka koji glasi

$$A = \lambda_2 N_2 = \lambda_1 N_{01} \left(1 - e^{-\lambda_2 t}\right) \tag{4.35}$$

Ova jednačina predstavlja aktivnost potomka u funkciji vremena. Apsolutna aktivnost, međutim, jednaka je sumi aktivnosti pretka i potomka i može se izraziti na sledeći način

$$A_{tot} = \lambda_1 N_{01} + \lambda_2 N_2 = \lambda_1 N_{01} \left(2 - e^{-\lambda_2 t}\right) \tag{4.36}$$

Prema (4.35), vidi se da aktivnost potomka raste sa vremenom. Posle nekoliko perioda poluraspada potomka, njegova će se aktivnost izjednačiti sa aktivnošću pretka. Apsolutna aktivnost se uvećava dva puta, što se iz (4.36) vidi. Proces uspostavljanja ravnoteže prikazan je na sl. 4.3.a.

Drugi tip radioaktivne ravnoteže sledi iz uslova

$$\lambda_1 < \lambda_2 \tag{4.37}$$

tj. kada konstanta raspada λ_2 nije mnogo veća od konstante λ_1, ali se znatno razlikuju. Drugim rečima, to je slučaj kada je period poluraspada

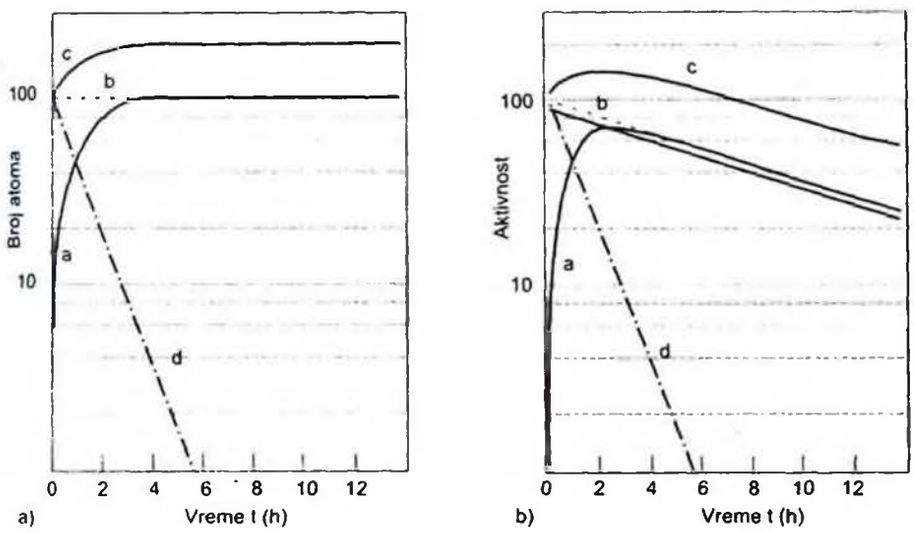
pretka veći od perioda poluraspada potomka, odnosno kada je $t^1_{1/2} > t^2_{1/2}$. U tom je slučaju

$$e^{-\lambda_2 t} < e^{-\lambda_1 t},$$

pa se član $e^{-\lambda_2 t}$ u jednačini (4.23) može zanemariti. Pod ovim uslovima broj atoma potomka iznosi

$$N_2 \simeq \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{01} e^{-\lambda_1 t} \tag{4.38}$$

Prema (4.38), kada je radioaktivna ravnoteža jedanput uspostavljena, apsolutna aktivnost opada sa periodom poluraspada pretka.



Sl. 4.3. *Trajna i prelazna ravnoteža:*

a) *a - Narastajuća aktivnost potomka; b - Aktivnost pretka ($T \to \infty$); c - Totalna aktivnost; d - Raspad potomka*

b) *a - Narastajuća aktivnost potomka; b - Aktivnost pretka (T = 8.0 h); c - Totalna aktivnost; d - Raspad potomka; e - Totalna aktivnost potomka u frakcijama pretka i potomka*

Kako je $N_1 = N_{01}\, exp(-\lambda_1 t)$, odnos broja atoma pretka i potomka dat je relacijom

$$\frac{N_2}{N_1} \simeq \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

Odnos merenih aktivnosti pri radioaktivnoj ravnoteži dat je kao

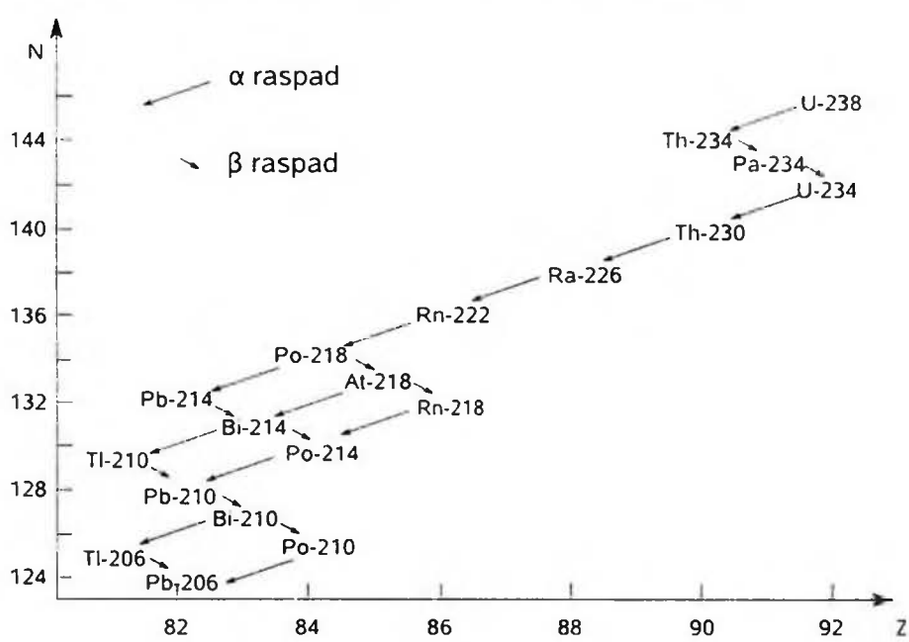
$$\frac{A_2}{A_1}=\frac{\lambda_2 N_2}{\lambda_1 N_1}=\frac{\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1} \tag{4.39}$$

Na osnovu relacije (4.39) može se reći da je aktivnost potomka veća od aktivnosti pretka $\frac{\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}$ puta. Ovaj tip ravnoteže naziva se tranzitna ravnoteža (v. sl. 4.3.b).

4.6 Prirodna radioaktivnost

Na osnovu eksperimenata fizičara i radiohemičara ustanovljeno je da većina prirodnih radioaktivnih izotopa pripada jednoj od familija koje na Zemlji postoje. Tri pomenute familije nazivaju se: uranova, aktinijumova i torijumova. Između sebe se razlikuju po izgradnji masenog broja. Maseni broj torijumove familije dat je sa $A = 4n$, uranove familije $A = 4n + 2$ i aktinijumove $A = 4n + 3$ (n – pozitivan ceo broj).

Da bi se objasnio proces koji se u jednoj radioaktivnoj familiji odvija, jedna od njih prikazana je šematski, po fazama i glasi:



4.7 Radioaktivno grananje

Na primeru uranove familije može se uočiti da se pojedini članovi ne raspadaju uz emisiju samo jedne čestice, već je radioaktivni raspad propraćen emisijom α- ili β-čestice. Emisija dve čestice (α i β) predstavlja u stvari dva nezavisna procesa koji u radioaktivnom raspadu jedan drugom konkurišu.

Ako se verovatnoća za emisiju α-čestice obeleži sa λ_α, a za emisiju β-čestice sa λ_β, tada je totalna verovatnoća raspada jezgra u jedinici vremena data sledećim izrazom

$$\lambda = \lambda_\alpha + \lambda_\beta$$

Aktivnost ili brzina raspada predstavlja se tada na sledeći način

$$\frac{dN}{dt} = -(\lambda_\alpha + \lambda_\beta)N \tag{4.40}$$

Srednji život takve radioaktivne supstance definiše se kao vreme u kojem se početna vrednost aktivnosti smanji na $\frac{1}{e}$-ti deo, gde je e-osnova prirodnog logaritma. Srednji život se može predstaviti kao

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_\alpha + \lambda_\beta} \tag{4.41}$$

Odnos α-radioaktivnog raspada prema ukupnom radioaktivnom raspadu naziva se odnos grananja i dat je odnosom konstanata radioaktivnog raspada $\frac{\lambda_\alpha}{\lambda_\alpha + \lambda_\beta}$. Isti se odnos može uspostaviti preko srednjeg života za α-, odnosno β-raspad.

U principu, bilo koji složen raspad se može izraziti preko parcijalnih konstanata. Ekvivalentna konstanta takvog raspada data je sumom parcijalnih konstanata raspada, tj.

$$\lambda_{tot} = \lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_n \tag{4.42}$$

Parcijalni period poluraspada može da se izrazi, za različite vrste radioaktivnih raspada, preko parcijalnih konstanata raspada na sledeći način

$$t_{1/2}^{n} = \frac{\ln 2}{\lambda_n} \tag{4.43}$$

a odnos grananja dat je izrazom $\frac{\lambda_n}{\lambda_{tot}}$.

4.8 Jedinice radioaktivnosti i doza

Pod intenzitetom radioaktivnog izvora podrazumeva se *aktivnost* koja se meri brojem raspada atoma u jedinici vremena. Jedinica kojom se aktivnost meri naziva se Curie (Kiri) i iznosi

$$1\,\text{Ci} = 3.7\cdot 10^{10}\,\frac{\text{raspad}}{\text{s}}$$

a multipli ove jedinice su 1 mCi = 10^{-3} Ci i 1 μCi = 10^{-6} Ci. Aktivnost od 1 Ci odgovara aktivnosti izvora radijuma mase 1 g.

Druge definicije intenziteta izvora zračenja ne zasnivaju se na broju raspada, već počivaju na efektima koje radijacije u određenom vremenu po jedinici vremena proizvedu. Sa ove tačke gledišta, meri se, na primer, jonizacioni dejstvo polja X ili γ-zračenja u jedinicama Roentgen/h na rastojanju od 1 m od izvora. Dakle, Roentgen je jedinica intenziteta polja X ili γ-zračenja koje po 0.001293 g vazduha proizvede jone bilo kojeg naelektrisanja u iznosu od 1 stC (1 C(Coulomb) = $3\cdot 10^9$ stC).

Masa vazduha se odnosi na 1 cm^3 (gustina) pod normalnim uslovima. Ako se uzme da je za stvaranje jednog para jona potrebno da se utroši 32.5 eV energije, tada je jedna R (Roentgen) ekvivalentan energiji od

$$\frac{32.5\cdot 10^{-12}}{4.8\cdot 10^{-10}} = 0.108\,\frac{\text{erg}}{\text{cm}^3}\ \text{(vazduha)}$$

ili

$$\frac{0.108}{0.001293} = 83.8\,\frac{\text{erg}}{\text{g}}\ \text{(vazduha).}$$

Roentgen je definisan veoma tačno. Međutim, isti se odnosi samo na vazduh, zbog čega nije uvek podesan.

U nekim je slučajevima podesno da se definiše doza apsorbovane energije u materijalu (npr. broj erga po gramu supstance). Ovako definisane jedinice naročito se koriste u biologiji i medicini. Ako se, na primer, snopom X- ili γ-zračenja, čiji je intenzitet 1 R, ozrači 1 g nekog mekog tkiva, ono će apsorbovati $93\,\frac{\text{erg}}{\text{g}}$. Doza, kojoj odgovara apsorbovana energija od $93\,\frac{\text{erg}}{\text{g}}$ u mekom tkivu, naziva se Rep ≡ Roentgen equivalent physical. Uvedena je takođe slična jedinica pod nazivom Rad gde je $1\,\text{rad} = 100\,\frac{\text{erg}}{\text{g}}$.

Biološki efekti izazvani nuklearnim radijacijama ne zavise samo od doze zračenja (količine), već i od tipa radijacije, izloženog organa ili

tkiva. U biološkim je radovima, zbog toga, uvedena praktična jedinica koja obuhvata dozu i relativnu biološku efikasnost. Ova se jedinica naziva Rem i definisana je kao

$$1\ \text{Rem} = 1\ \text{Rep} \cdot \text{RBE}$$

gde je Rem ≡ Roentgen equivalent man; a RBE ≡ Relative Biological Effectivness.

4.9 Fluktuacije u radioaktivnom raspadu

Pri analizi zakona radioaktivnog raspada rečeno je da se radi o velikom broju atoma i da se, zbog toga, može na ovaj zakon primeniti infinitezimalni račun. Kako je međutim, ovo sistem sa konačnim brojem atoma, kontinualna teorija radioaktivnog raspada ima karakter aproksimacije. Postavlja se pitanje sa kojom je tačnošću određen broj radioaktivnih raspada ΔN.

Matematička osnova za izvođenje zakona radioaktivnog raspada je račun verovatnoće. Na ovaj način je dobijena veza između broja atoma N_0 u trenutku $t = 0$ i broja atoma posle isteka vremena t (v. jedn. 4.5). U jednačini (4.5) N_t predstavlja srednji broj atoma koji nije doživeo radioaktivni raspad, a λ je konstanta raspada. Za proveru ovog zakona potrebno je izvršiti merenje n puta, tj. odrediti $\left(\frac{dN}{dt}\right)_i, (i = 1, 2, \cdots, n)$, za konstantno N_0. Svaka izmerena vrednost $\left(\frac{dN}{dt}\right)_i$ razlikovaće se od izračunate vrednosti prema (4.5). Međutim, srednja vrednost $\overline{\left(\frac{dN}{dt}\right)_i}$, koja se dobija iz velikog broja merenja, data je kao

$$\overline{N} = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{n} \frac{dN}{dt} \right)_i , \quad (i = 1, 2, \cdots, n) \tag{4.44}$$

gde $\frac{dN}{dt}$ predstavlja svako pojedinačno merenje. Ovako dobijena vrednost $\overline{N}$ naziva se srednja vrednost i ona se dobro slaže sa izračunatom vrednošću $\frac{dN}{dt}$. Slaganje je utoliko bolje, ukoliko je broj merenja veći, uz uslov da je i broj radioaktivnih raspada dovoljno velik.

Kako je do sada rečeno, radioaktivni raspad ima statistički karakter. Ovo ukazuje da su dobijeni rezultati merenja neke srednje vrednosti $\overline{N}$ i može se govoriti o pravim srednjim vrednostima (prema teoriji) iz beskonačnog broja merenja. U praksi se ne može izvesti beskonačno mnogo merenja, zbog čega se izmerene srednje vrednosti, pri konačnom

broju merenja, nešto razlikuju od teorijskih vrednosti. Nastala razlika predstavlja grešku sa kojom je srednja vrednost $\overline{N}$ određena i koja je ustanovljena statističkim karakterom radioaktivnog raspada. Tačnost sa kojom je srednja vrednost $\overline{N}$ izmerena, prema tome, naziva se statistička tačnost.

S obzirom na statistički karakter procesa radioaktivnog raspada izmerene vrednosti N_i broja raspadnutih atoma i=1,2,...,n fluktuiraju oko neke prave srednje vrednosti ili najverovatnije vrednosti. Raspodela izmerenih vrednosti slučajnih procesa podleže Poisson-ovoj distribuciji koja je data u sledećem obliku

$$\omega(N)=\frac{\overline{N}^N}{N!}e^{-\overline{N}} \tag{4.45}$$

U Poisson-ovoj distribuciji $\overline{N}$ predstavlja pravu srednju vrednost (u slučaju radioaktivnog raspada), a N je svaka vrednost, ona je promenljiva i može se po volji birati.

Osipanje izmerenih vrednosti može se opisati disperzijom koja je data u sledećm obliku

$$D=\sum_{N=0}^{\infty}(N-\overline{N})^2\omega(N) \tag{4.46}$$

Ako se $\omega(N)$ iz jednačine (4.45) uvrsti u jednačinu (4.46) dobija se vrednost disperzije koja iznosi

$$D=\sum_{N=0}^{\infty}(N-\overline{N})^2\frac{\overline{N}^N}{N!}e^{-\overline{N}}$$

Ako se u poslednjem izrazu izvrše navedene operacije i izraz potom sredi, dobija se vrednost disperzije

$$D=e^{-\overline{N}}\left(\overline{N}^2+\overline{N}-\overline{N}^2\right)e^{\overline{N}}=\overline{N} \tag{4.47}$$

Kako je poznato, veza između disperzije i standardne devijacije data je kao

$$\sigma^2=D=\overline{N} \tag{4.48}$$

gde je σ - standardna devijacija koja opisuje širinu distribucije, u ovom slučaju to je Poisson.ova distribucija, a ima vrednost

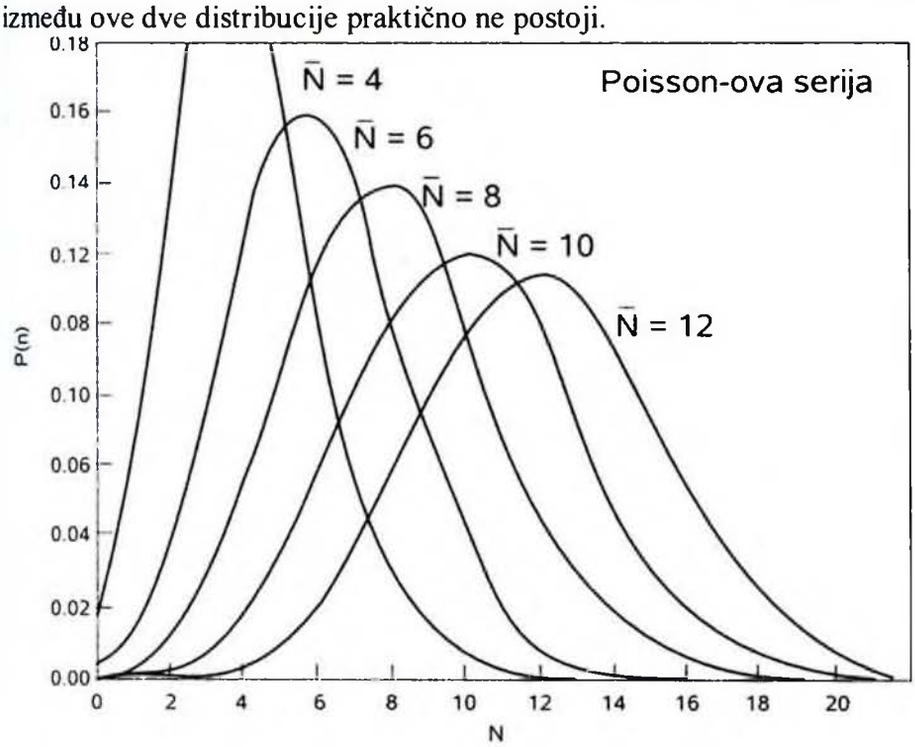
$$\sigma=\pm\sqrt{D}=\pm\sqrt{\overline{N}} \tag{4.49}$$

Za veliki broj čestica (praktično za N = 20) Poisson-ova distribucija

postaje normalna, odnosno Gauss-ova, a ima oblik

$$\omega(N)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\overline{N}}}e^{-\frac{(N-\overline{N})^2}{2\overline{N}}} \tag{4.50}$$

Na sl. 4.4 prikazana je Poisson-ova distribucija za različite srednje vrednosti. Kao što se sa grafika vidi, za male srednje vrednosti, Poisson-ova distribucija ima asimetričnu formu. Na sl. 4.4 upoređene su Poisson-ova i Gauss-ova distribucija za $\overline{N}=12$. Kao što se sa slike vidi, razlika između ove dve distribucije praktično ne postoji.



Sl. 4.4. *Poisson-ova distribucija.*

Treba napomenuti da sa povećanjem srednjeg broja raspadnutih atoma N, širina distribucije raste sporije od ovog broja. Drugim rečima, kvadrat standardne devijacije raste sa povećanjem N, međutim, relativna greška opada obrnuto proporcionalno kvadratnom korenu iz N, što se može predstaviti kao

$$\delta = \frac{\sigma}{N} = \frac{1}{\sqrt{N}} \tag{4.51}$$

Na osnovu relacije (4.51) može se utvrditi broj čestica koji se mora odbrojati da bi se postigla odgovarajuća tačnost. Taj broj je dat sa

$$N = \frac{1}{\delta^2} \tag{4.52}$$

Ako postoji zahtev da se neki broj raspada odredi sa 1 % tačnosti, prema (4.52), odbroj treba da iznosi 10.000. Dakle, isti predstavlja statističku srednju kvadratnu grešku. Ako je, naime, u nekom vremenskom intervalu t registrovano N čestica, može se sa verovatnoćom od 68.3 % pokazati da se srednja vrednost, izmerena u vremenu t nalazi u granicama

$$N - \sqrt{N} \text{ i } N + \sqrt{N}.$$

GLAVA V

5 Osnovne osobine jezgra atoma

Razvitak atomske fizike podstekao je i detaljnije izučavanje atomskog jezgra. Rutherford je 1911. godine svojim poznatim eksperimentom, rasejanjem α-čestica ^{214}Bi na tankim listovima zlata, ustanovio da je skoro celokupna masa atoma koncentrisana u centru istog, jezgru, čije dimenzija nije veća od 10^{-12} cm. Ovaj eksperiment bio je od presudnog značaja za izučavanje strukture atoma i može se reći da on predstavlja uvod u fiziku atomskog jezgra.

Teorijsko i eksperimentalno izučavanje atomskog jezgra povezano je sa velikim teškoćama usled nepoznavanja prirode sila koje su u mogućnosti da celokupnu njegovu masu drže koncentrisanu u veoma maloj zapremini. Polazeći od Rutherford-ovog rezultata dimenzije jezgra (10^{-12} cm) sledi da njegova zapremina iznosi 10^{-36} cm^3 i ako se uzme da masa najlakšeg atoma (vodonika) iznosi 10^{-24} g, dobija se da gustina iznosi 10^{12} $\frac{g}{cm^3}$. Ovi podaci ubedljivo pokazuju da je masa nekog atoma veoma gusto pakovana u jezgru, što je posledica karakterističnih sila koje konstituente jezgra drže u veoma maloj zapremini. Ove su sile dobile naziv nuklearne sile i ostale su nerešen problem do današnjih dana.

U poslednjih 70 godina o jezgru je sakupljeno veoma mnogo podataka. Izučavanjem rasporeda masa u atomu, može se dosta precizno odrediti i masa jezgra. Pored ovog podatka, poznate su i sledeće veličine, odnosno fizičke karakteristike jezgra, kao što su: naelektrisanja, moment impulsa ili spin jezgra, magnetni moment, električni kvadrupolni moment i neke druge.

5.1 Sastav atomskog jezgra

Upoznavanje strukture atoma je da se stvori i pretpostavka o strukturi jezgra. Poznato je da se pojedina jezgra mogu raspasti, pri čemu ista emituju α- ili β-zrake. Već je ovaj fenomen bio dovoljan da opravda pretpostavku da jezgro nije prosta struktura, već ima osnova da se pretpostavi da je isto sastavljeno od "elementarnih" čestica. Još je Prout 1816. godine iskazao hipotezu da su svi atomi sastavljeni od atoma

vodonika, jer su atomske težine svih elemenata približno jednake celobrojnom umnošku atomske težine vodonika. Ova je hipoteza, međutim, odbačena, jer je preciznim merenjima utvrđeno da atomske težine nisu celi brojevi. Na primer, atomske težine hlora i bakra čije su vrednosti A(Cl) = 35.46 i A(Cu) = 63.54.

Otkrićem radioaktivnih familija ustanovljeno je da atomi jednog istog elementa mogu biti različitih težina. Olovo, na primer, ima tri stabilne atomske vrste čije su atomske težine 206, 207 i 208, koje su ujedno poslednji članovi radioaktivnih familija. Kasnije su ustanovljene četiri nestabilne vrste atoma olova sa atomskim težinama 210, 211, 212 i 214. na osnovu datih podataka jasno je da atomske težine ne mogu da budu celi brojevi. Sve se ove atomske vrste nalaze, međutim, na istom mestu u periodnom sistemu elemenata (periodni sisitem Mendeljejeva), zbog čega su nazvane *izotopima*. Detaljnijim izučavanjem stabilnih elemenata i kod njih je otkriven izotopski sastav. Ovi su rezultati rehabilitovali hipotezu Prout-a, koju je Aston, otac masene spektroskopije, modifikovao: da su atomske težine izotopa skoro celobrojne vrednosti, a izotopski sastav elemenata je uzrok zbog kojeg njihove atomske težine odstupaju od celobrojnih vrednosti.

Ako se uzme da je učinjena pretpostvaka opravdana, tj. da su atomske težine izotopa celobrojne vrednosti i da su atomi izgrađeni od vodonikovih atoma, tada bi jezgro u svojem sastavu sadržalo A pozitivnih jona vodonika-protona. Međutim, kako je rečeno, maseni broj A se ne podudara sa brojem pozitivnih naelektrisanja, odnosno sa rednim brojem Z u periodnom sistemu elemenata. Ovo bi se odstupanje moglo objasniti uz pretpostavku da u jezgru, sem protona egzistiraju i slobodni elektroni koji višak (A-Z) pozitivnog naelektrisanja neutrališu. Na taj način je stvorena elektron-protonska hipoteza o sastavu atomskog jezgra. Prema ovoj hipotezi, elektron i proton slobodno u jezgru egzistiraju.

Hipoteza je bila prihvatljiva jer je mogla da objasni α- i β-raspad.

5.1.1 Neuspeh hipoteze elektron-protonskog sastava jezgra atoma

Hipoteza elektron-protonskog sastava atomskog jezgra može da objasni α- i β-raspad, ali ne može da objasni moment impulsa jezgra – *spin*. Pojam spina uveo je Pauli 1924. godine da bi objasnio hiperfinu strukturu atomskih spektara.

Ako jezgro poseduje mehanički moment i ako se sastoji od naelektrisanih čestica, ono bi moglo posedovati i magnetni moment.

Nuklearni moment impulsa ima kvantnomehanička svojstva, kao i moment impulsa elektrona predstavljen je vektorskom veličinom $\vec{I}$ čiji je intenzitet dat izrazom

$$|\vec{I}|=\sqrt{I(I+1)}\cdot\hbar \tag{5.1}$$

gde je I kvantni broj kojim je definisana najveća moguća vrednost komponente vektora $\vec{I}$ u pravcu neke orijentisane duži. Prema pravilu, ona ima vrednost

$$I_Z=\hbar\cdot I \tag{5.2}$$

Eksperimentalno je utvrđeno da I zavisi od vrednosti masenog broja A i to:

1. Ako je A paran broj, I je ceo broj ili nula.
2. Ako je A neparan broj, I ima polucele brojne vrednosti.

Znači, ako je maseni broj A paran, spin jezgra može imati sledeće vrednosti: I = 0, 1, 2, ... Ako je A neparan broj, spin ima sledeće vrednosti: $I=\frac{1}{2},\frac{3}{2},\frac{5}{2},\ldots$

Ova pravila, do kojih se došlo empirijski, dovode u pitanje hipotezu o proton-elektronskom sastavu jezgra atoma. Provera modela izvršena je na azotu. Poznato je da azot ima redni broj Z = 7 i maseni broj A = 14 u periodnom sistemu elemenata. Prema hipotezi proton-elektronskog sastava jezgra atoma, u jezgru azota moralo bi se nalaziti 14 protona i 7 elektrona. S obzirom na broj protona, prema navedenom pravilu, spin jezgra mora imati vrednost umnoženu sa $\hbar$, ali prema broju elektrona, spin jezgra azota bi morao imati polucelu brojnu vrednost $(2n-1)\cdot\frac{\hbar}{2}$. Prema pravilu sprezanja momenata impulsa, totalni moment impulsa bi morao imati polucelu brojnu vrednost. Naime, ako su elektron i proton fermioni (čestice koje zadovoljavaju Fermi-Dirac-ovu statistiku), njihov sopstveni moment impulsa iznosi $\frac{1}{2}$. U slučaju azota, nesparena čestica treba da nosi spin jezgra, dakle on iznosi $\frac{1}{2}$. Međutim, eksperimentalno je utvrđeno da spin jezgra azota iznosi 1, a ovo nije u skladu sa proton-elektronskom hipotezom.

Druga veličina koja nije išla u prilog proton-elektronskoj hipotezi o sastavu jezgra atoma bio je magnetni moment. U slučaju da je elektron prisutan u jezgru, trebalo bi očekivati da je magnetni moment jednak

Bohr-ovom magnetonu, tj.

$$\mu_B = \frac{e \cdot \hbar}{2m_e} = 0.926 \cdot 10^{-20}\,\mathrm{erg \cdot G^{-1}} = 9.265 \cdot 10^{-24}\,\mathrm{J \cdot T^{-1}} \tag{5.3}$$

ako ne kod svih jezgara, bar kod onih čiji je broj elektrona (A - Z) nesparen. Izmerene vrednosti, međutim, dobijene za magnetne momente jezgara bile su 10^3 puta manje od Bohr-ovog magnetona, a mogu se približno dobiti ako se Bohr-ov magneton podeli sa masom vodonika, umesto sa masom elektrona. Ova je vrednost poznata kao nuklearni magneton i iznosi

$$\mu_N = \frac{e \cdot \hbar}{2m_H} = 0.505 \cdot 10^{-23}\,\mathrm{erg \cdot G^{-1}} = 5.050 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{J \cdot T^{-1}} \tag{5.4}$$

Merene vrednosti magnetnog momenta variraju od 0 do 5 nuklearnih magnetona. Ovako male vrednosti magnetnih momenata ne idu u prilog hipotezi elektron-protonskog sastava jezgra atoma, tj. u prilog činjenici da slobodan elektron egzistira u jezgru.

Treći argument koji se protivi egzistenciji elektrona u jezgru je talasna mehanika. Prema principu neodređenosti

$$\Delta x \cdot \Delta p \sim h \tag{5.5}$$

gde je Δx neodređenost položaja, a Δp neodređenost impulsa čestice. Ako se pretpostavi da se princip neodređenosti može primeniti i na elektron u jezgru, tada nesigurnost ili neodređenost položaja elektrona iznosi $\Delta x = 2 \cdot 10^{-12}$ cm, a neodređenost impulsa ima vrednost

$$\Delta p = \frac{6.6 \cdot 10^{-27}}{2 \cdot 10^{-12}} = 3.3 \cdot 10^{-15}\,\frac{\mathrm{erg \cdot s}}{\mathrm{cm}} = 3.3 \cdot 10^{-20}\,\frac{\mathrm{J \cdot s}}{\mathrm{m}}$$

Iz neodređenosti impulsa elektrona može se odrediti energija elektrona u jezgru. Ovaj se račun može sprovesti ako se iskoristi relativistički izraz za totalnu energiju izraženu preko impulsa tj.

$$E^2 = p^2c^2 + m_0^2c^2 \tag{5.6}$$

gde je m_0 masa elektrona u mirovanju, a c brzina svetlosti. Uzimaući u obzir izračunatu vrednost impulsa, može se iz (5.6) dobiti vrednost

$$p^2c^2 = (3.3 \cdot 10^{-15})^2 \cdot 9 \cdot 10^{20} = 98.01 \cdot 10^{-10} \simeq 10^{-8},$$

dakle $p^2c^2 \simeq 10^{-8}$ erg. Ova je vrednost mnogo veća od veličine

$$(m_0c^2)^2 = (9.1 \cdot 10^{-28} \cdot 9 \cdot 10^{20})^2 = 0.670 \cdot 10^{-12} \simeq 10^{-12}\,\mathrm{erg}.$$

Uvrštavanjem ovih vrednosti u jednačinu (5.6) dobija se

$$E^2 = 10^{-8} + 10^{-12} \simeq 10^{-8}\,\text{erg}$$

odnosno

$$E = 10^{-4}\,\text{erg} = 6 \cdot 10^{7}\,\text{eV} = 60\,\text{MeV}\,.$$

Prema ovom rezultatu, elektron bi u oblasti jezgra imao energiju od 60 MeV, a brzinu od 0.999·c. Međutim, β-čestice koje nastaju pri radioaktivnom raspadu ne dostižu energiju veću od 4 MeV. Na osnovu sprovedenog računa, dobijene vrednosti za energiju elektrona ne idu u prilog egzistenciji elektrona u jezgru.

Prethodni argumenti ne važe za proton, jer je njegova masa $1.6 \cdot 10^{-24}$ g, odnosno oko 2000 puta veća od mase elektrona. Ako se ova vrednost unese u jednačinu (5.6), može se jednostavno odrediti energija protona u jezgru. Ona iznosi

$$E^2 = 10^{-8} + \left(1.67 \cdot 10^{-24}\right)^2 \left(3 \cdot 10^{10}\right)^4 = 10^{-8} + 2.3 \cdot 10^{-6}$$

kako je numerička vrednost prvog člana zbira 100 puta manja može se zanemariti. Prema tome, vrednost energije protona u jezgru iznosi

$$E = 1.5 \cdot 10^{-3}\,\text{erg} = 9.4 \cdot 10^{8}\,\text{eV} = 940\,\text{MeV}$$

Ova je vrednost energije nešto veća od one koja odgovara masi mirovanja protona, tj.

$$E(m_p^0) = 1.008 \cdot 931 = 938\,\text{MeV}\,.$$

Kako vezivna energija protona ima vrednost oko 8 MeV, izračunata vrednost ide u prilog egzistenciji protona u jezgru.

5.1.2 Otkriće neutrona

Argumenti navedeni u perthodnom paragrafu nisu išli u prilog elektron-protonskoj hipotezi. Ona je na taj način oborena, iako je bila u stanju da objasni α- i β-raspad.

Chadwick je 1932. godine otkrio neutron bombardujući Be (berilijum) α-česticama. Ova se reakcija može predstaviti na sledeći način

$$\alpha\left({}_2He_2^4\right) + {}_4Be_5^9 \rightarrow {}_6C_6^{12} + {}_0n_1^1$$

Postojanje neutrona predvideo je još 1922. godine Rutherford, a Chadwick je uspeo da ga detektuje. Uspeh detekcije sastoji se u tome što je Chadwick na put "nevidljivim zracima" u pravcu ka detektoru postavio lake elemente koji su sadržavali znatnu količinu vodonika. Neutroni, kako je danas poznato, imaju masu skoro jednaku masi

protona, lako su izbacivali protone. Njih nije bilo teško detektovati, jer nose jedinično pozitivno naelektrisanje. Pokazano je merenjem da masa neutrona iznosi

$$m_n = 1.0086654\,\text{ajm}$$

Masa protona je, međutim, nešto manja i ima vrednost

$$m_p = 1.0072766\,\text{ajm}$$

gde je ajm ≡ atomska jedinica mase, definisana kao 1/12 mase jezgra ^{12}C.

5.1.3 Proton-neutronska hipoteza o sastavu jezgra atoma

Otkrićem neutrona, fizičari raspolažu česticom čija je masa bliska jedinici i koja je bez naelektrisanja. Ova je čestica, zbog toga, pogodna da se iskoristi u spekulacijama o sastavu jezgra atoma. Vrlo brzo je proton-elektronska hipoteza zamenjena proton-neutronskom hipotezom o sastavu jezgra atoma. Prema ovoj hipotezi, ukupan broj protona i neutrona u jezgru jednak je masenom broju A. Neka je broj protona označen sa Z, a broj neutrona sa N, tada je njihova suma vrednost masenog broja A, tj.

$$Z + N = A$$

Broj neutrona se može odrediti iz $N = A - Z$.

Ovakav model jezgra otklanja sve nedostatke proton-elektronske hipoteze. Proton i neutron su fermioni, a njihov moment impulsa ili spin ima vrednost $\left(\pm\frac{1}{2}\right)\frac{h}{2\pi}$, odnosno ranije pomenuto empirijsko pravilo, prema kojem sva jezgra sa parnim A imaju celobrojne vrednosti mehaničkog momenta uključujući i nulu, a jezgra sa neparnim masenim brojem A imaju polucelobrojne vrednosti mehaničkog momenta, je zadovoljeno.

Magnetni moment neutrona vrlo je blizak dvostrukoj vrednosti nuklearnog magnetona $\simeq 2\cdot\mu_N$, ali je suprotnog znaka od magnetnog momenta protona. Oni se, međutim po apsolutnoj vrednosti znatno ne razlikuju. Vrednosti magnetnih momenata za proton i neutron su u saglasnosti sa merenim magnetnim momentima za različita jezgra.

Prema proton-neutronskoj hipotezi α- i β-raspad se lako objašnjavaju. β-raspad se, naime, može prikazati interakcijom koja se u jezgru odigrava, tj.

$$n \rightarrow p + \beta^- + \bar{\nu}\,.$$

α-raspad se, prema ovoj hipotezi, objašnjava formiranjem α-čestice od dva protona i dva neutrona.

Po masi, neutron je veoma blizak protonu. Kako je na osnovu talasne mehanike pokazano, proton može da egzistira u jezgru. Ovo važi i za neutron.

Na osnovu proton-neutronske hipoteze mogu se izgraditi jezgra svih elemenata.

Sve navedene činjenice idu u prilog hipotezi o proton-neutronskom sastavu jezgra atoma. Ova se hipoteza do danas održala. Ostalo je nerazjašnjeno pitanje prirode sila koje ove čestice drže na okupu.

5.2 Osobine stabilnih jezgara

Osnovno stanje jezgara opisano je sledećim veličinama: naelektrisanjem, masom, radijusom, magnetnim momentom, kvadrupolnim momentom i drugim. Ovim će veličinama u narednim poglavljima biti poklonjena posebna pažnja.

5.2.1 Naelektrisanje atomskog jezgra

Kako je u prethodnom paragrafu rečeno, sva se jezgra sastoje od protona i neutrona. Prema tome, naelektrisanje jezgra je određeno brojem protona. Kako je broj protona identičan rednom broju atoma u periodnom sistemu, to se i broj protona obeležava sa Z.

Ustanovljeno je još 1912. godine, a na osnovu eksperimenata Moseley-a i planetarnog modela Rutherford-a, da jezgro ima $Z \cdot e$ pozitivnih naelektrisanja, gde Z predstavlja atomski broj, a e vrednost elementarnog naelektrisanja (naelektrisanje elektrona) koja iznosi

$$e = (4.80298 \pm 0.00020) \cdot 10^{-10}\,\mathrm{ESJ} = (1.60210 \pm 0.00007) \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}\,.$$

Atomski broj Z je ceo broj. Uočeno je, prema mnogobrojnim eksperimentima, da je atom kao celina neutralan. Na osnovu ovih eksperimenata, utvrđeno je takođe, da je naelektrisanje atoma (rezultujuće) manje od $e \cdot 10^{-18}$ (e - naelektrisanje elektrona).

Treba napomenuti da se naelektrisanje jezgra održava u svim vrstama interakcija poznatim u nuklearnoj fizici (jaka, slaba i elektromagnetna).

5.2.2 Masa jezgra

Masa je karakteristična veličina atomskog jezgra. Izražava se obično u atomskim jedinicama mase (ajm). Postoje, međutim, druge skale u kojima se atomske mase mogu izraziti:

1. Apsolutna skala – masa se izražava u gramima
2. Fizička skala – u ovoj skali jedinica mase je 1/12 mase ^{12}C i naziva se ajm
3. Hemijska skala – definiše jedinicu u odnosu na atomsku masu prirodne izotopske mešavine ugljenika, kojoj je pripisana vrednost od 12 jedinica mase.

Prema polaznim definicijama, jedinica mase *izražena u fizičkoj skali* razlikuje se od iste izražene u hemijskoj skali. Odnos ovih jedinica dat je na sledeći način:

$$\frac{\text{Masa u fizičkoj skali}}{\text{Masa u hemijskoj skali}} = 1.000924 .$$

Masu od 1 ajm ima onaj fiktivni atom M čija je masa brojno jednaka $\frac{1}{N}$-tom delu mase od 1 g (N - Avogadrov broj). U tabeli 5.1 date su vrednosti koje odgovaraju *atomskoj jedinici* mase izražene u gramima, odnosno odgovarajuća energija u MeV.

TABELA 5.1.

Čestica	Masa	Energija mirovanja
M_1	$1.6603 \cdot 10^{-24}$g	931 MeV
Elektron $\frac{1}{1822} M_1$	$9.1091 \cdot 10^{-28}$g	0.511 MeV

Ako se uzme u obzir da je energija mirovanja data relacijom

$$E_0 = m_0 c^2$$

kao i da je $1\,\text{eV} = 1.602 \cdot 10^{-12}\text{erg}$, može se napisati da: masi od 1 ajm odgovara energija mirovanja od 931.48 MeV, tj. energiji od 1 MeV odgovara masa mirovanja od 0.001073 ajm. Energija se u nuklearnoj fizici najčešće izražava u eV (MeV), a impuls u $\frac{eV}{c}$ (c - brzina svetlosti).

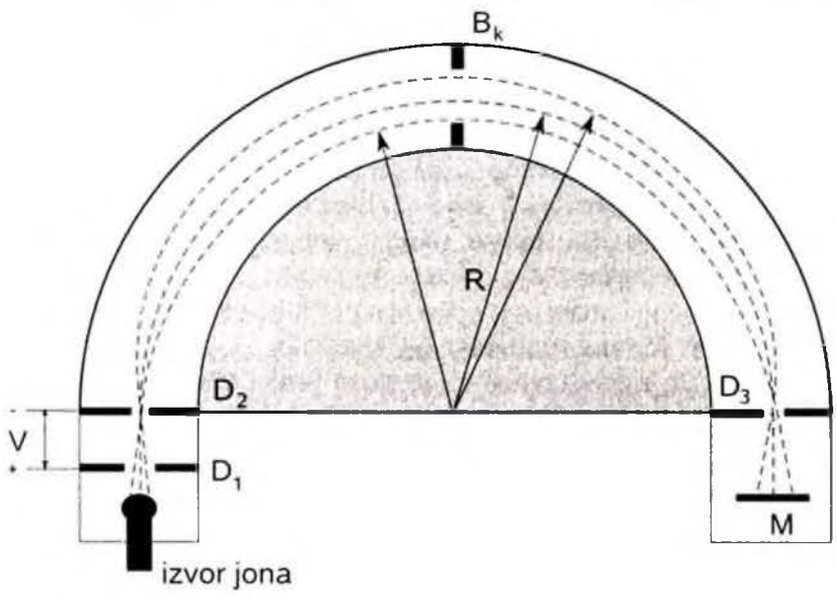
Određivanje mase jezgra

Masa jezgra se može precizno odrediti, ako se zna tačna vrednost mase atoma. Masa jezgra je, naime, razlika mase atoma i mase svih elektrona elektronskog omotača atoma. Ako se u obzir uzme i energija vezivanja elektrona u omotaču, masa jezgra ima vrednost

$$M_j = M_{at} - (Z \cdot m_e + B_e) \tag{5.7}$$

gde M_{at} predstavlja masu atoma, m_e masu elektrona, a B_e energiju vezivanja elektrona u elektronskom omotaču atoma. Ove energije vezivanja su poznate sa visokom tačnošću, a masa elektrona je takođe dobro određena, što znači da tačnost sa kojom je određena masa jezgra isključivo zavisi od tačnosti sa kojom je određena masa atoma M_{at}. Postoji nekoliko metoda za određivanje mase atoma, kao što su: masena spektrometarska metoda, radioaktivni raspad (α, β) i nuklearne reakcije. Na ovom će se mestu govoriti samo o masenoj spektroskopiji.

Princip rada masenog spektrometra razradio je Thomson. On je iskoristio dejstvo električnih i magnetnih polja na naelektrisanu česticu i njihova fokalizaciona svojstva za razdvajanje jona različitih po masi, a istih naelektrisanja. Na sl. 5.1 prikazana je šema masenog separatora.



Sl. 5.1. *Šematski prikaz masenog spektrometra.*

Maseni separator se sastoji od izvora jona, magneta, vakuumske komore i kolektora koji je smešten u fokusu separatora. Proces u izvoru jona svodi se na jonizaciju neutralnih atoma bombardovanjem atomskog gasa elektronima dovoljne energije. Nastali joni se potom, pomoću ekstrakcionih elektroda, izvlače iz jonskog izvora. Posle toga oni se između dijafragmi D_1 i D_2 ubrzavaju, zatim se ovako ubrzani dovode u predeo magnetnog polja gde se obavlja analiza po masama i fokusiranje na kolektor.

Pod dejstvomo polja indukcije B jon se u separatoru kreće po kružnoj putanji, čiji se radijus ρ može odrediti iz uslova ravnoteže centripetalne i Lorentz-ove sile. Ravnoteža je iskazana relacijom

$$\frac{M v^2}{\rho} = e v \cdot B \tag{5.8}$$

Kako je kinetička energija čestice data sa

$$T = \frac{1}{2} M v^2 = e \cdot v \tag{5.8.a}$$

može eliminacijom v iz (5.8) i (5.8.a) da se uspostavi veza između ubrzavajućeg napona, mase čestice, vrednosti polja B, kao i radijusa krivine putanje čestice, koja glasi

$$M = \frac{e}{2V} \cdot (\rho B)^2 \tag{5.9}$$

Prema relaciji (5.9) očigledno je da se, pri konstantnom radijusu krivine putanje i pri konstantnom polju B, čestice različite po masi mogu izdvajati pod uslovom da se menja potencijalna razlika V između ubrzavajućih elektroda.

U savremenoj masenoj spektroskopiji postoje maseni separatori pomoću kojih se mogu razlikovati mase sa relativnom greškom od $\frac{\Delta M}{M} = 2 \cdot 10^{-5}$.

Pomoću masenih separatora mogu se odrediti mase sa visokom tačnošću. U tabeli 5.2, radi ilustracije tačnosti metode masene spektroskopije, date su vrednosti masa nekih izotopa određenih u ajm. (TABELA 5.2 podrazumeva ajm kao 1/12 mase ^{12}C).

Posmatrajući tabelu 5.2 može se uočiti da su mase izotopa veoma bliske broju datom u koloni A. ovaj se broj u nuklearnoj fizici naziva maseni broj. Masenim brojem A određen je ukupan broj nukleona u

jezgru. Ako je rednim brojem Z u periodnom sistemu elemenata (Mendeljejev) određen broj protona u jezgru, tada je broj neutrona dat razlikom masenog broja A i rednog broja Z, tj. $N = A - Z$.

TABELA 5.2

Izotop	Maseni broj A	Masa atoma [ajm]
${}^{1}_{1}H$	1	$1.0078252 \pm 8 \cdot 10^{-7}$
${}^{4}_{2}He$	4	$4.0026031 \pm 4 \cdot 10^{-7}$
${}^{7}_{3}Li$	7	$7.0160039 \pm 12 \cdot 10^{-7}$
${}^{14}_{7}N$	14	$14.0030744 \pm 2 \cdot 10^{-7}$
${}^{16}_{8}O$	16	$15.99491502 \pm 2.8 \cdot 10^{-7}$

Masena spektrometrija je omogućila da se uvede maseni broj kao ceo broj, a da se pri tome ne prave greške u vrednosti mase jezgra veće od 1%. Prema tome, svako jezgro atoma opisano je u nuklearnoj fizici sa tri broja: brojem protona Z, brojem neutron N i masenim brojem A. Na osnovu ovih podataka uvedena je izvesna sistematika, prema kojoj se jezgra sa istim brojem Z, a različitim A, nazivaju *izotopi*. Izotopi se hemijski međusobno ne razlikuju, ali prema fizičkim osobinama oni mogu biti i obično su veoma različiti. Jezgra sa istim brojem N, a različitim Z nazivaju se *izotoni*. Konačno, jezgra sa istim brojem A, a različitim Z nazivaju se *izobari*.

Masa nekog jezgra određena je masenim brojem A. Ako se uz navedeni podatak doda i broj protona Z, sastav jezgra je, sa stanovišta proton-neutronske konfiguracije, potpuno određen. U nuklearnoj fizici jezgro je određeno ako se označi sa $M_j(A, Z)$, ili prosto, $M(A, Z)$. Masa atoma se označava sa $M_{at}(A, Z)$.

U koloni izotop (tabela 5.1) velikim slovom označen je naziv izotopa, levi gornji indeks označava maseni broj A, a levi donji se odnosi na broj protona Z.

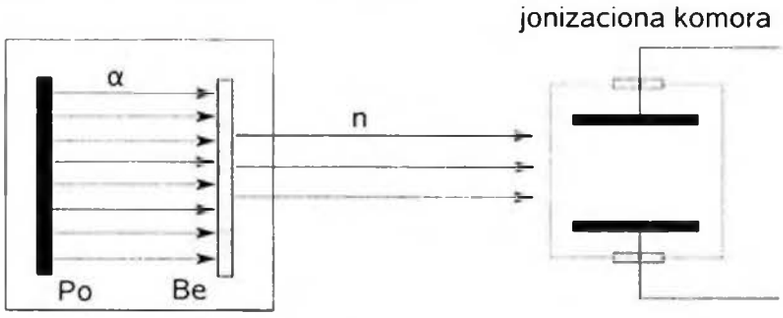
Ovaj paragraf sadrži grubi opis metoda masene spektroskopije za

određivanje mase jezgra. U sledećem paragrafu se govori o tome kako se masa izotopa može odrediti pomoću nuklearnih reakcija.

Određivanje mase neutrona

Neutron je otkrio Chadwick 1932. godine. Saznalo se tada da je neutron čestica po masi jednaka protonu, ali ne nosi nikakvo naelektrisanje i zbog toga, za precizno određivanje njegove mase metod masene spektroskopije ne dolazi u obzir. Prvu, ali grubu, procenu mase neutrona dao je na osnovu svog eksperimenta Chadwick. Ova se procena zasniva na univerzalnom zakonu održanja impulsa i energije.

Ovaj izvanredni, pronicljivi eksperiment biće u nekoliko reči opisan. Eksperiment je izveden na sledeći način. Chadwick je α-zracima Po bombardovao tanku metu Be. Ovaj izvor neutrona postavljen je u neposrednu blizinu jonizacione komore napunjene azotom i vodonikom. Eksperiment je dat na sl. 5.2 (šema). Pri elastičnom sudaru neutrona sa atomima, u komori nastali uzmaknuti atom na svom putu jonizuje gasnu sredinu. Efekat jonizacije registruje jonizaciona komora. Energija uzmaknutog jezgra zavisi od energije neutrona i od karaktera sudara.



Sl. 5.2. *Šematski prikaz Chadwick-ovog uređaja.*

Ako je sa p_n odnosno p'_n označen impuls neutrona pre, odnosno posle sudara, a sa p_j impuls uzmaknutog jezgra vodonika, može se tvrditi da je neutron u čeonom sudaru predao protonu maksimalnu energiju. U slučaju čeonog sudara, zakon održanja impulsa i energije može se predstaviti kao

$$m_n v = M \cdot V + m_n v' \qquad (5.10)$$

$$\frac{1}{2} m_n v^2 = \frac{1}{2} M V^2 + \frac{1}{2} m_n v'^2 \tag{5.11}$$

gde su m_n masa neutron, v i v' brzine neutrona pre i posle sudara, M masa uzmaknutog jezgra, V brzina uzmaknutog jezgra. Eliminacijom v' iz relacija (5.10) i (5.11) može se (izražavanjem energije preko impulsa) odrediti maksimalna brzina saopštena uzmaknutom jezgru u čeonom sudaru. Ova brzina ima vrednost

$$V_{max} = 2 v_{max} \left(1 + \frac{M}{m_n} \right)^{-1} \tag{5.12}$$

Treba da se napomene da su u jonizacionoj komori bili azot i vodonik i da su pri ovom eksperimentu određene energije uzmaka jezgara atoma vodonika i azota koje iznose

$$E\left({}^{17}_{7}\mathrm{N}\right) = 1.2\,\mathrm{MeV}\,; \quad E\left({}^{1}_{1}\mathrm{H}\right) = 5.7\,\mathrm{MeV}\,.$$

Na osnovu jednačine (5.12) može se uspostaviti veza između maksimalnih brzina uzmaknutih jezgara azota i vodonika na sledeći način

$$V_{max}\left({}^{14}\mathrm{N}\right)\left(1 + \frac{M\left({}^{14}\mathrm{N}\right)}{m_n}\right) = V_{max}\left(1 + \frac{M\left({}^{1}\mathrm{H}\right)}{m_n}\right) \tag{5.13}$$

Ako se brzine uzmaknutih jezgara atoma azota i vodonika izračunaju dobijaju se sledeće vrednosti

$$V_{max}\left({}^{14}\mathrm{N}\right) = \sqrt{\frac{2 T_{max}\left({}^{14}\mathrm{N}\right)}{M\left({}^{14}\mathrm{N}\right)}}\,; \quad V_{max}\left({}^{1}\mathrm{H}\right) = \sqrt{\frac{2 T_{max}\left({}^{1}\mathrm{H}\right)}{M\left({}^{1}\mathrm{H}\right)}} \tag{5.14}$$

Zamenom vrednosti iz (5.14) u (5.13) i sređivanjem dobija se

$$\frac{m_n + M\left({}^{14}\mathrm{N}\right)}{m_n + M\left({}^{1}\mathrm{H}\right)} = \sqrt{\frac{T_{max}\left({}^{1}\mathrm{H}\right) \cdot M\left({}^{14}\mathrm{N}\right)}{T_{max}\left({}^{14}\mathrm{N}\right) \cdot M\left({}^{1}\mathrm{H}\right)}} \tag{5.15}$$

Uvrštavanjem izmerenih vrednosti masa i energija uzmaknutih jezgara u (5.15), dobija se

$$\frac{m_n + 14}{m_n + 1} = \sqrt{\frac{5.7 \cdot 14}{1.2}} \simeq 8\,.$$

Iz prethodnog se izraza može jednostavno izračunati vrednost (približna) mase neutrona. Ona iznosi

$$m_n = 1\,\text{ajm}$$

S obzirom na stepen tačnosti Chadwick-ovog eksperimenta, može se dozvoliti tvrđenje da je masa neutrona m_n približno jednaka masi protona m_p.

Tačnije određivanje mase neutrona izvodi se uz korišćenje energijskog bilansa jedne nuklearne reakcije. U ovu je svrhu izvedena sledeća nuklearna reakcija: γ-zracima ^{212}Bi energije 2.6 MeV ozračen je teški vodonik $^2_1$D . Reakcija ima sledeći tok

$$\gamma + {}^2_1\text{D} \rightarrow \text{n} + \text{p}$$

Energijski bilans ove reakcije ima sledeći oblik

$$E_\gamma + M\left({}^2_1\text{D}\right)c^2 = m_n c^2 + T_n + m_p c^2 + T_p \qquad (5.16)$$

gde je E_γ energija γ-zraka; $M\left({}^2_1\text{D}\right)c^2$, $m_n c^2$, $m_p c^2$ su energije mirovanja deuterona, neutrona i protona respektivno, a T_p i T_n su kinetičke energije protona i neutrona.

U jednačini (5.16) vrednosti na levoj strani su poznate. Na desnoj strani, međutim, poznata je energija mirovanja protona, a njegova se kinetička energija može meriti. Ostaju nepoznate T_n i $m_n c^2$.

Energija uzmaknutog protona je izmerena pomoću Wilson-ove komore i ona iznosi T_p = 0.2 MeV.

Da bi određivanje mase neutrona bilo moguće, potrebno je da se pokaže da su kinetičke energije protona i neutrona približno jednake, tj. $T_n \simeq T_p$, ili što je isto, da su im impulsi približno jednaki, odnosno $p_n \simeq p_p$.

Pri interakciji fotona i deuterona, deuteron je mirovao, a posledice interakcije su neutron i protona. Za ovakvu interakciju može se napisati i zakon održanja impulsa u obliku

$$\left(\frac{\vec{E}_\gamma}{c}\right) = \vec{p}_p + \vec{p}_n$$

Ako se dokaže da je vrednost impulsa fotona mala u odnosu na impuls protona, može se u tom slučaju staviti da je

$$|\vec{p}_n| \simeq |\vec{p}_p| .$$

Impuls fotona može se, na osnovu datih podataka, odrediti. Isti ima vrednosti

$$\frac{E_\gamma}{c}=\frac{2.62}{c}\left[\frac{\text{MeV}}{c}\right],$$

a impuls protona se određuje na sledeći način

$$p_p=\sqrt{2m_pT_p}=\frac{1}{c}\sqrt{2m_pc^2T_p}=\frac{1}{c}\sqrt{2.938\cdot 0.2}=20\left[\frac{\text{MeV}}{c}\right]$$

Kako se, na osnovu izračunatih vrednosti vidi, impuls protona je za red veličine veći od impulsa fotona, tako da se može staviti da je $|p_p|\simeq|p_n|$, odakle sledi da je $T_n\sim T_p$. Ova aproksimacija ne utiče mnogo na rezultat.

Sada su svi članovi u (5.16) izuzev m_nc^2, poznati, pa se odgovarajućim računom jednostavno može odrediti masa neutrona m_n. Ako se račun izvede do kraja dobija se

$$m_n=1.0086654\,\text{ajm}.$$

5.2.3 Energija vezivanja

Masa jezgra nije prosta suma masa protona i neutrona, ona je nešto manja

$$M_j(A,Z)<\left[Z\cdot M_p+(A-Z)M_n\right],$$

što je potpuno prirodno, jer jezgro predstavlja sistem nukleona kojem odgovara minimalna potencijalna energija. Da bi se tako čvrst sistem – *jezgro*, razložilo na svoje sastavne delove – *nukleone*, potrebno je utrošiti onoliko energije koliko je oslobođeno u procesu formiranja jezgra. Ova se energija naziva *energija vezivanja (vezivna energija)*, a može se izraziti na sledeći način

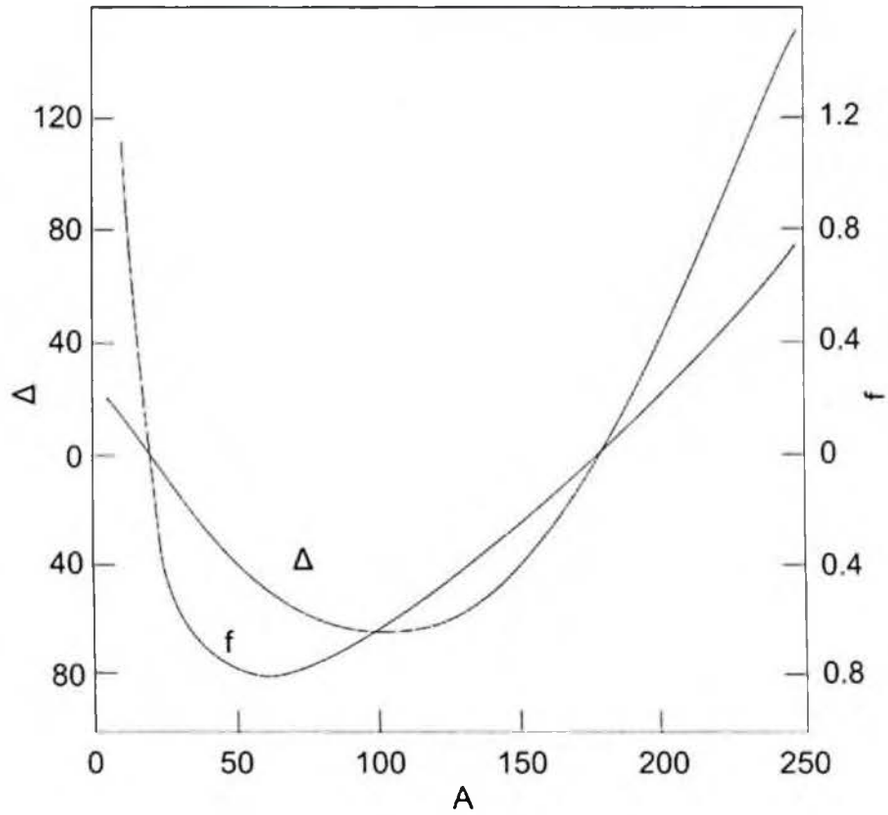
$$E_v(A,Z)=c^2\left\{M_{at}(A,Z)-\left[Z\cdot M_H+(A-Z)M_n\right]\right\} \qquad (5.17)$$

Ovde je M_{at}(A, Z) masa neutralnog atoma, M_H masa vodonika, a M_n masa neutrona. Ako su mase date u [g], energija se dobija u [erg]; ako se mase izraze u [ajm], energija se dobija u [MeV].

<u>Primer</u>: *Korišćenjem obrasca (5.17) odrediti energiju vezivanja deuterona, ako je* $M_D=2.0140979\,\text{ajm}$.

* * *

$$E_v\left({}^2_1\text{H}\right)=931.48[2.0140979-(1.007825+1.00866554)]=-2.23\,\text{MeV}$$



Sl. 5.3. *Dekrement mase ($\Delta = M_{at} - A$) i faktor pakovanja ($F = \Delta / A$). Krive su dobijene na osnovu merenja metodom masene spektroskopije, kao i na osnovu podataka iz nuklearnih reakcija. Krive predstavljaju interpolaciju semiempirijske masene formule.*

Energija vezivanja naziva se još i defekt mase. Razlika Δ masa atoma M_{at} i masenog broja A može se izraziti kao $\Delta = M_{at} - A$. Ova je veličina dobila naziv maseni defekt (maseni dekrement). Dekrement mase je pozitivan za laka i teška jezgra, a ima negativnu vrednost za jezgra čiji maseni broj zadovoljava nejednakost $10 < A < 170$. Na sl. 5.3 prikazana je zavisnost defekta mase i faktora pakovanja od masenog broja A.

Do sada je bilo govora o energiji vezivanja po atomu. Korisno je, međutim, da se definiše energija vezivanja po nukleonu. Ona se još naziva faktor pakovanja, a može se izraziti na sledeći način

$$f=\frac{\Delta}{A}=\frac{M_{at}-A}{A}=\frac{M_{at}}{A}-1 \qquad (5.18)$$

Uvođenje faktora pakovanja je opravdano, jer je isti dat za sva jezgra sa skoro istom tačnošću. Znak faktora pakovanja u potpunosti prati znak vrednosti defekta mase (v. sl. 5.3).

Na osnovu poznate vrednosti faktora pakovanja može se izračunati energija vezivanja po nukleonu, ako se masa atoma eksplicitno izrazi iz (5.18), tj.

$$M_{at}=A(1+f) \qquad (5.19)$$

Ako se vrednost (5.19) uvrsti u (5.17) dobija se

$$E_N=\frac{E_V(A,Z)}{A}=931.48\left\{f(A,Z)-0.00897+\frac{Z}{A}0.0008406\right\} \qquad (5.20)$$

Iz ove se relacije može odrediti srednja energija vezivanja po nukleonu, pod uslovom da se faktor pakovanja izražava u [ajm]. U tabeli 5.3 date su vrednosti energije vezivanja i srednje energije vezivanja po nukleonu za laka jezgra.

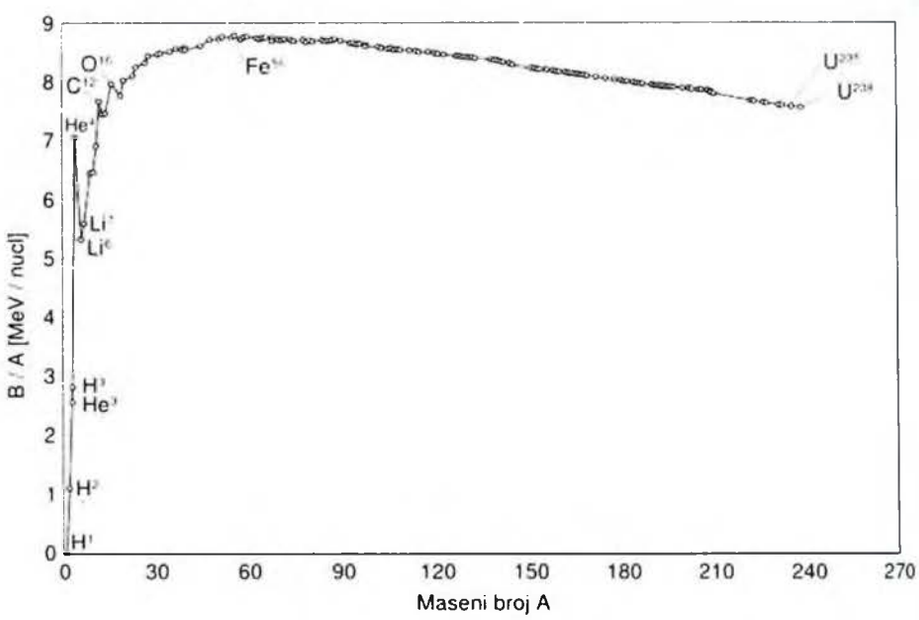
TABELA 5.3

	${}^{2}_{1}D$	${}^{3}_{1}T$	${}^{3}_{2}He$	${}^{4}_{2}He$	${}^{7}_{3}Li$	${}^{9}_{4}Be$	${}^{12}_{6}C$
$E_V(A,Z)$	2.224	8.486	7.723	28.293	39.250	58.538	92.155
$\frac{E_V}{A}$	1.112	2.828	2.574	7.073	5.607	6.504	7.679

Grafik na sl. 5.4 prikazuje zavisnost srednje energije vezivanja po nukleonu od masenog broja A.

Jasno je, na osnovu grafika, da srednja energija vezivanja po nukleonu za laka jezgra teži nuli. Njena je vrednost za srednja jezgra približno 8.7 MeV, a za teška jezgra iznosi približno 7.6 MeV. Iz ovoga sledi da je srednja energija vezivanja po nukleonu skoro nezavisna od masenog broja A, izuzev za najlakša jezgra. Mogao bi se, dakle, izvesti logičan zaključak da je energija vezivanja svakog nukleona u jezgru u

gruboj aproksimaciji konstantna veličina C. Ako neko jezgro ima A nukleona, u njemu tada može biti $\frac{1}{2}A(A-1)$ veza, a energija vezivanja približno treba da ima vrednost $\frac{1}{2}A(A-1)C$, što očigledno nije u skladu sa grafikom na sl. 5.4. Grubo uzeta konstantna vrednost energija vezivanja po nukleonu ukazuje da nukleoni u jezgru nisu svi jednako međusobno vezani, odnosno, jedan nukleon interaguje samo sa nekoliko nukleona, a ne sa svim prisutnim. Ovo je posledica zasićenosti nuklearnih sila.



Sl. 5.4. *Srednja energija vezivanja po nukleonu.*

Grafik na sl. 5.4 pokazuje da su laka jezgra podesna za sintezu (fuziju), a teška za fisiju. Naime, energija koja se u procesu fuzije realizuje po nukleonu za laka jezgra, veća je od one u procesu fisije za teška jezgra. Primer: simetrična fisija oko jezgara sa masenim brojem oko 240, daje povećanje od oko $8.5-7.5\sim 1\frac{\text{MeV}}{\text{nucl}}$. Ako se pretpostavi da se fuzija realizuje u binarnoj nuklearnoj reakciji dva deuterona $\left({}^{2}_{1}\text{H}\right)$ kod kojih je $E_N=1.113\frac{\text{MeV}}{\text{nucl}}$ i neka se formira α-čestica za koju je $E_N=7.075\frac{\text{MeV}}{\text{nucl}}$. Razlika ovih energija iznosi približno $6\frac{\text{MeV}}{\text{nucl}}$ i pokazuje

koliko iznosi povećanje energije vezivanja po nukleonu. Ovoj energiji odgovara smanjenje ukupne mase pri prelazu od deuterijuma ka α-čestici i manifestuje se kao oslobođena energija po aktu sinteze.

5.2.4 Dinamička stabilnost jezgra

Zapaženo je da su najstabilnija laka jezgra ona, kod kojih je odnos broja protona i neutrona jednak jedinici, tj.

$$\frac{N}{Z}=1 .$$

Poslednje jezgro kod kojeg je ovaj uslov ispunjen je Ca (vidi grafik na sl. 5.5). Posle ovog jezgra odnos $\frac{N}{Z}$ raste i kada dostigne vrednost 1.46, ova se jezgra spontano raspadaju emitujući α- ili β-česticu. Emisijom navedenih čestica jezgro izbalansira broj protona i neutrona do odnosa karakterističnog za stabilna jezgra. Interesantno je da se napomene da sve do 1962. godine emisija protona nije zapažena. Ona je otkrivena tek tada, kada su u laboratoriji stvorena nautron-deficitna jezgra. Prema tome, veoma je instruktivno da se odrede energije odvajanja protona, neutrona i α-čestice i da se na osnovu njih dobiju izvesne predstave o stabilnosti jezgra.

Neka je sa S_n označena energija odvajanja neutrona. Ona se može jednostavno odrediti pomoću relacije (5.20) na sledeći način

$$\begin{aligned} S_n &= E_V(A,Z)-E_V(A-1,Z)= \\ &=931.48\{[f(A,Z)-f(A-1,Z)]\cdot A+f(A-1,Z)-0.008982\} \end{aligned} \tag{5.21}$$

Vidi se, prema sl. 5.4, da je srednja energija vezivanja po nukleonu neprekidna funkcija, pa je

$$[f(A,Z)-f(A-1,Z)]\sim\frac{\partial f}{\partial A} .$$

Uvrštavanjem poslednjeg izraza u (5.21) dobija se

$$S_n=931.48\cdot f(A-1,Z)-8.357+931.48\cdot A\cdot\frac{\partial f}{\partial A} \tag{5.22}$$

Kako je veličina $\frac{\partial f}{\partial A}$ mala i pozitivna, sledi da je energija odvajanja neutrona S_n praktično odredena sa prva dva člana relacije (5.22). Prvi član jednačine (5.22) je negativan u sledećem intervalu masenih brojeva $20 < A < 180$, a vrednost mu se kreće od nekoliko desetih delova MeV do nule. Za $A > 180$, ovaj član postaje pozitivan, usled čega se vrednost

energije odvajanja neutrona smanjuje sa povećanjem masenog broja A. Energija odvajanja neutrona se znatno ne razlikuje od energije vezivanja po nukleonu.

Energija protona izračunava se slično kao i za neutron, a može se predstaviti sledećim izrazom

$$S_p = 931.48 \cdot f(A-1, Z-1) - 7.582 + 931.48 \cdot A \cdot \frac{\partial f}{\partial A} \qquad (5.23)$$

Ako se uporede energije odvajanja neutrona i energija vezivanja protona, može se uočiti da je energija odvajanja neutrona veća od energije vezivanja protona i to u oblasti srednjih i teških jezgara.

Na sličan način se može odrediti i energija odvajanja α-čestice i ona iznosi

$$S_\alpha = 931.48 \cdot f(A-4, Z-2) - 3.608 + 931.48 \cdot 4\, A \cdot \frac{\partial f}{\partial A} \qquad (5.24)$$

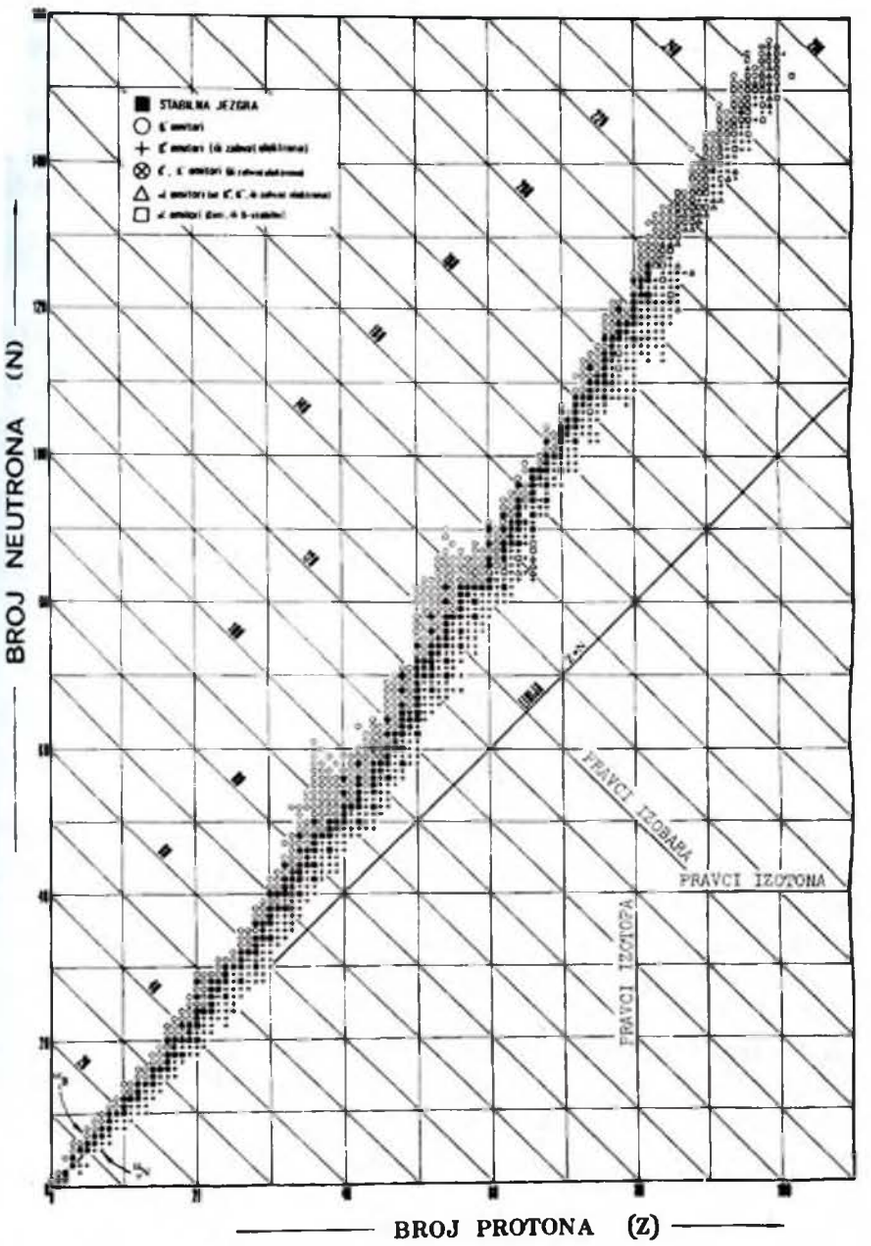
Na osnovu relacija (5.22), (5.23) i (5.24) može se zaključiti da je energija odvajanja α-čestice za srednja i teška jezgra manja od energije odvajanja protona i neutrona. Može se, prema tome, očekivati da je verovatnoća za spontanu emisiju α-čestice veća nego za emisiju protona ili neutrona. Poznato je 100 α-emitera između jezgara čiji je maseni broj veći od 209.

Prvi i treći član jednačine (5.24) imaju pozitivne vrednosti za jezgra čiji su maseni brojevi veći od 140, a čiji je zbir veći od 3.61, odakle sledi da je $S_\alpha > 0$, pa se može očekivati da su jezgra u intervalu masenih brojeva od vrednosti $140 < A < 209$ sklona α-raspadu. U ovoj su oblasti, međutim, jezgra stabilna sa gledišta α-raspada. Ovo se tumači visinom Coulomb-ove barijere.

S obzirom na relaciju (5.24) može se zaključiti da je za $S_\alpha > 3$ MeV α-raspad moguć. Međutim, za $S_\alpha < 3$ MeV α-raspad je malo verovatan.

Slična se razmatranja mogu sprovesti i u slučajevima fisije jezgra.

U ovom su odeljku razmatrane energije separacije konstituenata jezgra, protona i neutrona, kao i jedne njihove čvrste konfiguracije, α-čestice, uz pretpostavku da ona egzistira u jezgru u trenutku emisije. Na osnovu ovakvih razmatranja ustanovljeno je da su neutroni i protoni u jezgru čvrsto vezani, te da je verovatnoća njihove emisije vrlo mala. Očigledno je, međutim, da u jednom intervalu masenih brojeva jezgara konfiguracija neutrona i protona u vidu α-čestice izaziva nestabilnost



Sl. 5.5. Ka*rta izotopa*

jezgra, a s obzirom na energiju separacije α-čestice, teška su jezgra sklona α-raspadu.

Prema tome, jezgra su stabilna za određeni odnos broja protona i neutrona. Kada je ovaj odnos narušen, jezgra, emitujući α-česticu ili prelaskom neutrona u proton, odnosno obrnuto, uspostavljaju stabilnu konfiguraciju.

Pokazano je na sledećim primerima kako se β-raspadom uspostavlja stabilnost jezgra.

Poznata su u nuklearnoj fizici tri načina β-raspada jezgra. Ovi se raspadi svode na prelazak neutrona u proton i obrnuto, a prikazani su u sledeće tri nuklearne reakcije i to:

1. *β-raspad* $\leftrightarrow$ $\mathrm{n} \rightarrow \mathrm{p} + \beta^- + \bar{\nu}$
2. *pozitronski raspad* $\leftrightarrow$ $\mathrm{p} \rightarrow \mathrm{n} + \beta^+ + \nu$
3. *elektronski zahvat* $\leftrightarrow$ $\mathrm{p} + \mathrm{e}^- \rightarrow \mathrm{n} + \nu$

Sa stanovišta promene naelektrisanja i mase, ove se interakcije mogu tetirati na sledeći način: u slučaju emisije β^- jezgro ${}^A_Z X$ prelazi u jezgro ${}^A_{Z+1} Y$. Ovo se prikazuje relacijom

$$ {}^A_Z X \xrightarrow{\beta^-} {}^A_{Z+1} Y + \beta^- + \bar{\nu} . $$

Ovakav je prelaz moguć pod uslovom da je

$$ M_j(A, Z) > \left[M_j(A, Z+1) + m_e \right] \tag{5.25} $$

pri čemu je $M_j(A, Z)$ masa jezgra koje je doživelo β-raspad, a $M_j(A, Z+1)$ masa jezgra koje nastaje β-raspadom, dok je m_e masa β-čestice, odnosno elektrona.

Primenom nejednakosti (5.25) na atom može se napisati

$$ M_{at}(A, Z) > M_{at}(A, Z+1) \tag{5.26} $$

Uslov nestabilnosti jezgra (β-raspada) može se izraziti preko energije vezivanja. Jezgro je, naime, sklono β-raspadu pod uslovom da je zadovoljena sledeća nejednakost

$$ E_V(A, Z) > \left[E_V(A, Z+1) + (M_H - M_n) c^2 \right] \tag{5.27} $$

gde $E_V(A, Z)$ predstavlja energiju vezivanja jezgra koje je doživelo β-raspad, $E_V(A, Z+1)$ je energija vezivanja jezgra nastalog β-raspadom, M_H je masa vodonika, M_n je masa neutrona, a c je brzina svetlosti. Kako je

član $(M_H - M_n)c^2 = 0.782\,\mathrm{MeV}$, nejednakost data izrazom (5.27) može se napisati u obliku

$$E_V(A,Z) > \left[E_v(A,,Z+1) + 0.782\right] \tag{5.28}$$

Pozitronski raspad je predstavljen sledećim izrazom

$${}_{Z+1}^{A}Y \xrightarrow{\beta^+} {}_{Z}^{A}X + \beta^+ + \nu\,.$$

Ovakav raspad je moguć pod uslovom da je zadovoljena nejednakost

$$M_j(A,Z+1) > \left[M_j(A,Z) + m_e\right] \tag{5.29}$$

gde $M_j(A, Z+1)$ predstavlja masu jezgra koje se raspalo emitujući pozitron, $M_j(A, Z)$ je masa jezgra nastalog pozitronskim raspadom, a m_e je masa pozitrona.

Ako se levoj i desnoj strani nejednakosti (5.29) doda $(Z+1)\cdot m_e$, dobija se izraz koji definiše uslov za pozitronski raspad sa gledišta ukupne mase atoma. Posle ove transformacije, nejednakost (5.29) ima oblik

$$M_{at}(A,Z+1) > \left[M_{at}(A,Z) + 2\cdot m_e\right] \tag{5.30}$$

Sa gledišta energije vezivanja, pozitronski raspad je moguć pod uslovom da je zadovoljena nejednakost

$$E_V(A,Z+1) > \left[E_V(A,Z) + 1.804\right]\ [\mathrm{MeV}] \tag{5.31}$$

$E_V(A, Z+1)$ i $E_V(A, Z)$ su energije vezivanja jezgara pre, odnosno posle pozitronskog raspada, a drugi član na desnoj strani nejednakosti (5.31) predstavlja brojnu vrednost izraza čiji je oblik $(M_H - M_n + 2m_e)\cdot c^2$ izraženu u [MeV] (v. nejednakosti (5.27) i (5.28)).

Elektronski zahvat (*electron capture*) predstavlja proces u kojem jezgro zahvata elektron iz elektronskog omotača i prelazi u stabilno stanje, pri čemu se broj protona u jezgru promenio. Ovaj se proces predstavlja na sledeći način

$${}_{Z+1}^{A}Y + e^- \rightarrow {}_{Z}^{A}X + \nu$$

S obzirom na masu jezgra, elektronski zahvat je moguć pod uslovom da je zadovoljena sledeća nejednakost

$$\left[M_j(A,Z+1) + m_e + \gamma^*\right] > M_j(A,Z) \tag{5.32}$$

$M_j(A, Z+1)$ i $M_j(A, Z)$ jesu mase jezgara pre i posle elektronskog zahvata,

m_e je masa zahvaćenog elektrona iz omotača, a γ^* je maseni ekvivalent energije vezivanja elektrona u omotaču izražen u [ajm]. Kada se uzme u obzir i elektronski omotač atoma, nejednakost (5.32) može se izraziti u obliku

$$\left[M_{at}(A, Z+1)+\gamma^*\right] > M_{at}(A, Z) \qquad (5.32')$$

Uslov da dođe do elektronskog zahvata može se izraziti i preko odnosa energija vezivanja. Uslov je iskazan relacijom

$$E_V(A, Z+1) > \left[E_v(A, Z)+0.782+B_e\right] \qquad (5.33)$$

gde se B_e odnosi na energiju vezivanja zahvaćenog elektrona.

Energija vezivanja elektrona iz omotača atoma nije velika i može se zanemariti (za K-sloj kod najtežih jezgara iznosi približno 0.12 MeV).

Na osnovu energija vezivanja može se o pozitronskom raspadu i elektronskom zahvatu zaključiti: ako je jezgro nestabilno sa gledišta pozitronskog raspada, nestabilno je i u odnosu na elektronski zahvat.

5.2.5 Weizsäcker-ova formula za određivanje mase jezgra

U ovom je odeljku opisan grub model jezgra pomoću kojeg se može izračunati masa i energija vezivanja. Rečeno je do sada da se jezgra sastoje od protona i neutrona i da, između njih dejstvuju veoma jake privlačne sile koje ih na okupu drže u veoma maloj zapremini (10^{-39} cm^3).

Uvođenjem proton-neutronske hipoteze objašnjeni su sledeći fenomeni vezani za jezgro: njegovo naelektrisanje, masa, energija vezivanja i druge veličine. Ako se sastav jezgra prikaže grafički, odnosno, ako se da broj neutrona u zavisnosti od broja protona, može se uočiti da je samo u oblasti jezgara broj neutrona jednak broju protona. Kod težih jezgara, međutim, ova je simetrija narušena (v. sl. 5.5). Grafik, međutim, ukazuje da između protona i neutrona (njihovog broja i odnosa) postoji veza koja ima neki dublji smisao. Već sama pravilnost izgradnje sastava stabilnih jezgara pruža mogućnost za stvaranje izvesnih pretpostavki o modelu jezgra.

Izračunavanjem energije vezivanja po nukleonu ustanovljeno je da ova veličina skoro ne zavisi od masenog broja A. Ovo se takođe može pokazati i za gustinu jezgra. Ove osobine jezgra imaju svoju analogiju kod kapi (tečnosti), jer toplota isparavanja i gustina kapi ne zavise od njenih dimenzija. Drugim rečima, struktura jezgra po nekim osobinama

podseća na kap. Grubo se može pretpostaviti da se jezgro ponaša kao kap i prema ovoj pretpostavci interesantno je da se izračuna masa jezgra, energija vezivanja, kao i da se stabilnost jezgra proceni. Sa stanovišta ovakvog modela molekuli tečnosti u kapi igraju ulogu nukleona u jezgru. Takva kap ima zapreminsku energiju (ili energiju kondenzacije) i površinsku energiju. Naelektrisanje protona smanjuje energiju vezivanja usled repulzivnih Coulomb-ovih sila između njih. Polazeći od ovakvog modela, Weizsäcker je predložio formulu za određivanje mase jezgra.

Najveći doprinos masi jezgra dolazi od mase ukupnog broja prisutnih protona i neutrona koji učestvuju u njegovoj građi. Masa se, prema tome, može izraziti aproksimativno kao

$$M_j(A,Z)=Z\cdot M_p+N\cdot M_n=Z\cdot M_p+(A-Z)M_n \qquad (5.34)$$

Jezgro, međutim, predstavlja sistem čvrsto vezanih čestica sa nižom potencijalnom energijom u odnosu na jezgro "pare", pa mu je i masa manja za energijski ekvivalent oslobođene energije koja je napustila sistem prilikom formiranja jezgra. Oslobođena energija predstavlja ukupnu energiju vezivanja koja je proporcionalna masenom broju A. Jednačina (5.34) mora se korigovati dodavanjem člana sa negativnim predznakom

$$M_1=a_1 A\,, \qquad (a_1>0) \qquad (5.35)$$

Uspostavljena analogija između kapi (tečnosti) i jezgra sugeriše i mogućnost površinskih efekata na jezgru. To bi značilo da su nukleoni na površini jezgra vezani labavije od onih unutar jezgra, jer im je samo deo površine izložen dejstvu nuklearnih sila. Nukleoni na površini jezgra povećavaju potencijalnu energiju čime smanjuju energiju vezivanja. Na osnovu sprovedene analize, član definisan sa (5.35) koriguje masu jezgra datu relacijom (5.34). Kako bi se uzeo u obzir i površinski efekat, s obzirom na prethodni komentar, mora se u relaciji (5.34) uvesti i član koji je proporcionalan broju nukleona po površini jezgra. Budući da je radijus jezgra proporcionalan $A^{1/3}$, površina jezgra proporcionalna je $A^{2/3}$. Površinski efekat koji smanjuje energiju vezivanja naziva se površinski napon jezgra i suprotnog je znaka u odnosu na (5.35). Ovaj se efekat izražava uvođenjem korekcionog člana čija je vrednost

$$M_2=-a_2\cdot A^{2/3}\,, \qquad (a_2>0) \qquad (5.36)$$

U ovoj analizi je potrebno uzeti u obzir i Coulomb-ovu repulziju protona

u kapi (tečnosti). Ovaj efekat je proporcionalan sa Z^2 (jer Coulomb-ova sila nema saturaciono svojstvo i svaki proton (Z) interaguje sa ostalima (Z-1), što se izražava u obliku proizvoda $Z(Z-1)\simeq Z^2$), a obrnuto je proporcionalan rastojanju (radijusu) $r\simeq A^{1/3}$. Coulomb-ova energija polja teži da smanji energiju vezivanja u jezgru, zbog čega korekcioni član koji opisuje ovaj efekat ima pozitivan znak i vrednost mu je data sa

$$M_3=-a_3\frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}}, \qquad (a_3>0) \tag{5.37}$$

Grafik na sl. 5.5 predstavlja zavisnost broja neutrona od broja protona u periodnom sistemu. Za male brojeve uočava se tendencija simetrije (Z = N) u sastavu jezgra atoma. Ova je simetrija narušena već za jezgra posle Ca, jer je tada broj protona manji od broja neutrona. Broj neutrona raste da bi kompenzovao repulzivnu Coulomb-ovu silu koja se povećava usled sakupljanja pozitivnih naelektrisanja u zapremini jezgra. Najstabilnija laka jezgra su u slučaju kada je Z = N. Ova jezgra imaju i najveću energiju vezivanja. Jezgra kod kojih je ovaj odnos narušen imaju manju vrednost energije vezivanja. Tačnije, sa povećanjem masenog broja A narušava se i odnos $\frac{N}{Z}$, usled čega se energija vezivanja i smanjuje. Da bi član definisan relacijom (5.35) bio korektan sa gledišta odnosa $\frac{N}{Z}$, uvodi se još jedan korekcioni koeficijent sa pozitivnim znakom. On je proporcionalan sa A, a funkcionalno zavisi od $\frac{N}{Z}$ i ima minimum za Z = N. prost izraz koji zadovoljava ove uslove ima oblik

$$M_4=-a_4\cdot\frac{A}{4}\cdot\frac{\left(\frac{1-Z}{N}\right)^2}{\left(\frac{1+Z}{N}\right)^2}=-a_4\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{(N-Z)^2}{A}=-a_4\cdot\frac{\left(\frac{A}{2}-Z\right)^2}{A} \tag{5.38}$$

U semiempirijskoj formuli ovaj se koeficijent naziva asimetrični član.

Nuklearne sile imaju takvu osobinu da spinove dve istorodne čestice na istom nivou orijentišu antiparalelno. Takvo je stanje energijski niže od onog koje je popunjeno sa dva raznorodna nukleona. Ako se paran broj nukleona označi sa P, a neparan sa N, tada je paran broj protona i neutrona označen sa P - P, čime je označeno parno-parno jezgro. Prema ovom načinu obeležavanja, postoje i P - N odnosno N - P jezgra, koja su

u odnosu na P - P jezgra vezana slabije, dok su najslabije vezana N - N jezgra. Ova je činjenica iskazana uvođenjem koeficijenta M_5 koji se odnosi na energiju sparivanja i koji glasi

$$M_5 = -\lambda \cdot \delta_{A,Z} \tag{5.39}$$

gde je

- $\lambda = -1$, *za parno-parna jezgra*
- $\lambda = 0$, *za neparno-parna i parno-neparna jezgra*
- $\lambda = +1$, *za neparno-neparna jezgra.*

Eksperimentalno je utvrđena vrednost koeficijenta δ koja iznosi

$$\delta \simeq a_5 \cdot A^{-\frac{3}{4}} \tag{5.40}$$

Treba napomenuti da δ slabo zavisi od Z i neznatno se razlikuje za protonske i neutronske parove.

Na osnovu izvedene analize, može se, uzimajući u obzir korekcione koeficijente definisane relacijama od (5.35) do (5.40), odrediti energija vezivanja jezgra koje sadrži Z protona i N neutrona (čiji je maseni broj A) s tim što svi članovi, sem prvog, imaju negativan predznak jer smanjuju energiju vezivanja. Prema tome, energija vezivanja ima vrednost

$${}^{A}_{Z}(E_V)_N = a_1 A - a_2 A^{\frac{2}{3}} - a_3 \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_4 \frac{(A/2 - Z)^2}{A} - a_5 \lambda A^{-\frac{3}{4}} \tag{5.41}$$

Relacija (5.41) predstavlja Weizsäcker-ovu semiempirijsku formulu za određivanje energije vezivanja jezgra. Koeficijenti $a_1, \ldots, a_5$ određeni su eksperimentalno, a njihove su vrednosti

$$a_1 \simeq 15.5\,\text{MeV}, \qquad a_2 \simeq 16.8\,\text{MeV}$$
$$a_3 \simeq 0.72\,\text{MeV}, \qquad a_4 \simeq 19\,\text{MeV}$$
$$a_5 \simeq 33.5\,\text{MeV}.$$

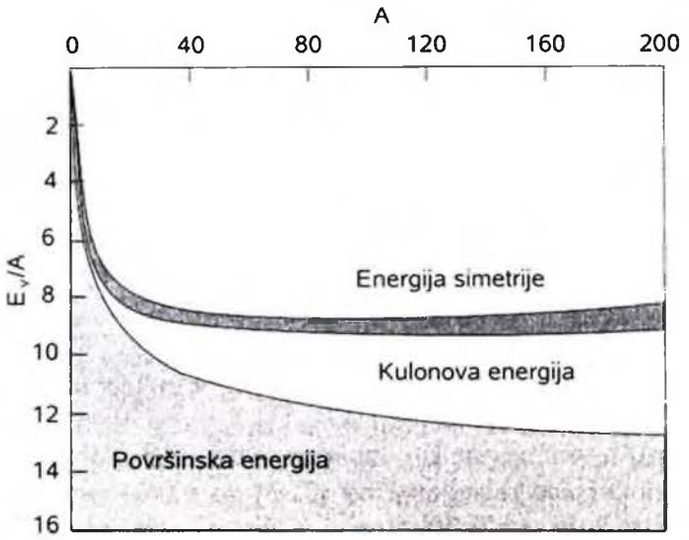
Uticaj pojedinih članova na vrednost energije vezivanja (5.41) grafički je prikazan na sl. 5.6.

Konačna formula za određivanje mase jezgra može se napisati prema jednačinama (5.34) i (5.41) na sledeći način:

$${}^{A}_{Z}M_N = (A - Z) M_n + Z \cdot M_p + Z \cdot m_e - a_1 A + a_2 A^{2/3} + a_3 \frac{Z^2}{A^{1/3}} + a_4 \frac{\ldots}{} \tag{5.42}$$

gde koeficijenti $a_1, \ldots, a_5$ predstavljaju masene ekvivalente odgovarajućih

koeficijenata iz relacije (5.41) izražene u [ajm]. Jednačina (5.42) predstavlja Weizsäcker-ovu formulu za određivanje mase jezgra (atoma).



Sl. 5.6. *Šematski prikaz doprinosa pojedinih članova u semiempirijskoj Weizsäcker-ovoj formuli u zavisnosti od masenog broja.*

Weizsäcker-ova formula može da objasni stabilnost izobarnih jezgara, ako se masa (5.1) izrazi samo u zavisnosti od rednog broja Z, dok se maseni broj drži konstantan ($A = const$).

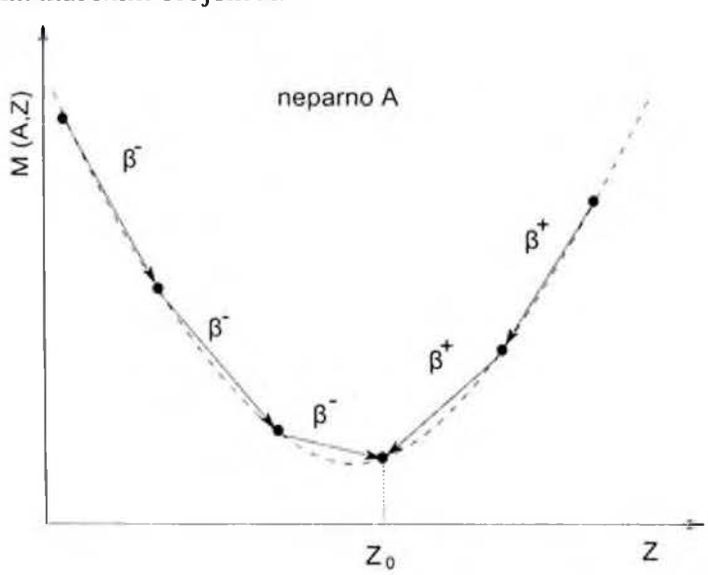
Grafik funkcije (5.42) je parabola za $A = const$. Temenu parabole odgovara najmanja vrednost mase i ta su jezgra, među izobarima, najstabilnija. Najstabilnije jezgro dobija se diferenciranjem funkcije (5.42), tj primenom uslova ekstremuma $\frac{\partial({}_ZM_A)}{\partial Z}=0$ odakle se dobija

$$Z_0=\frac{A}{1.98067+0.01496\cdot A^{\frac{2}{3}}} \tag{5.43}$$

gde Z_0 predstavlja redni broj izobara (najstabilnijeg) čija masa ima najmanju vrednost. Izračunata i realna vrednost Z_0 razlikuju se maksimalno za $\Delta Z = \pm 1$. Dakle, stabilnost izobara koji se raspadaju emisijom β-čestice, može se predvideti pomoću Weizsäcker-ove formule za određivanje mase jezgra i grafika na sl. 5.5 gde je sastav atomskog

jezgra prikazan. Može se, naime, na grafiku povući niz linija normalnih na liniju $Z = N$. Ove linije nose izobare, tj. jezgra konstantnog masenog broja A. U svakom nizu izobara sa neparnim masenim brojem A postoji samo jedan stabilan član niza. Izobari sa parnim masenim brojem sadrže, međutim, dva, ponekad i tri stabilna člana. Karakteristična svojstva biće još izraženija ako se u grafik na sl. 5.5 uvede jedna koordinata (dimenzija) normalna na ravan N, Z koja predstavlja masu jezgra $M_j(A, Z)$. U trodimenzionalnom grafiku pojaviće se površina paraboličnog preseka poznata pod nazivom *masena površina*. Na dnu ove površine nalaze se stabilna izobarna jezgra, a po ivicama su smešteni izobari koji β-raspadom menjaju svoju masu sve do stabilnog člana izobarnog niza. Linija koja spaja najstabilnija jezgra po dnu paraboličnih površina nazvana je *linija β-stabilnosti*. Postoji, međutim, bitna razlika u grafičkom predstavljanju izobara sa parnim, odnosno sa neparnim masenim brojem A. Izobari sa neparnim masenim brojem predstavljeni su grafički samo jednom parabolom, dok izobari sa parnim masenim brojem A leže na dve parabole razmaknute za vrednost $2 \cdot \lambda \cdot \delta_{A,Z}$.

Na sl. 5.7 prikazan je grafik (jedna parabola) za izobarna jezgra sa neparnim masenim brojem A.



Sl. 5.7. *Parabola izobarnih jezgara sa neparnim A.*

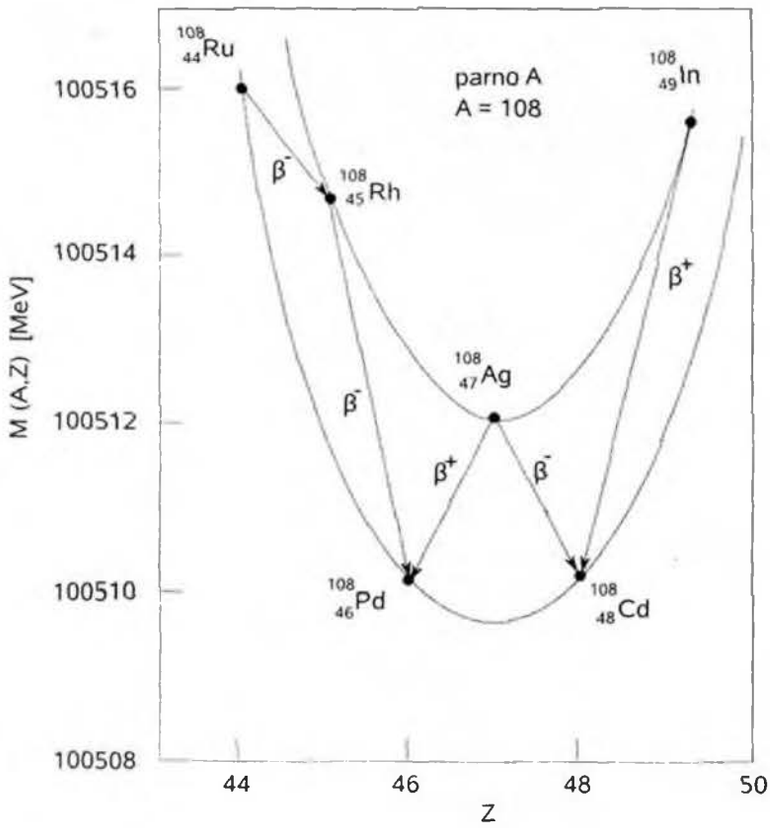
Najstabilnije jezgro, kao što se sa grafika vidi, ima najmanju masu i redni broj Z_0. Izobarna jezgra sa rednim brojevima $Z_0 + 1$; $Z_0 + 2$; ..., nalaze se na desnoj strani parabole. Kako je u njihovom slučaju ispunjen uslov

$$M_{at}(A, Z_0+1) > \left[M_{at}(A, Z_0) + 2\, m_e \right],$$

ona se raspadaju pozitronskim raspadom ili elektronskim zahvatom do stabilnog člana izobarnog niza. Slično se razmatranje može primeniti i na izobarna jezgra sa leve strane parabole, odnosno jezgra sa rednim brojevima $Z_0 - 1$; $Z_0 - 2$; ..., a kako je za njih ispunjen uslov

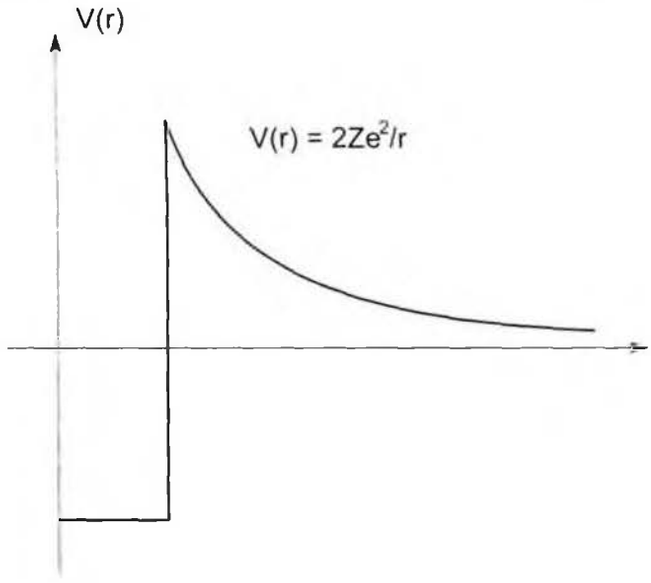
$$M_{at}(A, Z_0-1) > M_{at}(A, Z_0),$$

pomenuta se jezgra raspadaju β-emisijom i prelaze u stabilno jezgro minimalne mase i rednog broja $Z = Z_0$.



Sl. 5.8. *Parabola izobarnih jezgara sa parnim masenim brojem A = 108.*

trenutka kada se α-čestica nađe na rastojanju $r = R$. Tada počinje dejstvo nuklearnih sila, a Coulomb-ova sila postaje zanemarljiva, potencijal naglo opada i menja znak. Na taj se način formira potencijalna barijera. Pod ovim se pojmom podrazumeva deo prostora u kojem čestica ima negativnu potencijalnu energiju. Drugim rečima, oko jezgra se formira potencijalna barijera koja se suprotstavlja ulasku čestice u jezgro. Rasejavanjem naelektrisanih i nenaelektrisanih čestica na jezgrima atoma dobijaju se informacije o njihovim dimenzijama. Postoje u osnovi samo dve metode pomoću kojih se mogu dobiti informacije o radijusu jezgra i to su: elektromagnetna i nuklearna.



Sl. 5.9. *Raspodela potencijala. Potencijalna barijera.*

Rasejavanje teških naelektrisanih čestica

Merenjem diferencijalnog preseka elastično rasejanih naelektrisanih čestica na jezgrima atoma dobijaju se informacije o radijusu jezgra. Zahvaljujući postojanju moćnih uređaja (akceleratora), za ubrzavanje naelektrisanih čestica, moguće je da se proizvedu intenzivni, energijski dobro definisani fluksevi (čestica), koji se na jezgrima mete rasejavaju. Eksperimentalnim putem, pomoću elastično rasejanih čestica, dobija se informacija o elastičnom diferencijalnom preseku, koji je na neki način

funkcija potencijala. Kako potencijal zavisi od radijusa jezgra, pod uslovom da je poznat diferencijalni presek za elastično rasejanje, pogodnim izborom (potencijala) može se dobiti informacija o radijusu jezgra.

Ovaj metod ima nedostatak, jer radijus jezgra tada zavisi od izbora modela, ali se i pored toga koristi za njegovo određivanje.

Na sl. 5.10 dat je radijus jezgra u zavisnosti od trećeg korena iz masenog broja $A^{1/3}$ dobijen iz diferencijalnog preseka elastično rasejanih α-čestica.

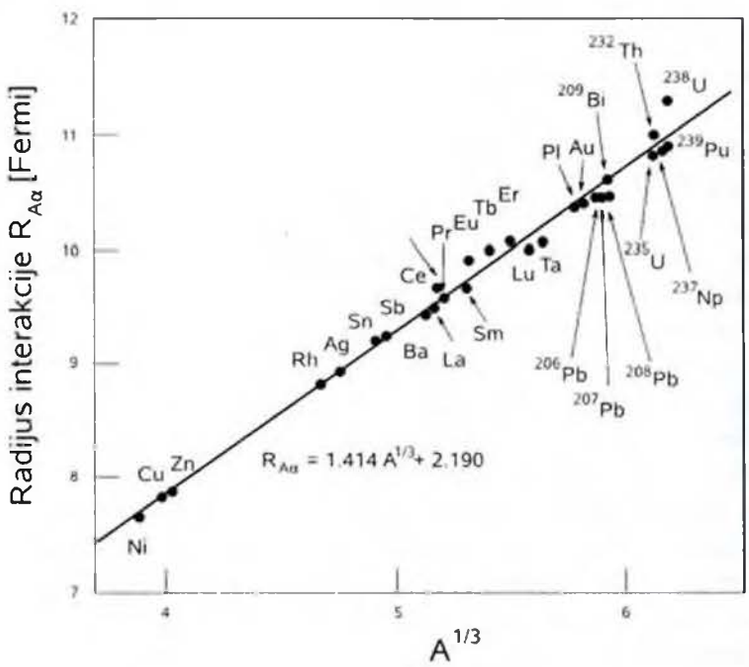
Pored metoda rasejavanja α-čestica u potencijalu Coulomb-ovog polja jezgra, za određivanje radijusa jezgra koristi se i metod α-raspada. Pri eksperimentima rasejavanja α-čestica na jezgrima, odstupanje od Coulomb-ovog zakona se javlja u momentu kada α-čestica počne da oseća dejstvo nuklearnog polja (potencijala). Slično je u slučaju α-raspada. Kada α-čestica pokuša da napusti jezgro, ona oseća dejstvo Coulomb-ove barijere, ali ovoga puta sa unutrašnje strane. Zarobljena barijerom ona pokušava da prodre kroz nju. Prema zakonima kvantne mehanike, postoji konačna verovatnoća P da α-čestica tunel efektom napusti jezgro. Konstanta koja karakteriše α-raspad data je izrazom

$$\lambda = f \cdot P \tag{5.44}$$

gde je f [s^{-1}] frekvencija udara α-čestice u barijeru. Da bi se veličina f odredila, prethodno se mora usvojiti model jezgra. Ova se veličina, prema tome, od modela do modela razlikuje. Na primer, prema Biswas-u $f = 2 \cdot 10^{21}\ s^{-1}$; a prema Bethe-u $f = 2 \cdot 10^{15}\ s^{-1}$. Verovatnoća je prema WKB (Wentzel-Kramers-Brilliouin) postupku data sa

$$P = \exp\left[-\frac{2}{\hbar}\int_{R}^{\frac{zZe^2}{E}} \sqrt{2M\left(\frac{zZe^2}{r} - E\right)}\,dr\right] \tag{5.45}$$

gde je Z naelektrisanje jezgra konačnog atoma, z je naelektrisanje čestice, M je redukovana masa sistema, a E je energija α-čestice. Veličine P i f mogu se odrediti, ako se neki od modela jezgra usvoje.



Sl. 5.10. *Radijus jezgra prikazan u funkciji trećeg korena masenog broja. Podaci dobijeni iz diferencijalnog preseka elastično rasejanih α-čestica.*

Kako se, prema tome, sve ostale veličine izraza (5.45) znaju, donja granica integracije, odnosno radijus jezgra R se može odrediti. Prema teoriji penetracije, kroz oštro odsečenu Coulomb-ovu barijeru, radijus jezgra ima vrednost datu sa R = 9.1 F; gde je F = $1.2 \cdot 10^{-13}$ cm. Ova se vrednost može porediti sa eksperimentalnim vrednostima pri elastičnom rasejanju α-čestice na jezgrima.

Druge elektromagnetne metode

Ako rasejana čestica ne prodire u jezgro, već interaguje samo preko elektromagnetnih sila, takvo se rasejanje naziva Coulomb-ovo ili Rutherford-ovo. U ovom slučaju se uvodi u račun i Coulomb-ov potencijal koji potiče od tačkastog naelektrisanja. Kod drugih elektromagnetnih metoda, međutim, čestice prodiru u jezgro, a to je moguće samo ako jezgro ima konačne dimenzije. Prilikom obrade podataka mora se, zobg toga, pomenuta činjenica uzeti u obzir.

Određivanje radijusa jezgra pomoću ogledalskih jezgara

Ogledalska jezgra su ona kod kojih je broj protona jednak broju neutrona. Na primer

$$ {}_1H_2^3 - {}_2^3He_1 \; ; \quad {}_3Li_4^7 - {}_4^7Be_3 \; ; \quad {}_5B_6^{11} - {}_6^{11}C_5 \, . $$

Karakteristično je da ogledalsko jezgro koje ima veći broj protona ima manju energiju vezivanja od sebi ogledalski simetričnog. Na primer

$$ E_V({}_1H_2^3) = -8.482\,\text{MeV} \; ; \qquad E_V({}_2^3He_1) = -7.720\,\text{MeV} \, . $$

Niža vrednost energije vezivanja objašnjava se Coulomb-ovom repulzijom između protona.

Može se pretpostaviti da je ova razlika u vrednostima energija vezivanja upravo elektrostatička energija protona u jezgru E_c, koji se nalazi u polju ostalih. Coulomb-ova elektrostatička energija zavisi od raspodele naelektrisanja jezgra i njegovih dimenzija, a može se odrediti klasičnim i kvantnomehaničkim postupkom. Kvantnomehanički metod je dug i zavisi od izbora potencijala, a procenjeni radijus koji se ovim postupkom dobija samo je nekoliko procenata manji od onog koji se dobija na klasični način.

Prema klasičnom metodu, jezgro se posmatra kao uniformno naelektrisana sfera radijusa R, čija je gustina naelektrisanja

$$ \rho = \frac{e}{V_j} = \frac{e}{\frac{4}{3}\pi R^3} \, , $$

gde je V_j zapremina jezgra. Poznato je da potencijal sfernog sloja $d\xi$ radijusa ξ na rastojanju r od centra jezgra ima vrednost

$$ V(r) = \left(\frac{e}{r V_j} \right) \cdot 4\pi \cdot \xi^2 \cdot d\xi \quad \text{za} \quad r > \xi \tag{5.46} $$

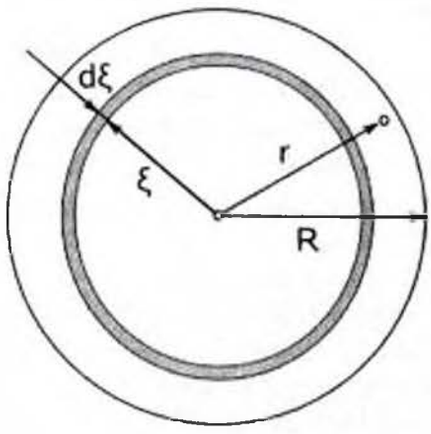
i

$$V(r)=\left(\frac{e}{V_j}\right)\cdot 4\pi\cdot\xi\cdot d\xi \text{ za } r<\xi \tag{5.47}$$

Prema tome, potencijal ravnomerno raspoređenog naelektrisanja e po zapremini jezgra V ima vrednost

$$V(r)=\frac{4\pi e}{V_j}\left\{\int_0^r \frac{\xi^2\cdot d\xi}{r}+\int_r^R \xi\cdot d\xi\right\}=\frac{2\pi e}{V_j}\left[R^2-\frac{1}{3}r^2\right] \tag{5.48}$$

gde je R radijus jezgra, r je koordinata bilo koje tačke unutar jezgra (sl. 5.11) u kojoj se određuje potencijal $V(r)$.



Sl. 5.11. *Sfera sa ravnomerno raspoređenim naelektrisanjem.*

Neka jezgro sadrži $Z + 1$ protona i neka jedan proton, preko potencijala Coulomb-ovog polja $V(r)$, interaguje sa Z ostalih protona. Coulomb-ova elektrostatička energija E_C tada ima vrednost

$$E_C=\frac{Z\cdot e}{2V_j}\int_0^R 4\pi\cdot V(r)\cdot r^2 dr=Z\left(\frac{3e}{R^3}\right)^2\left(\frac{1}{6}R^5-\frac{1}{30}R^5\right)\cdot\frac{1}{2}$$

ili

$$E_C=\frac{3}{5}\cdot\frac{Ze^2}{R} \tag{5.49}$$

Treba napomenuti da je u slučaju takvog prostog modela totalna

Coulomb-ova elektrostatička energija E_C jezgra, koje sadrži Z protona, proporcionalna broju protonskih parova, tj. $\frac{Z(Z-1)}{2}$ (budući da protoni interaguju u parovima). S obzirom na ovu primedbu, energija ima vrednost

$$E_C = \frac{3}{5}\frac{Z(Z-1)e^2}{R} \qquad (5.49.a)$$

Ako se vrednosti izračunate elektrostatičke energije E_C uporede sa razlikom energija vezivanja ogledalskih jezgara, može se odrediti radijus jezgra. Na primer

$$E_V({}^3_2\mathrm{H}_1) - E_V({}_1\mathrm{H}^3_2) = (-7.723) - (-8.485) = 0.752\,\mathrm{MeV}$$

odakle je s obzirom na (5.49.a)

$$R = \frac{3}{5}\cdot\frac{(4.8)^2\cdot 10^{-20}}{0.752\cdot 1.6\cdot 10^{-6}} = 1.15\cdot 10^{-13}\,\mathrm{cm}\,.$$

μ^--mezonski atom

U kosmičkim zracima otkrivena je čestica čija je masa 207 puta veća od mase elektrona, čiji spin iznosi $\frac{1}{2}$; žiromagnetni moment ima vrednost g~2 i nazvana je *μ^--mezon*. μ^--mezon se ponaša kao teški elektron. Interaguje sa jezgrom samo preko elektromagnetne sile (nuklearne interakcije su zanemarljivo male). Pri interakciji sa jezgrom, μ^--mezon može biti zahvaćen u neku od Bohr-ovih orbita, upravo kao i elektron. Kako je, međutim, odnos masa $\frac{m_\mu}{m_e} = \frac{1}{207}$, radijus orbite μ^--mezona u atomu je 207 puta manji u odnosu na radijus orbite elektrona pod istim uslovima. Na primer: radijus orbite sa kvantnim brojem n = 1 ima vrednost $r_\mu = 3.1\cdot 10^{-13}$ cm; a sa n = 2 iznosi $r_\mu = 12\cdot 10^{-13}$ cm.

Kada se μ^--mezon uspori u meti, obično bude zahvaćen od atoma u stanja sa višim momentom impulsa. Iz viših u niže stanja μ^--mezon prelazi, a da pri tome ne zrači, već samo emituje Auger-ove elektrone. Zračenje se javlja samo pri prelazima iz 2p u s stanje. Posle zahvata μ^--mezon dolazi u 2p stanje u vremenskom intervalu od $(1\text{-}10)\cdot 10^{-14}$ s; a period poluraspada toga stanja ima vrednost 10^{-18} s. U $2p \rightarrow s$ prelazu *μ^--mezoatom* (atom koji umesto elektrona sadsrži u svojem omotaču μ^--mezone) emituje fotone energije od nekoliko MeV. Ovi su elektromagnetni prelazi. Zbog sličnosti sa prelazima elektrona u atomu, dobili naziv X-zraci.

Sa stanovišta kvantne mehanike s-stanje μ^--mezoatoma opisano je talasnom funkcijom. Ukoliko jezgro atoma nije tačka, već ima konačne dimenzije, talasna funkcija s-stanja ima konačne vrednosti u domenu unutar jezgra; drugim rečima, verovatnoća nalaženja μ^--mezona u jezgru ima konačne vrednosti (μ^--mezon konačno boravi unutar jezgra). Na ovaj način je μ^--mezon čestica, proba, koja sondira jezgro i u interakciji sa jezgrom nosi informacije o njegovim dimenzijama. Interakcija μ^--mezona u s-stanju i jezgra konačnih dimenzija manifestuje se na energijama vezivanja μ^--mezona.

Energija vezivanja μ^--mezona u atomu može se, primenom Dirac-ove teorije, izračunati, kada se μ^--mezon tretira kao teški elektron. Na osnovu ove teorije, ukoliko se pretpostavi da je jezgro tačka, energija vezivanja ima vrednost

$$E=\frac{1}{2}m_\mu c^2\left(\frac{Z\alpha}{n}\right)^2\left[1+\left(\frac{Z\alpha}{n}\right)^2\left(\frac{n}{k}-\frac{3}{4}\right)\right] \tag{5.50}$$

gde je $|\vec{k}|=l+1$ za $j=l+\frac{1}{2}$ i $|\vec{k}|=l$ za $j=l-\frac{1}{2}$;

$\alpha=\frac{e^2}{\hbar c}$ je Sommerfeld-ova konstanta fine strukture, a n je glavni kvantni broj. Ako se pretpostavi da jezgro ima konačne dimenzije, energije vezanih stanja μ^--mezona u atomu biće znatno izmenjene. Drugim rečima, one zavise od radijusa jezgra. Ovo se naročito odnosi na teška jezgra. Tabela 5.4 daje energije vezivanja μ^--mezona u atomu izračunate pomoću Dirac-ove teorije, uz pretpostavku da je jezgro tačka ($R = 0$) i kada je uzeto da jezgro ima konačne dimenzije ($R = 1.3\cdot 10^{-13}\,A^{1/3}$ cm).

Koristeći uniformni model jezgra sa radijusom $R = r_0A^{1/3}$, može se odrediti r_0 eksperimentalnim merenjem energija prelaza $2\,p_{3/2}\rightarrow 1\,s$. Za r_0 obično se odaberu one vrednosti koje daju najbolju saglasnost između izračunatih (pomoću Dirac-ove teorije za slučaj jezgra konačnih dimenzija) energija prelaza $2\,p_{3/2}\leftrightarrow 1\,s_{1/2}$ i izmerenih vrednosti dobijenih eksperimentalno (v. tabelu 5.4).

Prema dosadašnjim podacima, vrednost r_0 dobijena računskim putem, saglasna je eksperimentalnim vrednostima za skoro sve elemente i iznosi $r_0=(1.20\pm 0.03)\cdot 10^{-13}$cm.

TABELA 5.4

Z	$R=0$			$R=1.3\cdot 10^{-13}A^{1/3}$			Eksp. vrednost	Izrač.
	A^*	B^*	C^*	A^*	B^*	C^*	B^{**})	$r_0\cdot 10^{13}$
13	0.4849	0.3631	0.3628					
14	0.5614	0.4213	0.4204					
22	1.3717	1.0455	1.0432	1.282	0.935	0.933	0.955	1.17
29	2.430	1.8277	1.8208	2.12	1.52	1.51	1.55	1.21
30	2.6026	1.9579	1.9500					
51	7.7071	5.8332	5.7667	5.22	3.41	3.37	3.50	1.22
80	20.181	15.508	15.011					
82	21.328	16.414	15.857	10.11	5.48	5.30	6.02	1.17
83	21.919	16.880	16.291					

Energije stanja μ^--mezona izražene su u [MeV], uz uslov da je $m_\mu = 210\ m_e$.
Eksperimentalne vrednosti B^{**}) uzete su iz: *Phys. Rev. 92 (1953) 78; V. L. Fitch and J. Rainwater.*
Oznake pojedinih kolona su:
$A^* \equiv E(1s)$; $B^* \equiv 2p_{3/2} - 1s$; $C^* \equiv 2p_{1/2} - 1s$.
Vrednost $r_0\cdot 10^{13}$ data je u [cm].

Rasejanje brzih elektrona na jezgrima atoma

Smatra se da je ovo najpogodniji metod za određivanje raspodele naelektrisanja, a time i radijusa jezgra. Metod se zasniva na elastičnom rasejavanju elektrona visokih energija na jezgru. Informacije o energijama jezgra dobijene su pomoću elektrona sa energijama nižim od 50 MeV; međutim, većina podataka je dobijena uz korišćenje elektrona sa energijama od 100 – 900 MeV. Najveći doprinos razvoju ovog metoda

dali su R. Hofstader i njegova grupa na Univerzitetu u Stanford-u. Oni koriste elektrone visokih energija proizvedene u linearnom akceleratoru.

Vrednost informacija koja se može dobiti iz podataka o rasejanju brzih elektrona visokih energija zavisi pre svega od veličine de Broglie-ve talasne dužine upadnih elektrona. De Broglie-eva talasna dužina se definiše

$$\lambda=\frac{h}{p}=\frac{h\cdot c}{T}=\frac{6.6\cdot 10^{-27}\cdot 3\cdot 10^{10}}{1.6\cdot 10^{-6}T[\mathrm{MeV}]}=\frac{1.24\cdot 10^{-10}}{T[\mathrm{MeV}]}[\mathrm{cm}]$$

Ako se uzme da je energija upadnih elektrona T = 100 MeV, tada je talasna dužina uporediva sa radijusom jezgra, koja su centri rasejanja u meti. Tek se uz ove talasne dužine mogu ispitivati objekti kao što su jezgra.

U procesu interakcije brzih elektrona i jezgara mete nastaju dve mogućnosti: elastično i neelastično rasejanje. Ova se dva procesa u eksperimentu moraju razdvojiti, jer se energijski malo razlikuju. Na primer, kada se elektroni od 187 MeV rasejavaju na jezgrima ugljenika, pod uglom od 80°, elastično rasejani elektroni imaju energiju od 185.1 MeV, a neelastično rasejani energiju od 180.7 MeV. Neelastično rasejani elektroni su deo svoje energije utrošili na pobuđivanje jednog nivoa od 4.4 MeV u jezgru ^{12}C. Ove dve grupe rasejanih elektrona razdvajane su polukružnim magnetnim spektrometrom veoma velike snage. Stanford-ski spektrometar dimenzionisan je za elektrone od 550 MeV. Radijus krivine trajektorije elektrona iznosi 1 metar, a magnet ima težinu od 30 tona. Razlaganje spektrometra iznosi 1 MeV na 500 MeV, što je dovoljno da se navedena dva procesa razdvoje. Za detekciju elektrona korišćen je brojač Čerenkova. Kompletan uređaj za izučavanje rasejavanja elektrona na jezgrima atoma prikazan je pomoću skice na sl. 5.12.

Ovim se eksperimentima određuje diferencijalni presek elastično rasejanih elektrona i upoređuje sa teorijski izračunatim.

Ako je snop kolimisanih elektrona intenziteta I usmeren na jediničnu površinu mete koja sadrži N jezgara po cm^3, broj rasejanih elektrona po jediničnom prostornom uglu u zavisnosti od ugla θ ima vrednost

$$n_0=\sigma(\theta)I\cdot d\Omega \tag{5.51}$$

gde je

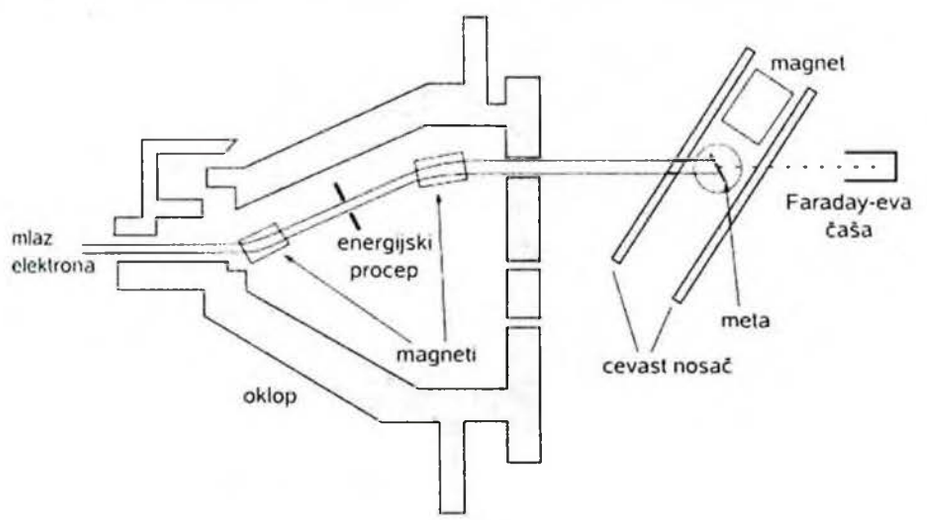
$$d\Omega=2\pi\cdot\sin\theta\cdot d\theta;$$

a $\sigma(\theta)$ je diferencijalni presek. Izraz za diferencijalni presek u konačnom

obliku zavisi od modela jezgra koji je uzet u obzir prilikom njegovog izvođenja. Ako se pretpostavi da je jezgro konačnih dimenzija, diferencijalni presek dat je kao

$$\sigma(\theta)=\frac{d\sigma_{el}}{d\Omega}=\left(\frac{Ze^2}{2E_0}\right)^2\cdot\frac{\cos^2\frac{\theta}{2}}{\sin^4\frac{\theta}{2}}\cdot\frac{|F(q)|^2}{1+\frac{2E_0}{Mc^2}\cdot\sin^2\frac{\theta}{2}}=\left(\frac{d\sigma_{el}}{d\Omega}\right)_{tač}\cdot|F(q)| \quad (5.52)$$

gde je $\left(\frac{d\sigma_{el}}{d\Omega}\right)_{tač}$ diferencijalni presek izračunat pod pretpostavkom da je jezgro tačka. Veličina $F(q)$ naziva se *form faktor*, a veličina $|F(q)|^2$ definiše odnos diferencijalnog preseka za jezgro konačnih dimenzija prema diferencijalnom preseku za jezgro sa tačkastim naelektrisanjem. Drugim rečima, form faktor obuhvata distribuciju naelektrisanja.



Sl. 5.12. *Uređaj za eksperimentalno praćenje i registraciju rasejanja elektrona od 550 MeV. Elektronski snop dolazi iz linearnog akceleratora i savijen je sa dva magneta M_1 i M_2. Elektroni rasejani na meti fokusirani su ka detektoru (magnet nije prikazan). Monitor detektuje ukupan broj elektrona koji padaju na metu.*

Ako se uzme da je distribucija naelektrisanja sferno simetrična, form faktor ima sledeći oblik

$$F(q)=\frac{4\pi}{q}\int_0^\infty \rho(r)\cdot\sin(qr)\cdot r\cdot dr \tag{5.53}$$

gde je $\rho(r)$ gustina naelektrisanja jezgra data u funkciji rastojanja r od centra jezgra, $\vec{q}$ je vektor definisan sledećom jednačinom

$$\hbar\cdot\vec{q}=\vec{p}_1-\vec{p}_0 \tag{5.54}$$

gde su $\vec{p}_1$ i $\vec{p}_0$ impulsi elektrona pre i posle rasejanja. Kako su impulsi u sistemu centra mase, za elastično rasejane elektrone važi da je $|\vec{p}_0|=|\vec{p}_1|$, a veličina $\hbar\cdot\vec{q}$ je poznata kao prenosni impuls. Prema vektorskom dijagramu, može se napisati da je $\hbar\cdot q=2\,p_0\cdot\sin\frac{\theta}{2}$, gde je $p_0=\frac{e_0}{c}=\frac{\hbar}{\lambda}$, pa je

$$q=\frac{2}{\lambda}\cdot\sin\frac{\theta}{2} \tag{5.55}$$

Posebno treba napomenuti da je qr bezdimenziona veličina (q je odabrano tako).

Ako je talasna dužina elektrona velika u poređenju sa dimenzijom jezgra, odnosno kada je $qr\ll 1$, može se veličina $\sin(qr)$ razviti u red po qr; tada je form faktor dat izrazom

$$F(q)=\int\rho(r)\cdot 4\pi r^2\cdot dr-\frac{1}{6}q^2\int r^2\rho(r)\cdot 4\pi r^2\cdot dr+\cdots=1-\frac{1}{6}(q\,a \tag{5.56}$$

Relacija (5.56) podrazumeva implicitno da je raspodela naelektrisanja sferno simetrična i da je $\rho(r)$ gustina naelektrisanja normirana na jedinicu, prema tome je

$$\int\rho(r)\cdot 4\pi r^2\cdot dr=1;\quad a^2=\int r^2\rho(r)\cdot 4\pi r^2\cdot dr;$$

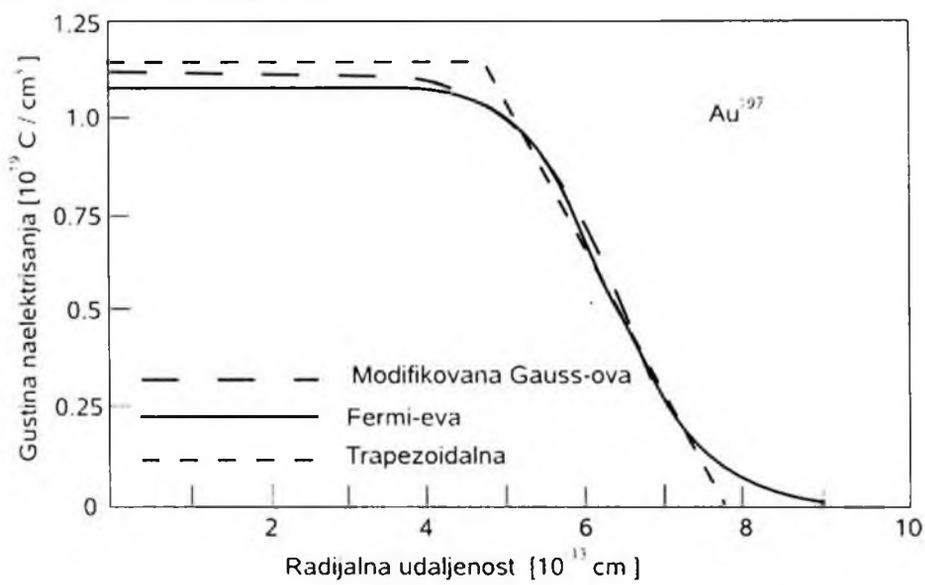
što predstavlja srednji kvadrat distribucije naelektrisanja.

Može se uočiti da se, ukoliko se redukovana talasna dužina elektrona λ smanji do dimenzija jezgra (kada je $F(q)$ određeno eksperimentalno), dobija informacija samo o srednjem kvadratu radijusa distribucije naelektrisanja a^2. Može se, prema tome, zaključiti da su za izučavanje fine strukture jezgra potrebne veće energije elektrona.

Fourier-ovom transformacijom (5.53) može se odrediti gustina jezgra

$$\rho(r)=\frac{1}{2\pi r^2}\int_0^\infty F(q)\cdot\sin(qr)q\cdot dq \tag{5.57}$$

Ova formula ima ograničenu primenu, tj. važi sve dok se form faktor može odrediti sa zadovoljavajućom tačnošću i preko dovoljno širokog opsega q. Drugi se prilaz sastoji u tome da se pretpostavi više mogućih oblika funkcije $\rho(r)$, da se takva vrednost uvrsti u formulu (5.52) i da se ispita koja od njih daje najbolje slaganje izračunatih i izmerenih diferencijalnih preseka. Dobro slaganje sa eksperimentalnim vrednostima postiže se primenom Fermi-eve, modifikovane Gauss-ove i distribucijom trapezoidalnog tipa. Ove distribucije daju dovoljno dobru saglasnost između eksperimentalnih i teorijskih vrednosti diferencijalnih preseka u širokom intervalu rednih brojeva Z i to: od Z = 20 do Z = 83. Ove su distribucije date na sl. 5.13.



Sl. 5.13. *Fermi-eva, modifikovana Gauss-ova i trapezoidalna distribucija gustine naelektrisanja u zavisnosti od radijusa. Primer se odnosi na* ^{197}Au.

Model Fermi-eve distribucije iskazan je jednačinom

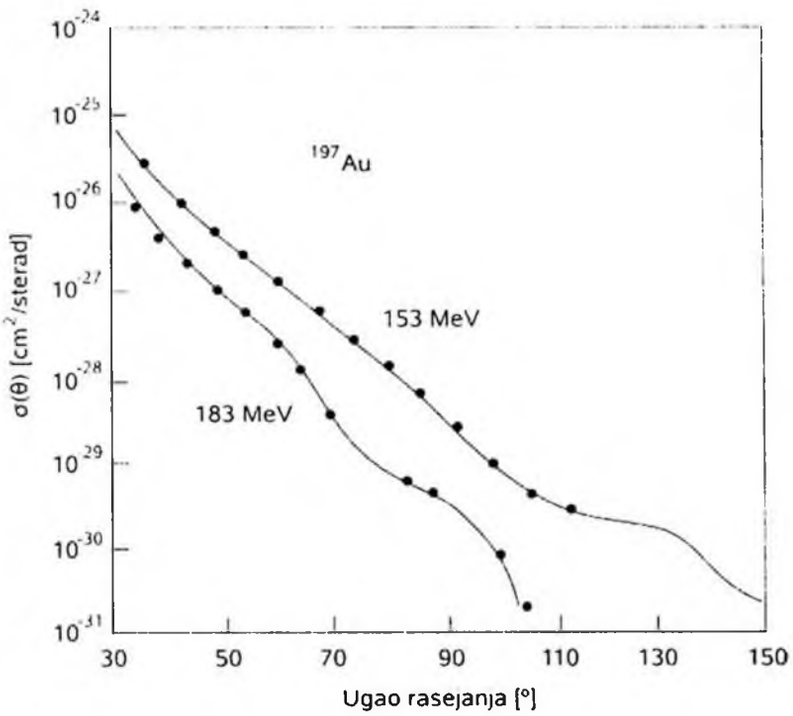
$$\rho(r)=\frac{\rho_0}{1+\exp\left(\frac{r-c}{a}\right)} \tag{5.58}$$

Izraz je okarakterisan sa dva parametra: $c = 1.07\cdot10^{-13}\ A^{1/3}$ cm; što predstavlja radijus na polovini visine distribucije i $t = 4.4\cdot a$; a predstavlja debljinu površinskog sloja koja se meri između 90% i 10% vrednosti gustine.

Fermi-eva distribucija naelektrisanja je korišćena za interpretaciju rezultata elastičnog rasejanja brzih elektrona na jezgrima ^{40}Ca, ^{51}V, ^{59}Co, ^{115}In, ^{121}Sb, ^{123}Sb i ^{209}Bi. Pomoću izvedenih eksperimenata nađena je numerička vrednost $\frac{c}{A^{1/3}}$ respektivno za svako jezgro: 1.063; 1.073; 1.051; 1.078; 1.090 i 1.093 F. Izračunavanjem srednje vrednosti dobijenih rezultata sledi da je $\bar{c}=1.07\cdot A^{1/3}\cdot$F, što predstavlja radijus jezgra na polovini gustine Fermi-jeve distribucije naelektrisanja. Dosadašnja se analiza i diskusija odnose na sferna jezgra. Analizirana jezgra su izabrana tako da se može pretpostaviti da su sferična jer imaju mali kvadrupolni moment. Kada bi postojala deformacija jezgra u navedenom smislu, ona bi usled slučajne orijentacije redukovala ugaonu zavisnost rasejanja, tj. difrakcioni minimumi na krivoj rasejanja bili bi manje izraženi, sl. 5.14.

Dalje, treba pretpostaviti da zakoni elektromagnetizma važe i na kratkom rastojanju, ali većom od 1 F. Predstava koja važi za sferna jezgra ($A \geq 15$) zasniva se na homogenoj raspodeli gustine u centralnom delu (core) jezgra i površinskom sloju koji za sva jezgra nije deblji od $\simeq 2.4$F. Radijus na polovini maksimalne gustine iznosi $1.07\cdot A^{1/3}$ F. Za laka jezgra ($4 \leq A \leq 15$) centralni deo (core) jezgra nije uređen na isti način kao kod težih jezgara i gustina jezgra se povećava sa r. Može se reći da u svim slučajevima gustina jezgra u samom centru nije dobro određena i da postoje indikacije da je ista ovde redukovana. Ako se ovo uzme u obzir, pretpostavku o uniformnoj gustini sfere treba uzeti uslovno, jer se realna gustina povećava sa A, ali se može smatrati konstantnom na oko 12%. Kada se ovo uzme u obzir, radijus jezgra $R = 1.2$ ili $R = 1.2\cdot A^{1/3}$ F je dobra aproksimacija.

Izučavana su takođe i najlakša jezgra ($A \leq 4$) pri čemu je, pomoću eksperimenata rasejanja ustanovljena konačna struktura nukleona.



Sl. 5.14. *Diferencijalni presek teorijski izračunat i eksperimentalno određen (u računu je korišćena Fermi-eva gustina). Slaganje je očigledno.*

Nuklearni metodi. Rasejanje brzih neutrona

Ovaj se metod za određivanje radijusa jezgra svodi na određivanje preseka za rasejnje brzih neutrona. Totalni presek za neeĺastično i difrakciono rasejanje može se prestaviti na sledeći način

$$\sigma_{tot} = \sigma_{dif} + \sigma_{neel} \tag{5.59}$$

gde je σ_{dif} presek za difrakciono rasejanje, a σ_{neel} presek za neelastično rasejanje. Interakcija brzih neutrona sa jezgrima kao što se iz (5.59) vidi, nije ograničena samo na neelastično rasejanje. Talasna priroda čestice omogućuje pretpostavku postojanja elastičnog rasejanja na nuklearnom potencijalu, koje ima difrakcioni karakter. Difrakcija neutrona se zasniva na modelu po kojem se neutron posmatra kao talas, a jezgro kao crni

neprovidni disk. Na takvom se jezgru (disku) neutroni difraktuju kao svetlosni talasi na ivicama neprovidnog kružnog tela. Teorijski (preko diferencijalnog preseka) i eksperimentalno difrakcija neutrona na jezgrima atoma je potvrđena.

Kada su energije neutrona dovoljno visoke, tj. kada je $R \gg \lambda$, presek za difrakciju znatno prevazilazi presek za neelastično rasejanje (zahvat neutrona), pa se efektivni presek može izraziti kao

$$\sigma = 2\pi \cdot R^2 \tag{5.60}$$

odakle se radijus jezgra može izračunati

$$R = \sqrt{\frac{\sigma}{2\pi}} \tag{5.61}$$

σ se može odrediti eksperimentalno, ali se pri ovome moraju koristiti brzi neutroni. Brzi se neutroni mogu dobiti, na primer, iz sledeće nuklearne reakcije

$${}^{7}_{3}\mathrm{Li} + {}^{2}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{8}_{4}\mathrm{Be} + {}^{1}_{0}\mathrm{n}.$$

Neutroni, dobijeni pri ovoj reakciji, imaju energiju od 14 MeV.

Neka je snop brzih neutrona intenziteta N_0 usmeren u pravcu mete, sl. 5.15; isti je nakon prolaska kroz metu oslabljen do vrednosti

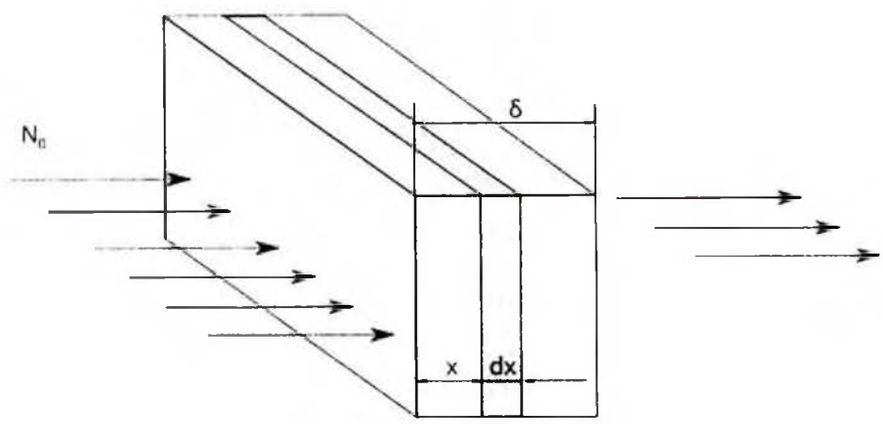
$$N_\delta = N_0 \cdot \exp(-n\sigma\delta) \tag{5.62}$$

U jednačini (5.62) N_0 predstavlja početni intenzitet snopa neutrona.

Na osnovu ove relacije vidi se da intenzitet snopa opada eksponencijalno sa debljinom mete. U eksponentu relacije (5.62) figurišu presek σ, koncentracija jezgara atoma n u meti debljine δ. Za određivanje efektivnog preseka dovoljno je meriti opadanje intenziteta snopa neutrona u zavisnosti od debljine mete. Ako je broj jezgara n po jedinici zapremine (cm^3) poznat, a takođe i debljina mete δ, presek tada ima vrednost

$$\sigma = \frac{\ln\left(\frac{N_x}{N_0}\right)}{n \cdot \delta} \tag{5.63}$$

Kako je energija neutrona dovoljno visoka, ovaj se presek može izjednačiti sa presekom prema (5.60) iz koje se veze može odrediti radijus jezgra.



Sl. 5.15. *Snopom brzih neutrona N_0 ozračena je meta debljine δ.*

Ako se radijus jezgra određuje ovim metodom, vidi se da dobijene vrednosti zavise od energije upadnog snopa neutrona. Na primer, neka je energija neutrona imala vrednost 14 ili 25 MeV, radijus jezgra tada iznosi

$$R = 1.4 \cdot 10^{-13} A^{1/3} \text{cm}.$$

Sličan se rezultat dobija i sa neutronima energije od 90 MeV

$$R = 1.37 \cdot 10^{-13} A^{1/3} \text{cm}.$$

Nešto su manje vrednosti dobijene sa neutronima od 1.4 GeV

$$R = 1.28 \cdot 10^{-13} A^{1/3} \text{cm}.$$

Na osnovu eksperimenata realizovanih pomoću brzih neutrona pokazano je da radijus jezgra varira

$$R = (1.3 - 1.4) \cdot 10^{-13} A^{1/3} \text{cm}.$$

Opšte napomene

Upoređivanjem rezultata različitih metoda primenjenih za određivanje radijusa jezgra može se zaključiti da je pretpostavka o sfernom obliku jezgra opravdana. Stoga se radijus jezgra može predstaviti

$$R = r_0 \cdot A^{1/3}$$

gde je A maseni broj, a r_0 veličina koja se određuje eksperimentalno. Za određivanje r_0 koriste se, uglavnom, dve vrste interakcije "probnih"

čestica i jezgra, a to su: elektromagnetna i nuklearna interakcija. Metodi za određivanje radijusa jezgra koji se zasnivaju na elektromagnetnoj interakciji obrađeni su u ovom poglavlju pod naslovom: *Rasejanje teških naelektrisanih čestica*, dok *Rasejanje brzih neutrona* predstavlja metod zasnovan na nuklearnoj interakciji.

Izuzev rezultata dobijenih α-radioaktivnim raspadom, ostali se rezultati između sebe dobro slažu

$$r_0=(1.2-1.3)\cdot 10^{-13}\,\mathrm{cm}$$

$$r_0=(1.3-1.4)\cdot 10^{-13}\,\mathrm{cm}$$

Prvi, od navedena dva rezultata, je dobijen pouzdanim i tačnim metodima koji se zasnivaju na elektromagnetnoj interakciji "probnih" čestica i jezgra. Ovaj se metod smatra tačnim, jer Coulomb-ovo dejstvo u domenu jezgra naglo pada na nulu, zbog čega je radijus jezgra bolje definisan.

Drugi je rezultat dobijen rasejavanjem brzih neutrona na jezgrima atoma. U osnovi ovog metoda nalazi se nuklearna interakcija neutrona i jezgra. Ovim se metodom ne određuje samo radijus, već i nešto šira oblas, tj. oblast interakcije.

Učinjene napomene, u izvesnoj meri, objašnjavaju zbog čega se radijusi jezgra, određeni različitim metodama razlikuju. S obzirom na postojeće razlike, govori se u nekim slučajevima o "električnom" i "nuklearnom" radijusu.

5.3 Momenti i oblik jezgra

5.3.1 Moment impulsa. Spin

Jezgro predstavlja složen kvantnomehanički sistem koji se sastoji od protona i neutrona. Grubo rečeno, nukleoni zauzimaju $\frac{1}{50}$ deo zapremine jezgra, i verovatno su, zbog toga, sačuvali svoju individualnost. Naime, svaki se nukleon kreće u nekom srednjem polju ostalih nukleona, ali ne interaguje posebno sa svakim od njih.

Najprirodnije je da se pretpostavi da usrednjeno polje jezgra ima sfernu simetriju, a da se stanja nukleona opisuju poznatim kvantnomehaničkim zakonima kretanja čestica u polju sferne simetrije.

U pomenutom polju čestica ima određeni moment impulsa. Stanje čestice u ovom polju, najpre je određeno momentom impulsa $\vec{l}$ i spinom $\vec{s}$, sopstvenim momentom impulsa čestice. Ove se dve veličine vektorski

sprežu u totalni moment impulsa $\vec{j}$.

U sistemu od više nukleona momenti impulsa i spinovi sprežu se na dva različita načina u Russell-Saunders-ovu ili LS-spregu i u j-j spregu.

Poznato je iz atomske fizike da je za lake atome sprega spina i momenta impulsa slaba u odnosu na spregu momenata impulsa. U takvim se sistemima momenti impulsa čestica sprežu u moment impulsa sistema

$$\vec{L}=\sum_i \vec{l}_i \tag{5.64}$$

Na sličan način se sprežu i spinovi čestica $\vec{s}_i$, što se može predstaviti

$$\vec{S}=\sum_i \vec{s}_i \tag{5.65}$$

gde $\vec{S}$ predstavlja spin sistema. Prema Russell-Saunders-ovoj sprezi, u analogiji sa atomom, uzajamno dejstvo spina i momenta impulsa za svaki pojedini nukleon je slabije od uzajamnog delovanja spinova i momenata impulsa posebno. Stanje jezgra je, prema Russell-Saunders-ovoj sprezi, okarakterisano totalnim momentom impulsa

$$\vec{I}=\vec{L}+\vec{S} \tag{5.66}$$

Kao i u atomskoj spektroskopiji, moment impulsa sistema L može da ima sledeće vrednosti

$L=$	0	1	2	3	4	5	6
	S	P	D	F	G	H	I

Slovima su označena stanja jezgra sa stanovišta totalnog momenta impulsa posmatranog sistema. U opštem slučaju, stanje jezgra se može opisati na sledeći način $^{2S+1}L_I$, gde 2S + 1 predstavlja multiplicitet spinskog stanja, a I je spin jezgra dat izrazom (5.66), konačno L može imati vrednost S, P, D, F, itd. Stanja sa S = 0 nazivaju se *singletna*, sa $S=\frac{1}{2}$ nazivaju se *dubletna*, i sa S = 1 su *tripletna*. Na primer, sistem od dve čestice može se naći samo u singletnom ili tripletnom stanju.

Russell-Saunders-ova sprega zastupljena je između elektrona u lakim atomima pri centralnom uzajamnom delovanju i u slučaju kada između nukleona deluju centralne sile.

Drugi oblik sprege je spin-orbitalna sprega. Ovaj tip sprege nastaje kada je uzajamno delovanje spina i momenta impulsa za svaku česticu

veliko u poređenju sa uzajamnim delovanjem spinova i momenata raznih ili istih čestica. Drugim rečima, ovo znači da je totalni moment impulsa čestice

$$\vec{j}=\vec{l}+\vec{s} \tag{5.67}$$

pa je totalni moment impulsa sistema, jezgra, dat kao

$$\vec{I}=\sum_i \vec{j}_i \tag{5.68}$$

Totalni moment impulsa $\vec{I}$ i ukupan broj nivoa na kojima se čestice jezgra nalaze ne zavise od načina sprezanja momenta impulsa i spina čestice.

Relativna i apsolutna rastojanja nivoa, međutim, zavise od načina sprezanja. U atomskoj fizici zastupljeno je, uglavnom, LS-sprezanje; j-j sprega se realizuje samo kod nekih teških atoma. U nuklearnoj fizici, situacija je upravo obrnuta j-j sprega je predominantna, a LS-sprega se ostvaruje samo u onim slučajevima kada između nukleona deluje centralna sila. Ovo nije iznenađujuće ako se zna da nuklearna sila nije centralna.

Može se, na kraju, zaključiti da je totalni moment impulsa integral svih kretanja u jezgru i obeležava se sa $\vec{I}$. Intenzitet ove veličine dat je kao

$$|\vec{I}|=\hbar\cdot\sqrt{I(I+1)} \tag{5.69}$$

Projekcija momenta impulsa jezgra u odnosu na neki odabrani pravac z je

$$I_z=\hbar\cdot m_I \tag{5.70}$$

gde m_I može imati vrednosti $2I + 1$, tj.

$$m_I=I, I-1, \ldots, -I+1, -I \tag{5.71}$$

Navedena pravila važe za sve momente impulsa u kvantnoj mehanici. Eksperimentalne vrednosti I su celi brojevi ako je maseni broj A paran, a poluceli brojevi ako je maseni broj neparan. Potrebno je da se napomene da sva parno-parna jezgra u osnovnom stanju (jezgra sa parnim brojem protona i neutrona) imaju $I = 0$, što znači da identični nukleoni teže da svoje momente impulsa orijentišu u suprotnim smerovima. Ovaj se fenomen naziva *pairing effect* ≡ *efekt sparivanja*. Parno-neparna i neparno-parna (jezgra sa parnim brojem protona i

neparnim brojem neutrona i obrnuto) imaju polucelobrojne momente impulsa. Izgleda da se moment impulsa jezgra podudara sa momentom impulsa poslednjeg ili nesparenog nukleona. Ovo pravilo važi u mnogim slučajevima. Neparno-neparna jezgra imaju dva nesparena nukleona (jedna proton i jedan neutron). Njihovi su momenti impulsa celobrojne vrednosti, kako se i očekuje, jer je ukupan broj čestica paran, ali ih je teško teorijski predvideti.

5.3.2 Spin i magnetni moment jezgra

Spin i magnetni moment jezgra su spregnute veličine preko nuklearnog g-faktora.

Svako naelektrisanje koje se kreće, poseduje orbitalni dipolni magnetni moment $\vec{\mu}_L$. Magnetni dipolni moment je proporcionalan momentu impulsa $\vec{L}$ i dat je izrazom

$$\vec{\mu}_L = \left(\frac{e}{2m_e}\right)\vec{L} \tag{5.72}$$

Ako se radi o konstituentu jezgra, protonu, njegov orbitalni magnetni moment iznosi

$$\vec{\mu}_L = \left(\frac{e}{2m_p}\right)\vec{L} \tag{5.73}$$

Neutron, budući da je električno neutralan, ne poseduje orbitalni dipolni magnetni moment. Komponenta orbitalnog dipolnog magnetnog momenta duž odabranog pravca z data je u obliku

$$\mu_{L_z} = \left(\frac{e}{2m_p}\right)L_z = \left(\frac{e\hbar}{2m_p}\right)m_L = \mu_N m_L \tag{5.74}$$

gde je $L_z = \hbar \cdot m_L$, a μ_N je konstantna veličina čija je vrednost

$$\mu_N = \frac{\hbar \cdot e}{2m_p} = 5.0505 \cdot 10^{-24}\,\mathrm{erg \cdot G^{-1}} = 5.0505 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{J \cdot T^{-1}}$$

Ova je veličina već poznati nuklearni magneton koji je od Bohr-ovog magnetona (5.3) manji 1836 puta.

Ako čestica poseduje sopstveni moment količine kretanja, spin $\vec{S}$, ona poseduje spinski dipolni magnetni moment, tj.

$$\vec{\mu}_S = g_S\left(\frac{e}{2m_p}\right)\cdot\vec{S}$$

odnosno

$$\mu_{S_z} = g_S\left(\frac{\hbar\cdot e}{2m_p}\right)\cdot S_z \qquad (5.75)$$

gde je g_s veličina (konstanta) koja karakteriše česticu i naziva se spinski nuklearni g-faktor. Za proton ovaj faktor ima vrednost $g_{S,p}=+5.5855$, gde pozitivni (+) znak označava da su veličine $\vec{\mu}_{S,p}$ i $\vec{S}$ orijentisane u istom smeru (karakteristično za pozitivno naelektrisanje). Ako se radi o neutronu, tada je $g_{S,n}=-3.8263$, a znak minus (-) ukazuje da su veličine $\vec{\mu}_{S,n}$ i $\vec{S}$ suprotno medusobno orijentisane (karakteristično, međutim, za negativno naelektrisanje). Brojne vrednosti i znaci spinskih nuklearnih faktora (g-faktora) pojedinih pomenutih čestica ukazuju da su proton i neutron složene (kompleksne) strukture, koje se još do sada ne mogu egzaktno tumačiti.

Magnetni dipolni moment jezgra dobija se kombinovanjem magnetnih dipolnih momenata svih nukleona. Magnetni dipolni moment jezgra je povezan sa momentom impulsa jezgra, spinom a ovo se može predstaviti

$$\vec{\mu}_I = g_I\left(\frac{e}{2m_p}\right)\cdot\vec{I} \qquad (5.76)$$

gde je g_I nuklearni g_I-faktor. Ovaj faktor je bezdimenzionalna veličina i može se predstaviti na sledeći način

$$g_I = \gamma_I\left(\frac{2m_p}{e}\right) \qquad (5.77)$$

gde $\gamma_I=\frac{\vec{\mu}}{\vec{I}}$ predstavlja žiromagnetni odnos, po definiciji, pa se magnetni dipolni moment može prikazati

$$\vec{\mu}_I = \gamma_I\,\vec{I} \qquad (5.78)$$

Projekcija magnetnog dipolnog momenta jezgra duž odabranog pravca z ima vrednost

$$\mu_z = \gamma_I I_z = \gamma_I\cdot\hbar\cdot m_I \qquad (5.79)$$

Kada je $m_I = I$, tada se iz

$$\mu_z = \gamma_I \cdot \hbar \cdot I = g_I \mu_N I$$

dobija odnos

$$\mu_I = \frac{\mu_z}{\mu_N} = g_I I \qquad (5.80)$$

koji predstavlja nuklearni magnetni moment i obično je dat u tablicama. Prema tome, magnetni momenti protona i neutrona (sa $I = \frac{1}{2}$) imaju vrednost $\mu_p = +5.5855 \cdot \frac{1}{2} = +2.7927\,\mu_N$, odnosno $\mu_n = -3.8263 \cdot \frac{1}{2} = -1.9131\,\mu_N$;
(nm ≡ nuklearni magneton).

5.3.3 Magnetni dipolni moment jezgra

Analizom rezultata izmerenih spinova i magnetnih momenata dolazi se do zaključka da jezgra sa parnim brojem protona i neutrona imaju spin jednak nuli, a tada i magnetni moment. Jezgra sa neparnim brojem A, ukoliko je nespareni nukleon proton, treba da imaju, prema Dirac-ovoj teoriji, magnetni moment jednak jednom nuklearnom magnetonu. Izmerena vrednost magnetnog momenta protona, međutim, iznosi 2.793 μ_N. Neutron, budući da je neutralna čestica, ne bi trebalo da ima magnetni moment. Merenjem je ustanovljeno da neutron poseduje magnetni moment i njegova je vrednost -1.91 μ_N. Interesantno je da se napomene da razlika između magnetnih momenata protona i neutrona iznosi približno jedan nuklearni magneton.

U novije vreme fizičari veoma intenzivno izučavaju nuklearne sile i došli su pri tome do zaključka da nukleoni, neutron i proton, nisu elementarne čestice, već se u toku eksperimenata ponašaju kao složene čestice. Tako nastaje hipoteza da su proton i neutron okruženi π-mezonskim oblakom i mogu se predstaviti kao

$$p \rightarrow n + \pi^+ \text{ i } n \rightarrow p + \pi^-$$

Ovom se hipotezom mogu kvalitativno tumačiti magnetni momenti protona i neutrona. Neka se, naime, neutron sastoji od idealnog protona p_0 (to je proton čiji je magnetni moment $\mu_{p_0} = 1$), neka je oko ovog protona formiran negativni π^--mezon, a pod uslovom da ova tvorevina egzistira u vremenu (1-t) u vidu idealnog neutrona (magnetni moment ima vrednost $\mu_{n_0} = 0$), magnetni moment neutrona dat je tada u obliku

$$\mu_n=(1-t)\mu_{n_0}+(\mu_{p_0}-\mu_{\pi^-})t=(1-\mu_{\pi^-})t \tag{5.81}$$

Na isti se način može uzeti da se proton u nekom vremenu t sastoji od idealnog neutrona i pozitivnog π-mezona (odnosno da je $p = n_0 + \pi^+$), a da u toku vremena $(1-t)$ egzistira u vidu idealnog protona, pa magnetni moment protona iznosi

$$\mu=(\mu_{n_0}+\mu_\pi)t+(1-t)\mu_{p_0}=\mu_\pi t+(1-t)1=1-(1-\mu_\pi)t \tag{5.82}$$

Kako je magnetni moment neutrona eksperimentalno određena veličina, može se uvesti da je

$$\mu_n=(1-\mu_\pi)t=-1.91.$$

Prema ovoj hipotezi, magnetni moment protona iznosi

$$\mu_p=1-(1-\mu_\pi)t=1+1.9=2.9\simeq\mu_{p_{eksp}}$$

Na osnovu relacija (5.81) i (5.82) može se napisati da je

$$\mu_p+\mu_n=1-(1-\mu_\pi)t+(1-\mu_\pi)t=1,$$

a eksperimentalno je utvrđeno (za deuteron) da je

$$\mu_p+\mu_n=0.88$$

Saglasnost između teorije i eksperimenta (ako se usvoji hipoteza o sastavu protona i neutrona) je iznenađujuće dobra. Po svemu sudeći, na osnovu mezonske teorije, magnetni momenti nukleona mogu se izračunati preciznije nego što se to može učiniti na osnovu neutron-protonske hipoteze.

Da bi se veličine kao što su spin jezgra i magnetni moment jezgra dovele u vezu, potrebno je, pre svega, uočiti odnos između masenog broja A i spina jezgra I. Ako je maseni broja A paran, spin jezgra ima celobrojne vrednosti, odnosno $I=0,1,2,\ldots$, u slučaju da je maseni broj A neparan, spin jezgra ima polucelobrojne vrednosti $I=\frac{1}{2},\frac{3}{2},\ldots$, treba napomenuti da su neutroni i protoni u jezgru razmešteni na takav način da im se spinovi i magnetni momenti uzajamno kompenzuju. Drugim rečima, maksimalna vrednost spina nikada nije veća od nekoliko jedinica, što je daleko manje od $\frac{A}{2}$, dok bi ova vrednost bila postignuta u slučaju kad se spinovi ne bi kompenzovali. Slična je stvar i sa magnetnim momentima.

TABELA 5.5

Jezgro	Tip jezgra	Spin	Magnetni moment	Uzajamna orijentacija spinova	
${}^{2}_{1}H$	n - n	1	0.857	p↑	n↑
${}^{3}_{1}H$	n - p	$\frac{1}{2}$	2.978	p↑	n↑ n↓
${}^{3}_{2}He$	p - n	$\frac{1}{2}$	-2.127	p↑ p↓	n↑
${}^{4}_{2}He$	p - p	0	0.000	p↑ p↓	n↑ n↓
${}^{6}_{3}Li$	n - n	1	0.822	p↑ p↓ p↑	n↑ n↓ n↑

Kompenzacija spinova i magnetnih momenata je izrazita u primerima lakih jezgara, kao što su: ${}^{2}_{1}H$, ${}^{3}_{1}H$, ${}^{4}_{2}He$, ${}^{6}_{3}Li$, itd. U tabeli 5.5 date su vrednosti mag-netnih momenata, spina i uzajamne orijentacije spina nukleona.

Drugim rečima, spinovi između neutrona i protona se ne kompenzuju, tj. neutron i proton mogu obrazovati sistem kao što je deuteron i to samo sa istom orijentacijom spina. Ne postoje jezgra sa antiparalelnom orijentacijom spina protona i neutrona. Ova činjenica proističe usled spinske nezavisnosti nuklearnih sila.

Schmidt je zapazio da se magnetni moment jezgra mogu objasniti pomoću jednočestičnog nuklearnog modela. Njegovo se tumačenja, naime, zasniva na pretpostavci da jezgro sa neparnim A sadrži "core" (tzv. zatvoreni sloj) i plus jedan nespareni nukleon. "Core", odnosno zatvoreni sloj sadrži paran broj protona i neutrona. Drugim rečima, isti ne može posedovati spin, a ni magnetni moment. Ako se ovakvom sloju, "core"-u, pridruži jedan nukleon sa momentom impulsa $\vec{l}$ i spinom $\vec{s}$ sledi da totalni moment impulsa jezgra $\vec{I}$ ima vrednost $\vec{I}=\vec{l}+\vec{s}$, odnosno projekcija momenta impulsa na z-osu obeležena sa I_z je data sa $I_z=l\pm\frac{1}{2}$. Totalni moment impulsa nesparene čestice, odnosno jezgra, $\vec{I}$ nije kolinearan sa vektorom totalnog magnetnog momenta $\vec{\mu}$ usled različitih nuklearnih g-faktora. U odsustvu spoljašnje pobude na rotaciju totalni moment impulsa se održava, pa vektor

$$\vec{\mu}=\vec{\mu}_l+\vec{\mu}_s$$

vrši precesiju zajedno sa $\vec{l}$ i $\vec{s}$ oko $\vec{I}$ i na taj način komponenta magnetnog momenta $\vec{\mu}_l$ koja je kolinearna sa $\vec{I}$ ostaje konstantna tokom vremena, a komponenta normalna na $\vec{I}$ jednaka je nuli, kao što se prema sl. 5.16 i vidi.

Magnetni moment ovakvog jezgra ima vrednost

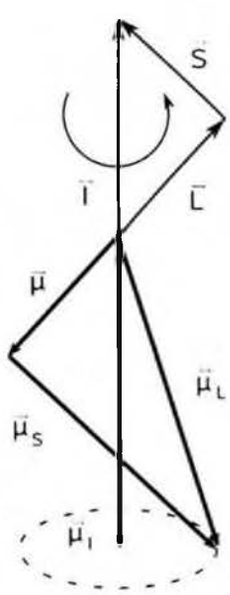
$$\mu_l=g_l\frac{\vec{l}\,\vec{I}}{I}+g_s\frac{\vec{s}\,\vec{I}}{I} \tag{5.83}$$

Skalarni proizvod $\vec{l}\cdot\vec{I}$ može se, pomoću vektorskog modela, jednostavno odrediti uz relaciju $\vec{I}=\vec{l}+\vec{s}$. Kombinovanjem ovog izraza i kvadriranjem može se dobiti da je

$$2\vec{l}\,\vec{I}=l^2+I^2-s^2 .$$

Kvantnomehanička interpretacija ovog izraza ima oblik

$$\frac{\vec{l}\,\vec{I}}{I^2}=\frac{l(l+1)+I(I+1)-s(s+1)}{2I(I+1)} \tag{5.84}$$



Sl. 5.16. *Vektorski dijagram mehaničkog i magnetnog dipolnog momenta sistema sa odgovarajućim komponentama.*

Sličan se izraz može dobiti i za $\frac{\vec{s}\vec{l}}{l^2}$. Ako se ove vrednosti uvrste u (5.83) dobija se vrednost magnetnog momenta jezgra koja iznosi

$$\mu_I = g_l \frac{I(I+1)+l(l+1)-s(s+1)}{2(I+1)} + g_s \frac{I(I+1)+s(s+1)-l(l+}{2(I+1)} \quad (5.85)$$

Kada spin jezgra iznosi $I = l + \frac{1}{2}$, magnetni moment jezgra ima vrednost

$$\mu_I = \frac{1}{2} g_s + l \cdot g_l \quad (5.86)$$

a u slučaju kada je $I = l - \frac{1}{2}$, magnetni moment jezgra iznosi

$$\mu_I = -\frac{1}{2} g_s \frac{2l-1}{2l+1} + g_l \frac{(l+1)(2l-1)}{2l+1} \quad (5.87)$$

Kombinovanjem relacija (5.86) i (5.87), može se uz uslov da je $I = l \pm \frac{1}{2}$; dobiti sledeći izraz za magnetni moment jezgra

$$\mu_I = I\left[g_l \pm \frac{1}{2l+1}(g_s - g_l)\right] \quad (5.88)$$

Izbor znaka je saglasan izrazu kojim je određena vrednost spina I. Vrednosti žiromagnetnih momenata date su za proton i neutron u tabeli 5.6.

TABELA 5.6

Nukleon	Žiromagnetni momenti	
	g_l	g_s
Neutron	0	-3.826
Proton	5.586	1

Grafik (sl. 5.17.a,b) predstavlja teorijske i eksperimentalne vrednosti magnetnih momenata u zavisnosti od spina. Teorijske vrednosti (Schmidt-ove linije) izvučene su punom linijom. Vidi se da su sve ucrtane eksperimentalne vrednosti unutar Schmidt-ovih linija.

5.3.4 Uticaj spina i magnetnog dipolnog momenta na hiperfinu strukturu spektralnih linija

Uticaj spina i magnetnog dipolnog momenta parno-neparnih, neparno-parnih i neparno-neparnih jezgara na elektrone iz omotača atoma ogleda se u perturbaciji njihovih stanja, a manifestuje se u atomskim spektrima u vidu hiperfine strukture spektralne linije. Izučavanje ove strukture omogućuje, zbog toga, da se odrede ili spin ili magnetni dipolni moment jezgra. Istina, pored optičkog, postoji i radiofrekventni metod koji se za iste svrhe koristi.

U optičkoj spektroskopiji meri se energijsko hiperfino cepanje spektralne linije, kao i broj njenih komponenata. Ovaj broj zavisi od sprege nuklearnog spina i totalnog momenta količine kretanja elektronskih slojeva. Radiofrek-ventni metod zasniva se na izučavanju prelaza između hiperfinih komponenata izazvanih oscilujućim magnetnim poljem.

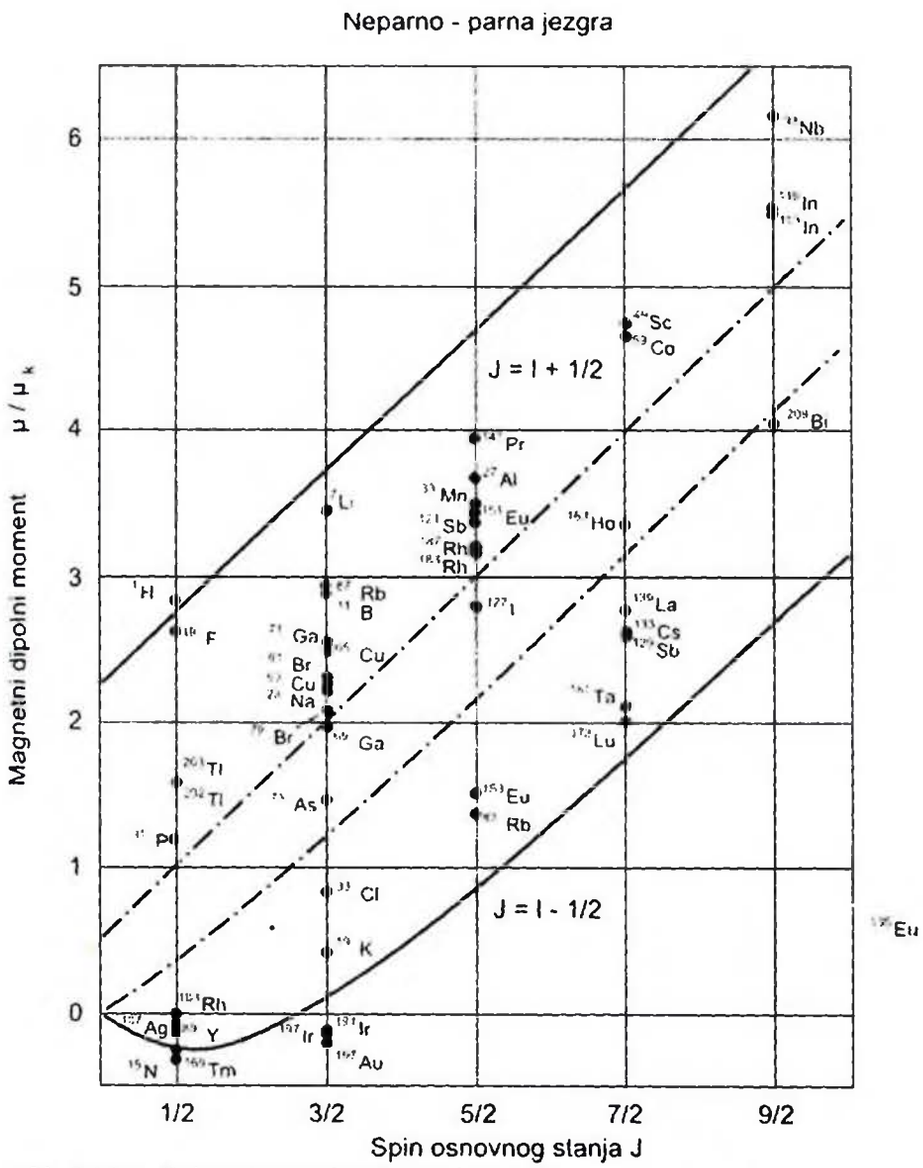
Energijski nivoi hiperfine strukture razmaknuti su međusobno hiljadu puta manjim rastojanjima od rastojanja nivoa u finoj strukturi spektralnih linija (nastalih spregom elektronskog spina i orbitalnog momenta).

Hiperfinoj strukturi doprinosi magnetna energija koja potiče od magnetnog momenta jezgra uronjenog u magnetno polje atomskih elektrona. Ova se magnetna energija može prikazati

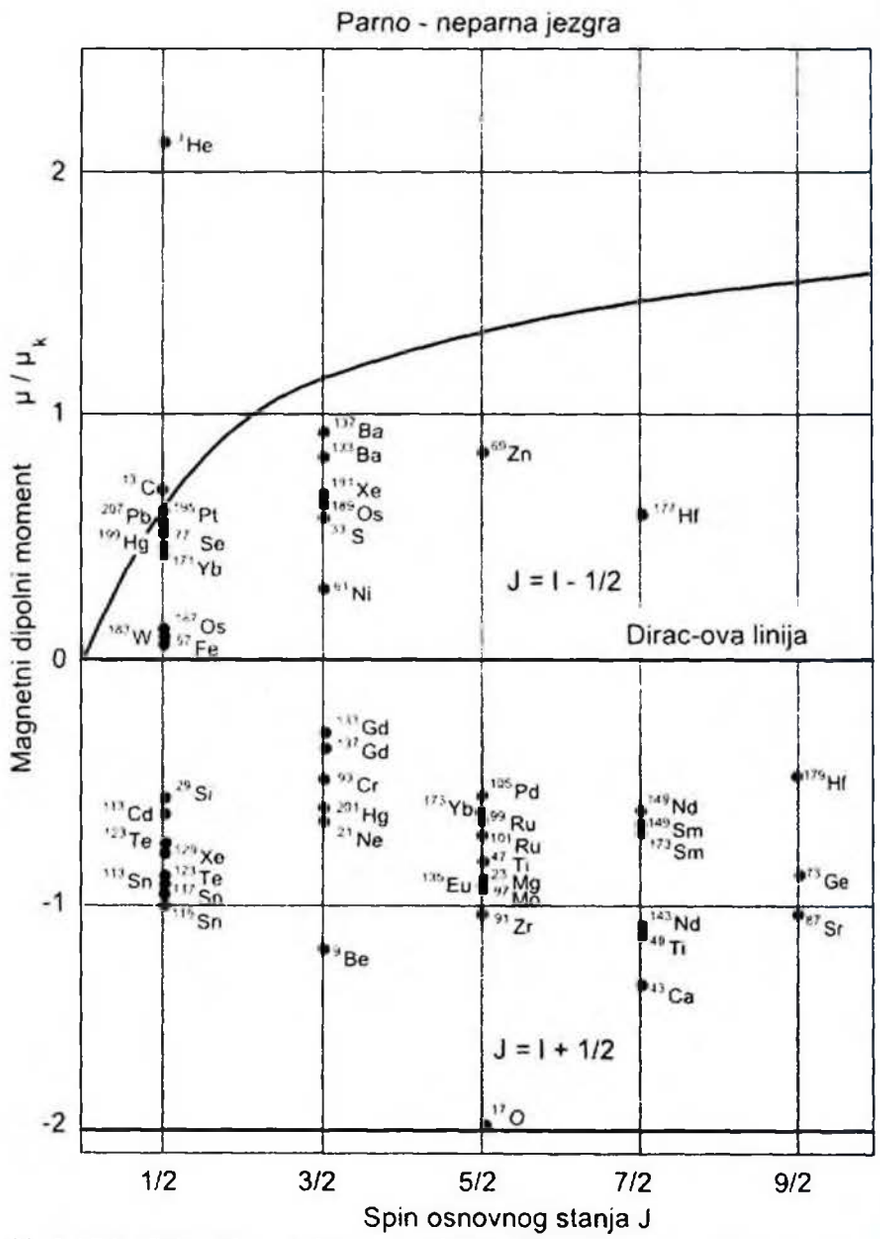
$$W_{mag} = -\vec{\mu}_I \vec{H}(0) \tag{5.89}$$

gde je $\vec{H}(0)$ magnetno polje koje potiče od elektrona iz omotača atoma ili je to neko pridodato spoljašnje magnetno polje, a $\vec{\mu}_I$ je magnetni dipolni moment jezgra. Magnetna energija hiperfine strukture, u stvari, potiče od sprege totalnog momenta impulsa atoma $\vec{J}$ i totalnog momenta impulsa jezgra $\vec{I}$. Sprezanjem $\vec{J}$ i $\vec{I}$ rezultuje totalni moment impulsa sistema $\vec{F}$ u obliku

$$\vec{F} = \vec{J} + \vec{I} \tag{5.90}$$



Sl. 5.17.a. *Schmidt-ovi dijagrami koji prikazuju zavisnost magnetnog dipolnog momenta jezgra (sa neparnim A, neparno Z, parno N) od spina. Diskretne tačke predstavljaju eksperimentalne vrednosti, a puna linija Schmidt-ove linije.*



Sl. 5.17.b. *Schmidt-ovi dijagrami koji prikazuju zavisnost magnetnog dipolnog momenta jezgra (sa neparnim A, parno Z, neparno N) od spina. Diskretne tačke predstavljaju eksperimentalne vrednosti, a puna linija Schmidt-ove linije.*

Novi kvantni broj sistema F može imati vrednosti

$$J+I, J+I-1, J+I-2, \ldots, |J-I| \tag{5.91}$$

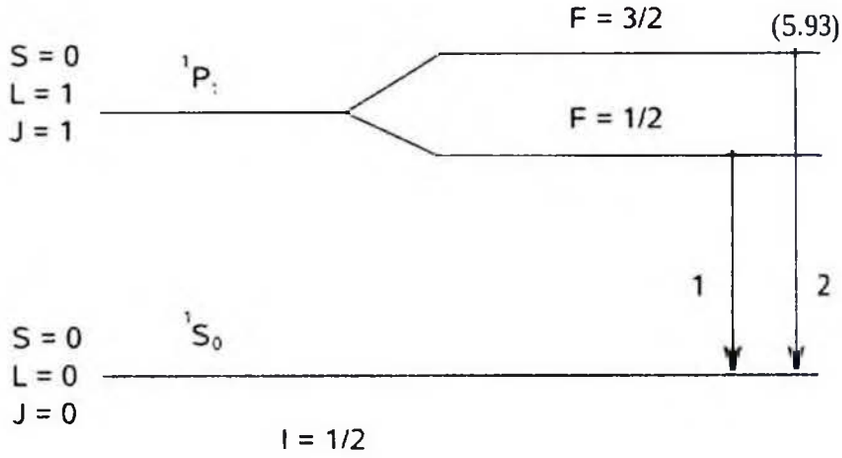
1. Ako je $J > I$ i ako je energija sprezanja različita od nule, elektronski term kojem odgovara kvantni broj J cepa se u $(2I + 1)$ komponentu. Ako je poznato J, spin jezgra I može se odrediti prostim prebrojavanjem komponenata. Ukoliko je $I \geqslant J$ primenjuju se drugi metodi za određivanje spina.
2. U odsustvu spoljašnjeg magnetnog polja svako stanje određeno kvantnim brojem F degenerisano je $(2F + 1)$ puta. Tako su relativni intenziteti linija hiperfine strukture dati odnosom statističkih težina $(2F + 1)$ za one nivoe koji učestvuju u prelazima

$$(2F_1+1):(2F_2+1):(2F_3+1):\ldots \tag{5.92}$$

   Ovo se pravilo primenjuje za određivanje spina jegra kada je $J < I$, pod uslovom da je J poznato.
   Slučaj se može razmatrati na prostom primeru (sl. 5.18) kada je $I=\frac{1}{2}$, a totalni spin elektrona $S=0$ (sistem od dva elektorna u Russell-Saunders-ovoj sprezi): stanje $^1P_1$ cepa se na dve hiperfine komponente $F=\frac{3}{2}$ i $F=\frac{1}{2}$, a stanje $^1S_0$ ostaje nepocepano. Odnos intenziteta je

$$(2):(1)=4:2=2$$

   Linija (2) je, dakle, dva puta intenzivnija od linije (1). U težim slučajevima F se može odrediti samo iz odnosa intenziteta linija, a zatim, ukoliko je poznato J može se odrediti spin jezgra.
3. Energijske vrednosti multipliciteta hiperfine strukture mogu da služe za određivanje spina i magnetnog dipolnog momenta μ_I jezgra. Sprega između $\vec{J}$ i $\vec{I}$ je magnetne prirode. Kada je moment impulsa elektrona različit od nule ima isti efekat kao kružna struja elektrona. Isti proizvodi magnetno polje (na mestu jezgra) $\vec{H}(0)$. Ovo polje ima neku srednju vrednost, a suprotno je orijentisano u odnosu na $\vec{J}$. Kako je $\vec{H}(0)$ propor-cionalno $\vec{J}$, može se napisati da je vrednost polja na mestu jezgra



Sl. 5.18. *Hiperfina struktura $^1P_1$ stanja.*

$$\vec{H}(0)=-\frac{H(0)}{J}\vec{J}$$

Sličan se izraz može napisati za magnetni dipolni moment jezgra

$$\vec{\mu}_I=\frac{\mu_I}{I}\vec{I} \tag{5.94}$$

Zamenom ovih vrednosti u relaciju (5.89) dobija se

$$\Delta W=-\frac{\mu_I H(0)}{I\,J}\vec{J}\cdot\vec{I}=-\mu_I H(0)\cdot\cos(\vec{J},\vec{I}) \tag{5.95}$$

Kvantnomehanička vrednost $\cos(\vec{J},\vec{I})$ može se odrediti pomoću relacije (5.90) kao i izračunavanjem skalarnog proizvoda $\vec{J}\cdot\vec{I}$, koji iznosi

$$\vec{J}\cdot\vec{I}=I\cdot J\cdot\cos(\vec{J},\vec{I})=\frac{1}{2}(F^2-J^2-I^2) \tag{5.96}$$

Kvantnomehanički vektori $\vec{F}$, $\vec{J}$ i $\vec{I}$ daju kao očekivane vrednosti za F^2 brojeve $F(F+1)$ itd. Zamenom ovih vrednosti u relaciju (5.96) dobija se

$$\vec{J}\cdot\vec{I}=\frac{1}{2}\left[F(F+1)-J(J+1)-I(I+1)\right]=\frac{c}{2} \tag{5.97}$$

S obzirom na vrednosti u relaciji (5.97), može se relacija (5.95) napisati u sledećem obliku

$$\Delta W=-\frac{\mu_I \dot{H}(0)}{2IJ}\left[F(F+1)-J(J+1)-I(I+1)\right]=\frac{A}{2}\cdot c \tag{5.98}$$

gde je

$$A=-\mu_I\frac{H(0)}{JI} \tag{5.99}$$

a znak A određen je međusobnom orijentacijom $\vec{H}(0)$ i $\vec{J}$. Kada je orijentacija suprotna znak je negativan i obrnuto. *Faktor cepanja A* je mera koja pokazuje koliko se multipliciteti hiperfine strukture energijski razlikuju.

Vrednost magnetnog polja elektrona H(0) se može izračunati u slučaju kada se u s-stanju nalazi jedan elektron izvan zatvorenog sloja. Ovo je slučaj alkalnih atoma. Vrednost magnetnog polja u ovom slučaju iznosi

$$H(0)=-\frac{8}{3}\pi\cdot\mu_B|\psi(0)|^2 \tag{5.100}$$

gde je μ_B Bohr-ov magneton, $\psi(0)$ je talasna funkcija i predstavlja rešenje Schrödinger-ove jednačine. Ovu je funkciju, uz izvesne aproksimacije, izračunao Kopfermann

$$|\psi(0)|^2=\frac{1}{\pi a^3}\cdot\frac{Z(1+z)^2}{n_{eff}} \tag{5.101}$$

gde a predstavlja Bohr-ov radijus vodonikovog atoma, Z je atomski broj jezgra, z je stepen jonizacije atoma, a n_{eff} je efektivni kvantni broj. Tačnost ovog obrasca (usled učinjenih aproskimacija) iznosi 10%.

U tabeli 5.7 navedene su vrednosti $H(0)$ za osnovno i ^2P stanje nekih atoma.

TABELA 5.7

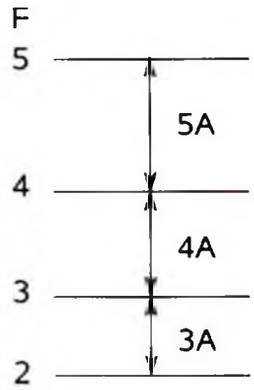
Magnetno polje na jezgru nastalo prisustvom elektrona iz omotača atoma					
Atom	$^2S_{1/2}$ n	$H(0)$ [G]	n	$H(0)$ [G]	$H(0)$ [G]
H	1	$1.74\cdot10^5$		$^2P_{1/2}$	$^2P_{3/2}$
Li	2	$1\cdot10^5$			
Na	3	$4.4\cdot10^5$	3	$4.2\cdot10^4$	$2.5\cdot10^4$
K	4	$6.3\cdot10^5$	4	$7.9\cdot10^4$	$4.6\cdot10^4$
Rb	5	$1.3\cdot10^6$	5	$1.6\cdot10^5$	$8.6\cdot10^4$
Cs	6	$2.1\cdot10^6$	6	$2.8\cdot10^5$	$1.3\cdot10^5$

Kao što je pokazano u nekim je slučajevima $H(0)$ moguće izračunatim, jer je moguće eksperimentalno odrediti faktor cepanja A. Pod uslovom da je I dato, može se takođe odrediti i magnetni dipolni moment jezgra μ_I. U drugom slučaju, energijski intervali dva terma sa istim vrednostima J i I (sl. 5.19) dati su kao

$$\Delta W_F - \Delta W_{F-1} = F\cdot A \tag{5.102}$$

Relacija (5.102) predstavlja pravilo intervala pomoću kojeg se spin jezgra I može odrediti, ako je J poznato.

Učinjeno se razmatranje odnosi samo na interakciju unutrašnjeg magnetnog polja elektrona i magnetnog dipolnog momenta jezgra. Hiperfina interakcija može se, međutim, postići i uz određene vrednosti spoljašnjih magnetnih polja, ali se, u ovim slučajevima, ona posebno neće razmatrati.



Sl. 5.19. *Ilustracija pravila intervala magnetne hiperfine strukture. U primeru je I = 7/2 i J = 3/2.*

5.3.5 Parnost. Zakon održanja parnosti

Prema tumačenju kvantne mehanike, stanje čestice je opisano talasnom funkcijom $\Psi(x,y,z)$. Ova funkcija predstavlja rešenje neke talasne jednačine (Schrödinger-a). Kako je talasna funkcija kompleksna veličina, ona nema fizičko značenje, ali njen kvadrat modula $|\psi|^2$ predstavlja verovatnoću da se čestica u trenutku vremena t nalazi u tački (u prostoru) sa koordinatama (x,y,z). Prema tome, verovatnoća $W(V, t)$ da se čestica u nekom trenutku vremena t nalazi u zapremini V može se predstaviti na sledeći način

$$W(V,t)=\int |\psi(x,y,z,t)|^2 dV \qquad (5.103)$$

Na osnovu relacije (5.103), verovatnoća $W(V, t)$ da se čestica, ukoliko je to fizička realnost, nalazi u zapremini V u trenutku vremena t ne zavisi od izbora (levog ili desnog) koordinatnog sistema. Poznato je da se obrtanjem jednog koordinatnog sistema (npr. levog) nikako ne može preći u drugi (desni) i obrnuto. Sistemi, međutim, prelaze jedan u drugi jedino pomoću ogledalske refleksije, tj. zamenom x sa $-x$, y sa $-y$ i z sa $-z$. Ova se operacija naziva inverzija koordinata. Kako verovatnoća $W(V, t)$ ne zavisi od izbora sistema, prostor ima osobinu homogenosti i izotropnosti.

Pod pretpostavkom da je u prostoru uspostavljena ogledalska simetrija, može se napisati

$$\int_V |\psi(x,y,z)|^2 dV = \int_V |\psi(-x,-y,-z)|^2 dV \tag{5.104}$$

Ako $V \to 0$, sledi

$$|\psi(x,y,z)| = |\psi(-x,-y,-z)|.$$

Primenom operatora inverzije $\hat{P}$ na funkciju $\Psi(x,y,z)$, znaci svih nezavisno promenljivih (koordinate) se menjaju, tj.

$$\hat{P}\psi(x,y,z) = \psi(-x,-y,-z) = \Pi\psi(x,y,z) \tag{5.105}$$

gde je Π sopstvena vrednost operatora $\hat{P}$, a $\Psi(x,y,z)$ je sopstvena funkcija. Za određivanje sopstvene vrednosti operatora $\hat{P}$ potrebno je na funkciju $\Psi(x,y,z)$ dva puta primeniti isti operator $\hat{P}$, što dovodi do polazne funkcije, tj.

$$\hat{P}\hat{P}\psi(x,y,z) = \Pi^2\psi(x,y,z) = \psi(x,y,z) \tag{5.106}$$

Na osnovu relacije (5.106) može se utvrditi vrednost Π. Kako je $\Pi^2 = 1$, sledi $\Pi = \pm 1$. Ovaj rezultat ukazuje da pri inverziji koordinata talasna funkcija može, ali ne mora, promeniti znak. Kada, primenom operatora inverzije na datu funkciju, ista ne promeni znak, kaže se da je parna, a njoj odgovarajuće stanje ima parnu parnost, što se može predstaviti

$$\hat{P}\psi(x,y,z) = \psi(-x,-y,-z) = +1\,\psi(x,y,z) \tag{5.107}$$

Ako data funkcija, na koju je operator inverzije primenjen, promeni znak, takva je funkcija neparna, a njoj odgovarajuće stanje ima neparnu parnost i predstavlja se kao

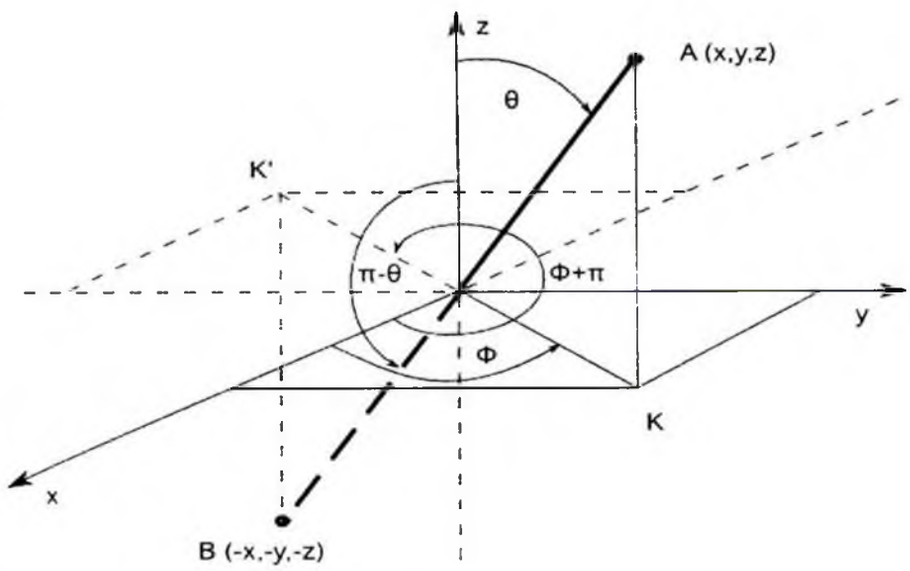
$$\hat{P}\psi(x,y,z) = \psi(-x,-y,-z) = -1\,\psi(x,y,z) \tag{5.108}$$

Parnost se obično obeležava simbolom Π. Za parne sisteme je $\Pi = +1$ a za neparne $\Pi = -1$.

U sferno-simetričnom polju položaj čestice je određen talasnom funkcijom u obliku

$$\psi(\vec{r}) = C \cdot R_n^l(r) \cdot P_l^m(\cos\theta) \cdot e^{im\phi} \tag{5.109}$$

gde je $P_l^m(\cos\theta)$ funkcija Legendre-a. Zamena vektora $\vec{r}$ sa $-\vec{r}$ je ekvivalentna promeni sfernih koordinata r, θ i φ sa $-r$, $\pi - \theta$ i $\pi + \varphi$ (v. sl. 5.20).



Sl. 5.20. *Inverzija koordinata (pravougaonih i sfernih).*

Refleksijom koordinata, deo funkcije (5.109) čija je nezavisno promenljiva φ ima vrednost

$$e^{im(\pi+\phi)}=(-1)^m e^{im\phi} \tag{5.110}$$

Ako se θ zameni sa π - θ, tada *cos* θ postaje -*cos* θ, pa je Legendre-ova funkcija data u obliku

$$P_l^m(\cos\theta)=P_l^m(-\cos\theta)=(-1)^{l-m}P_l^m(\cos\theta) \tag{5.111}$$

Radijalni deo talasne funkcije ostao je nepromenjen. Konačno, prostorna inverzija koordinata na kraju daje

$$Y(\theta,\phi)=(-1)^l C\cdot P_l^m(\cos\theta)\cdot e^{im\phi} \tag{5.112}$$

Inverzijom koordinata svojstvene funkcije sferno-simetričnog polja postaje očigledno da parnost funkcije zavisi od orbitalnog kvantnog broja l. Kada je l parno, funkcija je parna, a kada je neparno, funkcija je neparna (ima neparnu vrednost).

Ako se neki sistem nezavisnih čestica nalazi u polju sferne simetrije, talasna funkcija takvog sistema ima oblik

$$\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \ldots, \vec{r}_n) = (-1)^{l_1+l_2+\ldots+l_n} \psi(-\vec{r}_1, -\vec{r}_2, \ldots, -\vec{r}_n) \tag{5.113}$$

Parnost ove funkcije zavisi od sume momenata impulsa l, odnosno ukoliko je ova suma parna, pri inverziji koordinata, parnost funkcije neće se izmeniti i obrnuto.

Može se takođe pokazati da je parnost sistema integral kretanja, tj. da se tokom vremena ne menja. Poznato je, naime, da je Hamiltonijan invarijantan u odnosu na inverziju koordinatnog sistema, što znači da operator inverzije $\hat{P}$ komutira sa Hamiltonijanom. Kako se Hamiltonijan ne menja pri promeni od $\vec{r}$ na $-\vec{r}$, on zadovoljava sledeći uslov

$$\hat{P}\hat{H}\psi = \hat{H}\hat{P}\psi \tag{5.114}$$

odnosno, ako operator $\hat{P}$ komutira sa Hamiltonijanom $\hat{H}$, to se može predstaviti

$$\hat{P}\hat{H} = \hat{H}\hat{P} \tag{5.115}$$

Prema tome je

$$\frac{d}{dt}\hat{P} = -\frac{i}{\hbar}(\hat{P}\hat{H} - \hat{H}\hat{P}) = 0 \tag{5.116}$$

Na osnovu izraza (5.116) može se zaključiti da je parnost integral kretanja, tj. da se u toku vremena na menja i može se uporedo sa energijom odrediti.

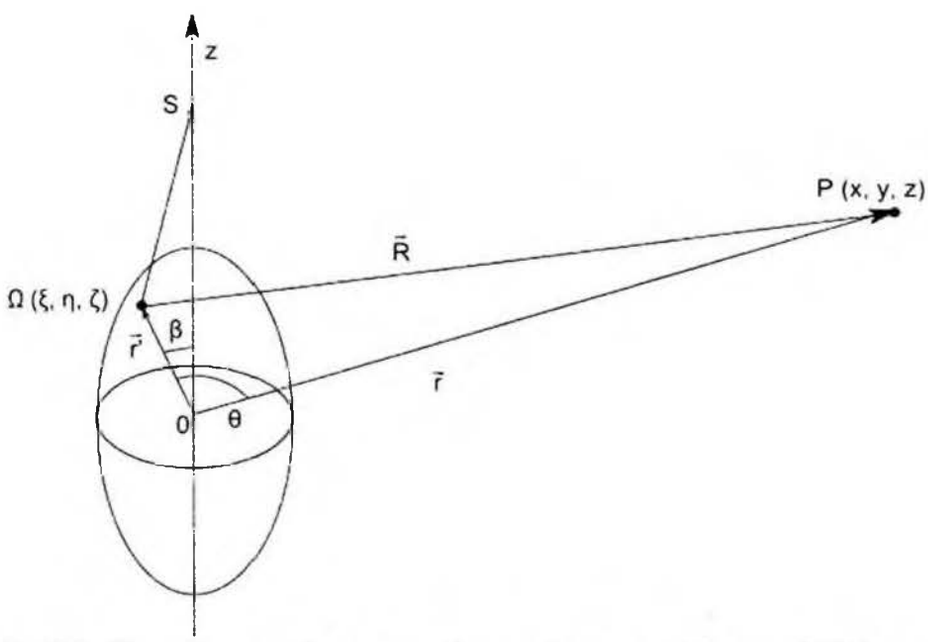
Zakon održanja parnosti eksperimentalno je dokazano u slučajevima jake i elektromagnetne interakcije. U slabim interakcijama, međutim, ovaj se zakon ne održava.

Zakon održanja parnosti omogućuje da se uspostave pravila izbora po parnosti, tj. da se ukaže koji su procesi mogući (dozvoljeni), a koji su zabranjeni.

5.3.6 Kvadrupolni električni moment

Naelektrisanje jezgra određeno je atomskim brojem Z, odnosno brojem protona. Atomskim brojem Z nisu, međutim, određene raspodela naelektrisanja u jezgru i električne osobine jezgra.

Električne osobine jezgra proističu iz učinjene pretpostavke da raspodela naelektrisanja u jezgru nije sferno simetrična. U tom slučaju jezgro poseduje konačne električne multipolne momente. Ukoliko je ovakva pretpostavka opravdana, električni momenti jezgra u interakciji sa neuniformnim električnim poljem atomskih elektrona, odnosno molekula, menjaju energiju elektronskih stanja, što mora biti zapaženo u atomskim spektrima.



Sl. 5.21. *Notacija potrebna za izračunavanje potencijala u tački P(x,y,z) sistema naelektrisanja lociranog u blizini koordinatnog početka.*

Schüler i Schmidt su, izučavajući atomske spektre, morali uvesti kvadrupolni moment jezgra da bi neke nepravilnosti u hiperfinoj strukturi objasnili. Ovo nisu bili u stanju da objasne preko interakcija magnetnih dipolnih momenata jezgra i unutrašnjih magnetnih polja atoma.

Pojam električnog multipolnog momenta može se objasniti i na osnovu klasične fizike, pod pretpostavkom da se posmatra polje u nekoj tački $P(x,y,z)$ proizvedeno naelektrisanjem koje nema sferno-simetričnu raspodelu. Može se pretpostaviti da je jezgro upravo takav sistem. Neka

je zapreminska gustina naelektrisanja jezgra $\rho(\xi,\eta,\zeta)$ neprekidna funkcija koordinata (ξ,η,ζ). U cilju daljeg posmatranja može se uzeti da je koordinatni početak Dekartovog sistema postavljen u centar inercije jezgra, a da je y-osa upravljena u pravcu totalnog momenta količine kretanja jezgra $\vec{I}$. U odnosu na z-osu Dekartovog sistema, jezgro poseduje osnu simetriju kao što je pokazano na sl. 5.21.

Pomoću sl. 5.21 može se odrediti potencijal tačke $P(x,y,z)$ koja je od jezgra znatno udaljena. Neka je rastojanje između tačke $P(x,y,z)$ i koordinatnog početka određeno vektorom položaja $\vec{r}$. Vektorom $\vec{r}\,'$ određen je položaj tačke $Q(\xi,\eta,\zeta)$ u jezgru u odnosu na koordinatni početak, a vektor $\vec{R}$ određuje položaj tačke $P(x,y,z)$ u odnosu na tačku $Q(\xi,\eta,\zeta)$. Sada se potencijal u tački $P(x,y,z)$, usled naelektrisanja tačke $Q(\xi,\eta,\zeta)$ lokalizovanog u elementu zapremine dV, može odrediti i on ima vrednost

$$d\phi=\frac{1}{R}\rho(\xi,\eta,\zeta)dV \tag{5.117}$$

a na osnovu kosinusne teoreme je

$$\frac{1}{R}=(r^2+r'^2-2r\cdot r'\cos\theta)^{-\frac{1}{2}} \tag{5.118}$$

gde je θ ugao koji vektori $\vec{r}$ i $\vec{r}\,'$ međusobno zaklapaju. Funkcija $\frac{1}{R}$ može se prikazati u vidu razvoja po Legendre-ovim polinomima na sledeći način

$$\frac{1}{R}=\frac{1}{r}\left[1+\left(\frac{r'}{r}\right)^2-2\left(\frac{r'}{r}\right)\cos\theta\right]^{-\frac{1}{2}}\equiv\frac{1}{r}\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{r'}{r}\right)^n P_n(\cos\theta) \tag{5.119}$$

Kako je odnos $\frac{r'}{r}$ mala veličina, dovoljno je da se razvoj ograniči samo na prvih nekoliko članova polinoma.

Potencijal u tački $P(x,y,z)$ dobija se integracijom jednačine (5.117), tj.

$$\begin{aligned}\phi=\int\frac{1}{r}\cdot\rho(\xi,\eta,\zeta)dV+\int\frac{1}{r^2}\cdot\rho(\xi,\eta,\zeta)r'P_1(\cos\theta)dV+\\+\int\frac{1}{r^3}\cdot\rho(\xi,\eta,\zeta)r'^2P_2(\cos\theta)dV+\ldots\end{aligned} \tag{5.120}$$

Ako tačka $P(x,y,z)$ leži na z-osi, ugao θ prelazi u polarni i ako se označi sa β, prethodna jednačina postaje jednostavnija. Ako se uzme u obzir da je

$$P_1(\cos\beta)=\cos\beta=\frac{\zeta}{r'}$$

$$P_2(\cos\beta)=\frac{1}{2}(3\cos^2\beta-1)=\frac{1}{2}\left[3\left(\frac{\zeta}{r'}\right)^2-1\right]$$

može se relacija (5.120) napisati u obliku

$$\phi=\frac{Z\cdot e}{r}+\frac{D_\zeta}{r^2}+\frac{1}{2}\frac{Q}{r^3}+\ldots \tag{5.121}$$

gde je

$$Z\cdot e=\int\rho(\xi,\eta,\zeta)dV$$ *monopolni moment*

$$D_\zeta=\int\rho(\xi,\eta,\zeta)\zeta\,dV$$ *dipolni moment*

$$Q=\int\rho(\xi,\eta,\zeta)\left[3\left(\frac{\zeta}{r'}\right)^2-1\right]r'^2dV=$$

$$=\int\rho(\xi,\eta,\zeta)\left[3\zeta^2-r'^2\right]dV$$ *kvadrupolni moment.*

Drugim rečima, potencijal u tački $P(x,y,z)$ potiče od električnog monopola, dipola, kvadrupola, itd.

Sve što je rečeno do sada o električnim momentima zasniva se na predstavama klasične fizike. Ove su predstave, sa stanovišta kvantne mehanike, međutim, izmenjene. Na primer, za neki kvantnomehanički sistem naelektrisanja električni dipol je jednak nuli. Kao što je poznato, stacionarno stanje se u kvantnoj mehanici opisuje talasnom funkcijom

$$\psi(\vec{r}_1,\vec{r}_2,\ldots,\vec{r}_Z,\vec{r}_{Z+1},\ldots,\vec{r}_A)$$

gde se koordinate 1 + Z odnose na protone, a ostale se odnose na neutrone. Verovatnoća da će se i-ta čestica naći u elementu zapremine dV data je izrazom

$$P_i(\vec{r})=\int|\psi(\vec{r}_1,\vec{r}_2,\ldots,\vec{r}_Z,\vec{r}_{Z+1},\ldots,\vec{r}_A)|^2dV \tag{5.122}$$

Integracija jednačine (5.122) vrši se po svim koordinatama izuzev i-te, a

koordinata $\vec{r}_i$ se izjednačuje sa $\vec{r}$. Na osnovu relacije (5.122) može se odrediti gustina naelektrisanja jezgra koja iznosi

$$\rho(\xi,\eta,\zeta)=\sum_{i=1}^{Z} e_i P_i(\vec{r}) \qquad 5.(123)$$

gde se suma odnosi samo na protone, jer neutroni ne doprinose naelektrisanju jezgra.

Prema kvantnoj mehanici, električni dipolni moment je dat

$$D_\zeta=\sum_{i=1}^{Z}\int e_i\zeta\left|\psi(\vec{r}_1,\vec{r}_2,\dots,\vec{r}_Z,\vec{r}_{Z+1},\dots,\vec{r}_A)\right|^2 dV \qquad (5.124)$$

Na osnovu zakona o održanju parnosti, može se napisati

$$\left|\psi(\vec{r}_1,\vec{r}_2,\dots,\vec{r}_Z,\vec{r}_{Z+1},\dots,\vec{r}_A)\right|^2=\left|\psi(-\vec{r}_1,-\vec{r}_2,\dots,-\vec{r}_Z,-\vec{r}_{Z+1},\dots,-\vec{r}_A)\right|^2$$

a kako je ζ neparna funkcija, podintegralna funkcija je takođe neparna, zbog čega je konačna vrednost integrala jednaka nuli. Može se, na osnovu ovog rezultata, zaključiti da kvantnomehanički sistem naelektrisanja u stacionarnom stanju nema permanentni električni dipolni moment.

Slično se razmatranje može sprovesti i u slučaju kvadrupolnog električnog momenta, ali je zaključak drugačiji. Na osnovu zakona o održanju parnosti, kvantnomehanički sistem naelektrisanja u stacionarnom stanju može imati kvadrupolni električni moment, a njegova vrednost u stanju ψ je definisana kao

$$Q(\psi)=\sum_{i=1}^{Z}\int e_i\left|3\zeta^2-r_i'^2\right|\left|\psi(\vec{r}_1,\vec{r}_2,\dots,\vec{r}_Z,\vec{r}_{U+1},\dots,\vec{r}_A)\right|^2 dV \qquad (5.125)$$

gde je $r'(\xi,\eta,\zeta)$ rastojanje od centra inercije jezgra; ζ je projekcija r' na z-osu. Integracija se vrši po celoj zapremini jezgra.

Kako je $r'^2=\xi^2+\eta^2+\zeta^2$, tada u slučaju da je $r'^2=3\zeta^2$, jezgro ima sfernu simetriju i kvadrupolni moment je jednak nuli. Kada je $3\zeta^2>r'^2$, raspodela naelektrisanja je istegnuta duž ζ-ose, a kada je $3\zeta^2<r'^2$, raspodela naelektrisanja je spljoštena. Na osnovu izvršene analize, može se zaključiti da je, za sfernu raspodelu naelektrisanja u jezgru, kvadrupolni moment jednak nuli, za raspodelu istegnutu duž ζ-ose isti je veći, a za spljoštenu raspodelu, manji od nule (znači da je respektivno $Q = 0$; $Q > 0$; odnosno $Q < 0$).

Kvadrupolni električni moment jezgra, kao i dipolni magnetni

moment povezani su sa totalnim momentom impulsa jezgra I. Ukoliko je $I = 0$, tada je i kvadrupolni električni moment jednak nuli ($Q = 0$). Dokazano je sem toga u kvantnoj mehanici da je kvadrupolni električni moment jednak nuli kada je $I = \frac{1}{2}$.

U daljem izlaganju biće pokazano kako se može uspostaviti veza između električnog kvadrupolnog momenta $Q(\psi)$ i spina jezgra I. Ako se pretpostavi da je jezgro u nekom kvantnomehaničkom stanju sa totalnim momentom impulsa I, tada je projekcija totalnog momenta impulsa jezgra u odnosu na neki zadati pravac z data jednačinom (5.70). Drugim rečima, magnetnim kvantnim brojem m određena je projekcija totalnog momenta impulsa I u odnosu na z-osu. Ugao između z-ose i pravca totalnog momenta impulsa jezgra I određen je na sledeći način

$$\cos\beta = \frac{m_I}{\sqrt{I(I+1)}} \tag{5.126}$$

gde je β traženi ugao. Prema tome, kvadrupolni električni momenti različitih kvantnomehaničkih stanja m_I povezani su međusobno preko odgovarajućih uglova β. Na osnovu relacije (5.125) i uslova $\cos\beta = \frac{\zeta}{r'}$ može se uspostaviti odnos između $Q(m_1)$ i $Q(m_2)$ za podstanje ψ sa $m = m_1$ i $m = m_2$ na sledeći način

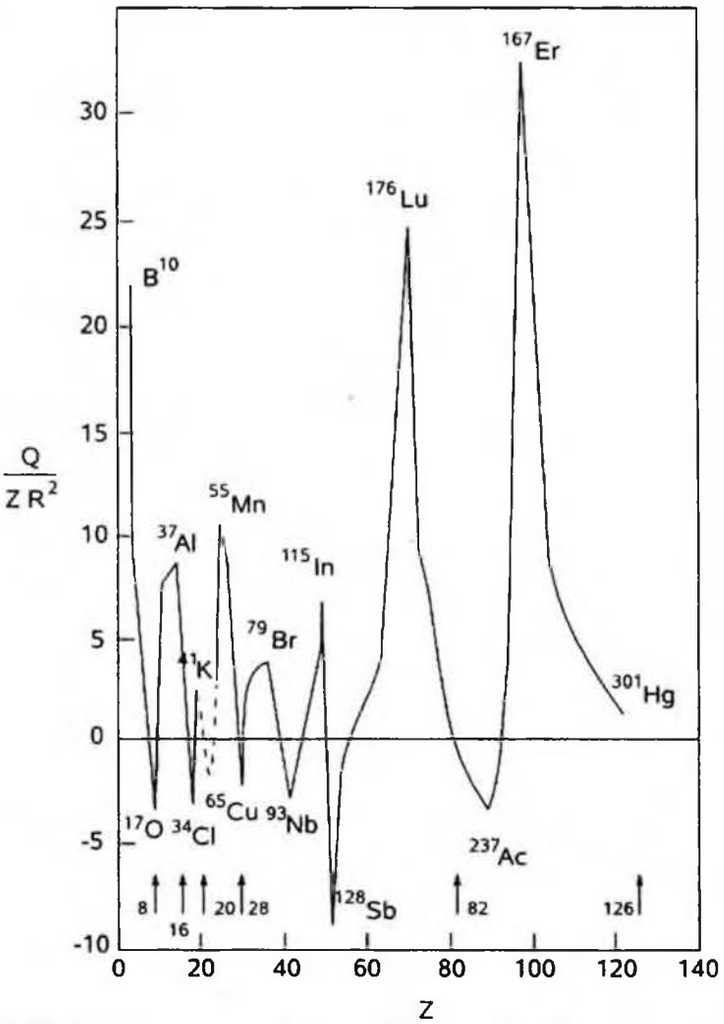
$$\frac{Q(m_1)}{Q(m_2)} = \frac{3\cos^2\beta_1 - 1}{3\cos^2\beta_2 - 1} = \frac{3m_1^2 - I(I+1)}{3m_2^2 - I(I+1)} \tag{5.127}$$

Najbolje usaglašavanje između I i z-ose postiže se kada je $m = I$ i zbog toga je $Q(m = I)$ najveći nađeni kvadrupolni električni moment, a po vrednosti najbliži onom kvadrupolnom električnom momentu koji se (prema nekim konvencijama) obeležava sa Q_0. Ovaj je najbliži klasičnom momentu. Kvadrupolni električni moment u nekom proizvoljnom stanju m povezan je sa kvadrupolnim momentom u stanju $m = I$, uz primenu relacije (5.127), na sledeći način

$$Q(m) = Q_0 \frac{3m^2 - I(I+1)}{I(2I-1)} \tag{5.128}$$

Q_0 je u ovom slučaju kvadrupolni električni moment, kako je rečeno, koji odgovara onom stanju ψ jezgra kada je $m = I$, a obično se naziva kvadrupolni moment jezgra. Nuklearni kvadrupolni momenti obično se

daju podeljeni sa *e* (elementarno naelektrisanje), a dimenzija im je tada [cm^2].



Sl. 5.22. *Redukovana vrednost nuklearnog kvadrupolnog momenta u zavisnosti od broja nesparenih nukleona u jezgru. Veličina Q / ZR^2 daje meru deformacije jezgra nezavisno od njegove dimenzije.*

Da bi se kvadrupolni električni moment jezgra mogao eksperimentalno odrediti, potrebno je, najpre, da ga ispitivano jezgro poseduje. Ovu osobinu imaju ona jezgra čija raspodela naelektrisanja ne

zadovoljava sfernu simetriju. Takva se jezgra postavljaju u nehomogena električna polja. U ovim poljima dolazi do interakcije između gradijenta električnog polja i kvadrupolnog električnog momenta, što doprinosi energijskom bilansu sistema i predstavlja se sa $\frac{\partial W}{\partial z}Q(m)$. Ova se dodatna energija manifestuje u novim energijskim stanjima atoma, koja se mogu identifikovati pri izučavanju atomskih spektara. Na taj se način dobija informacija o kvadrupolnom električnom momentu jezgra.

Kvadrupolni električni moment jezgra je veoma važna veličina, budući da se i pomoću nje mogu dobiti podaci o strukturi jezgra. Na sl. 5.22 prikazana je zavisnost kvadrupolnog električnog momenta od broja protona (neutrona). Sa grafika se vidi da vrednost kvadrupolnog električnog momenta raste sa povećanjem broja protona u jezgru. Posebno je važno da se napomene da je kvadrupolni električni moment jezgra jednak za neke brojeve protona (neutrona) $Q = 0$ tj. za vrednosti $Z(N) = 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126$.

GLAVA VI

6 Modeli atomskih jezgara

Jezgro predstavlja složen kvantnomehanički sistem protona i neutrona. Između protona i neutrona deluju nuklearne sile. U jezgru, pored nuklearnih, deluju i Coulomb-ove sile između protona. Nepoznavanje prirode nuklearnih sila predstavlja ozbiljan problem u izučavanju strukture atomskog jezgra. Kako jezgro sačinjava A-nukleona, javlja se i problem više tela. S obzirom da su pomenuti problemi do sada nerešeni, da bi se o strukturi jezgra dobila bilo kakva slika, koriste se različiti fizički modeli. Dakle, konstruišu se takvi modeli, pomoću kojih se mogu, sa najboljom mogućom tačnošću, opisati osobine realnih jezgara.

Svi do sada stvoreni modeli zasnivaju se uglavnom na dve modelske pretpostavke:

- model jake interakcije
- model nezavisne čestice.

Prema prvoj pretpostavci, jezgro se posmatra kao ansambl (skup) jako spregnutih čestica koje usled jake interakcije gube svoju individualnost i zbog toga proizvode kolektivne efekte.

Prema drugoj pretpostavci, nukleoni se kreću u jezgru u nekom sopstvenom srednjem polju ne interagujući jedan sa drugim.

Predstavnici modela jake interakcije su: model tečne kapi, α-čestični model i drugi. U modele nezavisne čestice ubrajaju se: model Fermi-evog gasa, model slojeva, jednočestični model i drugi.

6.1 Model kapi

Niels Bohr je 1936. godine (po analogiji sa tečnom kapi) formulisao model kapi. Model predstavlja analogiju između materijala jezgra i tečnosti. Za uspostavljanje takve analogije poslužile su sledeće činjenice:

- gustina jezgra iznosi $\simeq 2\cdot 10^{14}\,\mathrm{g\cdot cm^{-3}}$ i konstantna je za sva jezgra. Slično je kod tečnosti, jer gustina ne zavisi od dimenzije kapi.

- energija vezivanja molekula je konstantna veličina i ne zavisi od zapremine kapi. Analogno tome, energija vezivanja po nukleonu ima konstantnu vrednost za sva jezgra, izuzev za ona sa malim brojem nukleona.

Karakter nuklearnih sila u nečemu podseća na karakter molekularnih sila. Naime, molekularne sile su kratkog dometa, atraktivne (privlačne) su, ali su na rastojanjima manjim od dimenzija molekula repulzivne (odbojne). Slično je i kod nuklearnih sila, kratkog su dometa, po karakteru su saturacione, što najverovatnije potiče od repulzije nukleona na malim rastojanjima i uslovljava konstantnu vrednost gustine nukleona u zapremini jezgra ($\simeq 10^{38}\,\mathrm{nucl \cdot cm^{-3}}$).

Srednja slobodna putanja molekula je mala u poređenju sa dimenzijom kapi, slično je i u jezgru, ako su nukleoni jako spregnuti.

Prelaz nukleona iz slobodnog u vezano stanje može se uporediti sa toplotom kondenzacije pare, gde je energija vezivanja jezgra analogna toploti koja se prilikom kondenzovanja pare oslobodi. Razlika je, međutim, u vrednosti energije vezivanja. Energija vezivanja molekula iznosi 10 eV, dok je energija vezivanja nukleona 10^6 puta veća.

Pored pomenutih analogija, postoje, međutim, suštinske razlike. Molekularne sile su elektromagnetnog porekla, a nuklearne imaju poseban, specifičan vid. Kretanje molekula u tečnosti objašnjava se pomoću klasičnih zakona fizike, a kretanje nukleona u jezgru ima kvantni karakter.

Bez obzira na ove razlike, nuklearna svojstva i procesi mogu se opisivati u analogiji sa dinamikom kapi. Kako je već ranije rečeno, model kapi se koristi za izračunavanje mase i energije vezivanja jezgra. Takođe se, pomoću modela kapi, može objasniti gustina jezgra. Usled zasićenosti nuklearnih sila, nukleoni su po jezgru raspoređeni ravnomerno, pa je i gustine homogena veličina, izuzev na površini jezgra.

Model kapi predviđa kolektivna kretanja u jezgru u vidu površinskih vibracija i vibracija gustine jezgra (visoka energija pobuđivanja). Ovaj model takođe predviđa i mehanizam predaje energije, npr. u slučaju zahvata nukleona od strane jezgra energija nukleona se predaje trenutno okolnim jako vezanim nukleonima i jezgro kao celina dospeva u pobuđeno stanje (stanje na višoj temperaturi). Temperatura jezgra se procenjuje na sledeći način: neka se zahvatom nukleona energija jezgra, u odnosu na osnovno stanje, povećala za 10 MeV, temperatura jezgra

iznosi tada

$$T = \frac{E_{\Pi}}{k} = \frac{1.6 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{erg}}{1.38 \cdot 10^{-16}\,\mathrm{erg\,K^{-1}}}.$$

Zahvatom nukleona u jezgru-kapi je narušena sferna simetrija, jezgro se deformiše. Površinski napon jezgra teži da uspostavi prvobitno stanje usled čega nastaju površinske vibracije sa talasnom dužinom $\lambda = \frac{R}{l}$, gde je l broj bregova talasa na površini jezgra-kapi. O površinskim vibracijama jezgra biće kasnije govora.

Pomoću modela kapi može se predvideti stabilnost jezgra. Poznato je da Coulomb-ova repulzija dolazi do izražaja u jezgru kada se broj protona povećava. Kada je izvedena semiempirijska formula za određivanje mase jezgra, izračunata je Coulomb-ova energija i energija koja se javlja usled površinskog napona. Odnosnom ovih energija definiše se stabilnost jezgra.

$$\frac{E_C}{E_\sigma} = \frac{\frac{3}{5}\frac{Z^2 e^2}{R_0 A^{1/3}}}{4\pi\sigma R_0 A^{2/3}} \leqslant 2$$

gde je σ koeficijent površinskog napona. Kada je ovaj odnos manji od 2, jezgra su stabilna, ako je veći, jezgra su nestabilna s obzirom na površinske vibracije i deobu jezgra na dva. Prema tome, ovim se modelom fisija jezgra može tumačiti.

Drugi primer modela jake interakcije je model α-čestice. Prema ovom modelu, jezgro se sastoji od α-čestica vezanih nekim geometrijskim odnosom u strukturu jezgra. Na primer, jezgro ^{12}C se sastoji od tri α-čestice razmeštene po temenima jednakostraničnog trougla.

Slično kao kod molekula, moguće je pomoću modela α-čestice, primenom klasične mehanike, izračunati energije vezivanja, kao i rotaciona i vibraciona kretanja u jezgru.

Rasejavanjem α-čestice na α česticama ustanovljeno je da ista gubi svoju individualnost već pri energijama od nekoliko MeV, što ne ide u prilog modelu α-čestice.

6.2 Model Fermi-evog gasa

Model Fermi-evog gasa je predstavnik modela nezavisne čestice. Prema ovom modelu, jezgro se posmatra kao potencijalna jama u kojoj se neutroni i protoni kreću nezavisno jedani od drugih. Nuklearne sile (sile između nukleona) su zanemarene, izuzev za obrazovanje potencijalne jame. Ako se u ovako zamišljenom jezgru nukleoni kreću haotično, jezgro se može tretirati statistički. Kako su nukleoni fermioni, oni podležu Fermi-Dirac-ovoj statistici. Pomoću ove statistike određuju se energijska stanja u jezgru i njihova raspodela (širina i gustina).

Stanja koja mogu biti zaposednuta nukleonima zavise, pre svega, od prostorno faznih uslova. Broj stanja u kojima se čestice sa impulsom p i $p+dp$ mogu slobodno kretati u elementu zapremine Ω iznosi

$$dn=\frac{4\pi p^2 dp}{h^3}\Omega \tag{6.1}$$

Kako impulsi čestica mogu imati vrednosti od 0 do p_{max}, ukupan broj stanja iznosi

$$n=\int_0^{p_{max}}\frac{4\pi p^2 dp}{h^3}\Omega=\frac{(p_{max})^3}{6\pi^2\hbar^3}\Omega \tag{6.2}$$

S obzirom da čestice mogu imati dve vrednosti spina $\pm\frac{1}{2}$, broj stanja je tada

$$n=\frac{(p_{max})^3}{3\pi^2\hbar^3}\Omega \tag{6.3}$$

Kada se Fermi-ev degenerisani gas nalazi u osnovnom stanju sve su energijska stanja popunjena. Broj stanja neutronskog gasa jednak je broju neutrona N, a slično je i za protone. Prema tome sledi

$$\left.\begin{aligned} p_{max}^{(n)}&=(3\pi^2)^{\frac{1}{3}}\hbar\left(\frac{N}{\Omega}\right)^{\frac{1}{3}}\\ p_{max}^{(p)}&=(3\pi^2)^{\frac{1}{3}}\hbar\left(\frac{N}{\Omega}\right)^{\frac{1}{3}}\end{aligned}\right| \tag{6.4}$$

Ako se vrednosti p_{max} znaju, energija Fermi-evog nivoa se može odrediti. Ona iznosi

$$E_F = \frac{(p_{max})^2}{2m_N} \quad |E_F \equiv W_F| \tag{6.5}$$

Kako je

$$\Omega = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot r_0^3 \cdot A$$

tada je

$$\left.\begin{aligned} E_F^n &= \left(\frac{9\pi}{4}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{\hbar^2}{2m_n \cdot r_0^2} \cdot \left(\frac{N}{A}\right)^{\frac{2}{3}} \\ E_F^p &= \left(\frac{9\pi}{4}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{\hbar^2}{2m_p \cdot r_o^2} \cdot \left(\frac{Z}{A}\right)^{\frac{2}{3}} \end{aligned}\right\} \tag{6.6}$$

Jednačinama (6.6) određene su energije Fermi-evih nivoa za neutrone i protone posebno. Ove su vrednosti veoma strogo zavisne od r_0. Ako se, na primer, stavi da je $r_0 = 1.4$ F i ako se grubo procene odnosi

$$\frac{N}{A} \simeq \frac{1}{1.8} \quad \text{i} \quad \frac{Z}{A} \simeq \frac{1}{2.2}$$

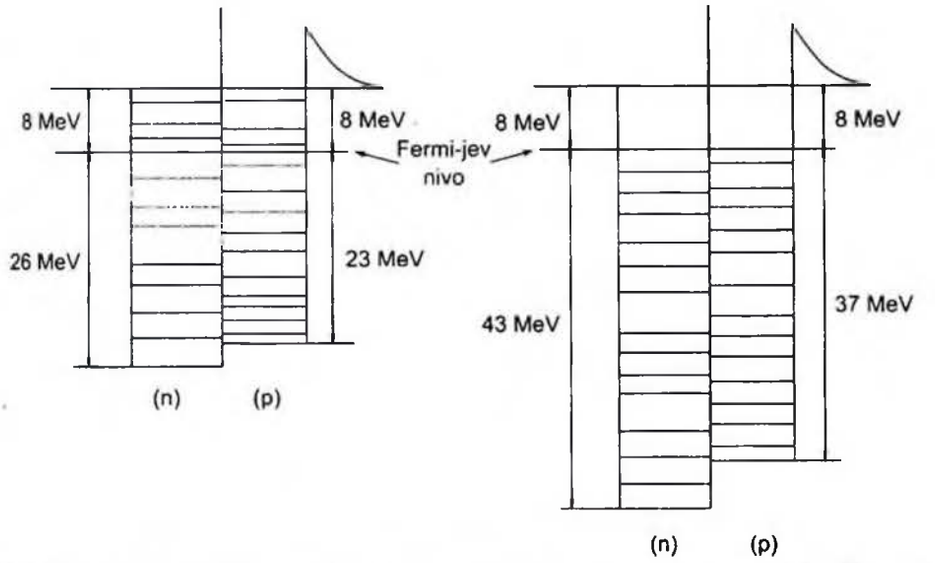
numerička vrednost energija Fermi-evih nivoa tada iznosi

$$E_F^n \simeq 26\,\text{MeV} \quad \text{i} \quad E_F^p \simeq 23\,\text{MeV}.$$

Kako je vrednost energije vezivanja po nukleonu oko 8 MeV, precenjena vrednost energije Fermi-evog nivoa ukazuje da je Fermi-eva potencijalna jama plitka što nije u skladu sa eksperimentom. Ako se stavi da je $r_0 = 1.1$ F , što se dobija iz rasejanja visoko energijskih elektrona na jezgrima, dobija se

$$E_F^n \simeq 43\,\text{MeV} \quad \text{i} \quad E_F^p 37 \simeq \text{MeV}.$$

Ove su vrednosti bliže eksperimentalnim rezultatima. Iste pokazuju koliko je Fermi-eva potencijalna jama duboka i predstavljaju energiju poslednjeg Fermi-evog nivoa popunjenog neutronima, odnosno protonima. Na sl. 6.1 prikazana je Fermi-eva potencijalna jama. Pokazano je takođe pomeranje dna potencijalne jame za protone u odnosu na dno potencijalne jame za neutrone. Ovo je prouzrokovano Coulomb-ovom repulzijom izmedu protona unutar jezgra. Između dna potencijalne jame i Fermi-evog nivoa raspoređena su energijska stanja, koja su na temperaturi apsolutne nule sva popunjena.



Sl. 6.1. *Potencijalna jama za neutrone i protone prema modelu Fermi-evog gasa.*

a) *Fermi-eva jama za* $R_0 = 1.4\,fm$

b) *Fermi-eva jama za* $R_0 = 1.1\,fm$

Fermi-ev nivo $(W_F)E_F$ predstavlja najviše energijsko stanje na kojem se može naći neki nukleon u jezgru na temperaturi apsolutne nule. Ako se jezgro nalazi u pobuđenom stanju, nukleoni ispod E_F prelaze u stanja iznad nivoa E_F. U tom se slučaju jezgro više ne nalazi na temperaturi apsolutne nule (0 K), već se njegova temperatura može izraziti u energijskim (kT) jedinicama.

Veza između temperature i energije pobuđenog stanja data je sledećim obrascem

$$E^* = a(kT)^2 \simeq 0.25\,A(kT)^2 \tag{6.7}$$

gde je E^* i kT izraženo u [MeV], a A je maseni broj.

Gustina energijskih nivoa $\rho(E^*)$ može se odrediti uz pomoć primitivnog Fermi-modela i Boltzmann-ove jednačine

$$S = k\left\{\ln[\rho(E^*)] - \ln[\rho(0)]\right\} \tag{6.8}$$

gde je S entropija koja je sa energijom pobudenog stanja povezana

sledećom termodinamičkom relacijom

$$S=\int_0^T \frac{dE^*}{T} \tag{6.9}$$

gde je

$$dE^*=2ak^2T$$

i

$$S=2ak^2\int_0^T dT=2ak^2T=2k(aE^*)^{\frac{1}{2}}.$$

Ako se prethodni izraz uvrsti u (6.8) dobija se

$$\frac{\rho(E^*)}{\rho(0)}=\exp\left(\frac{S}{k}\right)=\exp\left[2(aE^*)^{1/2}\right] \tag{6.10}$$

Relacija (6.10) predstavlja gustinu pobuđenih stanja u Fermi-evom modelu.

Ako se, na primer, traži gustina nivoa za jezgro u oblasti jezgara A = 100 i za energiju ekscitacije E^* = 8 MeV (što odgovara termalnom neutronskom zahvatu) dobija se

$$\frac{\rho(8\,\mathrm{MeV})}{\rho(0)}\simeq\exp\left[2(12\times8)^{1/2}\right]\simeq3\cdot10^8.$$

Rastojanje između nivoa D recipročna je veličina odnosa $\frac{\rho(E^*)}{\rho(0)}$, odnosno ono iznosi

$$\frac{D(8\,\mathrm{MeV})}{D(0)}\simeq3\cdot10^{-9}.$$

Prema modelu Fermi-evog gasa, rastojanja između energijskih stanja se vrlo brzo smanjuju ako se energija ekscitacije povećava. Ovo je naročito izraženo kod teških jezgara.

6.3 Model slojeva

Ustanovljeno je na osnovu eksperimentalnih podataka da mase i energije vezivanja jezgara nisu glatke funkcije masenog broja A (isto i broja protona Z) kako to model tečne kapi predviđa, već zavise od toga da li su brojevi A i Z parni, odnosno neparni. Uočeno je takođe da su najstabilnija parno-parna jezgra, a najmanje stabilna neparno-neparna jezgra.

Pri ispitivanju ostalih osobina jezgara u zavisnosti od broja nukleona mogu se opaziti i druge zakonomernosti. Ispitivane su detaljno sledeće osobine: energija vezivanja, spin, magnetni moment, električni kvadrupolni moment, obilnost izotopa u prirodi, karakteristike α- i β-raspada, itd. Ustanovljeno je, na osnovu ovih ispitivanja, da se ova pomenuta svojstva (osobine) menjaju glatko, izuzev u slučajevima nekih jezgara, gde se javljaju diskontinuiteti. Jezgra kod kojih su ovi diskontinuiteti zapaženi sadrže sledeće brojeve protona i neutrona: 2, 8, 20, 28, 50, 82 i 126 i nazivaju se *magična jezgra*. Posebno su stabilna jezgra sa istovremenim magičnim brojem protona i neutrona. Takva se jezgra nazivaju *dvostruko magična*. Primeri takvih jezgara su:

$$^{4}_{2}He_{2};\quad ^{16}_{8}O_{8};\quad ^{40}_{20}Ca_{20};\quad ^{208}_{82}Pb_{126}.$$

Detaljnijim izučavanjem osobina atomskih jezgara ustanovljeno je da se mnogi od njih menjaju periodično sa brojem nukleona. Uočena periodičnost nekih osobina jezgara podseća na periodične pojave kod atoma. Ovo upućuje na izvesnu analogiju, tj. da bi i jezgro moglo da ima slojevitu strukturu kao atom. Model zasnovan na pretpostavci da jezgro ima slojevitu strukturu naziva se model slojeva ili *"shell"* model.

6.3.1 Eksperimentalni osnovi modela slojeva

Zakonomernosti u promeni energije vezivanja

Prema energiji vezivanja jezgara može se suditi o njihovoj stabilnosti. Drugim rečima, najstabilnija jezgra poseduju energiju vezivanja najveće vrednosti. U slučaju da se ovim stabilnim jezgrima doda samo jedan nukleon isti će biti slabije vezan u odnosu na ostale nukleone. Kao primer mogu da posluže sledeća jezgra:

$$^{1}_{1}H_{0};\ ^{2}_{1}H_{1};\ ^{3}_{2}He_{1};\ ^{4}_{2}He_{2},$$

tj. svako je naredno jezgro u nizu dobijeno dodavanjem jednog nukleona prethodnom. Energije vezivanja odgovarajućih jezgara iznose respektivno:

$$2.2;\qquad 5.5;\qquad 20.6;\quad \text{MeV}$$

Daljim dodavanjem nukleona $^{4}_{2}He_{2}$ dobijaju se jezgra $^{5}_{3}He_{2}$ i $^{7}_{3}Li_{4}$ koja su radioaktivna. Dakle, jezgro $^{4}_{2}He_{2}$ je dvostruko magično jezgro sa izuzetnom stabilnošću.

Kada se poredi stabilnost između parno-parnih jezgara, vidi se da su

jezgra sa magičnim brojevima 2, 8, 20, 28, 50, 82 i 126 posebno stabilna.

U tabeli 6.1 date su vrednosti (približne) energije zahvata jednog ili dva nukleona u nekim parno-parnim jezgrima. Energije su izražene u [MeV].

TABELA 6.1

Energije zahvata pojedinih nukleona ili nekih kombinacija				
JEZGRO	NEUTRON	PROTON	NEUTRON I PROTON	DVA NEUTRONA
$^{8}_{4}Be_{4}$	1.7	-0.18	8.3	8.5
$^{12}_{6}C_{6}$	5.0	1.9	12.5	13.1
$^{16}_{8}O_{8}$	4.1	0.6	9.7	12.2
$^{20}_{10}Ne_{10}$	6.8	3.6	13.5	17.2

Vidi se iz tablice da dvostruko magično jezgro $^{16}_{8}O_{8}$ prekida monotoni rast energije zahvata nukleona ili kombinacije u svim stupcima posebno. Ovo svedoči o izuzetnoj stabilnosti dvostruko magičnog jezgra.

U tabeli 6.2 date su energije zahvata neutrona od jezgara sa parnim brojem neutrona N za konstantnu vrednost broja protona Z.

TABELA 6.2

Energije zahvata neutrona od jezgra sa parnim brojem neutrona				
Broj protona u jezgru Z	Broj neutrona u jezgru N			
	122	124	126	128
81	6.5	6.2	3.8	3.9
82	6.4	6.7	3.9	3.8
83	7.1	6.8	4.2	4.4
84	7.2	6.6	4.8	4.3

Energije zahvata su izražene u [MeV].

Kao što se iz tabele vidi, u svim slučajevima, tj. za sve vrednosti broja protona Z energija zahvata dva neutrona pokazuje izraziti skok (oko 2 MeV) kod broja 126. Isti se efekat zapaža kod izotopa, kada im se dodaju po dva protona. Ovo je prikazano u tabeli 6.3.

TABELA 6.3

Energija zahvata neutrona od jezgra sa parnim brojem protona				
Broj neutrona u jezgru N	Broj protona u jezgru Z			
	78	80	82	84
117	5.8	5.2	2.0	1.2
118	6.8	5.6	2.1	1.4
119	6.3	5.4	2.4	1.5

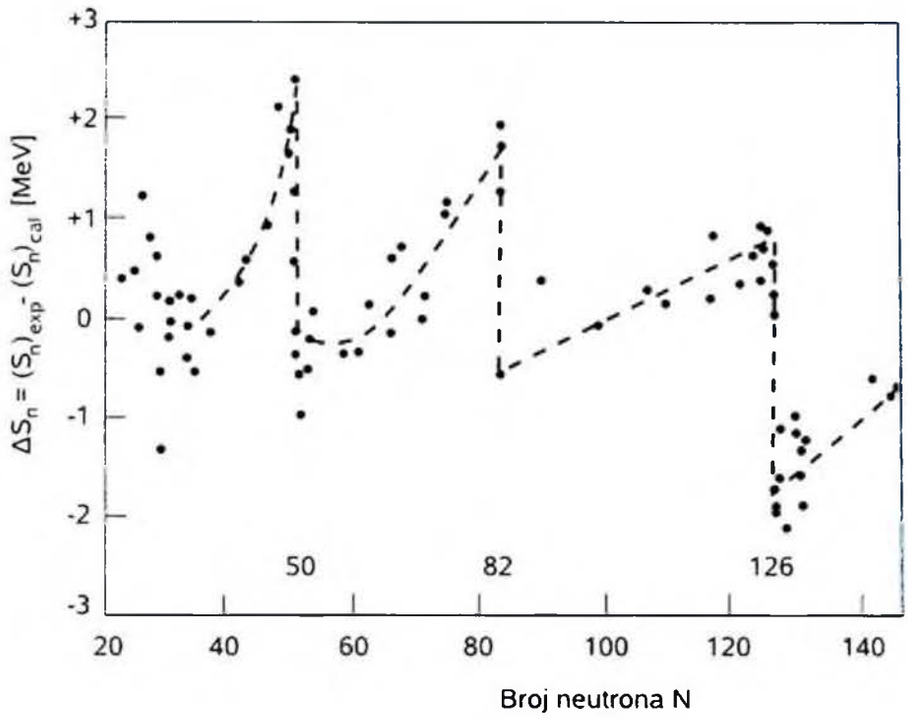
Energija zahvata protona je data u [MeV].

Ako se energije odvajanja neutrona izračunaju po formuli (5.21) i načini razlika, odnosno odredi odstupanje od eksperimentalnih vrednosti, dobija se

$$\Delta S_n = S_n(A,Z)_{\exp} - S_n(A,Z)_{cal} \tag{6.11}$$

Neke se pravilnosti jasno uočavaju. Naime, ako se razlike energija nacrtaju u zavisnosti od broja neutrona, uočljivo je povećanje energije vezivanja neutrona upravo na magičnim brojevima 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126, kao što se na grafiku (sl. 6.2) i vidi.

Visoka stabilnost jezgara ogleda se u smanjenom preseku na zahvat neutrona. Za magična jezgra presek na zahvat neutrona može da se smanji od 10 do 100 puta.

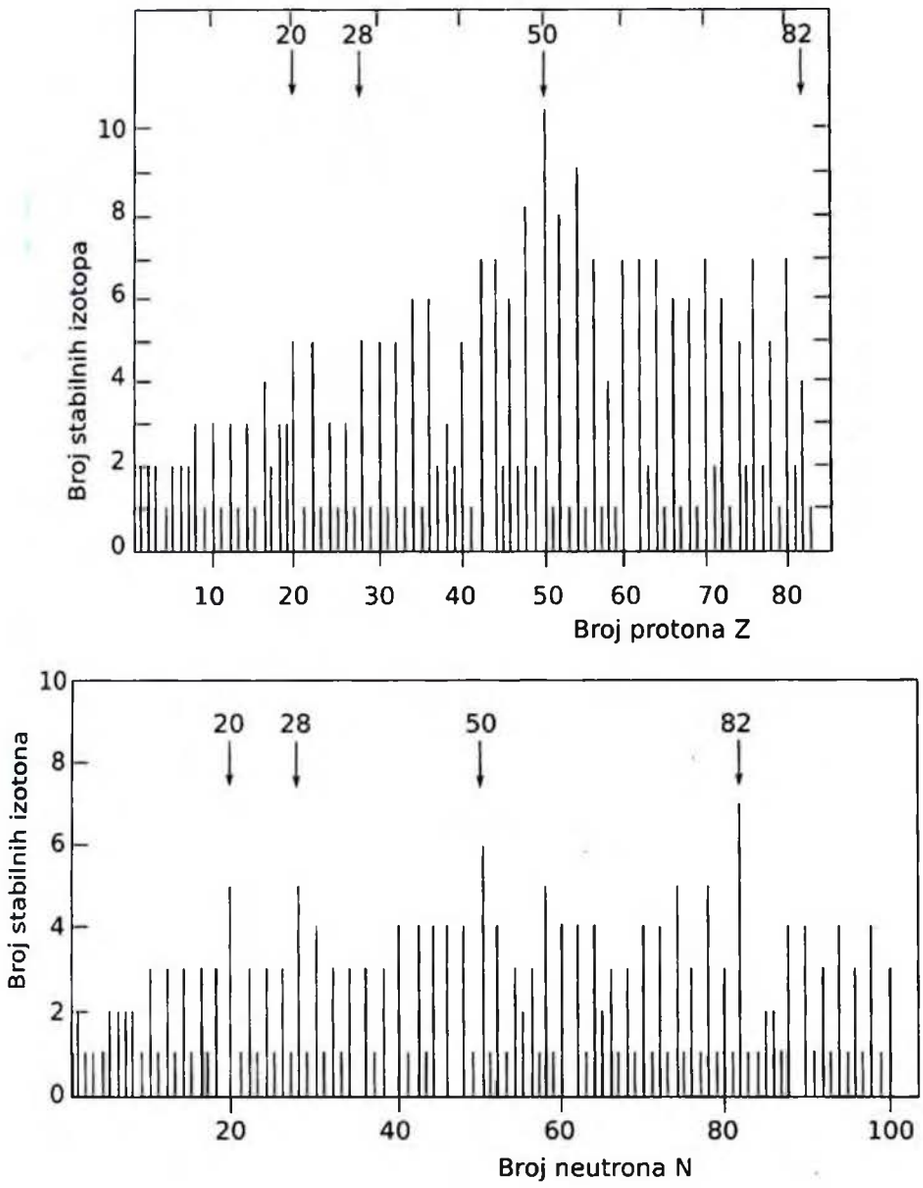


Sl. 6.2. *Poređenje izmerenih i izračunatih energija odvajanja neutrona. Efekat popunjenog sloja na energije odvajanja je očigledan.*

Izotopska obilnost

Izotopska obilnost potiče usled izuzetne stabilnosti nekih izotopa. Na primer, poslednje jezgro kod kojeg je broj protona jednak broju neutrona ($Z = N$) je dvostruko magično jezgro $^{40}_{20}Ca_{20}$. Ono je u kalcijumu zastupljeno sa 97%. Pret-hodno jezgro za koje važi $Z = N$ je $^{36}_{18}Ar_{18}$. Ovo je, međutim, u argonu zastupljeno sa svega 0.3%. Jezgro koje bi trebalo da ima 22 protona i 22 neutrona, tj. $^{44}_{22}Ti_{22}$ uopšte ne postoji.

Kod elemenata se mogu naći najviše tri ili četiri izotopa sa parnim brojem neutrona. Međutim, u slučaju $N = 20$, takvih izotopa ima 5. Kada broj neutrona iznosi 50, broj izotopa iznosi 6. Za $N = 82$, broj takvih izotopa je 7.



Sl. 6.3. *Grafik prikazuje broj stabilnih izotopa u zavisnosti od broja protona i neutrona. Najveći je, očigledno, broj stabilnih izotopa na magičnim brojevima: 20, 28, 50, 82.*

Ustanovljeno je takođe, da je među izotopima jednog elementa najviše zastupljen onaj, čija je masa približno jednaka srednjoj vrednosti masa svih ostalih izotopa. Ovo pravilo, međutim, ne važi za izotope kod kojih je $N = 50$ i $N = 82$.

Element kalaj (Sn) sadrži magičan broj protona $Z = 50$. Karakterističan je po velikom broju stabilnih izotopa. Među njima se nalaze izotopi i sa neparnim masenim brojem.

Grafik na sl. 6.3 prikazuje broj stabilnih izotopa u zavisnosti od broja neutrona i protona.

Zakonomernosti u α- i β-raspadu

Olovo ${}^{208}_{82}Pb_{126}$ je dvostruko magično jezgro. Prema semiempirijskoj formuli, energija α-čestica emitovanih u radioaktivnom raspadu treba da se, sa porastom rednog broja izotopa povećava. Poznato je, međutim, da jezgra ${}^{212}_{84}Po_{128}$ i ${}^{210}_{84}Po_{126}$ emituju dugodometne α-čestice ($E_\alpha > 10$ MeV), a da su produkti raspada magična jezgra; jedno od njih je dvostruko magično. Poznato je, takođe, da α-radioaktivna jezgra, koja imaju Z veće od pomenutih, emituju α-čestice sa nižom energijom.

Slični se efekti zapažaju i kod β-radioaktivnih jezgara. Naime, najviša (maksimalna) energija u β-raspadu realizuje se u slučajevima kada je nastalo jezgro magično. Na primer

$${}^{87}_{36}Kr_{51} \xrightarrow[E_\beta^{max}=3.6\ \mathrm{MeV}]{\beta^-} {}^{87}_{37}Rb_{50} \xrightarrow[E_\beta^{max}=0.27\ \mathrm{MeV}]{\beta^-} {}^{87}_{38}Sr_{49}$$

Električni kvadrupolni moment

Električni kvadrupolni moment kod magičnih jezgara jednak je nuli. Činjenica ukazuje na sfernu simetriju u strukturi ovih jezgara. Ovaj i ranije pomenuti podaci ukazuju na mogućnost (opravdava pretpostavku) da magični brojevi odgovaraju zatvorenim slojevima u jezgru, kao što je to slučaj kod plemenitih gasova kod atoma.

Na sl. 5.22 prikazana je promena električnog kvadrupolnog momenta u zavisnosti od broja nukleona. Očigledno je da magičnim brojevima odgovaraju kvadrupolni momenti veoma bliski nuli. Električni kvadrupolni momenti za srednja i teška jezgra menjaju znak kada broj nukleona prelazi preko magičnog broja, tj. za jezgra kojima jedan ili dva nukleona nedostaju do magičnog broja, električni kvadrupolni moment je

pozitivan, dok je za jezgra koja ovaj broj sa jednim ili dva nukleona premašuju, kvadrupolni električni moment negativan. Može se na osnovu ove činjenice zaključiti da je prelaz broja nukleona preko magičnog broja propraćen promenom raspodele naelektrisanja jezgra.

Sve pomenute eksperimentalne činjenice idu u prilog pretpostavci da magični brojevi predstavljaju u stvari zatvorene, popunjene slojeve u jezgru.

6.3.2 Osnovne pretpostavke modela slojeva

Do sada izložene eksperimentalne činjenice idu u prilog magičnih brojeva, odnosno ukazuju da jezgro atoma poseduje neku unutrašnju strukturu i da se nukleoni, verovatno po nekom određenom zakonu, nalaze raspoređeni po energijskim nivoima, analogno elektronima u atomu. Može se pretpostaviti da su nukleoni razmešteni na jedan ili više bliskih nivoa, koji obrazuju sloj. Kada je ovaj sloj popunjen, jezgro je izuzetne stabilnosti (ova bi jezgra odgovarala inertnim gasovima).

Sa teorijske tačke gledišta, model slojeva se može izgraditi pod uslovom da se nukleoni u jezgru kreću nezavisno jedan od drugog u nekom srednjem polju koje su sami formirali. Potencijal nuklearnog polja može da ima formu potencijalne jame u kojoj nukleoni zauzimaju određene energijske nivoe. Grupa bliskih energijskih nivoa može da formira sloj atomskog jezgra. Da bi nukleon prešao iz jednog u drugi sloj, potrebna mu je znatno veća energija, nego pri prelasku iz jednog u drugi energijski nivo istog sloja.

Dakle, ukoliko bi navedeni uslovi bili ispunjeni, moguće je, sa teorijske tačke gledišta, izgraditi model slojeva. Ali se još uvek može postaviti pitanje forme interakcije nukleona u jezgru. Prema Heisenberg-ovom principu neodređenosti, vreme trajanja interakcije τ nekog nukleona u određenom energijskom stanju E, je povezano sa širinom tog stanja $\Delta E = \Gamma$ relacijom

$$\Gamma \cdot \tau \geqslant h \tag{6.12}$$

Ako se pretpostavi da nukleoni u jezgru stupaju u jaku interakciju, može se postaviti pitanje koliko iznosi širina energijskog nivoa na kojem su nukleoni smešteni. Odgovor na ovo pitanje može se dobiti korišćenjem relacije (6.12). Ako je, naime, vreme trajanja interakcije nukleona u jezgru τ, tada je najduže vreme između dve kolizije povezano sa

dimenzijom jezgra, brzinom kretanja nukleona u jezgru i može se predstaviti na sledeći način

$$\tau_{max} \simeq \frac{R}{v} \tag{6.13}$$

gde je v brzina nukleona u jezgru, a R je radijus jezgra. Brzina nukleona u jezgru može se odrediti na sledeći način

$$v = \frac{p}{m_0} = \frac{k \cdot \hbar}{m_0} \tag{6.14}$$

gde je k ($k = \frac{p}{\hbar}$) talasni broj. Kako su nukleoni ograničeni na oblast čija je linearna dimenzija R, talasni broj ima vrednost

$$k \simeq \frac{2\pi}{R} \tag{6.15}$$

Korišćenjem relacija (6.14) i (6.15) može se izračunati vreme trajanja interakcije nukleona u jezgru. Ono iznosi

$$\tau_{max} \simeq \frac{m_0 R^2}{h} \tag{6.16}$$

Kako je τ_{max} najduže vreme između dve kolizije, minimum netačnosti pri određivanju energije nukleona u jezgru (širina nivoa) iznosi

$$\Gamma_{min} \simeq \frac{h^2}{m_0 R^2} \tag{6.17}$$

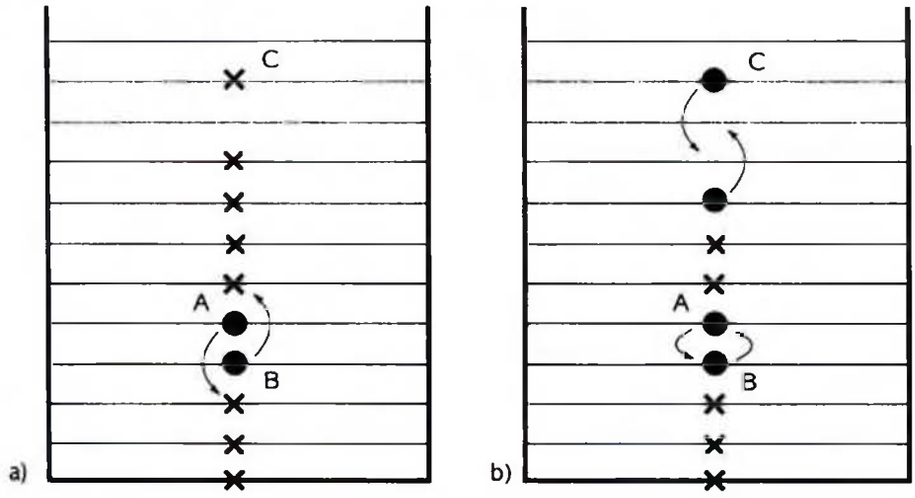
Ako se, međutim, stavi da je $R = 5 \cdot 10^{-15}$ m, $m_0 = 1.6 \cdot 10^{-27}$ kg, a $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ Js, u tom slučaju širina energijskog nivoa treba da iznosi oko 30 MeV. Ako je širina nivoa toliko velika, energijska stanja u jezgru su razmazana (vreme interakcije je kratko) , pa je teško govoriti o slojevitoj strukturi jezgra.

Može se navesti još jedan primer koji ne ide u prilog modela slojeva. Poznato je, naime, da je koncentracija nukleona u jezgru $n = 10^{38} \left| \frac{\text{nucl}}{\text{cm}^3} \right|$, a da efikasni presek za interakciju između neutrona i protona pri energiji od 20 MeV iznosi $\sigma = 0.3 \cdot 10^{-24}$ cm^2 (nukleoni poseduju energiju oko 20 MeV). Kada su ove veličine poznate, srednja slobodna putanja nukleona može se lako odrediti i ona iznosi

$$\bar{l}=\frac{1}{n\sigma}=\frac{1}{10^{38}\cdot 0.3\cdot 10^{-24}}=0.3\cdot 10^{-13}\text{cm}$$

Ova je vrednost manja od radijusa jezgra. Ovaj podatak ukazuje da je besmisleno govoriti o bilo kakvoj slojevitoj strukturi jezgra.

Greške koje, međutim, u navedenim argumentima postoje, uvideo je Weiskopf. On je pokazao da Pauli-ev princip isključivosti znatno ograničava mogućnost kolizije između nukleona, jer je vreme između dve kolizije znatno duže nego što je dato relacijom (6.16). Širina nivoa je, zbog ovoga, znatno manja od one koju predviđa formula (6.17).



Sl. 6.4. *Ovom je slikom prikazana zabrana nukleon-nukleon interakcije.*

a) Interakcija čestica A i B koja nije dozvoljena, jer je finalno stanje popunjeno

b) Dozvoljena interakcija. Ovde je uključena promena energije nivoa, kao što je prikazano u slučaju čestice C.

Weiskopf-ova primena Pauli-evog principa može se objasniti na sledeći način: uz pretpostavku da su nivoi u jezgru ekvidistantni i okupirani samo jednim nukleonom (sl. 6.4.a). Ako se u ovom slučaju razmotri mogućnost kolizije dve čestice koje se nalaze u popunjenim energijskim stanjima, sledi zaključak da je takva mogućnost malo verovatna, jer su energijska stanja popunjena, zbog čega nema raspoloživih mesta za česticu koja dolazi iz drugih stanja. Kolizije su moguće samo pod uslovom da je nukleon u pobuđenom stanju, ali tako

da se između njega i ostalih popunjenih stanja nalaze prazni nivoi na kojima do razmene mesta može doći između pobuđenog nukleona i popunjenih stanja (sl. 6.4.b). Ovi se slučajevi relativno retko javljaju. Na osnovu datog objašnjenja, vreme između dve kolizije je veoma dugo, što nije u kontradikciji sa jakom interakcijom i egzistencijom shell-modelskih efekata.

6.3.3 Jednočestični model slojeva

Osnovna pretpostavka na kojoj se model slojeva zasniva sastoji se u tome da se nukleoni nezavisno, jedan u odnosu na ostale, kreću u nekom srednjem polju koje potiče od istih nukleona. Može se, dalje, uzeti da je, u najprostijem slučaju, potencijal nuklearnog polja sferno simetričan. Ako se na pretpostavljenu raspodelu primeni Schrödinger-ova jednačina, njeno rešenje daje energijska stanja nukleona. Schrödinger-ova jednačina ima oblik

$$\left\{-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta+V(\vec{r})-E\right\}\psi=0 \tag{6.18}$$

U slučaju sferno simetrične raspodele potencijala $V(r)$ prethodna jednačina ima rešenje

$$\psi_{n,l,m}(\vec{r})=\Phi_{n,l}(\vec{r})\,Y_{l,m}(\theta,\phi) \tag{6.19}$$

Sferna funkcija $Y_{l,m}(\theta,\phi)$ je svojstvena funkcija operatora kvadrata momenta količine kretanja l^2 i veličine m; gde je m projekcija l na zadati pravac z. Radijalni deo talasne funkcije (6.19) zadovoljava sledeću jednačinu

$$\left\{-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dr^2}+V(r)+\frac{\hbar^2}{2m}\frac{l(l+1)}{r^2}-E\right\}\Phi(r)=0 \tag{6.20}$$

Granični uslovi za $\Phi(r)$, posebno kada je uslov $r\to\infty$ ispunjen, svode $\Phi(r)$, na konačni polinom. Polinom, kao rešenje jednačine (6.20), zavisi od dva kvantna broja n i l, gde je n glavni kvantni broj, a l je orbitalni kvantni broj. Svojstvene vrednosti operatora u jednačini (6.20) zavise od izbora forme raspodele potencijala $V(r)$.

Najprostija forma raspodele potencijala za rešavanje jednačine (6.20) koja treba da reprodukuje energijska stanja u jezgru je, bez sumnje, forma beskonačne jame radijusa R

$$V(r)=\begin{cases} 0 & \text{za} \quad r<R \\ \infty & \text{za} \quad r=R \end{cases} \tag{6.21}$$

ili potencijal harmonijskog oscilatora

$$V(r)=\frac{1}{2}m\cdot\omega_0^2 r^2 \tag{6.22}$$

gde je ω_0 frekvencija sa kojom čestica mase m osciluje. Realnija raspodela potencijala je forma konačne kvadratne jame, koja je data sa

$$V(r)=\begin{cases} -V & \text{za} \quad r\leqslant R \\ 0 & \text{za} \quad r>R \end{cases} \tag{6.23}$$

Na sl. 6.5 prikazani su nivoi dobijeni na osnovu raspodele potencijala prema (6.21) i (6.22).

Svojstvena vrednost operatora (6.20) za slučaj potencijala harmonijskog oscilatora data je sa

$$E_N=\left(N+\frac{3}{2}\right)\hbar\omega_0, \ (N=2n+l-2) \tag{6.24}$$

gde je N = 0,1,2,... Svakoj svojstvenoj vrednosti E_N odgovara nekoliko svojstvenih funkcija sa različitim vrednostima l. Za takve svojstvene vrednosti kaže se da su degenerisane. Ako je N paran broj, l tada ima vrednosti 0,2,4,...N. Ukoliko je N neparan broj l ima vrednosti 1,3,5,...N. Maksimalan broj čestica, kojim je degenerisano stanje N popunjeno, dat je izrazom

$$n_N=\sum_l 2(2l+1)=(N+1)(N+2),$$

a ukupan broj čestica u svim popunjenim degenerisanim stanjima od N = 0 do $N = N_0$ iznosi

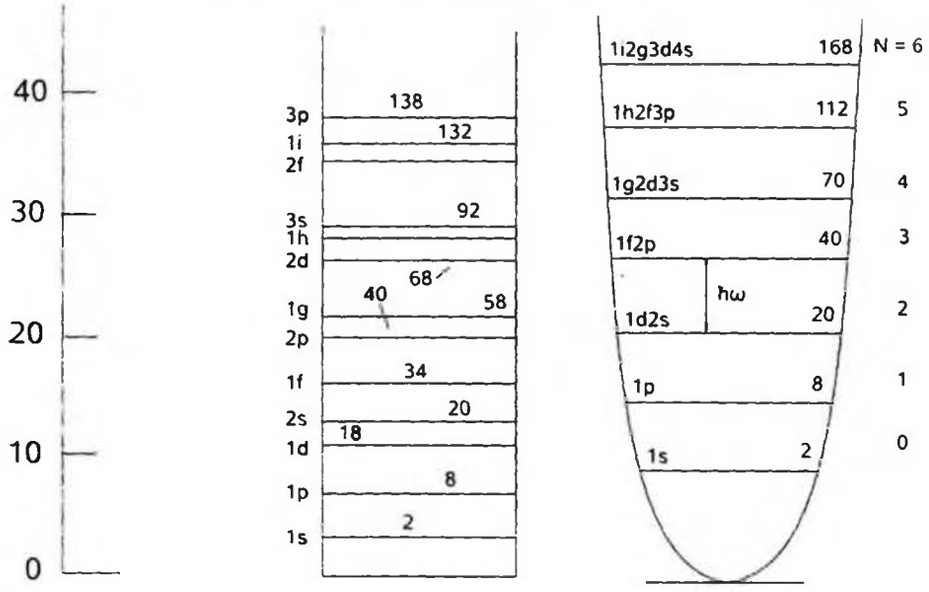
$$\sum_N n_N=\frac{1}{3}(N_0+1)(N_0+2)(N_0+3).$$

Usvojeno je da se energijski nivoi harmonijskog oscilatora označavaju parom kvantnih brojeva (n,l) ; gde n označava koji se put pojavljuje l. Primer: 1s 1p ili 2s 1d; 2p 1d; itd. Spektroskopska notacija energijskih nivoa u jezgru data je slično kao u atomskoj spektroskopiji. Vrednost momenata impulsa obeležavaju se slovima

l = 0 1 2 3 4 5 6

s p d f g h i

U tabeli 6.4 data su jednočestična stanja beskonačne jame harmonijskog oscilatora. Jednočestični model harmonijskog oscilatora u stanju je da reprodukuje samo tri magična broja, kao što se to vidi u tabeli 6.4. Kako je već rečeno, eksperimentalno je ustanovljeno da su magični brojevi 2, 8, 20, 28, 50, 82, i 126; gde se ovaj poslednji odnosi na neutrone. Magični brojevi u modelu slojeva treba da predstavljaju popunjeni sloj.



Sl. 6.5. *Energijski nivoi: a) beskonačne jame; b) potencijal harmonijskog oscilatora.*

TABELA 6.4

Jednočestična stanja beskonačne jame harmonijskog oscilatora				
N	$E_N[h\omega]$	Stanja (n, l)	n_N	$\sum_N n_N$
0	3/2	1s	2	2
1	5/2	1p	6	8
2	7/2	2s 1d	12	20
3	9/2	2p 1f	20	40
4	11/2	3s 2d 1g	30	70
5	13/2	3p 2f 1h	42	112
6	15/2	3s 3d 2g 1i	56	168

Preostaje da se proceni koliko iznosi razmak između energijskih nivoa harmonijskog oscilatora. Na osnovu (6.22) može se tvrditi da ω_0 zavisi od tačnosti procene radijusa jezgra. Kada je raspodela potencijala tipa harmonijskog oscilatora, srednja kinetička energija bilo kojeg stanja jednaka je tada srednjoj potencijalnoj energiji. Na osnovu ove tvrdnje, a uz jednačinu (6.22) dobija se da je suma kinetičkih energija svih nukleona za $Z = N$ jednaka

$$\sum_{i=1}^{Z} E_i + \sum_{i=1}^{N} E_i = M \cdot \omega_0^2 \cdot A \langle r^2 \rangle \tag{6.25}$$

gde je $\langle r^2 \rangle \simeq \frac{3}{5} R^2$ srednji kvadrat radijusa, a $R = r_0 A^{1/3}$. Suma energija na levoj strani jednačine (6.25) u slučaju $Z = N$, jednaka je

$$2 \sum_{i=1}^{A/2} E_i$$

i predstavlja energiju osnovnog stanja jezgra. U takvom stanju jezgra svi su energijski nivoi popunjeni neutronima i protonima, kojih ima $Z = N \leq N_0$, a ostali nivoi su prazni. Korišćenjem jednačine (6.24) može se izračunati energija svih nukleona

$$2\sum_{i=1}^{A/2} E_i = \sum_{N=0}^{N_0} \frac{2}{3}(N+1)(N+2)(N+3)\left(N+\frac{3}{2}\right)\hbar\omega_0 \simeq \frac{1}{2}(n_0+2)^4 \hbar c \quad (6.26)$$

a kako je

$$A = 2\sum_{N=0}^{N_0} \frac{1}{3}(N+1)(N+2)(N+3) \simeq (N_o+2)^3,$$

energija data jednačinom (6.26) može se izraziti preko A, ako se iz poslednjeg izraza izračuna (N_0 + 2) i uvrsti u (6.25), te ako se uporede energije dopbijene iz (6.25) i (6.26) dobija se

$$\frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{4}{3}} A^{\frac{4}{3}} \hbar\omega_0 = M\cdot\omega_0^2\cdot A\frac{3}{5}\left(1.2\, A^{\frac{1}{3}}\cdot 10^{-13}\right)^2$$

Sređivanjem poslednjeg izraza dobija se energijski razmak između nivoa harmonijskog oscilatora

$$\hbar\omega = 41\, A^{-1/3}\,\mathrm{MeV} \quad (6.27)$$

Važno je da se napomene da bi nivoi harmonijskog oscilatora trebali da budu ekvidistantni (isti energijski razmak).

Raspodela potencijala, prema modelu harmonijskog oscilatora, nije u stanju da reprodukuje sve magične brojeve (v. tabelu 6.4), zbog čega je, u daljem razvoju modela, godine 1949. uveden potencijal spin-orbitalne sprege. Potencijal spin orbitalne sprege cepa svaki energijski nivo harmonijskog oscilatora na dva podnivoa (sem nivoa na kojem je l = 0) i na taj način otklanja degeneraciju. Drugim rečima, preko potencijala harmonijskog oscilatora i spin-orbitalne sprege svi su magični brojevi reprodukovani.

6.3.4 Spin-orbitalna sprega

M. G. Mayer i O. Haxel, kao i H. E. Sues (1949) uveli su (l,s) spregu i uspeli da reprodukuju sve magične brojeve. Analogno objašnjenju hiperfine strukture atomskih spektara, učinjena je pretpostavka da i kod jezgra, usled (l,s) sprege, može doći do cepanja energijskih nivoa. Da bi se ova vrsta interacije odredila, može da posluži elektrodinamička analogija.

Neka se naelektrisanje e kreće u električnom polju date raspodele potencijalne energije $V(\vec{r})$ na osnovu čega se može napisati sledeća relacija

$$\vec{E}=-\frac{1}{e}\operatorname{grad} V(\vec{r})$$

U koordinatnom sistemu u kojem se naelektrisanje e kreće brzinom $\vec{v}$, prisutno je i magnetno polje indukcije $\vec{B}$ čija je vrednost u nerelativističkoj elektrodinamici data sa

$$\vec{B}=\frac{1}{c^2}(\vec{v}\times\vec{E})$$

Ako se u poslednji izraz uvrsti relacija koja povezuje elektrostatičko polje i potencijal, dobija se

$$\vec{B}=-\frac{1}{ec^2}\left[\vec{v}\times\operatorname{grad} V(\vec{r})\right] \tag{6.28}$$

Naelektrisana čestica koja se kreće, usled interakcije magnetnog momenta i magnetnog polja, pored elektrostatičke, poseduje i dodatnu magnetnu energiju $E_{mag}=-\vec{\mu}\cdot\vec{B}$. Ako se u izrazu (6.28) brzina čestice izrazi preko impulsa i uvede veza između magnetnog momenta $\vec{\mu}$ i spina $\vec{s}$ koja je definisana relacijom

$$\vec{\mu}=\frac{e}{m}\vec{s}$$

dobija se

$$E_{mag}=\frac{\vec{s}}{(mc)^2}\left[\vec{p}\times\operatorname{grad} V(\vec{r})\right] \tag{6.29}$$

Uz pretpostavku da se slična interakcija može ostvariti kretanjem nukleona u polju jezgra, može se zaključiti, da će i nukleoni usled (l,s) sprege steći dodatnu energiju koja se može predstaviti kao

$$E_{sp.or}=\gamma\frac{\vec{s}}{(Mc)^2}\left[\vec{p}\times\operatorname{grad} V(\vec{r})\right] \tag{6.30}$$

Konstanta γ ($\gamma > 0$) predstavlja pozitivnu bezdimenzionu veličinu. Njena se vrednost može teorijski odrediti uz pretpostavku o prirodi nuklearnih sila, kao i eksperimentalno.

Polje koje poseduje sfernu simetriju ima

$$\operatorname{grad} V(\vec{r})=\frac{\partial V(\vec{r})}{\partial r}\frac{\vec{r}}{r};$$

a energija uzajamnog dejstva iznosi

$$\gamma\frac{\vec{s}}{(Mc)^2}[\vec{p}\times\text{grad}\,V(\vec{r})]=-\gamma\frac{\vec{s}}{(Mc)^2}\left[\frac{\partial V(\vec{r})}{\partial r}\frac{\vec{r}}{r}\times\vec{p}\right]=-\gamma\frac{\frac{1}{r}\frac{\partial V(\vec{r})}{\partial r}}{(Mc)^2}(\vec{s}\cdot\vec{l})$$

gde je $(\vec{r}\times\vec{p})=\vec{l}$ moment impulsa nukleona. Veličine $\vec{l}$ i $\vec{s}$ koje figurišu u poslednjoj relaciji predstavljaju operatore koji su sa totalnim momentom impulsa čestice j povezani relacijom

$$j^2=l^2+s^2+2(\vec{l}\,\vec{s})$$

Operator kojim je opisana spin-orbitalna sprega, može se, prema tome, izraziti na sledeći način

$$H_j=-\frac{\gamma}{2M^2c^2}\cdot\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial V(\vec{r})}{\partial r}[j^2-l^2-s^2] \tag{6.31}$$

Svojstvena vrednost operatora H_j dobija se na sledeći način

$$E_j=-\frac{\gamma}{2M^2c^2}\cdot\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial V(\vec{r})}{\partial r}\hbar^2[j(j+1)-l(l+1)-s(s+1)] \tag{6.32}$$

jer je poznato da j^2, l^2 i s^2 imaju svostvene vrednosti $\hbar^2 j(j+1)$, $\hbar^2 l(l+1)$ i $\hbar^2 s(s+1)$ respektivno. Kako spin može imati samo vrednosti $\pm\frac{1}{2}$, totalni moment količine kretanja čestice ima, prema tome, vrednost $j=l\pm\frac{1}{2}$. Ako se ovaj uslov primeni na jednačinu (6.32), dobija se svojstvena vrednost E_j operatora H_j u sledećem obliku

$$E_j=-\frac{\gamma\hbar^2}{2(Mc)^2}\cdot\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial V(\vec{r})}{\partial r}\begin{cases} l & \text{za} \quad j=l+\frac{1}{2} \\ -(l+1) & \text{za} \quad j=l-\frac{1}{2}\end{cases} \tag{6.33}$$

Znači, spin-orbitalna sprega svaki energijski nivo za koji je $l\neq 0$ cepa na dva podnivoa od kojih je onaj sa $j=l-\frac{1}{2}$ smešten iznad nivoa sa $j=l+\frac{1}{2}$. Prema relaciji (6.33), sa povećanjem l povećava se i rastojanje između podnivoa. Ovo je prikazano u sledećem izrazu

$$E_{l-\frac{1}{2}}-E_{l+\frac{1}{2}}=\frac{\gamma\hbar^2}{2(Mc)^2}\frac{1}{r}\frac{\partial V(\vec{r})}{\partial r}(2l+1) \tag{6.34}$$

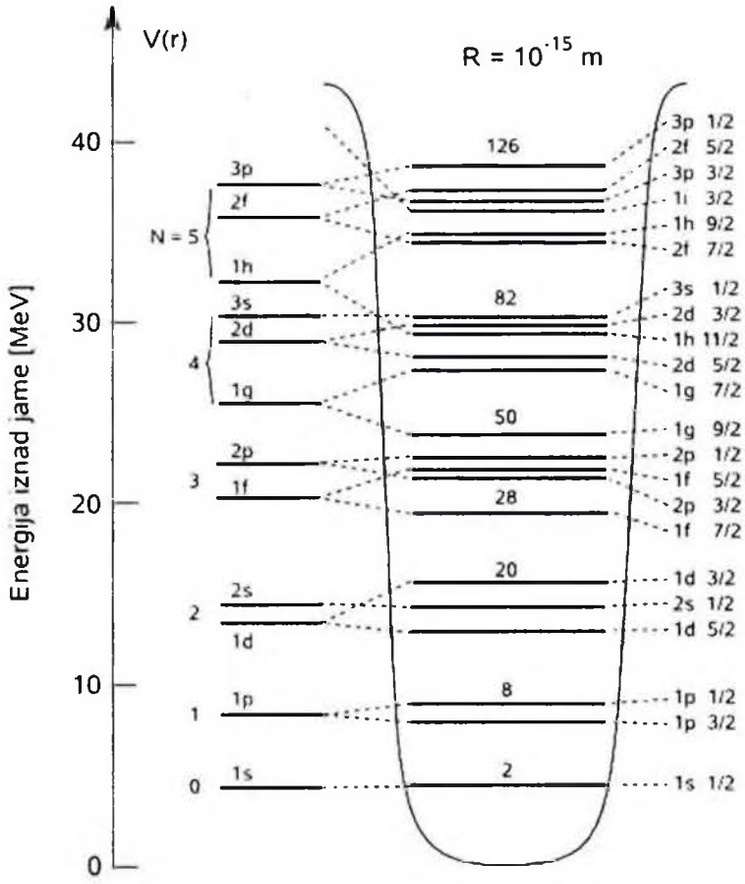
Šema nivoa koja nastaje uvođenjem (l,s) sprege prikazana je na slici 6.6. na ovoj šemi nivoa svakom je nivou energije pripisana spektroskopska

oznaka i ako se šema uporedi sa šemom nivoa koja se dobije na osnovu potencijala beskonačne kvadratne jame ili na osnovu harmonijskog oscilatora, postaje jasno da je degeneracija nivoa, uvođenjem (l,s) sprege u model slojeva, otklonjena.

Kao što se vidi sa slike, prvi sloj (l = 0) ima samo jedno stanje $1s_{1/2}$. Ovo stanje može biti popunjeno sa dva protona ili dva neutrona (broj protona ili neutrona na ovom nivou može da bude 2s + 1, ili 2·1/2+1=2). Jezgro koje protonima i neutronima ima popunjeno stanje $1s_{1/2}$ jeste jezgro helijuma ${}^{4}_{2}He_2$. Kako je orijentacija spina antiparalelna, jezgro ima spin jednak nuli, što je i utvrđeno eksperimentom. Na osnovu modela slojeva, jezgra ${}^{3}_{1}H_2$ i ${}^{3}_{2}He_1$ treba da imaju vrednost spina $\frac{1}{2}$. Ovo se potpuno slaže sa eksperimentalno odredenim vrednostima. Sledeći sloj sa l = 1 ima dva podsloja i to: $1p_{3/2}$ i $1p_{1/2}$. Prvi se (niži) podsloj popunjava sa četiri nukleona, dok se sloj $1p_{1/2}$ popunjava samo sa dva nukleona. Ukupan broj istih nukleona u ovom sloju može biti 6. Ako se broj nukleona u s i p sloju sumira dobija se 8. Ovo odgovara magičnom broju.

Model slojeva ima veliki uspeh u objašnjavanju spinova jezgra u osnovnom stanju, zatim, u objašnjavanju nekih opštih zakonomernosti koje su kod magnetnih i električnih dipolnih momenata zapažene. Može takođe da pruži izvesna objašnjenja za nisko pobuđena stanja jezgara. Model je doživeo veliki uspeh kada su pomoću istog objašnjenja tzv. "ostrva" izomera i to oko magičnih brojeva 50, 82 i 126.

Pod izomerima se podrazumevaju ona jezgra koja imaju jednake brojeve protona i neutrona, ali se po nekim fizičkim karakteristikama razlikuju. Ovo su: period poluraspada, energija vezivanja, vrednosti spina, itd. Različite fizičke osobine kod izomera uslovljene su različitim kvantnomehaničkim stanjima u kojima se odgovarajuća jezgra nalaze. Neka se u analizi, jedno takvo jezgro nalazi u osnovnom, a drugo u pobuđenom ili metastabilnom stanju. Vreme života takvog metastabilnog stanja (vreme za koje se jezgro u datom stanju nalazi) znatno je duže od vremena života ostalih stanja. Jezgro koje u takvom stanju egzistira naziva se gornji izomer, a jezgro u osnovnom stanju naziva se osnovni izomer. Poznati su slučajevi u kojima postoji jedno ili nekoliko izomernih stanja. Na primer: ${}^{80}_{35}Br_{45}$ ima period poluraspada 18 min i 4.58 h; a izomeri ${}^{124}_{51}Sb_{73}$ imaju periode poluraspada 1.3 min; 21 min i 53.7 dana.



Sl. 6.6. *Energijski nivoi u nuklearnoj potencijalnoj jami koja sledi iz spin-orbitalne sprege. Na levoj strani je šema nivoa koja sledi iz potencijala harmonijskog oscilatora. Prikazani potencijal* $V(\vec{r})$ *ima formu između harmonijskog oscilatora i potencijala pravougaone jame.*

Ako izomerno jezgro prelazi iz metastabilnog u osnovno stanje, takav se prelaz naziva izomerni prelaz.

Veoma je zanimljiva činjenica da od 80 poznatih izomera sa periodom poluraspada $t_{1/2} > 1$ s skoro su svi grupisani oko magičnih brojeva 50, 82 i 126. Model slojeva je u mogućnosti da predvidi u kojem delu periodnog sistema treba očekivati izomerna stanja.

Ustanovljeno je, na osnovu eksperimenata, da su za 30 izomernih jezgara karakteristične velike razlike između odgovarajućih momenata impulsa stanja, a da energija prelaza nije velika. Može se, na osnovu pomenutog podatka, reći da se izomerno jezgro pojavljuje među onim jezgrima kod kojih se spin osnovnog stanja znatno razlikuje od spinova bliskih energijskih stanja. Ako se uzme u razmatranje struktura slojeva, uočljivo je da oko broja 50 (protona ili neutrona) postoje energijski nivoi sa oznakama $2p_{1/2}$ i $1g_{9/2}$ kod kojih se mehanički momenti razlikuju za četiri jedinice. Ovi su nivoi energijski veoma bliski i konkurišu jedan drugom prilikom okupacije stanja nukleonima. U ovoj oblasti nađeno je 10 izomera. Poznato je da se oko magičnog broja 82 popunjava nivo $1h_{11/2}$ koji ima veliki moment impulsa, a isto se dešava i na dva nivoa $2d_{3/2}$ i $3s_{1/2}$ čiji je moment impulsa mali. Budući da su rastojanja između pomenutih nivoa (energijske razlike) mala, izomerna stanja su moguća.

Prema modelu slojeva, malo je verovatno da će se izomerna stanja javiti kod lakih jezgara, jer je razlika između odgovarajućih momenata impulsa nivoa oko magičnih brojeva 8 i 20, mala.

6.4 Kolektivni model

U prethodnom poglavlju iznete su činjenice i ideje na kojima model slojeva počiva. Model ima veliki uspeh u objašnjavanju magičnih brojeva, spinova osnovnih stanja i mnogih drugih fenomena koje na ovom mestu nema potrebe nabrajati. Model slojeva koji važi za jezgro ima mnogo sličnosti sa modelom slojeva koji se odnosi na atom. Između njih postoji, međutim, suštinska razlika. Elektroni se, naime, u omotaču atoma kreću u centralnom Coulomb-ovom polju jezgra. Nukleoni u jezgru formiraju neko srednje polje koje nema centar sile. Ovo može dovesti do nestabilnosti polja u odnosu na sferno simetričnu formu.

Najprostija varijanta modela slojeva primenjena na jezgro je jednočestični model. Schmidt je, na osnovu ovog modela pokušao da objasni momente jezgra, ali je i pored veoma uspešnih objašnjenja, bilo primera kada se model nije mogao koristiti. Model slojeva nije bio u stanju da objasni, takođe, velike vrednosti kvadrupolnih momenata koje su eksperimentalno utvrđene. Model slojeva ne može da objasni fisiju (cepanje) jezgra.

Neslaganje eksperimentalnih vrednosti sa teorijskim koje se odnose na jednočestični model, uslovilo je neke izmene u modelu slojeva. Ovo je

učinjeno da se bolje objasne magnetni i električni kvadrupolni momenti jezgra. Pri objašnjenju ovih veličina pošlo se od pretpostavke da su magnetni momenti izazvani od nukleona iz nepopunjenog sloja, a ne od samo jednog nukleona. Slojevita konfiguracija ima, naime, sfernu simetriju. Ako se na popunjen sloj doda jedan ili više nukleona, oni izazivaju deformaciju jezgra. Ako je sloj popunjen sa takvim brojem nukleona koji predstavlja polovinu od ukupnog broja nukleona u sloju, jezgro tada spada u red jako deformisanih jezgara. Prema tome, ako izvan popunjenog sloja postoji veći broj nukleona, narušava se sferna simetrija, a time i stabilnost jezgra. Nukleoni, koji se izvan popunjenog sloja nalaze, mogu da na površini jezgra proizvedu fluktuacije sopstvenog potencijala. Ova se pojava može opisati pomoću male, teške lopte koja rotira unutar gumenog balona. Pritiskom, koji proizvodi "centrifugalna" sila male, teške lopte, određena je deformacija gumene anvelope (omotača). Dakle, u slučaju deformisanih jezgara, nukleoni se kreću u potencijalu koji više nije sferno simetričan. U njima se, zbog toga, mogu manifestovati dva vida kretanja, i to: kolektivno i jednočestično. Kolektivno kretanje izazivaju nukleoni izvan zatvorenog sloja, koji doprinose deformaciji jezgra. Može se pretpostaviti da jezgro, u tom slučaju, dobija elipsoidalnu formu. Deformisano se jezgro može pobuditi na promenu forme ili na promenu orijentacije u odnosu na neku zadatu osu. Promena forme u odnosu na ravnotežnu ogleda se u površinskim vibracijama, a promena orijentacije u odnosu na pravac, manifestuje se kao rotacija jezgra koja se može uporediti sa precesijom čigre oko neke date ose u prostoru.

Jednočestično kretanje se odnosi na kretanje nukleona unutar deformisanog potencijala jezgra. Tri pomenuta vida kretanja mogu biti slabo spregnuta. To znači da se matematički mogu nezavisno razmatrati, kao što su to učinili A. Bohr i B. Mottelson.

Prema A. Bohr-u i B. Mottelson-u, deformisana jezgra, kod kojih se sve tri vrste kretanja (rotaciono, vibraciono i jednočestično) očekuju, mogu se opisati Schrödinger-ovom jednačinom

$$H\psi = E\psi \tag{6.35}$$

gde je H hamiltonijan sistema, a ψ talasna funkcija stanja. Kako kretanja u deformisanom jezgru mogu biti složena, hamiltonijan sistema ima oblik

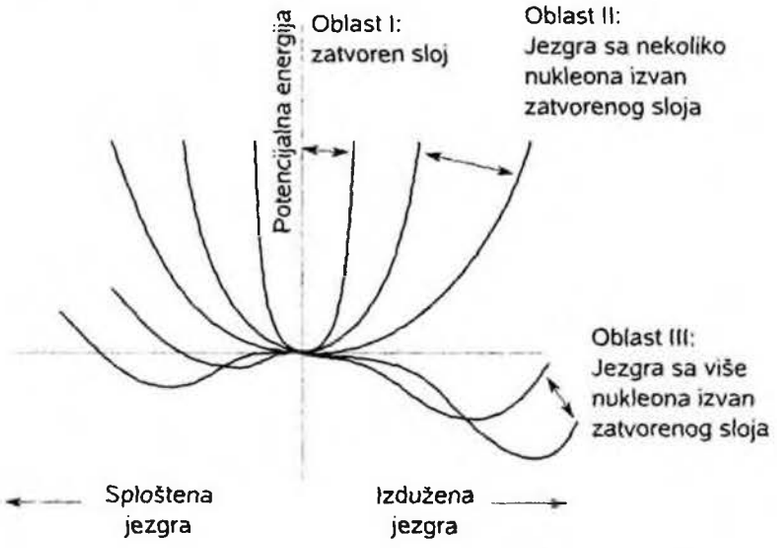
$$H = H_{rot} + H_{vib} + H_{jed} \tag{6.36}$$

Talasna funkcija kojom se opisuju stanja može takođe biti složena

$$\psi = \psi_{rot}\,\psi_{vib}\,\psi_{jed} \tag{6.37}$$

Uvođenjem adijabatskih uslova (kretanje u jezgru nezavisno jedno od drugih) može se relacija (6.35) razložiti na tri posebne, pomoću kojih se može opisati rotaciono, vibraciono i čestično kretanje.

Jezgro se, prema kolektivnom modelu, sastoji od centralnog dela (popunjeni sloj) "core"-a i određenog broja nukleona van popunjenog sloja. Na njih deluju dve vrste sila: kratkodometne i dugodometne sile. Sile kratkog dometa odgovorne su za orijentaciju spinova sparenih identičnih nukleona i pod njihovim uticajem jezgro teži da zadrži sfernu formu i nulti spin. Dugodometne sile su odgovorne za kolektivne efekte i utiču na prekrivanje talasnih funkcija nukleona izvan popunjenog sloja. Kada su one dominantne, orijentišu jezgro u nekom odredenom pravcu i na taj način ga deformišu.



Sl. 6.7. *Promena potencijalne energije sferoidalnog jezgra kada se zatvorenom sloju dodaju nukleoni.*

Grafik na sl. 6.7 prikazuje potencijalnu energiju u funkciji deformacije jezgra za različite brojeve čestica izvan zatvorenog sloja. Kao što se vidi, dobijen je niz krivih. Kriva u oblasti (I) bliska je

zatvorenom sloju. Kratkodometne sile (sile sparivanja) favorizuju sferičnu formu jezgra. U ovim slučajevima vibraciono prvo stanje nalazi se na visokom nivou ekscitacije. Dodavanjem većeg broja nukleona (oblast II) dugodometne sile više dolaze do izražaja, suprotstavljaju se silama sparivanja, deformišu jezgro i ono postaje "mekše", a frekvencije sferoidalnih vibracija postaju niže. Na kraju (oblast III), dugodometne sile postaju dominantne, sferoidalna forma nestabilna, a jezgro postiže trajnu deformaciju. Kod ovih se jezgara očekuje rotaciono kretanje i nešto više energije vibracija. Raspodela potencijala prikazana je krivom u oblasti III.

6.4.1 Rotaciono kretanje

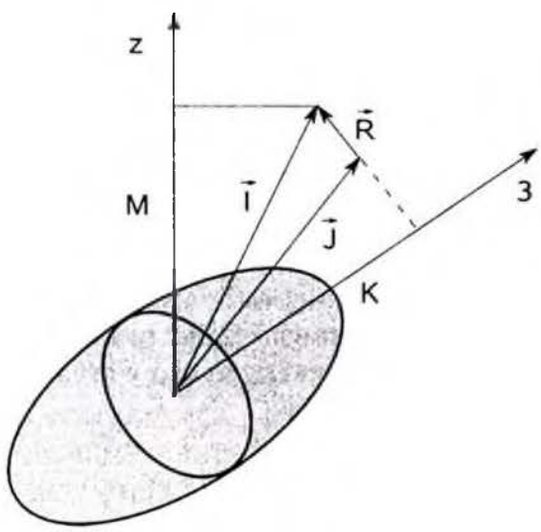
Rotaciono se kretanje najlakše može razmatrati uz pretpostavku da jezgro ima aksijalnu simetriju, podseća na kretanje simetrične čigre. Ono se analizira pomoću dva koordinatna sistema. Jedan sistem koordinata 1, 2 i 3 vezan je za jezgro, a drugi je laboratorijski sa koordinatama x, y i z. Prvi koordinatni sistem sledi rotaciju jezgra, a koordinata 3 koristi se kao osa simetrije. Totalni moment impulsa jezgra kao sistema dat je sa $\vec{I}=\vec{R}+\vec{j}$, gde je $\vec{R}$ moment impulsa rotacije normalan na osu simetrije jezgra, a $\vec{j}$ je totalni moment impulsa čestice. Projekcija totalnog momenta impulsa na z-osu je M, a na osu 3 je K, kao što je na sl. 6.8 prikazano.

Hamiltonijan rotacionog kretanja za čvrsto telo ima sledeći oblik

$$H_{rot}=\sum_{i=1}^{3}\frac{\vec{R}_i^2}{2J_i}=\frac{1}{2J}\left(R_1^2+R_2^2\right)+\frac{1}{2J_3}R_3^2 \qquad (6.38)$$

Usled aksijalne simetrije je $J_1 = J_2 \equiv J$; a $R_3 = 0$. Moment impulsa $\vec{R}$ u izrazu (6.38) može se zameniti razlikom $\vec{I}-\vec{j}$, pa rotacioni hamiltonijan ima tada oblik

$$H_{rot}=\frac{1}{2J}\left(I^2+j^2-2\vec{I}\cdot\vec{j}\right) \qquad (6.39)$$



Sl. 6.8. *Totalni moment količine kretanja i njegove projekcije na dve ose odabranih koordinatnih sistema.*

Ako se veličine $\vec{I}$ i $\vec{j}$ izraze preko kompleksnih predstavnika

$$I_{\pm}=I_1\pm iI_2 \text{ i } j_{\pm}=j_1\pm ij_2 ,$$

proizvod $2\vec{I}\cdot\vec{j}$ u izrazu (6.39) ima tada oblik

$$2\vec{I}\cdot\vec{j}=\left(I_+ j_- + I_- j_+\right)+2\mathrm{K}^2 ,$$

gde je K projekcija totalnog momenta impulsa na osu 3 (v. sl. 6.8).

Uvrštavanjem poslednjeg izraza u (6.39) i pod uslovom da se kvadrati momenta I^2 i j^2 izraze preko kvantnomehaničkih veličina, hamiltonijan rotacije ima oblik

$$H_{rot}=\frac{\hbar^2}{2\mathrm{J}}I\left(I+1\right)-\frac{\hbar^2}{2\mathrm{J}}\left(I_+ j_- + I_- j_+\right)+\frac{\hbar^2}{2\mathrm{J}}\left[j\left(j+1\right)-2\mathrm{K}^2\right] .$$

Prvi se član odnosi na rotacionu energiju

$$T_{rot}=\frac{\hbar^2}{2\mathrm{J}}I\left(I+1\right) .$$

Drugi član je Coriolis-ov

$$H_{cor}=\frac{\hbar^2}{2\mathrm{J}}\left(I_+ j_- + I_- j_+\right)$$

i on opisuje vezu između unutrašnjeg kretanja u jezgru i rotacije, a treći

se član odnosi na unutrašnje kretanje nukleona u jezgru

$$H_{jed}=\frac{\hbar^2}{2J}\left[j(j+1)-2K^2\right].$$

Konačno se totalni hamiltonijan može predstaviti kao

$$H=H_{cor}+T_{rot}+H_{vib}+H_{jed} \tag{6.40}$$

Rotaciona stanja jezgra se izražavaju preko D-funkcije, čije je osobina da funkciju sfernih harmonika transformiše na konačnu rotaciju. Naime, sferni harmonik $Y_{lm}(\Omega)$ se transformiše rotacijom preko Euler-ovih uglova θ, φ i ψ (rotacija suprotna kazaljci na satu, tj. θ ($0 \leq \theta \leq 2\pi$) oko z-ose; zatim sledi rotacija φ ($0 \leq \varphi \leq \pi$) oko y-ose i konačno rotacija ψ ($0 \leq \psi \leq 2\pi$) oko nove z-ose) u oblik

$$Y_{lm}(\Omega)=\sum_{m'=-l}^{l} Y_{lm'}(\Omega')D^{l}_{mm'}(\theta,\varphi,\psi) \tag{6.41}$$

gde su Ω i Ω' početni i finalni uglovi (θ, φ) , odnosno (θ', φ') , a m i m' nezavisno uzimaju vrednosti od $-l$, $-l+1$, ..., $l-1$, l.

Komponenta totalnog momenta impulsa $\vec{I}$ duž z-ose je $\vec{M}$, a duž ose 3 je $\vec{K}$ (v. sl. 6.8). Može se pokazati da su M i K svojstvene vrednosti operatora I_z i I_3, tj.

$$I^2 D^{I}_{MK}=I(I+1)D^{I}_{MK} \tag{6.42}$$

$$I_z D^{I}_{MK}=MD^{I}_{MK} \tag{6.43}$$

$$I_3 D^{I}_{MK}=KD^{I}_{MK} \tag{6.44}$$

Normalizovana svojstvena funkcija hamiltonijana (6.38) ima oblik

$$\psi^{I}_{MK}\equiv|IMK\rangle=\left[\frac{2I+1}{8\pi^2}\right]^{1/2} D^{I}_{MK}(\theta,\varphi,\psi) \tag{6.45}$$

a njegova svojstvena vrednost

$$E_{IK}=\frac{\hbar^2}{2J}\left[I(I+1)-K^2\right]+\frac{\hbar^2}{2J_3}K^2 \tag{6.46}$$

U specijalnom slučaju kada je $K = 0$ jezgro rotira bez spina, što se događa kada su aksijalno simetrična jezgra parno-parna. Talasna funkcija i energijski spektar parno-parnih jezgara dati su kao

$$\psi^I_{MO} \equiv |IMO\rangle = i^{-M}\left[\frac{2I+1}{8\pi^2}\right]^{1/2} D^I_{MO}(\theta,\varphi) = Y_{IM}(\theta,\varphi) \tag{6.47}$$

i

$$E_I = \frac{\hbar^2}{2J} I(I+1) \tag{6.48}$$

gde faktor i^{-M} u (6.47) uspostavlja proporcionalnost između ψ^I_{MO} i $\psi_{IM}(\theta,\varphi)$.

Ako je sferoidalno jezgro invarijantno u odnosu na rotaciju za π oko neke ose koja prolazi kroz centar, tada je potrebno da i talasna funkcija (v. jed. 6.45) bude invarijantna u odnosu na rotaciju. Npr. oko ose 1 usled transformacije Euler-ovih uglova $\theta \to \pi + \theta$; $\varphi \to \pi - \varphi$; $\psi \to \psi$.

Neka je operator ove rotacije R_1. Kako talasna funkcija mora da ostane invarijantna i posle primene operatora R_1, ona ima sledeći oblik

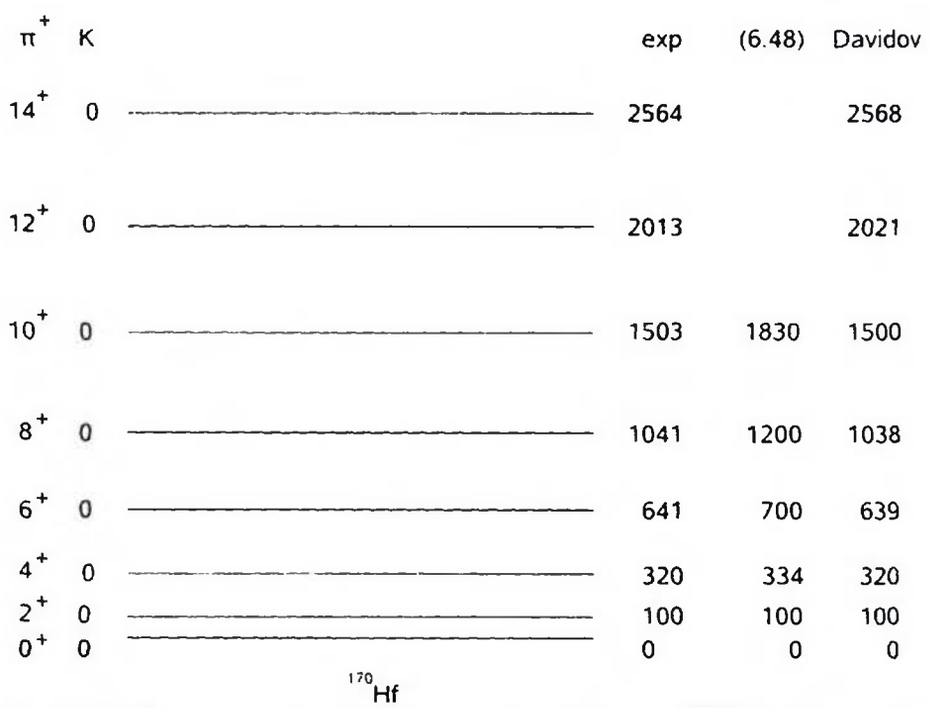
$$\begin{aligned}\psi^I_{MK} \equiv |IMK\rangle &= \left[\frac{2I+1}{8\pi^2}\right]^{1/2} \frac{1}{\sqrt{2}}(1+R_1) D^I_{MK}(\theta,\varphi,\psi) = \\ &= \left[\frac{2I+1}{16\pi^2}\right]^{1/2} \left[D^I_{MK} + (-1)^{I+K} D^I_{M,-K}(\theta,\varphi,\psi)\right]\end{aligned} \tag{6.49}$$

Kako je $R_1 D^I_{MK}(\theta,\varphi,\psi) = e^{i\pi(I+K)} D^I_{M,-K}(\theta,\varphi,\psi)$, $R_1^2 = 1$, $R_1 \psi^I_{MK} = \psi^I_{MK}$.

Iz jednačine (6.49) sledi, da u slučaju kada je $K = 0$, $\psi^I_{MK} \neq 0$ samo kada je $I = 0, 2, 4, \ldots$

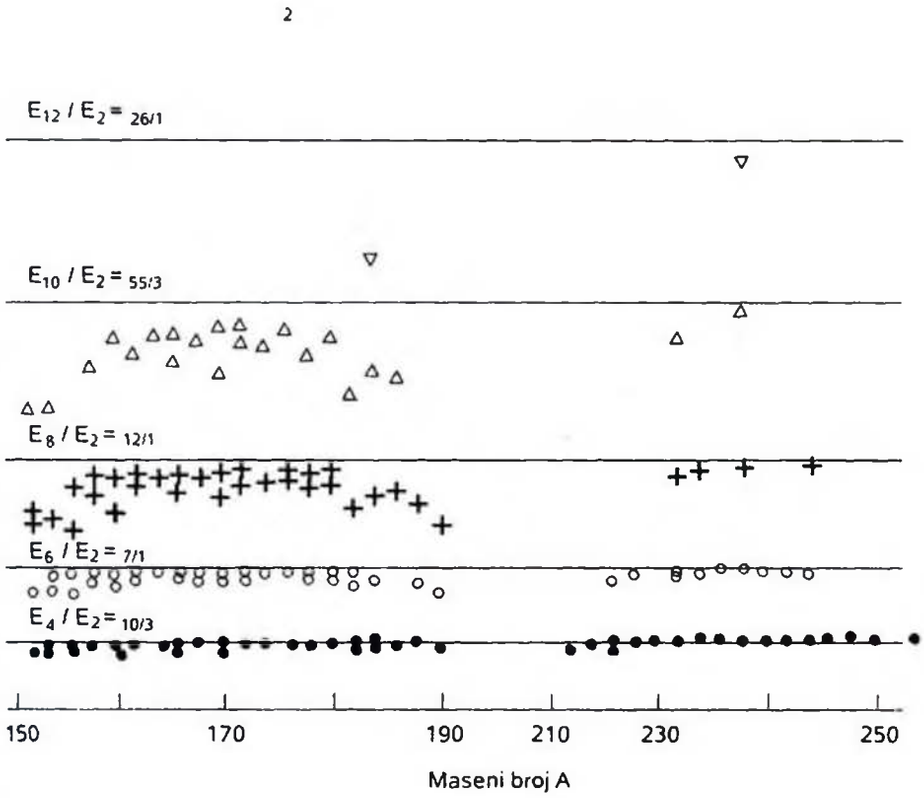
Drugim rečima, kada je $K = 0$, moguća stanja su jedino sa parnim vrednostima momenta količine kretanja I.

Energijski spektar parno-parnih jezgara može se odrediti pomoću relacije (6.48). U tom slučaju spin energijskih stanja ima parne vrednosti, kako je prikazano na sl. 6.9 koja prikazuje spektar ^{170}Hf.



Sl. 6.9. *Prikazuje rotacioni spektar pobuđenih stanja ^{170}Hf. Sa leve strane energijskih nivoa dati su spinovi i parnosti pobuđenih stanja. Sa desne strane date su energije određene eksperimentalno i teorijski za dva različita modela.*

Za dato jezgro nađeno je rotaciono stanje sa jednom od najviših vrednosti spina. Ako se odredi energija prvog pobuđenog stanja, može se izračunati $\frac{1}{2}J$, a time, pomoću formule (6.48) i sva ostala energijska rotaciona stanja. Poređenjem eksperimentalnog spektra pobuđenih stanja sa teorijskim, uočava se izvesno neslaganje (sl. 6.9). U trećoj koloni iste slike prikazan je spektar rotacionih stanja izračunat pomoću naelektrisanog rotora po modelu Davidov-a. Uočljiva je ovde bolja saglasnost između eksperimentalnih i teorijskih vrednosti, naročito za više vrednosti spina I. Radi provere modela simetričnog rotora na parno-parnim nesferičnim jezgrima, dovoljno je da se nacrta grafik zavisnosti E_1/E_2 od masenog broja A. Ovo je učinjeno na grafiku (sl. 6.10) gde prave linije predstavljaju teorijske vrednosti, a tačke eksperimentalne.



Sl. 6.10. *Odnos energija različitih članova osnovnog rotacionog stanja u sferoidalnim parno-parnim jezgrima prema energiji najnižeg člana (2^+) u zavisnosti od masenog broja* A.

Može se zapaziti da se za jako deformisana jezgra zakon $I(I + 1)$ relativno dobro slaže sa eksperimentom. Kako vrednost spina, međutim, raste tako se zakon $I(I + 1)$ narušava.

Slična se razmatranja mogu sprovesti i nad jezgrima koja nisu parno-parna u oblasti masenih brojeva $150 < A < 190$ i $230 < A$. Kod ovih jezgara, situacija je daleko složenija. Ovde se ona neće razmatrati.

6.4.2 Magnetni momenti

Magnetni dipolni moment definisanog jezgra sastoji se od dva dela: dipolnog momenta uslovljenog unutrašnjim momentom impulsa Ω i od

kolektivnog magnetnog momenta prouzrokovanog kolektivnom momentom impulsa R. Prema tome, može se magnetni moment deformisanog jezgra predstaviti kao

$$\mu = g_{\Omega}\frac{\Omega^2}{I+1} + g_R\frac{I(I+1)-\Omega^2}{I+1} \tag{6.50}$$

gde su g_{Ω} i g_R žiromagnetni odnosi unutrašnjeg i kolektivnog kretanja.

Za parno-parna jezgra $\Omega = 0$, pa se za ova jezgra magnetni moment može izraziti u obliku

$$\mu = g_R I \tag{6.51}$$

Jezgra sa neparnim masenim brojem i spinom u osnovnom stanju $\Omega = I_0$ imaju sledeći magnetni moment

$$\mu = g_{\Omega}\frac{I_0^2}{I_0+1} + g_R\frac{I_0}{I_0+1} \tag{6.52}$$

Ukoliko se želi izvršiti poređenje ovih sa eksperimentalnim vrednostima, moraju se prethodno proceniti žiromagnetni faktori g_{Ω} i g_R. Relacija

$$\vec{\mu} = \frac{e}{2m}\vec{I}$$

vezuje moment impulsa i magnetni moment. Ako se pretpostavi da je naelektrisanje u jezgru ravnomerno raspoređeno, a jezgro rotira u odnosu na neku osu, tada je odnos između magnetnog momenta i impulsa $\frac{Ze}{AM_0}$; gde je AM_0 masa jezgra. Kada se magnetni moment izrazi u magnetonima, a moment impulsa u h-jedinicama, žiromagnetni faktor ima vrednost

$$g_R = \frac{Z}{A} \tag{6.53}$$

Za srednje teška jezgra $\frac{Z}{A} = 0.45 - 0.50$. Ima osnova da se sumnja u vrednost datu sa (6.53), jer ukoliko rotacija postoji i u njoj učestvuje samo deo nukleona, veličine kao što su gustina naelektrisanja i gustina (m/V) u zavisnosti od rastojanja od centra jezgra mogu se pokoravati različitim zakonima.

Pri određivanju g_{Ω} treba imati u vidu da formula važi samo pod uslovom da je spin osnovnog stanja $I_0 > \frac{1}{2}$; pa sledi

$$g_{\Omega}=\frac{1}{I_0}\left(g_s S+g_{\lambda}\lambda\right) \tag{6.54}$$

Iz relacije (6.54) sledi da će g_{Ω} imati različite vrednosti u zavisnosti od vrste nesparenog nukleona. Ako je nespareni nukleon proton, žiromagnetni faktor ima vrednost

$$g_{\Omega}^{(p)}=\frac{1}{I_0}\left(g_s^{(p)} S+g_{\lambda}^{(p)}\lambda\right)=\frac{1}{I_0}\left[\pm 2.79+\left(I_0\mp\frac{1}{2}\right)\right] \tag{6.55}$$

a za nespareni neutron žiromagnetni odnos ima vrednost

$$g_{\Omega}^{(n)}=\frac{1}{I_0}\left(g_s^{(n)} S+g_{\lambda}^{(n)}\lambda\right)=\pm\frac{1.91}{I_0} \tag{6.56}$$

Na osnovu relacija (6.52), (6.55) i (6.56) može se izračunati magnetni moment neparno-parnog jezgra i parno-neparnog jezgra. Izračunavanjem se dobija

$$\mu^p=\left[\pm 2.79+\left(I_0\mp\frac{1}{2}\right)+\frac{Z}{A}\right]\frac{I_0}{I_0+1}=\begin{cases} 2.74\dfrac{I_0}{I_0+1}+\dfrac{I_0^2}{I_0+1} \\ -1.84\dfrac{I_0}{I_0+1}+\dfrac{I_0^2}{I_0+1}\end{cases}$$

$$\mu^n=\left[\pm 1.91+\frac{Z}{A}\right]\frac{I_0}{I_0+1}=\begin{cases} 2.36\dfrac{I_0}{I_0+1} \\ -1.46\dfrac{I_0}{I_0+1}\end{cases} \tag{6.57}$$

Ove formule isključivo važe za deformisana jezgra.

6.4.3 Električni kvadrupolni moment i moment inercije

Kvadrupolni moment je posledica deformacije jezgra atoma. Moment inercije isto tako je posledica deformacije. Na osnovu kolektivnog modela nađeno je da je $J = J_0\beta^2$; gde β predstavlja deformaciju atomskog jezgra. Ako se pretpostavi da jezgro ima sferoidalnu formu, tada je odnos $\frac{\Delta R}{R_0}$ mera deformacije jezgra. Veličina

$\Delta R = b - a$ (razlika velike i male poluose), a $R_0 = \frac{(a+b)}{2}$ predstavlja prosečni radijus jezgra. Izraz za moment inercije jezgra može se napisati u obliku

$$J = J_0\left(\frac{\Delta R}{R_0}\right)^2 = \frac{2}{5}MR_0^2\left(\frac{\Delta R}{R_0}\right)^2 \tag{6.58}$$

Kvadrupolni moment elipsoidnog jezgra, s druge strane dat je kao

$$Q_0 = \frac{2}{5}Z\,e(b^2 - a^2) \tag{6.59}$$

Na osnovu relacija (6.58) i (6.59) može se odrediti moment inercije u sledećem obliku

$$J = \frac{M_0^2}{4J_0}\left(\frac{A}{Z}\right)^2\frac{Q_0^2}{e^2} \tag{6.60}$$

U poslednjoj jednačini uspostavljena je veza između efektivnog momenta inercije i unutrašnjeg kvadrupolnog momenta koji se međutim, ne može meriti. Kvadrupolni moment jezgra koje vrši precesiju oko neke zadate ose Z, ipak, se može meriti. Ovaj moment je povezan preko spinova sa unutrašnjim momentom na sledeći način

$$Q = \frac{3\Omega^2 - I(I+1)}{(I+1)(2I+3)}Q_0 \tag{6.61}$$

Ako se jezgro nalazi u osnovnom stanju, tada je $\Omega = I_0$; pa kvadrupolni moment jezgra ima sledeću formu

$$Q = \frac{I_0(2I_0 - 1)}{(I_0+1)(2I_0+3)}Q_0 \tag{6.62}$$

Poslednja jednačina pokazuje da je $Q_0 \gg Q$. Na osnovu izmerene vrednosti Q i poznatog spina osnovnog stanja može se odrediti Q_0, a samim tim i efikasni moment J i tako se na direktan način može proveriti valjanost teorije.

Eksperimentalno je određena vrednost momenta inercije za ^{170}Yb. Ako se uporedi sa teorijskom vrednošću dobija se $J(^{170}\text{Yb}) = 5.5\ J_{bv} = 0.45\ J_0$.

Postojeća relacija između izmerene i teorijske vrednosti mogla bi se objasniti različitim rasporedom protona i neutrona u jezgru (električni radijus protona je manji od radijusa neutrona).

6.4.4 Vibracioni model

Pored rotacionog kretanja, poseban vid kolektivnog kretanja su male oscilacije oko ravnotežnog oblika jezgra. Pri razmatranju vibracionih kretanja pretpostavlja se da se jezgro ponaša kao nestišljiva tečnost koju karakterišu bezvrtložno i neviskozno kretanje. Usled vibracija površina jezgra se deformiše i zbog toga radijus jezgra nije strogo definisan, već se menja na sledeći način

$$R=R_0\left[1+\sum_{\lambda=0}^{\infty}\sum_{\mu=-\lambda}^{+\lambda}\alpha_{\lambda\mu}Y_{\lambda}^{\mu}(\theta,\varphi)\right] \tag{6.63}$$

gde je R_0 radijus ravnotežne forme jezgra; $Y_{\lambda}^{\mu}(\theta,\varphi)$ je sferni harmonik; $\alpha_{\lambda\mu}$ je parametar deformacije kojim je oblik jezgra određen. λ je ugaoni, a μ igra ulogu magnetnog kvantnog broja i menja se od - λ do +λ. Za određenu vrednost ugaonog momenta λ, može biti $2\lambda+1$ deformacija. Najniži red deformacije je za λ = 2; jer su deformacije reda λ = 1 ekvivalentne translaciji celog sistema. Kada je λ = 0, (za sve vrednosti λ), sistem je aksijalno simetričan u odnosu na z-osu.

Parametar $\alpha_{\lambda\mu}$ je funkcija vremena i pomoću njega se opisuje kolektivno kretanje. Kinetička energija sistema ima vrednost

$$T=\sum_{\lambda\mu}B_{\lambda}|\dot{\alpha}_{\lambda\mu}|^2 \tag{6.64}$$

gde je veličina $|\dot{\alpha}_{\lambda\mu}|$ analogna brzini, a B_{λ} masi.

Rayleigh je računom pokazao da ze tečnost čija je gustina

$$\rho=\frac{3M}{4\pi R_0^3} \tag{6.65}$$

Veličina B_{λ} ima vrednost

$$B_{\lambda}=\frac{3MR_0^2}{4\pi\lambda} \tag{6.66}$$

Potencijalna energija sistema tretira se kao rad površinskog napona pri deformaciji i njena vrednost iznosi

$$V=\frac{1}{2}\sum_{\lambda\mu} C_\lambda |\alpha_{\lambda\mu}|^2 \tag{6.67}$$

Za tečnost koja je pod dejstvom površinskog napona S dato je

$$C_\lambda^{(1)}=SR_0(\lambda-1)(\lambda+2) \tag{6.68}$$

Ako je tečnost naelektrisana, Coulomb-ova energija redukuje distorziju, pa je $C_\lambda=C_\lambda^{(1)}-C_\lambda^{(2)}$ gde je

$$C_\lambda^{(2)}=\frac{3}{2\pi}\frac{Z^2e^2}{R_0}\frac{\lambda-1}{2\lambda+1} \tag{6.69}$$

Može se, prema (6.68) i (6.69) napisati

$$C_\lambda=(\lambda-1)\left[(\lambda+2)SR_0-\frac{3}{2\pi}\frac{Z^2e^2}{R_0}\frac{1}{2\lambda+1}\right] \tag{6.70}$$

Veličina C_λ procenjuje se za jezgro na taj način što se veličine R_0 i S odrede pomoću semiempirijske formule. Na taj način je veličina C_λ izražena u zavisnosti od A i Z, pa se mogu očekivati izvesne netačnosti usled slojevite strukture jezgra.

Totalna energija sistema može se predstaviti kao suma potencijalne i kinetičke energije, tj.

$$E=\frac{1}{2}\sum_{\lambda\mu} B_\lambda\left[|\dot{\alpha}_{\lambda\mu}|^2+\frac{C_\lambda}{B_\lambda}|\alpha_{\lambda\mu}|^2\right] \tag{6.71}$$

Relacija (6.71) slična je izrazu za totalnu energiju linearnog harmonijskog oscilatora, čija je frekvencija

$$\omega_\lambda=\sqrt{\frac{C_\lambda}{B_\lambda}} \tag{6.72}$$

Hamiltonijan, kao operator, može se dobiti iz jednačine (6.71) ukoliko se kinetička energija (brzina) izrazi preko konjugovane promenljive $\dot{\alpha}^*_{\lambda\mu}$ koja predstavlja impuls $\pi_{\lambda\mu}$, jer je

$$\pi_{\lambda\mu}=\frac{\partial T(\dot{\alpha}_{\lambda\mu})}{\partial \dot{\alpha}_{\lambda\mu}}=B_\lambda \dot{\alpha}^*_{\lambda\mu} \tag{6.73}$$

Hamiltonijan ima tada oblik

$$H=\left[\frac{|\pi_{\lambda\mu}|^2}{2B_\lambda}+\frac{C_\lambda}{2}|\alpha_{\lambda\mu}|^2\right] \tag{6.74}$$

Svojstvena vrednost ovog Hamiltonijana je

$$E_{n\lambda\mu}=\left(n_{\lambda\mu}+\frac{1}{2}\right)\hbar\omega_\lambda \tag{6.75}$$

gde je $n_{\lambda\mu}$ ceo broj($n \geq 0$). Ako se stavi da je $n_\lambda=\sum_\mu n_{\lambda\mu}$, totalna energija sistema iznosi

$$E_n=\left(n_\lambda+\frac{1}{2}\right)\hbar\omega_\lambda \tag{6.75'}$$

Svojstvena funkcija osnovnog stanja jezgra, koja odgovara svim vrednostima $n_{\lambda\mu} = 0$ data je kao

$$\psi_0=N\cdot\exp\left[-\sum_{\lambda\mu}\frac{B_\lambda\omega_\lambda}{2\hbar}(\alpha_{\lambda\mu})^2\right] \tag{6.76}$$

gde je N normalizaciona konstanta. Prelazi između različitih stanja realizovani su preko fotona, a pobuđena stanja se nazivaju fononska stanja. Talasna funkcija fononskog stanja λ_μ i energije $\hbar\omega_\lambda$ u odnosu na osnovno stanje data je kao

$$\psi_1=N\cdot\alpha^*_{\lambda\mu}\cdot\psi_0 \tag{6.77}$$

Stanje ψ_0 je nedegenerisano, jer mu odgovara moment $\lambda = 0$. Stanje ψ_1 je degenerisano $(2\lambda+1)$ puta, jer mu odgovara moment $\lambda > 0$.

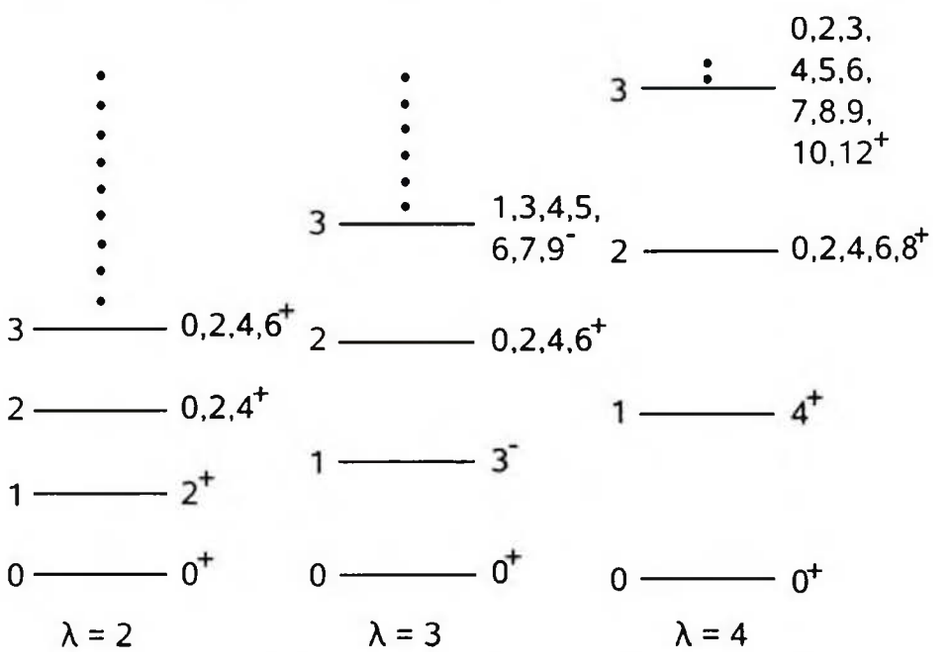
Preko izraza (6.72) za frekvenciju, može se proceniti energija fonona i ona iznosi

$$\hbar\omega\approx 13\,\lambda^{3/2}A^{-1/2}[\mathrm{MeV}] \tag{6.78}$$

Moment impulsa fotona u stanju λ_μ je λ; njegova projekcija na z-osu je μ, a parnost stanja je data kao $(-1)^\lambda$. Vrednost koeficienta λ, kako je

ranije rečeno, uvek je $\lambda \geq 0$ za površinske vibracije. Spin i parnost osnovnog stanja su 0^+; prvog pobuđenog stanja su 2^+. Ovaj rezultat je potvrđen eksperimentalno.

Ako se koriste klasični hidrodinamički izrazi za B_λ i C_λ vidi se da je $\omega_3 \simeq 2\omega_2$ i $\omega_4 \simeq 3\omega_2$. Prema tome, jednofononsko stanje sa momentom impulsa $\lambda = 3$ ima istu energiju kao dvofononsko stanje momenta impulsa $\lambda = 2$. Drugim rečima, ako jednofononsko stanje sa $\lambda = 3$ ima, grubo, istu energiju kao dvofononsko stanje sa $\lambda = 2$, ovo drugo pobuđeno stanje može da ima spin i parnost 3^- ili 0^+, 2^+,4^+. Na sl. 6.11 prikazana su fononska stanja za $\lambda = 2$, 3 i 4. Prema datoj šemi nivoa, očigledno je da su viša fononska stanja degenerisana. Degeneracija viših stanja ponekad se može otkloniti dodatnim uslovima.



Sl. 6.11. *Šematski prikaz energijskih nivoa za vibraciona stanja jezgra sa* $\lambda = 2$, $\lambda = 3$ i $\lambda = 4$.

Prema relaciji (6.78), energije pobuđenih stanja treba da se smanjuju pri povećanju masenog broja. Ovo je u saglasnosti sa eksperimentalnim podacima. Kolektivne oscilacije su električni kvadrupoli E2 i realizuju se između prvog pobuđenog i osnovnog stanja. Intenzitet oscilacija je veći

nego intenzitet jednočestičnih prelaza, jer preko kvadrupolnog momenta jezgra učestvuju svi nukleoni. Ovo je takođe u skladu sa eksperimentom.

GLAVA VII

7 Alfa (α) raspad

Osnovne karakteristike α-raspada su verovatnoća raspada λ i kinetička energija. Ove se veličine mogu eksperimentalno odrediti.

Konstanta α-raspada λ određuje se merenjem perioda poluraspada, domet α-čestice odreduje se apsorpcionim metodom, a kinetička energija se može na razne načine odrediti: magnetnim spektrometrima ili (u poslednje vreme) poluprovodničkim spektrometrima. Kinetička energija α-čestice može se odrediti iz dometa, jer, između ove dve veličine, postoji sledeća empirijska veza

$$R[cm] \simeq 0.3 T_{\alpha}^{3/2}[MeV] \tag{7.1}$$

Ova formula se primenjuje ukoliko se eksperiment izvodi u vazduhu.

Merenjem pomenutih veličina, empirijski se došlo do određenih zakonomernosti i karakteristika α-raspada. Na taj su način Geiger i Nuttall uspostavili vezu između verovatnoće raspada λ i dometa R_{α} α-čestice u obliku

$$\ln \lambda = A \cdot \ln R_{\alpha} + B \tag{7.2}$$

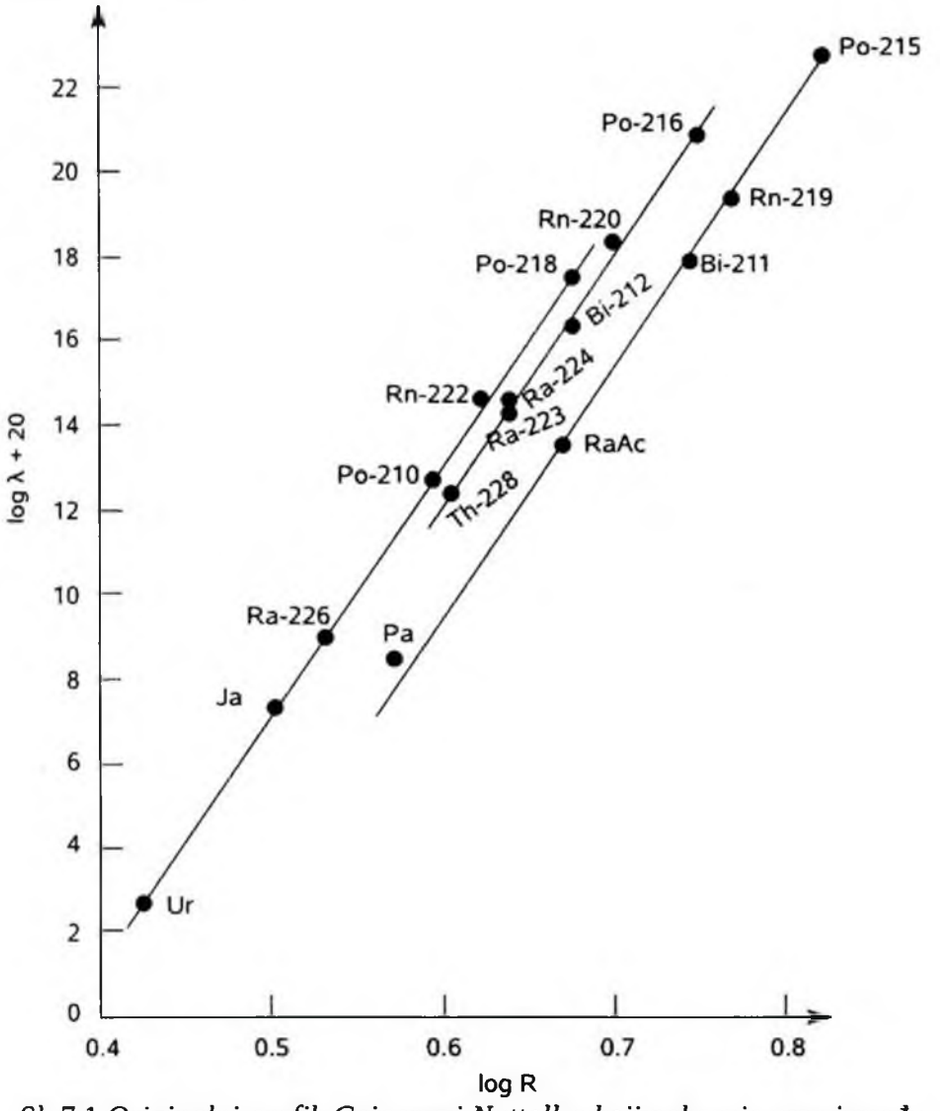
koja se odnosi na sve prirodno radioaktivne izotope. Ova je zakonitost dobila naziv Geiger-Nuttall-ov zakon. U relaciji (7.2) veličina A predstavlja karakterističnu konstantu za sve prirodno radioaktivne familije (U, Th i Ac). Ako se ovaj zakon prikaže grafički, konstanta A predstavlja nagib prave u *log-log* grafiku (v. sl. 7.1). Veličina B karakteristična je za svaku radioaktivnu familiju posebno.

Značaj ovog empirijskog zakona je u tome da se konstanta radioaktivnog raspada, ukoliko su domet ili energija α-čestice poznate veličine, može odrediti. Posebno je ovo značajno za izotope iz nekih familija čiji je period poluraspada toliko dug, da se uobičajenim metodama ne može odrediti.

Ustanovljeno je izučavanjem α-raspada da se oko 200 jezgara raspadaju emitujući α-česticu sa energijama između 4 i 9 MeV. Ustanovljeno je takođe da su α-radioaktivna jezgra ona čiji je redni broj u

periodnom sistemu veći od 82. Izuzetak čine jezgra koja se nalaze u deformisanoj oblasti, tj. u oblasti retkih zemalja (^{148}Sm), kao i neka neutron-deficitna jezgra.

Preciznim merenjem energija α-čestica iz radioaktivnih raspada ustanovljena je fina struktura α-spektra.



Sl. 7.1 *Originalni grafik Geiger-a i Nuttall-a koji pokazuje vezu između dometa i konstante α -raspada.*

7.1 Energijski bilans u α-raspadu

Ukoliko su energije vezivanja α-čestice u jezgru poznate može se predskazati stabilnost jezgra na α-raspad. Kako je ranije pokazano (v. paragraf 5.2.4) definisani su uslovi da do α-raspada dođe.

Energija pri α-raspadu raspoređuje se na kinetičku energiju α-čestice T_α i kinetičku energiju uzmaka jezgra T_j. Ovo se može predstaviti na sledeći način

$$\Delta E_\alpha = |E_\alpha| = \left| M(A-4; Z-2) + M\left({}^4_2He_2\right) - M(A,Z) \right| c^2 = T_\alpha + T \qquad (7.3)$$

Prilikom α-raspada važi zakon održanja impulsa, prema tome mora biti ispunjen sledeći uslov

$$\vec{P}(A,Z) = \vec{P}_\alpha + \vec{P}_j \qquad (7.4)$$

gde je $\vec{P}(A,Z)$ impuls jezgra pretka; $\vec{P}_j$ je impuls jezgra potomka, a $\vec{P}_\alpha$ impuls α-čestice. Kako je pre raspađa jezgro pretka bilo u stanju mirovanja, impuls jezgra pretka zadovoljava uslov $\vec{P}(A,Z) \sim 0$ zbog toga je, prema zakonu o održanju impulsa, impuls α-čestice po apsolutnoj vrednosti (modulu) jednak impulsu uzmaknutog jezgra, što je iskazano na sledeći način

$$|\vec{P}_\alpha| = |\vec{P}_j| \qquad (7.5)$$

Iz (7.5) sledi da je $2M_\alpha\left(P_\alpha^2/2M_\alpha\right) = 2M_j\left(P_j^2/2M_j\right)$ ili

$$T_j = \frac{M_\alpha}{M_j} T_\alpha \qquad (7.6)$$

Ako se vrednost (7.6) uvrsti u (7.3) dobija se energija α-raspada

$$Q_\alpha = \Delta E_\alpha = |E_\alpha| = T_\alpha + T_j = T_\alpha\left(1 + \frac{M_\alpha}{M_j}\right) \qquad (7.7)$$

ili

$$T_\alpha = \frac{M_j}{M_j + M_\alpha} Q_\alpha \qquad (7.8)$$

Može se, na osnovu relacija (7.6) i (7.8), zaključiti da pri α-raspadu

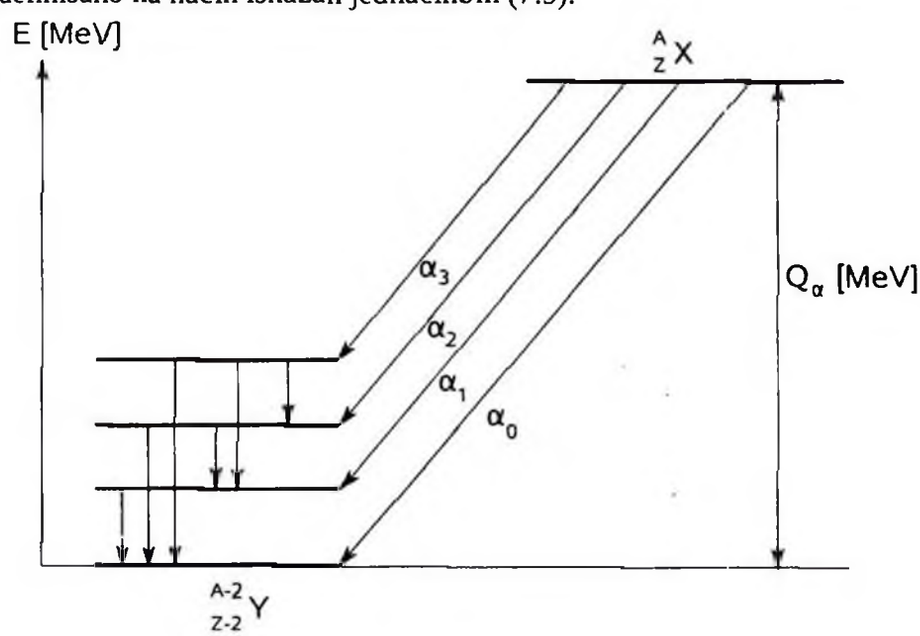
najveći deo energije Q_α odnosi α-čestica u vidu kinetičke energije, a samo oko 2% energije raspada otpada na uzmaknuto jezgro, potomak.

7.2 Dijagramsko predstavljanje α-raspada

α-raspad se može predstaviti dijagramski ili šematski. Obično se, u nuklearnoj fizici, energijsko stanje sistema predstavlja horizontalnom linijom. Osnovno stanje sistema se obeležava sa E_0 i predstavlja stanje sistema posle raspada, a može se prikazati na sledeći način

$$E_0 = \left[M(A-4, Z-2) + M\left({}^4_2\mathrm{He}_2\right) \right] c^2 \tag{7.9}$$

Bilo koje stanje iznad E_0 predstavlja pobuđeno stanje jezgra. Energija pobuđenog stanja jezgra određena je visinom (koja je izražena u energijskoj skali) u odnosu na osnovno stanje. Na sl. 7.2 dat je šematski prikaz α-raspada. Može se postaviti pitanje zašto je osnovno stanje E_0 definisano na način iskazan jednačinom (7.9).



Sl. 7.2. *Šematski prikaz α-raspada.*

Potrebno je pre svega imati u vidu da je totalna energija jezgra veoma velika (E_0 = 931.4·A [MeV]), a energija α-čestice T_α u poređenju sa ovom energijom samo jedan njen neznatni deo $(T_\alpha \simeq 10[\mathrm{MeV}])$. Podesno je, zbog toga, predstaviti nulti energijski nivo kao sumu energije mirovanja jezgra potomka i α-čestice. Na sl. 7.2 gornja horizontalna linija predstavlja jezgro pre raspada. Ovo jezgro je nestabilno i njegova energija raspada u odnosu na osnovno stanje iznosi $Q_\alpha = \Delta E_\alpha$ [MeV]. Kosa prava linija predstavlja α-raspad i pored nje obično je označena kinetička energija α-čestice.

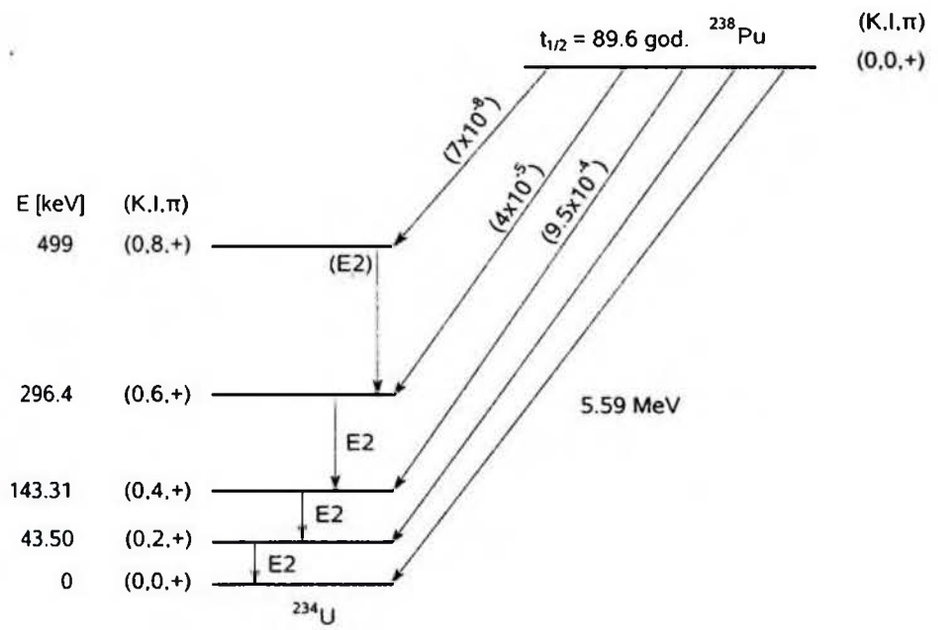
Stanje jezgra pretka i potomka određeno je energijom α-čestice i njihovom energijama mirovanja, I_i, I_f,..., itd.

Osnovno stanje jezgra potomka nastalo je α-raspadom kada je α-čestica odnela celokupnu energiju raspada (7.8). Jezgro, međutim, predstavlja složen sistem sastavljen od nukleona, pa energija mirovanja jezgra zavisi od unutrašnjeg stanja istih. Ako se uzme u obzir ova primedba, može se reći da je osnovno stanje takvo stanje sistema kada isti ima minimalnu potencijalnu energiju.

Pobuđeno stanje nekog sistema, odnosno jezgra, je svako stanje sa višom potencijalnom energijom u odnosu na osnovno stanje. Pobuđeno stanje se, međutim, razlikuje od osnovnog ne samo po višoj potencijalnoj energiji, već i po drugim karakteristikama, kao što su: spin, magnetni momenti, parnost, period poluraspada, itd.

Pri α-raspadu, jezgra pretka mogu da emituju više grupa α-čestica koje se između sebe razlikuju po energiji. Grupa α-čestica sa energijom koja odgovara energiji prelaza od početnog (jezgro predak) stanja na osnovno stanje (jezgro potomak) naziva se osnovnom grupom.

Ako se prelaz realizuje α-raspadom koji je po energiji niži od osnovne grupe, tada se novonastalo jezgro nalazi u nekom od pobuđenih stanja (jezgro potomak) i obično prelazi u osnovno stanje emisijom γ-kvanta. Ako se α-raspadom emituje više grupa α-čestica koje se po energiji razlikuju, dobija se u tom slučaju fina struktura α-spektra. Ovo je prikazano pomoću sl. 7.3. Korišćenjem ovog grafika, može se odrediti energija bilo koje od prikazanih grupa α-čestica. Ovo se predstavlja izrazom $E_\gamma = Q_{\alpha 0} - Q_{\alpha n}$; gde je n = 0, 1, 2,... Na sl. 7.3 prikazana su pobuđena stanja jezgra potomka nastalog α-raspadom (u ovom primeru ^{234}U).



Sl. 7.3. *Na slici je prikazana fina struktura α-spektra.*

Treba napomenuti da su na grafiku, sem energija pobuđenih stanja, date i njihove karakteristike kao i spinovi i parnosti. Prema spinskoj sekvenci i parnosti pobuđenih stanja uočljivo je da pobuđena stanja ^{234}U imaju rotacioni karakter. Dakle, izučavanje α-raspada, odnosno spektra α-zračenja, predstavlja metod za proveru nuklearnih modela.

7.3 Mehanizam α-raspada i tunel efekat

Razlog za emisiju α-čestice, a ne protona ili neutrona, objašnjava se defektom mase, jer kada je emisija α-čestice moguća, emisija protona ili neutrona je zabranjena.

Ako se α-raspad razmatra sa gledišta klasične teorije, nastaju izvesne teškoće. Ustanovljeno je, naime, izračunavanjem rasejanja α-čestice na teškim jezgrima, da između nje i jezgra atoma deluje Coulomb-ova repulzivna sila, odnosno da je dejstvo ove sile obrnuto srazmerno rastojanju od centra jezgra. Ako se uzme da je raspodela potencijala data izrazom

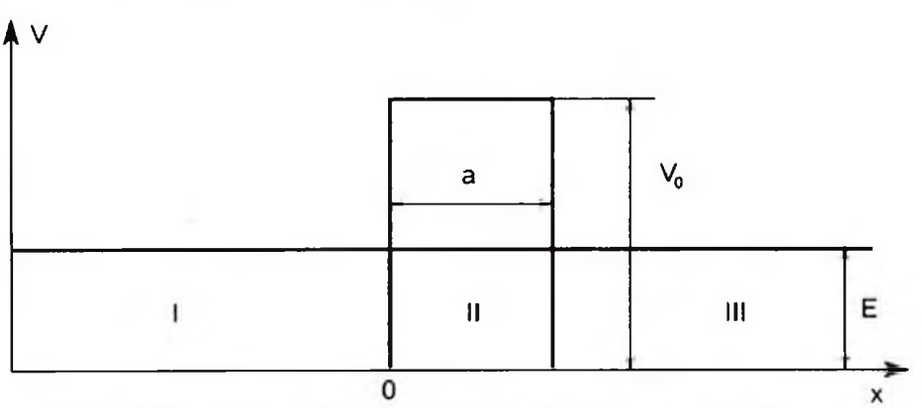
$$V(r)=\frac{Ze}{r} \quad za \quad r>R \tag{7.10}$$

vidi se da ova relacija važi za rastojanja veća od radijusa jezgra ($r > R$). Za rastojanja $r < R$ dejstvo Coulomb-ove sile se zanemaruje, usled čega se postavlja potencijalna barijera. Postoji konačna verovatnoća da se, od dva protona i dva neutrona, u potencijalnoj barijeri formira α-čestica. Ako je totalna energija α-čestice niža od visine potencijalne barijere, ista prema klasičnoj mehanici, ne može da napusti jezgro. Totalna energija α-čestice određuje se, međutim, pomoću izmerene kinetičke energije kada ona napusti jezgro. Činjenica je, dakle, da α-čestica napušta jezgro, iako joj je totalna energija po vrednosti niža od potencijalne energije barijere.

Može se zaključiti da potencijalna barijera sprečava emisiju α-čestice, međutim, ako je potencijalna energija barijere dovoljno niska u odnosu na totalnu energiju čestice, ona će biti emitovana u vremenu $t=\frac{v}{R}$, gde je v brzina čestice, a R radijus jezgra. Obrnuto, ako je potencijalna barijera neprolazna za raspoloživu energiju čestice, sa gledišta klasične mehanike, čestica nikad neće napustiti jezgro. Međutim, α-raspad je poznata činjenica.

Ovaj su problem rešili Gamov i nezavisno od njega Condon i Gurney 1929. god. primenom kvantne mehanike.

Oni su pokazali da postoji konačna verovatnoća da α-čestica prodre kroz barijeru jezgra i to u slučajevima kada, prema principima klasične fizike, ne bi mogla da napusti jezgro.



Sl. 7.4. *Na slici je prikazana debljina barijere a kojoj odgovara potencijal (potencijalna energija) V.*

Pri rešavanju ovog problema uveden je model potencijalne barijere oblika kao na sl. 7.4, sa potencijalom

$$V=\begin{cases} V_0, & za \quad 0\leq x\leq a \\ 0, & za \quad x<0 \end{cases} \tag{7.11}$$

Neka važi i pretpostavka da se čestica kreće s leva na desno i da je kinetička energija $T < V_0$. Postavlja se pitanje kolika je verovatnoća da se α-čestica nađe na drugoj strani barijere čija visina iznosi V_0.

Na osnovu kvantne mehanike, svakoj se čestici pripisuje izvesna talasna funkcija stanja ψ. Verovatnoća da se čestica u nekoj tački prostora (x, y, z) nađe jadnaka je kvadratu modula talasne funkcije. Talasna funkcija se dobija kao rešenje Schrödinger-ove jednačine. U daljem tekstu je pokazano kako se Schrödinger-ova jednačina rešava za jednodimenzioni slučaj α-raspada. Za ovaj slučaj, Schrödinger-ova jednačina ima oblik

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{2m}{\hbar^2}(E-V)\psi=0 \tag{7.12}$$

U jednačini (7.12) ψ predstavlja talasnu funkciju koja se određuje; E je totalna energija α-čestice, a V visina potencijalne barijere (potencijalna energija barijere).

Za različite vrednosti potencijala jednačina (7.12) može se izraziti u obliku tri sledeće jednačine

$$\left.\begin{array}{lll} I & \dfrac{d^2\psi_I}{dx^2}+\dfrac{2m}{\hbar^2}E\psi_I(x)=0; & V=V_0=0;\ T=E \\ II & \dfrac{d^2\psi_{II}}{dx^2}+\dfrac{2m}{\hbar^2}(E-V_0)\psi_{II}(x)=0; & V=V_0;\ V>E \\ III & \dfrac{d^2\psi_{III}}{dx^2}+\dfrac{2m}{\hbar^2}E\psi_{III}(x)=0; & V=V_0=0;\ T=E \end{array}\right| \tag{7.12'}$$

Rešenja ovih jednačina mogu se napisati u sledećem obliku

$$\left.\begin{aligned} \psi_I(x) &= A_I e^{ikx} + B_I e^{-ikx}; \quad -\infty < x < 0 \\ \psi_{II}(x) &= A_{II} e^{Kx} + B_{II} e^{-Kx}; \quad 0 < x < a \\ \psi_{III}(x) &= A_{III} e^{ikx} + B_{III} e^{-ikx}; \quad a < x < \infty \end{aligned}\right| \tag{7.13}$$

gde su

$$k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} = \frac{p}{\hbar} = \frac{1}{\lambda} \qquad K = \sqrt{\frac{2m(E - V_0)}{\hbar^2}}$$

Prvi deo talasne funkcije ψ_I i ψ_{II} predstavlja direktni talas, a drugi deo reflektovan talas. Funkcije (7.13) su određene kompletno ako su poznate vrednosti konstanata. Konstante se mogu odrediti iz početnih uslova na granicama potencijala. Posebno je potrebno da se napomene da je u trećem rešenju $B_{III} = 0$; jer u ovoj funkciji ne postoji reflektovan talas.

Iz graničnih uslova kada je $x = 0$ i $x = a$, primenjenih na sistem rešenja (7.13), dobija se

$$\left.\begin{aligned} \psi_I(0) &= \psi_{II}(0) \quad & \psi_I'(0) &= \psi_{II}'(0) \\ \psi_{II}(a) &= \psi_{III}(a) \quad & \psi_{II}'(a) &= \psi_{III}'(a) \end{aligned}\right| \tag{7.14}$$

Ako se u razmatranje uzme poslednji uslov iz sistema (7.14) konstante A_{II} i B_{II} mogu se preko sledećih jednačina odrediti

$$\left.\begin{aligned} A_{III} e^{ika} &= A_{II} e^{Ka} + B_{II} e^{-Ka} \\ ikA_{III} e^{ika} &= K A_{II} e^{iK} - K B_{II} e^{-iK} \end{aligned}\right| \tag{7.15}$$

Ove se jednačine mogu rešiti po A_{II} i B_{II}; pa se dobija

$$\left.\begin{aligned} A_{II} &= \frac{A_{III}}{2}\left(1 + \frac{ik}{K}\right) e^{(ik-K)a} \\ B_{II} &= \frac{A_{III}}{2}\left(1 - \frac{ik}{K}\right) e^{(ik+K)a} \end{aligned}\right| \tag{7.16}$$

Ako se granični uslovi za (I) (sl. 7.4) uzmu u obzir u jednačinama (7.14) dobija se

$$\left.\begin{aligned} A_I + B_I &= A_{II} + B_{II} \\ A_I - B_I &= (A_{II} - B_{II})\frac{K}{ik} \end{aligned}\right\} \tag{7.17}$$

Na osnovu jednačina (7.16) i (7.17) može se naći veza između A_I i B_I sa A_{III} eliminacijom konstanata A_{II} i B_{II}. Pri ovom se određivanju uvodi dopunski uslov da je $Ka \gg 1$; odakle se u relaciji za A_{II} može zaključiti da $e^{-Ka} \to 0$; odnosno da $A_{II} \to 0$; što odgovara maloj transparenciji barijere. Amplituda A_{II} se može u odnosu na B_I zanemariti, što pojednostavljuje račun. Ako se u jednačinu (7.17) uvede da je $A_{II} = 0$ dobija se vrednost A_I izražena kao

$$2A_I = B_{II}\left(1 - \frac{K}{ik}\right) \tag{7.18}$$

Ako se u jednačinu (7.18) uvrsti vrednost B_{II} iz (7.16), dobija se

$$2A_I = \frac{A_{III}}{2}\left(1 - \frac{ik}{K}\right)\left(1 - \frac{K}{ik}\right)e^{(ik+K)a} \tag{7.19}$$

Poznato je iz kvantne mehanike da kvadrat modula (amplitude) talasne funkcije predstavlja gustinu verovatnoće da se čestica nađe na određenom mestu u prostoru. Ako se formira odnos kvadrata amplituda talasnih funkcija pre i posle potencijalne barijere dobija se propustljivost (transparencija) barijere. Ovaj se odnos može iz jednačine (7.19) direktno odrediti

$$\frac{|A_{III}|^2}{|A_I|^2} = \frac{16k^2K^2 \cdot \exp(-2Ka)}{(k^2+K^2)^2} \simeq e^{-2Ka} = T \tag{7.20}$$

Daljim se izračunavanjem određuje vrednost refleksije potencijalne barijere koja je data odnosom kvadrata amplituda talasnih funkcija definisanih sa (7.19) i (7.17). Ovo se može predstaviti

$$R = \frac{|B_I|^2}{|A_I|^2} \tag{7.21}$$

Ako je ova postavka tačna, odnosno ako je račun korektno sproveden, zbir transparencije (transmisije) i refleksije mora biti jednak jedinici, tj.

$$R+T=1 \tag{7.22}$$

U slučaju potencijala $V = V(x)$ transparencija se može izraziti prostom generalizacijom

$$T=\exp\left\{-\frac{2}{\hbar}\int_{R_\alpha}^{r_1}\left[2m|E-V(x)|\right]^{1/2}dx\right\}=\exp(-2G) \tag{7.23}$$

Oblast integracije u izrazu (7.23) je područje koje odgovara $E\text{-}V(x) < 0$, a u klasičnoj fizici predstavlja zabranjenu zonu.

Ako se u razmatranje uzme trodimenzionalni slučaj emisije α-čestice, bez promene momenta impulsa jezgra i pri Coulomb-ovom potencijalu

$$V(r)=\frac{Zze^2}{r} \tag{7.24}$$

sa energijom

$$E=\frac{Zze^2}{r_1} \tag{7.25}$$

i definisanom visinom Coulomb-ove barijere (sl. 7.5)

$$V_B=\frac{Zze^2}{R_\alpha} \tag{7.26}$$

Može se eksplicitno izračunati G i napisati u sledećem obliku

$$G=\frac{(2m)^{1/2}}{\hbar}\int_{R_\alpha}^{r_1}\left(\frac{Zze^2}{r}-E\right)^{1/2}dr=\frac{1}{\hbar}\left(2mZze^2r_1\right)^{1/2}\left[\arccos\left(\frac{R_\alpha}{r_1}\right)-\left(\cdot\right.\right. \tag{7.27}$$

Ako se stavi da je $x = (R_\alpha / r_1) = (E/V_B)$ i $v = (2E/m)^{1/2}$ može se relacija (7.27) napisati u obliku

$$G=\frac{1}{\hbar}Zze^2\left(\frac{2m}{E}\right)^{1/2}\left[\arccos\left(x^{1/2}\right)-x^{1/2}(1-x)^{1/2}\right] \tag{7.27'}$$

ili

$$G=\frac{2zZe^2}{\hbar v}\cdot\gamma(x) \tag{7.28}$$

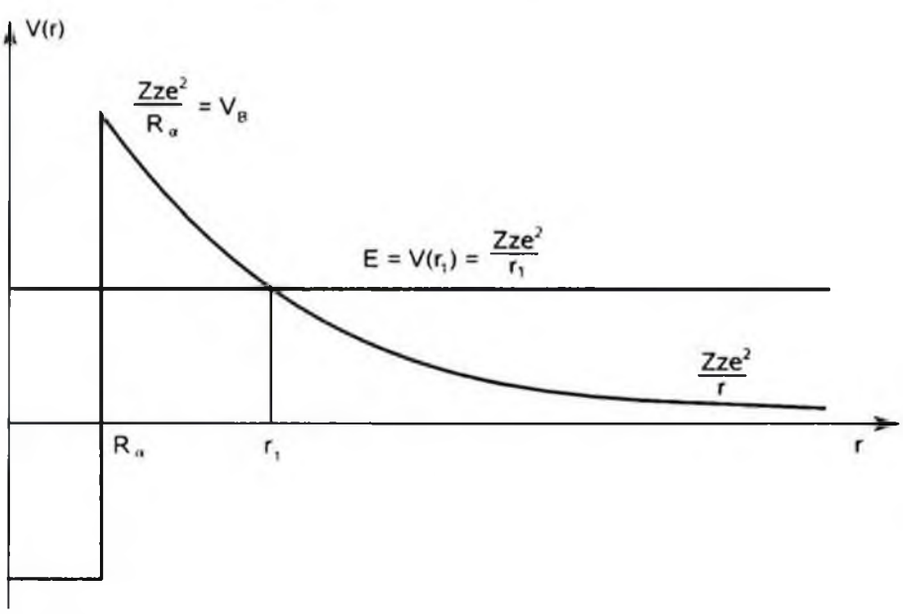
gde je

$$\gamma(x)=\arccos\left(x^{1/2}\right)-x^{1/2}(1-x)^{1/2};$$

a ova je funkcija obično data u tabelama. Za $x \ll 1$, vrednost funkcije može se uzeti kao

$\gamma(x)\propto\frac{\pi}{2}-2x^{1/2}+\ldots+$; veličina G tada približno iznosi

$$G\simeq\frac{\pi zZe^2}{\hbar v}-\frac{2e}{\hbar}\left(2zZmR_\alpha^{1/2}\right) \tag{7.29}$$



Sl. 7.5. *Predstavlja Coulomb-ovu potencijalnu barijeru na kojoj su naznačene visina barijere V_B i kinetička energija α -čestice.*

Korišćenjem izraza za transparenciju (prozračnost) potencijalne barijere, može se odrediti konstanta α-raspada uz pretpostavku da je α-čestica kreće unutar potencijalne jame nekom brzinom v_0 i da je tada broj udara o barijeru u jedinici vremena v_0/R_α. Za svaki udar o potencijalnu barijeru

postoji određena verovatnoća da čestica prođe kroz nju, a izražena je preko transparencije T (jednačina 7.23). Prema tome, konstanta radioaktivnog α-raspada može se, na jednostavan način, predstaviti u obliku

$$\lambda = \frac{v_0}{R_\alpha} T = \frac{v_0}{R_\alpha} e^{-2G} \tag{7.30}$$

Veličina v_0/R_α može se grubo proceniti iz izmerene kinetičke energije α-čestice i poznatog radijusa jezgra, a eksponencijalni član e^{-2G} ima posebno značajnu ulogu.

Ako se uzme da je brzina α-čestice u jezgru 10^9 cm/s i neka je radijus jezgra $R \propto R_\alpha \simeq 10^{-12}$ [cm], tada je $v_0/R_\alpha = 10^{21}$ s^{-1}. Ovo znači da α-čestica, u jedinici vremena, učini toliki broj pokušaja kako bi napustila jezgro. Veličina e^{-2G} ima vrednost intervalu od 10^{-13} do 10^{-39} da bi konstante raspada imale realne vrednosti kako za kratkoživeće izotope, tako i za one sa dugim periodom poluraspada. Vrednosti perioda poluraspada kreću se od 10^{-7} do 10^9 godina. Veličina v_0/R_α od jezgra do jezgra malo varira, a faktor e^{-2G} varira u eksponentu desetke za 26 redova veličine.

Na osnovu jednačina (7.27') i (7.30) može se odrediti radijus jezgra, ukoliko su konstanta radioaktivnog α-raspada i energija α-čestice poznate veličine. Ovaj metod za određivanje radijusa jezgra predstavlja jedan od najstarijih metoda, a vrednosti radijusa dobijene na ovaj način veće su za 20% u odnosu na vrednosti dobijene drugim, tačnijim metodama.

7.4 Uloga centrifugalne barijere u α-raspadu

Moment impulsa koji odnosi α-čestica u radioaktivnom α-raspadu zavisi od spina početnog i krajnjeg stanja. Naime, prema pravilima izbora za momente impulsa, α-čestica može da odnese deo momenta impulsa čija se vrednost kreće u sledećim granicama

$$|I_i - I_f| < l < I_i + I_f \tag{7.31}$$

gde I_i ($i \equiv$ *initial*) i I_f ($f \equiv$ *final*) predstavljaju spinove početnog, odnosno konačnog stanja.

Na osnovu (7.31), mogu postojati četiri posebna slučaja i to:

1. *Kada je* $I_i = I_f = 0$ *tada je* $l = 0$.
2. *Kada je* $I_i = I_f \neq 0$ *tada je* $l = 0, 1, 2, ..., (I_i = I_f)$.
3. *Kada je* $I_i = 0$ (ili $I_f = 0$) *tada je* $l = I_f$ (ili $l = I_i$).
4. *Kada je* $I_i \neq I_f$, *tada je* $l \neq 0$.

Kada je moment impulsa α-čestice različit od nule, u tom slučaju, sem pomenute Coulomb-ove barijere, postoji još i tzv. centrifugalna barijera koja se takođe protivi emisiji α-čestice. Centrifugalna barijera data je u obliku

$$V_c = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2} \tag{7.32}$$

Za $r = R_\alpha$ visina centrifugalne barijere iznosi

$$V_c = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mR_\alpha^2} \tag{7.33}$$

Kada je $l \neq 0$, centrifugalna barijera se protivi emisiji α-čestice iz jezgra, ukupna vrednost potencijalne barijere se uvećava, što može da se izrazi kao

$$V = V_b + V_c = = \frac{Zze^2}{R_\alpha} + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2m R_\alpha^2} \tag{7.34}$$

Totalna visina barijere ima uticaj na prozračnost. Eksponent u jednačini (7.23) trpi, zbog toga, izvesnu korekciju u obliku

$$G = \frac{(2m)^{1/2}}{\hbar} \int_{R_\alpha}^{r_1} (V_b + V_c - E)^{1/2} dr \tag{7.35}$$

Korigovan na centrifugalnu barijeru, eksponent G uvećava vrednost integrala u (7.35) i time direktno smanjuje prozračnost potencijalne barijere, tj. $T_{l\neq 0} < T_{l=0}$.

Može konačno da se zaključi da efekt centrifugalne barijere nije od značaja kada je $l < \frac{R}{\lambda} \simeq 10$, a da je maksimalan pri $l = 10$, jer tada je $V_c =$ 5 MeV.

GLAVA VIII

8 Beta (β) raspad

Pri β-raspadu jezgro emituje β-česticu sa negativnim β^-, odnosno pozitivnim β^+ naelektrisanjem, ili zahvata orbitalni elektron. U procesu β-raspada neutron prelazi u proton i obrnuto, a β-čestica i antineutrino (neutrino) se formiraju u trenutku emisije, upravo kao i foton iz ekscitiranog atoma. β-raspad se može prikazati

$$\left.\begin{aligned} n &\Rightarrow p+\beta^- +\bar{\nu} \\ p &\Rightarrow n+\beta^+ +\nu \\ p+e^- &\Rightarrow n+\nu \end{aligned}\right\} \qquad (8.1)$$

Na osnovu procesa prikazanih relacijama (8.1) nameće se zaključak da se proton i neutron mogu tretirati kao različita stanja jedne iste čestice (nukleona), a β-čestica i antineutrino (neutrino) imaju ulogu kvanta leptonskog polja.

Istorijski gledano, tokom razvoja nuklearne fizike, β-raspad je dovodio u sumnju važnost zakona o održanju energije i momenta impulsa, zatim zakon o održanju parnosti u slabim interakcijama, što je teorijski predviđeno, a eksperimentom potvrđeno.

U početku je bilo teško ustanoviti prirodu elektrona nastalih radioaktivnim raspadom.

Chadwick je 1919. god. ustanovio da se, prilikom radioaktivnog raspada, mogu naći elektroni koji po svojoj prirodi nastanka imaju različito poreklo. Jedni potiču iz jezgra i imaju kontinualnu energijsku raspodelu (spektar), a drugi drugi su atomskog porekla i karakter im je strogo monoenergijski. Monoenergijski elektroni se još nazivaju i konverzioni, a nastaju pri direktnoj interakciji jezgra i elektronskog omotača atoma. Elektroni koji potiču iz jezgra nazivaju se β-zraci i neposredno su povezani sa prelazima u jezgru.

8.1 Održanje energije u β-raspadu

Kontinualna energijska raspodela β-zraka dovodila je u pitanje zakon o održanju energije, jer se očekivalo da su nuklearni β-prelazi monoenergijski. Prema tome, očekuje se da i emitovani β-zraci budu strogo određene energije, slično kao α-čestice u α-raspadu. Ovo se može prikazati

$$E_\beta = \Delta E_\beta = E_1 - E_2 - m_\beta c^2$$

gde E_1 i E_2 predstavljaju energije početnog i krajnjeg stanja, a $m_\beta c^2$ je energija mirovanja β-čestice. Ovakva je pretpostavka izgledala potpuno prirodno, jer se zna da se β-raspad može dogoditi u nizu između dva α-raspada. Neka se na primer, početno jezgro *A* (predak) raspada α-raspadom u jezgro *B*, a ovo emisijom β-čestice prelazi u jezgro *C*, koje se dalje raspada emitujući α-česticu. Proces se može predstaviti sa

$$A \overset{\alpha}{\Rightarrow} B \overset{\beta^-}{\rightarrow} C \overset{\alpha}{\Rightarrow}$$

Kako je karakter α-zračenja monoenergijski, jezgra *B* i *C* moraju imati strogo određena energijska stanja. Prema tome, β-raspad koji se između dva tačno određena energijska stanja, odigrao, takođe mora biti energijski odreden.

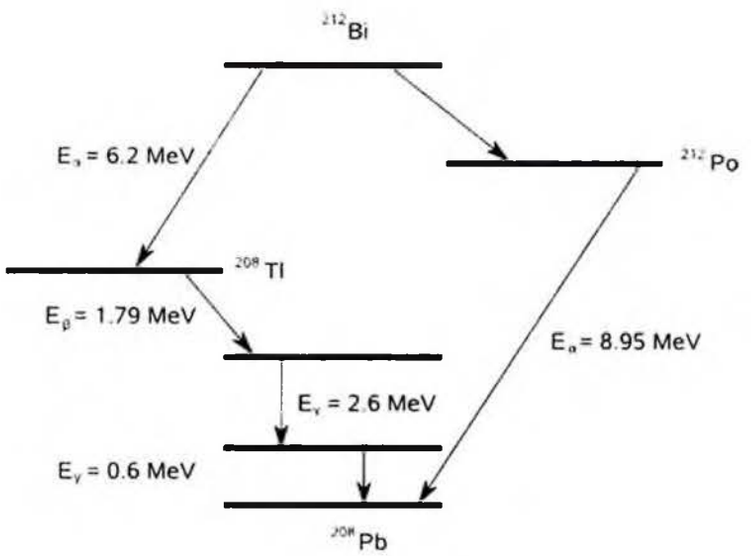
Mogu se navesti i drugi argumenti koji idu u prilog monoenergijskog karaktera β-zračenja. Takav je primer radioaktivni raspad ^{212}Bi. ^{212}Bi se raspada α- i β-emisijom respektivno u ^{212}Po i ^{208}Tl; a ova dva respektivno β- i α-raspadom u ^{208}Pb. Očigledno da suma energija (v. sl. 8.1) u jednoj i drugoj grani mora biti ista, kao što je na sl. 8.1 i prikazano.

Ovo je moguće pod uslovom da jezgro emituje monoenergijske β-zrake. Ovaj zaključak, međutim nije u skladu sa eksperimentima, jer β-zraci pored svih pretpostavki ostaju i dalje sa kontinualnom energijsko, raspodelom.

Da bi se ovo neslaganje objasnilo, učinjene su dve pretpostavke:

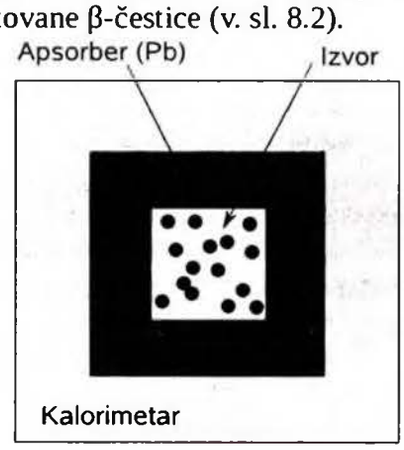
- β-raspad se realizuje na različita energijska stanja jezgra potomka i ono nadoknadom emisijom γ-zraka prelazi u osnovno stanje
- emitovane β-čestice gube energiju u interakciji sa elektronima iz omotača atoma.

Prva je pretpostavka odbačena, jer kontinualna raspodela γ-zraka nije opažena



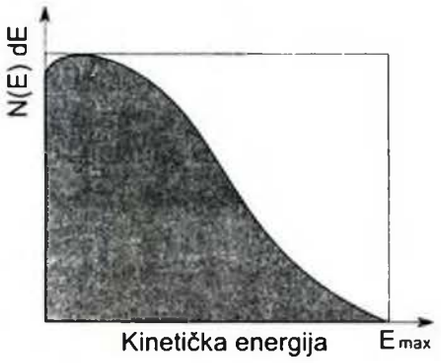
Sl. 8.1. *Šema raspada ^{212}Bi gde su prikazani samo glavni prelazi. Suma energija u jednoj i u drugoj grani iznosi 11.2 MeV.*

U nameri da provere drugu pretpostavku, Ellis i Wooster, a i mnogi drugi, mere totalnu energiju β-raspada kalorimetarskom metodom. Kao β-emiter korišćen je radioaktivni izvor ^{210}Bi stavljen u olovnu kapsulu koja apsorbuje sve emitovane β-čestice (v. sl. 8.2).



Sl. 8.2. *Šematski prikaz uređaja (kalorimetra) za merenje totalne energije u β-raspadu.*

Očekivalo se da oslobođena energija bude jednaka oslobođenoj i izmerenoj količini toplote u kalorimetru, pod uslovom da emitovane čestice imaju istu



Sl. 8.3. *Dijagram koji pokazuje neslaganje između kalorimetrijskog merenja i energije u β-raspadu.*

energiju (E_{max}), što odgovara pravougaoniku na sl. 8.3. Vrednost izmerene energije (toplote) odgovara šrafiranom delu grafika.

Ovaj bi eksperimentalno, prema tome, ukazao da je zakon o održanju energije u β-raspadu narušen. Ustanovljeno je, međutim, da je maksimalna energija β-čestice u β-raspadu ekvivalentna totalnoj energiji raspada. Može kao primer da posluži transformacija ${}^{3}_{1}H_2$ u ${}^{3}_{2}He_1$. Kako su mase poznate, može se napisati jednačina transformacije

$$M({}^{3}_{1}H_2) = M({}^{3}_{2}He_1) + m_{\beta}c^2 + T$$

gde veličina T de facto, odgovara maksimalnoj kinetičkoj energiji β-čestice u β-raspadu.

8.1.1 Održanje momenta impulsa

β-raspad nije doveo u pitanje samo zakon o održanju energije, već i održanje momenta impulsa.

Neka se kao primer razmatra najprostiji β-proces

$$n_{\frac{1}{2}} \Rightarrow p_{\frac{1}{2}} + \beta^-_{\frac{1}{2}}$$

odakle se vidi da je moment impulsa leve strane $\frac{1}{2}$, a moment impulsa desne strane ima vrednost 0 ili 1.

Neutron, proton i β-čestice su fermioni, te je prikazani raspad neutrona, sa gledišta zakona održanja momenta impulsa, neodrživ.

Sve pomenute teškoće eliminisane su uvođenjem još jedne čestice u proces raspada, jer dinamika dve čestice nije mogla da bude usaglašena sa eksperimentom. Pauli je postulirao 1930. godine treću česticu i pomoću nje su otklonjene teškoće u vezi sa zakonom održanja energije i momenta impulsa. Ovu je česticu Fermi nazvao *neutrino*. Ona je električno neutralna, masa i magnetni moment su joj zanemarljivo mali, a podleže Fermi-evoj statistici, tj. ima spin $\frac{1}{2}\hbar$. U β-raspadu ona odnosi razliku energija

$$E_{max} - E_{\beta^-} = \Delta E$$

pa je važnost o održanju energije potvrđena, a takođe i održanje momenta impulsa.

8.2 Neutrino

8.2.1 Osobine neutrina

Ako jezgro emituje neutrino zajedno sa β-česticom u $\beta^{\pm}$-raspadu, neutrino (ν) poseduje energiju iako je njegova masa mirovanja $m_\nu = 0$. Ovaj uslov je ispunjen ako je brzina neutrina jednaka brzini svetlosti, što proizilazi iz relativističke relacije za totalnu energiju neutrina

$$E = m_\nu c^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} \tag{8.2}$$

Eksperimentalno je utvrđeno da masi neutrina m_ν odgovara energijski ekvivalent (energija mirovanja) manji od 250 eV, pa se uzima da je $m_\nu = 0$.

Budući da se detekcija neutrina nije mogla realizovati kalorimetrijskim merenjima (niti nekim sličnim metodama), ako neutrino postoji, sigurno je da veoma slabo interaguje sa medijumom. Slaba interakcija neutrina i medijuma bila je razlog što je mnogo vremena proteklo od njegovog postuliranja do same detekcije. Maseni broj A se ne menja u β-raspadu, ne može se zbog toga ni spin jezgra promeniti od celobrojne na polucelobrojnu vrednost i obrnuto. Kako β-čestica ima spin ½; mora i neutrino imati istu vrednost spina, jer to sledi iz zakona održanja momenta impulsa. Na primer

$$\begin{array}{ccccccc} {}^{14}C & \Rightarrow & {}^{14}N & + & \beta^- & + & \bar{\nu} \\ 0 & & 1 & & \frac{1}{2} & & \frac{1}{2} \end{array}$$

Moment impulsa leve strane jednak je momentu desne strane, ako su spinovi β-čestice i neutrina antiparalelni spinu jezgra ^{14}N. Bilo koja druga vrednost spina neutrina ne zadovoljava zakon održanja momenta impulsa.

S obzirom na naelektrisanje, magnetni moment i masu mirovanja, neutrino je sličan fotonu. Kako se, međutim, razlikuju po spinu, njihove su osobine opisane različitim statistikama. Neutrino je fermion, a foton bozon. Neutrina se, zbog toga pokoravaju Pauli-evom principu isključivosti, a fotoni ne.

Naknadne su analize pokazale da postoje dve vrste čestica sa osobinama neutrina, tj. neutrino i antineutrino s obzirom na sistem čestica i antičestica. Ove se dve vrste čestice javljaju ne samo u β-raspadu, nego su opažene i u μ-mezonskom raspadu. Naime

$$\mu^- \Rightarrow e^- + \bar{\nu} + \nu_\mu$$
$$\mu^+ \Rightarrow e^+ + \nu + \bar{\nu}_\mu$$
$$\nu_e \neq \nu_\mu; \quad \bar{\nu}_e \neq \bar{\nu}_\mu$$

8.2.2 Eksperimentalni dokaz neutrina

Za dokazivanje neutrina (antineutrina) postoje direktan i indirektan metod. Indirektni se metod zasniva na određivanju uzmaka jezgra u elektronskom zahvatu ili na raspodeli impulsa između produkata β-raspada. Elektronski zahvat je podesniji za inđirektno dokazivanje neutrina, jer dovoljno je da se izmeri samo energija uzmaknutog jezgra, budući da je emitovani neutrino u ovom procesu monoenergijski. U elektronskom zahvatu je energija uzmaknutog jezgra data relacijom

$$E_R = \frac{p_i^2}{2Am_N} = \frac{p_\nu^2}{2Am_N} = \frac{E_0^2}{2Am_N c^2} \tag{8.3}$$

gde je $p_\nu = \frac{E_0}{c}$ relativistički impuls, a E_0 je energija prelaza. Energija uzmaknutog jezgra očigledno je obrnuto proporcionalna masenom broju A zbog čega su laka jezgra pogodna za merenje uzmaka. Davis* je merio energiju uzmaknutog jezgra u sledećem elektronskom zahvatu

* Davis, R. Jr. , *Phys. Rev.* 86, 976 (1952)

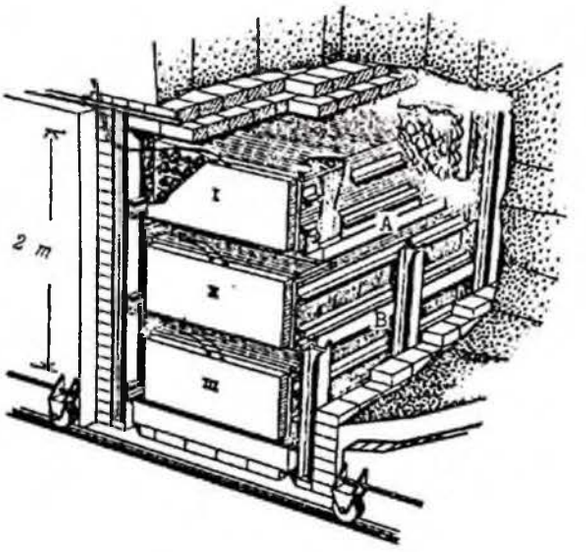
$$^{7}_{4}\mathrm{Be}+e_k \rightarrow ^{7}_{3}\mathrm{Li}+\nu_e+0.86\,\mathrm{MeV} \quad (E_R=5\,\mathrm{eV})$$

da bi dokazao neutrino. Dobijeni rezultat bio je u saglasnosti sa emisijom neutrina.

Nedostaci pomenutih metoda nisu samo u teškoćama eksperimentalnog karaktera (merenje energije uzmaknutog jezgra), oni su i principijelne prirode. Na osnovu kalorimetrijskih merenja, nastala je sumnja u zakon o održanju energije u β-raspadu, a indirektni se metodi zasnivaju na principu održanja. Bilo je potrebno, zbog toga, direktno detektovati neutrino (antineutrino), da zakon održanja energije kao i egzistencija neutrina (antineutrina) proisteknu iz eksperimenta.

Direktan dokaz antineutrina zasniva se na sledećoj nuklearnoj reakciji

$$p^{+}+\bar{\nu}_e \Rightarrow n+\beta^{+} \tag{8.4}$$



Sl. 8.4. *Skica detektora unutar olovne zaštite. Detektorski tankovi I, II i III sadrže 1400 lit. tečnog scintilatora. Na svakom scintilatoru, posebno, priključeno je 110 fotomultiplikatora sa katodom od 12.7 cm. Tankovi A i B sadrže 200 lit vode u kojoj je rastvoreno 40 kp CdCl2. Ovaj rastvor u vodi služi kao meta.*

Da bi se nuklearna reakcija ostvarila, potreban je intenzivni (visoki) fluks antineutrina. Eksperiment je mogao biti izveden kada su konstruisani reaktori sa veoma intenzivnim fluksevima neutrona. U ovim se reaktorima odigrava veoma intenzivna fisija, a produkti fisije su, uglavnom, β-emiteri, uključujući i slobodne neutrone, koji sem β-zraka emituju i antineutrina. Visokofluksni reaktori su, prema tome, dobri izvori antineutrina.

Prvi su eksperiment za dokazivanje antineutrina izveli Raines i Cowan (1953), a poboljšanu verziju eksperimenta izvode isti autori 1956. godine.

Usled slabe interakcije antineutrina sa medijumom, nastao je problem kako da se reakcija (8.4) detektuje. U ove je svrhe konstruisan poseban detektor prikazan na sl. 8.4.

Kao što je na sl. 8.4 prikazano detektor predstavlja sistem scintilacionih detektora između kojih su postavljene mete. Detektor je bio lociran ispod reaktora pod zemljom.

Prema reakciji (8.4) u meti se proizvode pozitron i neutron. Pozitron usporen do termičke energije anihilira se uz emisiju dva γ-kvanata od po 0.510 MeV koji kroz metu prodiru i formiraju koincidentni signal u dva scintilaciona detektora postavlja na suprotnim krajevima mete, što je šematski prikazano na sl. 8.5.

Formirani se neutron kreće kroz vodu i biva usporen i zahvaćen od Cd. Zahvatom neutrona Cd nastaje (n, γ) reakcija i emituje se γ-zračenje što se u koincidenciji dva scintilaciona detektora i zapaža. Antineutrino se dokazuje zakasnelim koincidencijama proizvedenim anihilacijom pozitrona i onih γ-zraka koji potiču od zahvata neutrona od strane Cd.

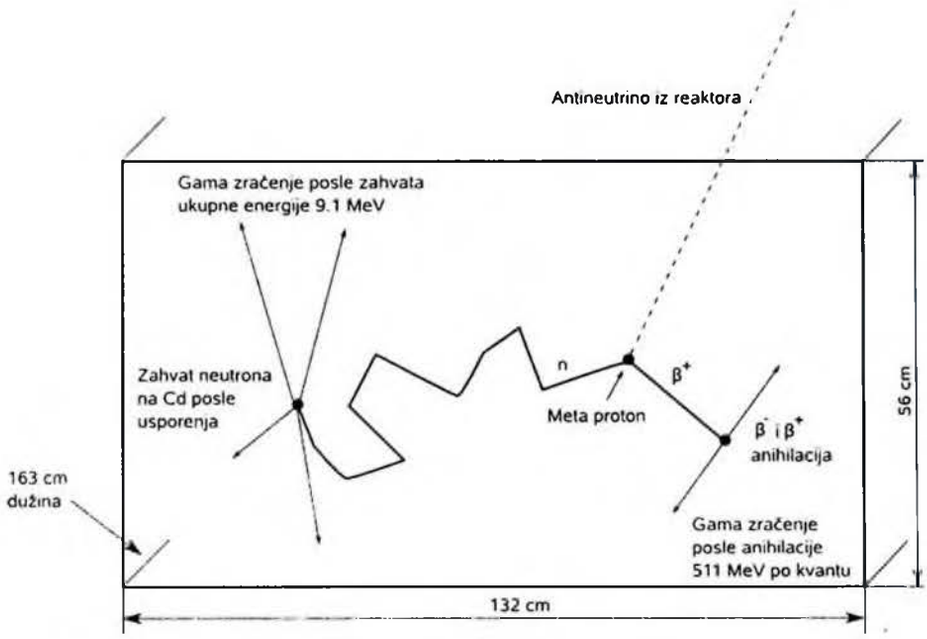
Na osnovu izvedenog eksperimenata u Los Alamos-u na Savanah River Reactor-u određen je presek za zahvat antineutrina i on iznosi

$$\sigma=(1.2^{+0.7}_{-0.4})\cdot 10^{-43}\,\mathrm{cm}^2\,;$$

što je sa teorijski očekivanim presekom u saglasnosti

$$\sigma=(1.0\pm 0.16)\cdot 10^{-43}\,\mathrm{cm}^2\,.$$

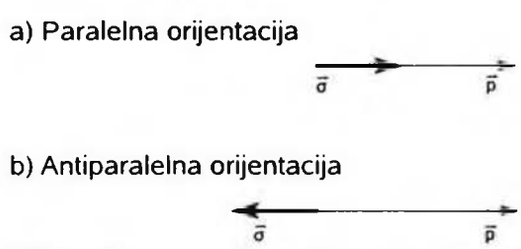
Ceo se eksperiment zasniva na pretpostavci (8.1), tj. da se pri β-raspadu emituje antineutrino. Neutrino egzistira samo u jednoj od dve moguće spinske orijentacije u odnosu na smer impulsa, tj. može da ima paralelnu ili antiparalelnu orijentaciju. Prema dvokomponentnoj teoriji, antineutrino ima paralelni spin u odnosu na smer impulsa, a neutrino antiparalelni, što se može i grafički prikazati.



Sl. 8.5. *Na slici je šematski prikazan proces detekcije antineutrina, tj. anihilacija pozitrona i zahvat termalnog neutrona od strane Cd, koji je propraćen emisijom γ-zraka usled radioaktivnog raspada.*

Na osnovu orijentacije $\vec{\sigma}$ i $\vec{p}$ definiše se helicitet kao

$$H = \frac{\vec{p} \cdot \vec{\sigma}}{|\vec{p}||\vec{\sigma}|} \tag{8.5}$$



Sl. 8.6. *Slika prikazuje orijentaciju spina i impulsa.*

Prema helicitetu neutrino je čestica koja ima negativan helicitet $H = -1$, a antineutrino čestica sa pozitivnim helicitetom $H = +1$. Prema tome, na

osnovu dvokomponentne teorije, neutrino i antineutrino nisu istovetne čestice, tj. $\nu_e \neq \bar{\nu}_e$. Jedino se, međutim, eksperimentom može dokazati istovetnost, odnosno razlika dveju čestica. Za dokaz neutrina Pontecorvo je predložio sledeću nuklearnu reakciju

$$n + \nu \Rightarrow p^+ + \beta^- \tag{8.6}$$

Predložena nuklearna reakcija takođe predstavlja inverzni β-raspad, kao i (8.4).

Ako su neutrino i antineutrino iste čestice, one bi morale inicirati sledeću nuklearnu reakciju

$$^{35.37}\mathrm{Cl} + \binom{\bar{\nu}_e}{\nu_e} \Rightarrow {}^{35.37}\mathrm{Ar} + \beta^- \tag{8.7}$$

Kako je fluks neutrina, proizveđen u laboratoriji malog intenziteta, za identifikaciju reakcije (8.7) Davis* koristi antineutrina reaktora iz Brookhaven-a. Dobijeni rezultat je negativan, jer najveća vrednost preseka iznosi $0.9 \cdot 10^{-46}$ cm^2, tj. znatno je niža od 10^{-43} cm^2. Ovo ujedno i pokazuje da neutrino i antineutrino nisu identične čestice.

Davis* je 1964. godine pokušao da izvede komplementarni eksperiment sa neutronima koji potiču sa sunca, da bi detektovao nuklearnu reakciju (8.7). Ovaj eksperiment, međutim, nije bio uspešan, jer je fluks neutrina bio malog intenziteta. Njegova vrednost na površini zemlje iznosi $2 \cdot 10^6 \frac{\text{neutrina}}{\text{cm}^2 s}$.

8.3 Osnovni pojmovi teorije β-raspada

Pokazano je ranije da elektron ne može da egzistira u jezgru. Dokaz je izveden pomoću principa neodređenosti, prema kojem može da se tvrdi da slobodni elektroni u jezgru ne postoje, već se formiraju u trenutku β-raspada. Prema Fermi-evoj teoriji, β-raspad je posledica interakcije nukleona i leptonskog polja.

Prelaz protona u neutron i leptonski par i obrnuto, Fermi je opisao po analogiji sa emisijom svetlosti atomskih sistema. Ako su elektroni u atomu izvori elektromagnetnog polja, a u interakciji sa njim kreiraju foton i na taj način izvrši prelaz atoma iz početnog u krajnje stanje, slično

---

* Davis R. Jr., *Phys. Rev. Lett.* 12, 302 (1964).

* Davis R. Jr., *Phys. Rev. Lett.* 12, 302 (1964).

se dešava sa nukleonima koji u interakciji sa leptonskim poljem formiraju par kvanata leptonskog polja, a time se β-raspadom izvrši prelaz sa početnog u krajnje stanje jezgra. Tipovi ovakvih interakcija opisuju se teorijom perturbacija u obliku verovatnoće prelaza koja je drugim zlatnim pravilom kvantne mehanike iskazana

$$P=\frac{2\pi}{\hbar}|H_{fi}|^2\cdot\rho \tag{8.8}$$

gde je

$$H_{fi}=\int \psi_f^* H' \psi_i \, d\Omega \tag{8.9}$$

matrični element operatora perturbacije H', a

$$\rho=\frac{dn}{dE_0} \tag{8.10}$$

gustina konačnih stanja.

Ako emitovane čestice u β-raspadu odnose energiju definisanu energijskim intervalom E_β i $E_\beta + dE_\beta$, tada se njihov impuls mora nalaziti unutar intervala p_β i $p_\beta + dp_\beta$. Prosečan ili srednji broj čestica emitovanih u jedinici vremena sa tom vrednošću impulsa proporcionalan je verovatnoći prelaza.

Na taj se način srednjem broju emitovanih čestica nekog prelaza može pripisati *funkcija verovatnoće* $N(p)dp$ kojom je raspodela impulsa odredena, a time i oblik impulsnog spektra emitovanih β-čestica. Drugim rečima, srednji broj emitovanih β-čestica sa impulsnom raspodelom $N(p)dp$ proporcionalan je verovatnoći prelaza, što može da se predstavi

$$N(p)dp=\frac{2\pi}{\hbar}|H_{fi}|^2\frac{dn}{dE_0} \tag{8.11}$$

Fizička slika β-raspada može da se prikaže na sledeći način: jezgro predak se nalazi u i-stanju (početno – *initial*) i pod uticajem slabe perturbacije prelazi u konačno (*finalno*) f-stanje. Konačno f-stanje jezgra potomka je jedno kvantnomehaničko stanje van vrlo mnogo mogućih stanja uz dva leptona, elektrona i neutrina (antineutrina).

Jezgro potomak napušta sistem sa energijom uzmaka i u većini slučajeva ostaje u nekom od više mogućih pobuđenih stanja koja su energijski strogo definisana. Emitovani leptoni, elektron i neutrino (antineutrino), između sebe na različite načine raspoređuju energiju

raspada. Neodređenost raspođele energije dE_0 izmedu produkata raspada, pre svega, zavisi od toga kako je energijsko stanje jezgra pretka definisano, ako je učinjena pretpostavka da je energijsko stanje jezgra potomka strogo definisano.

Neodređenost polaznog stanja definisana je relacijom neodređenosti $\Delta E_i = \frac{h}{\tau_i}$, gde je τ_i srednji život jezgra pretka, a ima uticaj na određenost energije leptona. Gustina konačnih stanja jezgra potomka prekriva, dakle, interval dE_0 i predstavljena je sa $\frac{dn}{dE_0}$, a naziva se *statistički faktor.*

8.3.1 Statistički faktor

Razmatranje statističkog faktora odnosno gustine konačnih stanja u β-raspadu dovodi do objašnjenja oblika β-spektra.

Produkti β-raspada su tri čestice: uzmaknuto jezgro, elektron i neutrino (antineutrino). U ovom se procesu održavaju impuls i energija. Impuls tri čestice izbalansiran je do nule. Energija uzmaknutog jezgra, međutim, u poređenju sa energijom emitovanog elektrona je mala i može se zanemariti. Prema tome, energija raspada je raspoređena između elektrona i neutrina (antineutrina) na sledeći način

$$E_0 = c \cdot p_\nu + (m_\beta^2 c^4 + c^2 p_\beta^2)^{1/2} = E_\nu + E_\beta \qquad (8.12)$$

gde je E_ν i E_β energije neutrina (antineutrina) i elektrona izražene preko impulsa p_ν i p_β; a c je brzina svetlosti, dok član $m_\beta c^2$ predstavlja energiju mirovanja elektrona.

Broj konačnih stanja može se izračunati pomoću Heisenberg-ovog principa neodređenosti i faznog prostora. Naime, prema tom principu, elektron ne može biti ograničen površinom manjom od elementa fazne površine $h = \Delta x \cdot \Delta y$. Slično rezonovanje veži i za komponente y i z. U šestodimenzionom faznom prostoru, definisanom sa (x, y, z, p_x, p_y, p_z), stanje elektrona se ne može opisati većom preciznošću nego što iznosi zapreminski element faznog prostora

$$\Delta x \Delta y \Delta z \cdot \Delta p_x \Delta p_y \Delta p_z \simeq h^3 \qquad (8.13)$$

čime je u ovom elementu ograničen broj stanja elektrona. Ako se pretpostavi da je elektron lokalizovan zapreminskim elementom Ω i impulsnim intervalom p_β i $p_\beta + dp_\beta$, pod uslovom da je ovo sferni zapreminski element, fazna zapremina elektrona iznosi $\Omega(4\pi p^2 dp)$. Kako

je jedna ćelija elementa faznog prostora određena zapreminom h^3, broj stanja elektrona u zapreminskom elementu faznog prostora iznosi

$$dn_\beta = \Omega \frac{4\pi\, p_\beta^2 dp_\beta}{h^3} \tag{8.14}$$

gde je $\Omega = dxdydz$. Slično rezonovanje važi i pri izračunavanju broja stanja neutrina, tj. ovaj broj iznosi

$$dn_\nu = \Omega \frac{4\pi\, p_\nu^2 dp_\nu}{h^3} \tag{8.15}$$

Ukupan broj stanja elektrona i neutrina (antineutrina) čiji se impuls nalazi u intervalu p_β i $p_\beta + dp_\beta$; odnosno p_ν i $p_\nu + dp_\nu$ dat je kao proizvod $dn_\beta \cdot dn_\nu$, tj.

$$\frac{dn}{dE_0} = \frac{dn_\beta \cdot dn_\nu}{dE_0} = \frac{16\pi^2 \Omega^2}{h^6} p_\beta^2 p_\nu^2 \frac{dp_\beta dp_\nu}{dE_0} \tag{8.16}$$

Konačan broj stanja elektrona može da se odredi eliminacijom p_ν i dp_ν iz jednačine (8.16) pomoću jednačine (8.12).

Prema (8.12), dobijaju se vrednosti

$$p_\nu = \frac{1}{c}(E_0 - E_\beta) \tag{8.17}$$

i

$$dp_\nu = \frac{1}{c} dE_0 \tag{8.18}$$

Zamenom vrednosti (8.17) i (8.18) u (8.16) dobija se

$$\frac{dn}{dE_0} = \frac{16\pi^2 \Omega^2}{c^3 h^6} (E_0 - E_\beta)^2 p_\beta^2 dp_\beta \tag{8.19}$$

Jednačina (8.19) predstavlja gustinu konačnih stanja za koja elektron ima vrednost impulsa u impulsnom intervalu p_β i $p_\beta + dp_\beta$ nezavisno od impulsa neutrina, a takođe i energiju u intervalu E_β i $E_\beta + dE_\beta$. Ako se vrednost data relacijom (8.19) uvrsti u jednačinu (8.11) dobija se oblik impulsnog spektra emitovanih β-čestica u raspadu.

$$N(p_\beta)\,dp_\beta = \frac{64\pi^4\Omega^2}{c^3h^7}|H_{if}|^2(E_0-E_\beta)^2\,p_\beta^2\,dp_\beta \qquad (8.20)$$

Kada matrični element $|H_{if}|$ ne zavisi od E_β i p_β (slučaj kada je $Z = 0$, tada se radi o dozvoljenim prelazima), on je konstantna veličina, a oblik β-spektra u tom slučaju isključivo zavisi od stasističkog faktora, tj.

$$N(p_\beta)\,dp_\beta = C(E_0-E_\beta)^2\,p_\beta^2\,dp_\beta \qquad (8.21)$$

gde je C konstantna.

8.3.2 Matrični element interakcije

Matrični element koji figuriše u jednačini (8.20) omogućuje samo kvalitativno određivanje, a ne i kvantitativno izračunavanje β-spektra. Za izračunavanje β-spektra potrebno je da se zna brojna vrednost matričnog elementa definisanog jednačinom (8.9)

$$H_{fi} = \int \psi_f^* H' \psi_i \, d\Omega \,.$$

Drugim rečima, potrebno je, za svaku vrednost β-čestice, poznavati i brojnu vrednost matričnog elementa. Ovo ukazuje da matrični element prelaza zavisi od brzine, odnosno energije emitovane β -čestice.

U definiciji matričnog elementa učestvuje operator nepoznate interakcije H' i talasne funkcije početnog i krajnjeg stanja ψ_i i ψ_f . Operator interakcije H' treba da je u stanju da "razori" početno stanje (početnu česticu) i da kreira konačno stanje. Talasna funkcija $\psi_i = u_i$ opisuje stanje sistema pre raspada, a talasna funkcija konačnog stanja složena je u vidu produkta $\psi_f = u_f\,\psi_\beta\,\psi_\nu$; gde su u_f talasna funkcija jezgra u konačnom stanju; ψ_β talasna funkcija elektrona i ψ_ν talasna funkcija neutrina (antineutrina).

Matrični element u tom slučaju ima oblik

$$H_{fi} = \int u_f^* \psi_\beta^* \psi_\nu^* H' u_i \, d\Omega \qquad (8.22)$$

U izrazu (8.22) integracija se vrši po koordinatama svih čestica. Vrednost matričnog elementa zavisi od izbora oblika operatora H'.

Najjednostavniji oblik matričnog elementa dobija se kada se pretpostavi da je operator interakcije H' konstantna veličina. U tom slučaju

$$H_{fi}=g\int u_f^* \psi_\beta^* \psi_\nu^* H\, u_i\, d\Omega \tag{8.23}$$

gde je g konstanta koja karakteriše jačinu interakcije sve četiri čestice. Dimenzija konstante interakcije je proizvod veličina *energija* x *zapremina*. Eksperimentalno određena vrednost ove konstante iznosi

$$g = 1.41\cdot 10^{-49}\ \text{erg}\cdot\text{cm}^3 = 0.9\cdot 10^{-4}\ \text{MeV F}^3.$$

Izraz kojim je dat matrični element može se dalje uprostiti ako se uzme u obzir da neutrino (antineutrino) i elektron slabo interaguju sa jezgrom, uz napomenu da se Coulomb-ova interakcije elektrona sa jezgrom zanemaruje. U ovom su slučaju talasne funkcije elektrona i neutrina (antineutrina) ravni talasi. Ako se njihovi impulsi označe sa p_β i p_ν njihove talasne funkcije imaju sledeći oblik

$$\left.\begin{aligned}\psi_\beta &= N_\beta \exp\{\frac{i}{\hbar}\vec{p}_\beta \vec{r}\} = N_\beta \exp\{i\vec{k}_\beta \vec{r}\}\\ \psi_\nu &= N_\nu \exp\{\frac{i}{\hbar}\vec{p}_\nu \vec{r}\} = N_\nu \exp\{i\vec{k}_\nu \vec{r}\}\end{aligned}\right\} \tag{8.24}$$

gde su N_β i N_ν normalizacioni faktori. Ako se talasne funkcije normalizuju unutar zapremine Ω tako da je

$$\int_\Omega \psi_\beta^* \psi_\beta\, d\Omega = 1 \quad \text{i} \quad \int_\Omega \psi_\nu^* \psi_\nu\, d\Omega = 1 \tag{8.25}$$

Dobijaju se amplitude talasnih funkcija čije su vrednosti konstante

$$N_\beta = N_\nu = \Omega^{-1/2} \tag{8.26}$$

Talasne funkcije jezgra u_f i u_i različite su od nule samo unutar jezgra. Integracija podintegralnih funkcija matričnog elementa (8.23), zbog toga, ima smisla samo u domenu zapremine Ω, odnosno zapremine jezgra. Kako se, međutim, leptoni mogu identifikovati i u zapremini koja je veća od zapremine Ω, talasne funkcije $\psi_\beta(\vec{r})$ i $\psi_\nu(\vec{r})$ mogu se razviti u stepeni red oko $\vec{r}=0$

$$\psi_\beta(\vec{r}) = \Omega^{-1/2}\left|1 + i(\vec{k}_\beta \vec{r}) + \ldots\right| \tag{8.27}$$

$$\psi_\nu(\vec{r})=\Omega^{-1/2}|1+i(\vec{k}_\nu\vec{r})+...| \tag{8.28}$$

Radi procene drugog člana reda može se pretpostaviti da je energija emitovane čestice 1 MeV. U tom slučaju intenzitet talasnog vektora ima vrednost k = 0.5 $\cdot 10^{11}$ cm^{-1}. Ako se uzmu u obzir dimenzije jezgra vrednost drugog člana stepenog reda u zavisnosti od energije emitovane čestice u domenu jezgra se može menjati od 0.1 do 0.01, pa se ista obično zanemaruje. Ukoliko se drugi član stepenog reda (8.27) i (8.28) zanemari, matrični element ima oblik

$$H_{fi}=g\frac{M_{fi}}{\Omega} \tag{8.29}$$

gde je

$$M_{fi}=\int u_f^* u_i d\Omega \tag{8.30}$$

matrični element jezgra. Matričnim elementom jezgra određuje se dozvoljenost, odnosno zabranjenost prelaza. Kod dozvoljenog β-prelaza matrični element na zavisi od energije i njegova je vrednost konstantna. Tipičan predstavnik dozvoljenog prelaza jeste β-raspad slobodnog neutrona. Matrični element u ovom slučaju ima vrednost 1.

Ako se matrični element prelaza (8.29) uvrsti u jednačinu (8.20), dobija se formula spektra emitovanih β-čestica

$$N(p_\beta)dp_\beta=\frac{g^2}{2\pi^3c^3\hbar^7}|M_{if}|^2(E_0-E_\beta)^2p_\beta^2dp_\beta \tag{8.31}$$

U poslednjoj relaciji (8.31) Coulomb-ova interakcija β-čestice i jezgra nije uzeta u obzir, iako ona ima uticaj na oblik talasne funkcije β-čestice.

8.3.3 Coulomb-ov korekcioni faktor

U dosadašnjem razmatranju β-raspada Coulomb-ova interakcija naelek-trisanja jezgra i emitovane β-čestice nije bila uzeta u obzir. Do sada je emitovanoj čestici pripisivan ravan talas, tj. talasna funkcija $\psi_\beta(0)$, koja u domenu jezgra ima konstantnu vrednost. Usled Coulomb-ove interakcije, međutim, talasna funkcija $\psi_\beta(0)$ postaje energijski zavisna, što se mora uzeti u obzir. Talasna funkcija elektrona koriguje se najbolje Fermi-jevom funkcijom, koja predstavlja odnos gustine

elektrona na jezgru potomka i gustine slobodnih elektrona u beskonačnosti, tj.

$$F(E,Z)=\frac{|\psi_\beta(o)|_Z^2}{|\psi_\beta(0)|_{\infty}^2} \tag{8.32}$$

Energijski zavisna funkcija $F(E, Z)$ može da ima sledeće vrednosti

$$\begin{aligned} &F(E,Z)>1 \quad za\ \beta^- - emisiju \\ &F(E,Z)=1 \quad za\ Z=0 \\ &F(E,Z)<1 \quad za\ \beta^+ - emisiju \end{aligned} \tag{8.33}$$

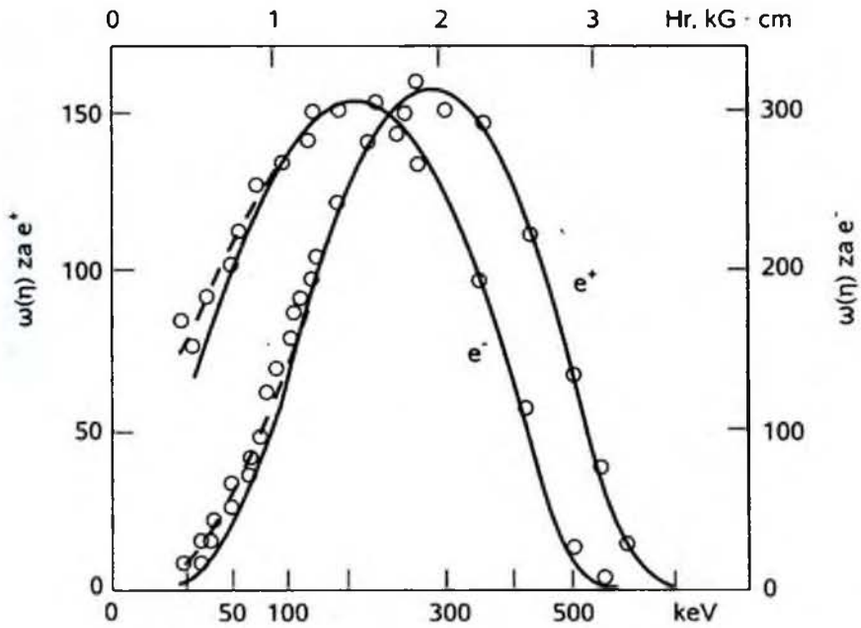
Aproksimativni izraz Coulomb-ove korekcione funkcije $F(E, Z)$ za nerelativističku česticu ima sledeći oblik

$$F(E,Z)=\frac{2\pi\eta}{1-\exp(-2\pi\eta)} \tag{8.34}$$

gde je $\eta=\frac{Ze}{\hbar v}$ za elektrone; a $\eta=-\frac{Ze}{\hbar v}$ za pozitrone; v je brzina emitovane čestice; Z je redni broj jezgra potomka. Coulomb-ova interakcija povećava verovatnoću za emisiju β-čestice, a smanjuje verovatnoću emisije pozitrona, posebno na niskim energijama. Na višim je energijama Coulomb-ova korekcija oblika β-spektra beznačajna, kao što se na sl. 8.7 vidi.

Kada se Coulomb-ova funkcija interakcije uvrsti u impulsni spektar emitovanih β-čestica (8.31), dobija se

$$N(p_\beta)dp_\beta=\frac{g^2}{2\pi^3c^3\hbar^7}|M_{fi}|^2F(E,Z)(E_0-E_\beta)^2p_\beta^2dp_\beta \tag{8.35}$$



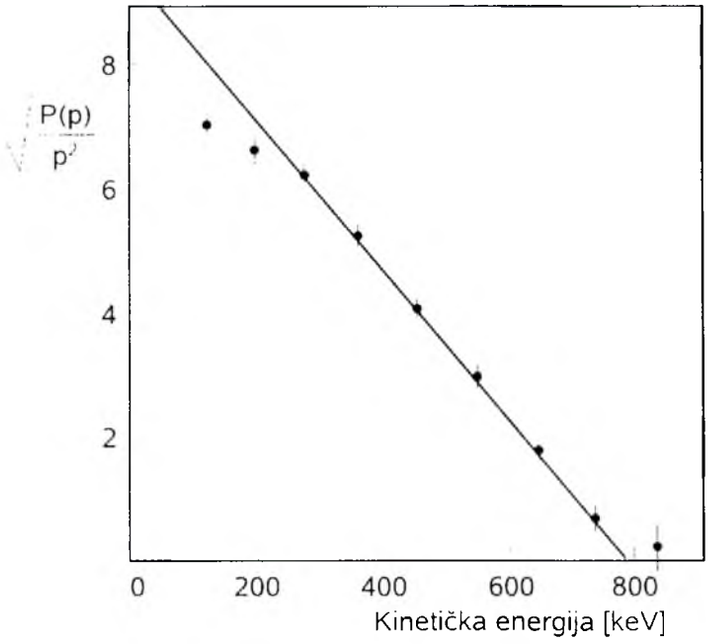
Sl. 8.7. *Ilustruje spektar elektrona i pozitrona ^{64}Cu. Kružićima su označene eksperimentalne vrednosti, a izvučene linije predstavljaju teorijski spektar. Uticaj Coulomb-ove interakcije je očigledan u nisko-energijskom delu spektra.*

8.3.4 Fermi-Kurie grafik

Oblik β-spektra određen je uglavnom faktorom p_β^2 i članom $(E_0 - E_\beta)^2$. Bez Coulomb-ovog korekcionog člana $F(E, Z)$ parabolična forma spektra teži nuli kada je $p = 0$; za maksimalnu vrednost p_{max}, tj. kada je $E_0 = E$, spektar se takođe približava nultoj vrednosti. E_0 ili maksimalna energija E_{max} povezana je sa maksimalnom kinetičkom energijom T_0 emitovane čestice ili sa veličinom Q (reakcije) sledećom relacijom

$$E_0 = E_{max} = T_0 + m_0c^2 = Q \tag{8.36}$$

Eksperimentalno dobijeni spektar najlakše se poredi sa teorijskim pomoću linearnog predstavljanja podataka, kao što je učinjeno na Kurie-Fermi grafiku (primer na sl. 8.8).



Sl. 8.8 *Fermi*-Kurie grafik $n(\beta^-)^1\mathrm{H}$ [od J. M. Robson, *Phys. Rev.* 83 (1951)]

Spektralna formula (8.35) može se napisati, zbog toga, u obliku

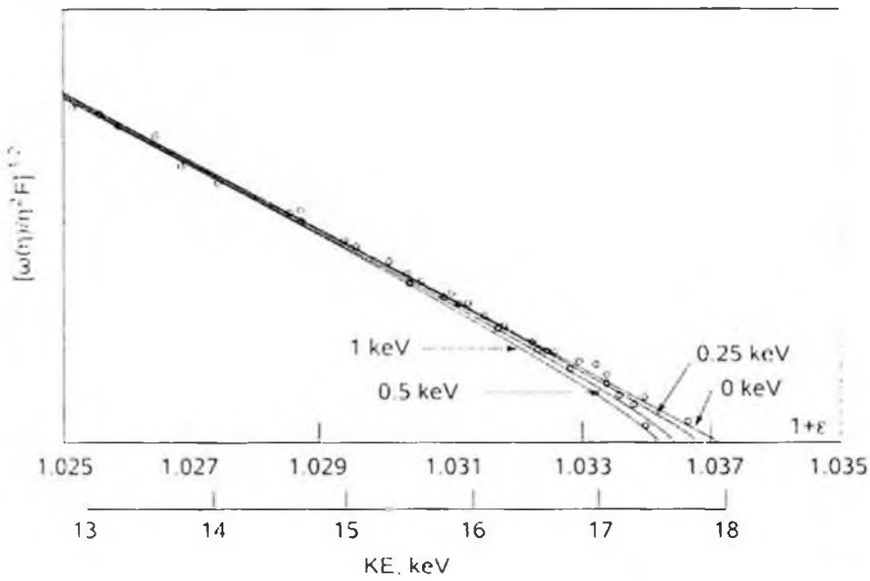
$$\left[\frac{N(p_\beta)}{p_\beta^2 F(E,Z)}\right]^{1/2} = C(E_0 - E_\beta) \tag{8.37}$$

Desna strana jednačine (8.37) predstavlja pravu liniju, ukoliko se radi o dozvoljenim spektrima. Istina, konstanta C je nepoznata veličina, ali ista ne zavisi od energije, jer sadrži u sebi nuklearni matrični element $|M_{fi}|$ dozvoljenog prelaza. Prema tome, Kurie-Fermi grafik je prava linija koja preseca apscisnu osu (energijska skala) u određenoj tački, kojom je obeležena maksimalna energija β-raspada E_{max}. Nagib prave daje informaciju o matričnom elementu jezgra $|M_{fi}|$. Nelinearnost grafika obično je posledica konačne debljine radioaktivnog izvora, odnosno grešaka mernih instrumenata.

Na sl. 8.8. prikazan je β-spektar koji nastaje β-raspadom slobodnog neutrona. U ovom je slučaju $Z = 0$. Faktor (Coulomb-ova korekciona

funkcija) $F(E, Z)$ je skoro konstantna veličina u celoj oblasti spektra, pa se može zanemariti. Vidi se na grafiku da je spektar linearan sve do 300 keV, a odstupa od prave na niskim energijama. Ovo potiče, kako je rečeno, od greške instrumenta i geometrije radioaktivnog izvora.

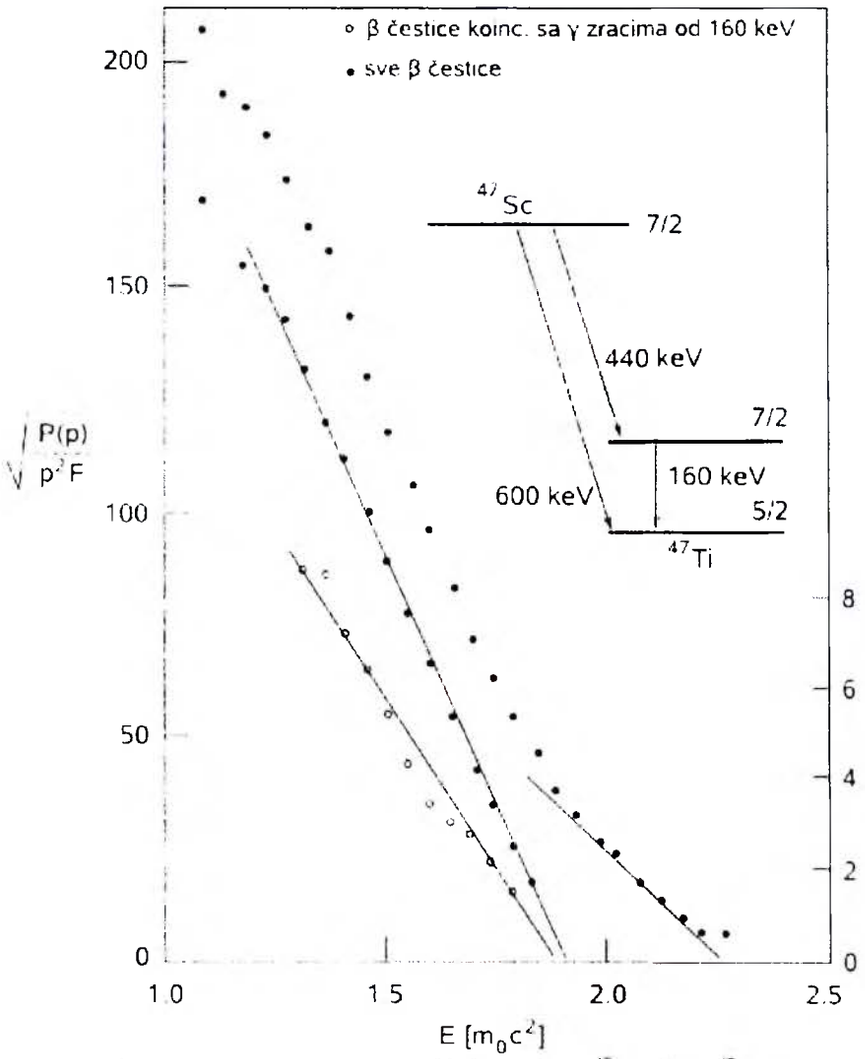
U cilju da se teorija β-raspada uprosti, učinjena je pretpostavka da je masa neutrina u miru jednaka nuli. Ako to nije slučaj, jednačine (8.12) i (8.16) izgledaju nešto drugačije, a i oblik β-spektra se nešto menja u okolini maksimalne energije. Eksperimentalna procena mase mirovanja neutrina izvršena je na spektru tricijuma. Kurie-Fermi grafik tricijuma prikazan je na sl. 8.9. Za snimanje spektra ^{3}H korišćen je proporcionalni brojač.



Sl. 8.9. *Kurie-Fermi grafik* ^{3}H (β^-) – ^{3}He *spektra.*

Radioaktivni gas tricijuma unesen je u brojač i sniman je spektar. Na osnovu nelinearnosti u visokoenergijskom delu spektra procenjena je masa mirovanja neutrina. S obzirom na ovu procenu, gornja granica energijskog ekvivalenta mase mirovanja neutrina iznosi oko 250 eV.

Poreklo nelinearnosti spektra može biti usled njegove složene strukture ili posledica zabranjenih prelaza. Na sl. 8.10 prikazan je složeni β-spektar ^{47}Sc.

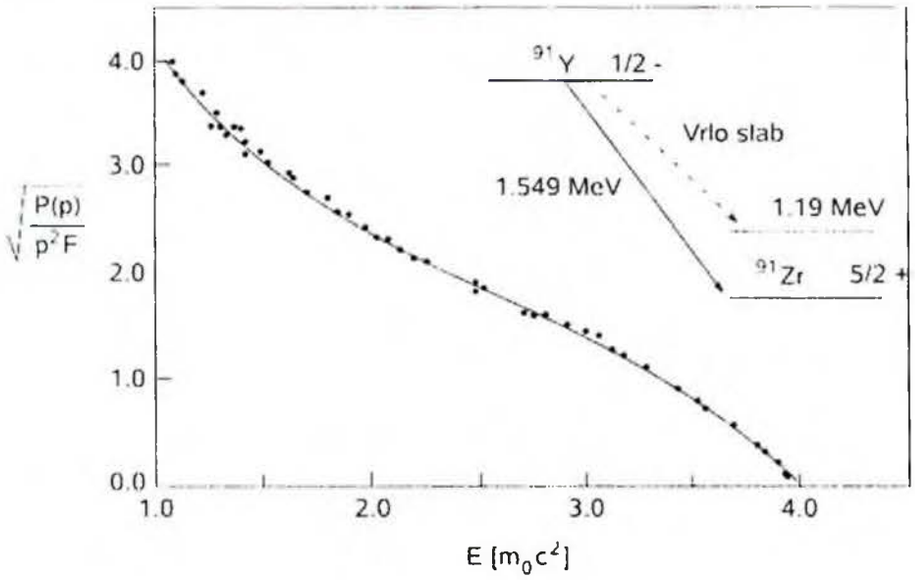


Sl. 8.10. *Kurie-Fermi grafik β-spektra* ^{47}Sc(β$^-$) → ^{47}Ti
[od W. E. Graves and S. K. Surie, *Phys. Rev.* 101, (1956) 1368].

Oduzimanjem osnovnog spektra (visokoenergijski deo) od ostalog dela spektra, tj. sukcesivnim oduzimanjem (dokle god se pojavljuje nelinearni ostatak) delova spektra, može se isti razložiti na komponente. Prema tome, Kurie grafik može da posluži za razlaganje spektra na komponente, time i za određivanje njihovih maksimalnih energija.

Na sl. 8.11 prikazan je standardni Kurie grafik za zabranjen β-spektar ^{91}Y. Ovaj spektar je izmeren pomoću β-spektrometra. Očigledno je da Kurie grafik nije prava linija, ali ako se uvede korekcioni faktor, koji zavisi od vrste zabrane, grafik postaje prava linija.

Kurie-Fermi analiza primenjena je u mnogim slučajevima posmatranih β-prelaza. Ona je pokazala dobru saglasnost izmedu Fermi-eve teorije i eksperimentalnih vrednosti.



Sl. 8.11. *Kurie grafik zabranjenog* ^{91}Y (*β*-) – ^{91}Zr *spektra*
[od L. M. Langer and H. C. Price, *Jr. Phys. Rev.* 75, (1949) 1109].

8.3.5 Komparativni period poluraspada

Iz teorije radioaktivnog raspada je poznato da je konstanta radioaktivnog raspada λ jednaka recipročnoj vrednosti perioda poluraspada $t_{1/2}$. Kako je izraz za verovatnoću β-raspada poznat, može se, integracijom jednačine (8.35) po dp_β u granicama $0 \leq p_\beta \leq p_{max}$; naći veza

između $t_{1/2}$ i konstante raspada λ, pa se dobija

$$\frac{\ln 2}{t_{1/2}}=\lambda=\int_0^{p_{max}} N(p_\beta)dp_\beta=\frac{g^2}{2\pi^3c^3\hbar^7}\int_0^{p_{max}}|M_{fi}|^2F(E_0-E_\beta)^2p_\beta^2dp_\beta \quad (8.38)$$

gde je E_β je kinetička energija emitovane β-čestice. Ako se totalna energija izrazi u jedinicama $m_\beta c^2$
sledi

$$W=\frac{E_\beta+m_\beta c^2}{m_\beta c^2}\ ;\quad W_0=\frac{E_0+m_\beta c^2}{m_\beta c^2} \quad (8.39)$$

a impuls u $m_\beta c$ jedinicama, dobija se

$$p_\beta=m_\beta c(W^2-1)^{1/2} \quad (8.40)$$

Tada je

$$\lambda=\frac{g^2m_\beta^5c^4}{2\pi^3\hbar^7}|M_{fi}|^2\int_0^{W_0}F(E,Z)(W_0-W)^2(W^2-1)^{1/2}WdW \quad (8.41)$$

Izraz (8.41) može se napisati u obliku

$$\lambda=\frac{1}{\tau_0}|M_{fi}|^2f(W_0,Z) \quad (8.42)$$

Konstanta raspada λ je, prema tome, proporcionalna proizvodu kvadrata matričnog elementa $|M_{fi}|^2$ i funkcije $f(W_0, Z)$, a obrnuto je proporcionalna univerzalnoj vremenskoj konstanti β-raspada

$$\tau_0=\frac{2\pi^3}{g^2}\frac{\hbar}{m^5c^4}\simeq 7000\,s \quad (8.43)$$

koja u sebi sadrži konstantu sprezanja g i na taj način predstavlja meru jačine slabe interakcije. Integral Fermi-eve funkcije $f(W_0, Z)$ sadrži u sebi Coulomb-ovu interakciju elektrona i jezgra, kao i statistički faktor. Isti se može analitički izraziti samo pod uslovom da je $F(E, Z = 0) = 1$; u drugim slučajevima mora se rešavati numerički. Danas postoje tablice u kojima su vrednosti integrala (8.41) date u veoma širokom intervalu veličina W i Z. Na sl. 8.12 data je zavisnost $\log f(W_0, Z)$ od maksimalne energije.

Ako se radi o jezgrima malog Z, dovoljno je dobra aproksimacija

ako se stavi da je $F(W, Z = 0) = 1$. tada je moguće naći i analitičko rešenje funkcije $f(W_0, Z)$ u kojem je zavisnost konstante raspada od energije očigledno demonstrirana.
Ukoliko se stavi da je

$$W = \sqrt{1+\eta^2}; \quad W_0 = \sqrt{1+\eta_0^2} \tag{8.44}$$

gde η predstavlja impuls izražen u $m_\beta c$ jedinicama, a ovo uvrsti u (8.41) dobija se

$$\lambda = \frac{g^2 m_\beta^5 c^4}{2\pi^3 \hbar^7} |M_{fi}|^2 f(\eta_0) \tag{8.45}$$

gde je

$$f(\eta_0) = \int_0^{\eta_0} (\sqrt{1+\eta_0^2} - \sqrt{1+\eta^2}) \eta \, d\eta =$$

$$-\frac{1}{4}\eta_0 - \frac{1}{12}\eta_0^3 + \frac{1}{30}\eta_0^5 + \frac{1}{4}\sqrt{1+\eta_0^2} \ln(\eta_0 + \sqrt{1+\eta_0^2})$$

$f(\eta_0)$ ima granične vrednosti

$$f(\eta_0) \sim \frac{1}{30}\eta_0^5 \qquad \text{za } \eta_0 \gg 5 \tag{8.46}$$

i

$$f(\eta_0) \sim \frac{2}{105}\eta^7 \qquad \text{za } \eta_0 \ll 0.5 \tag{8.47}$$

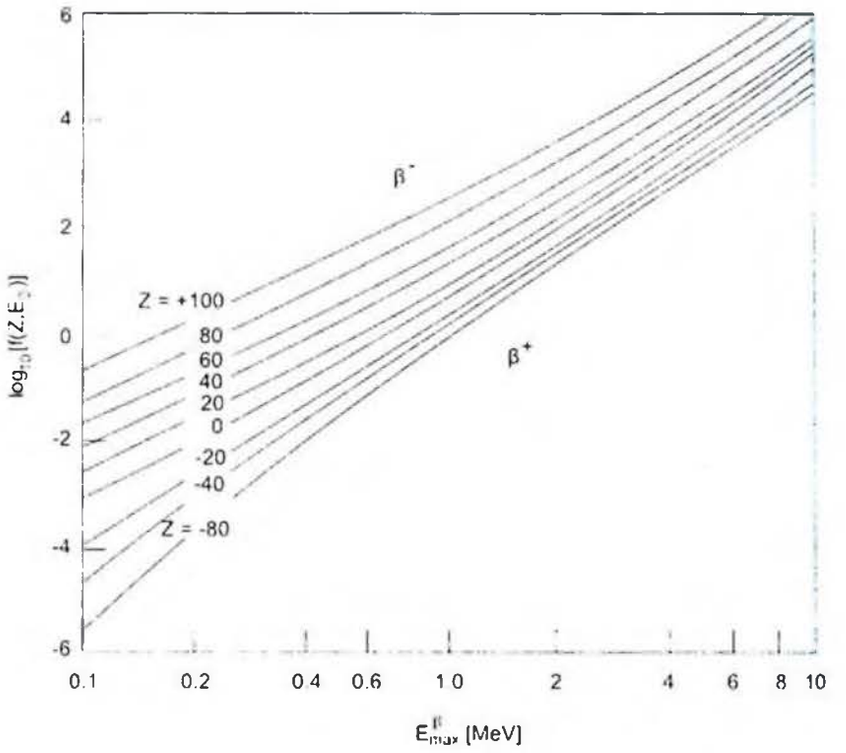
Ako se, umesto impulsa, u jednačinu (8.46) uvrsti energija i vrednost tako dobijena unese u (8.42), dobija se zavisnost konstante raspada λ od energije u eksplicitnom obliku

$$\lambda \simeq \frac{g^2 m_\beta^5 c^4}{2\pi^3 \hbar^7} |M_{fi}|^2 (W_0^2 - 1)^{5/2} \tag{8.48}$$

Ako je $W_0 \gg 1$, jednačina se može napisati u obliku

$$\lambda \simeq \frac{g^2 m_\beta^5 c^4}{2\pi^3 \hbar^7} |M_{fi}|^2 W_0^5 \tag{8.49}$$

Grafik *log* λ (funkcija crtana u logaritamskoj razmeri) predstavlja pravu liniju sa koeficijentom pravca 5; što je eksperimentalno i potvrđeno.



Sl. 8.12. *Predstavlja integral funkcije $f(W_0, Z)$.*

Ako se, umesto sa konstantom raspada λ, veza uspostavlja sa periodom poluraspada, jednačina (8.42) ima tada oblik

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\tau_0 ln2}{|M_{fi}|^2} \frac{1}{f(W_0, Z)} \tag{8.50}$$

Prema relaciji (8.50) postaje jasno da period poluraspada $t_{1/2}$ zavisi od energije prelaza. Uvodi se, zbog toga, proizvod $f(W_0, Z)\cdot t_{1/2}$ koji se naziva *komparativni period poluraspada*, jer ne zavisi od energije. Komparativni period poluraspada naziva se obično *ft*-vrednost i predstavlja se kao

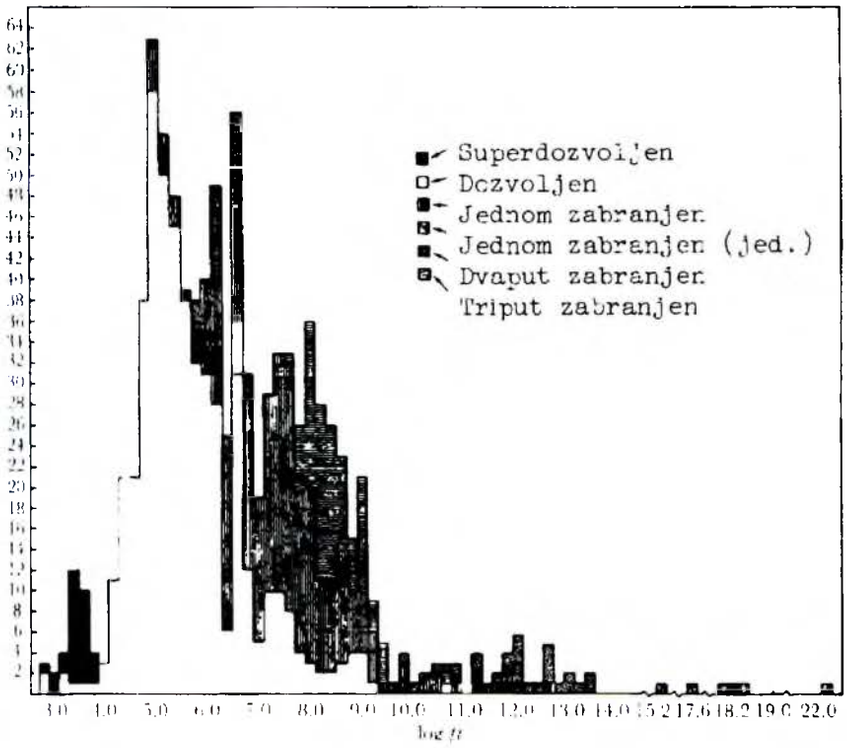
$$ft = f(W_0, Z) t_{1/2} = \frac{\tau_0 ln2}{|M_{fi}|^2} \simeq \frac{5000}{|M_{fi}|^2} \quad [s] \tag{8.51}$$

ft se može eksperimentalno odrediti. Potrebno je da se izmere maksimalna energija W_0 i period poluraspada $t_{1/2}$. Kada je *ft*-vrednost poznata, matrični element $|M_{fi}|$ se određuje pomoću jednačine (8.51). Kako u matričnom elementu figurišu talasne funkcije koje opisuju stanje jezgra pre i posle raspada, u njemu je uključena struktura jezgra. Prema tome, upoređivanjem eksperimentalnih i teorijskih (ove se mogu izračunati samo za laka ogledalska jezgra) *ft*-vrednosti, mogu se dobiti informacije o strukturi jezgra.

ft-vrednost se koristi za sistematizaciju β-prelaza.

8.3.6 Klasifikacija β-prelaza

Najpodesniji kriterijum na osnovu kojeg se klasifikacija β-prelaza vrši nesumnjivo je vrednost komparativnog perioda poluraspada ili *ft*-vrednost. U ove se svrhe najčešće koristi *log ft*, budući da se vrednosti komparativnog perioda poluraspada kreću u veoma širokom intervalu.



Sl. 8.13. *Frekventni histogram vrednosti log ft*

Histogram na sl. 8.13 prikazuje raspodelu *log ft*. Histogram pokazuju gomilanje *log ft* u odnosu na neku određenu vrednost. Prema *ft*-vrednostima β-prelazi se mogu klasifikovati na način kako je to dato u tabeli 8.1.

TABELA 8.1

Klasifikacija β-prelaza	
Kategorija prelaza	Interval vrednosti *log ft*
Super dozvoljeni	2.9 - 3.7
Dozvoljeni	4.4 - 6
Jedanput zabranjeni	6 - 10
Dvaput zabranjeni	10 - 13
Triput zabranjeni	> 15

Zabranjenost β-prelaza potiče od vrednosti matričnog elementa. Treba se podsetiti da se matrični element M_{fi} množi proizvodom talasnih funkcija elektrona i neutrina ψ_β^* i ψ_ν^* koji je proporcionalan članu $\exp\left|-i(\vec{k}_\beta+\vec{k}_\nu)\vec{r}\right|$. Ako se proizvod talasnih funkcija razvije u red oko $\vec{r}=0$, dobija se

$$\psi_\beta^*\psi_\nu^*\simeq[1+i(\vec{k}_\beta+\vec{k}_\nu)\vec{r}+...] \tag{8.52}$$

Matrični element ima najveću vrednost kada je proizvod talasnih funkcija jednak jedinici, a to je prvi član stepenog reda. Svaki je naredni član za oko dva reda veličine manji od prethodnog. Članovi reda se brzo smanjuju, ali ne iščezavaju. Prvom članu reda odgovara najveća vrednost matričnog elementa i prelaz pri ovoj vrednosti matričnog elementa naziva se *dozvoljeni prelaz*. Drugom članu reda odgovara *jedanput zabranjeni prelaz*, a trećem članu *dvaput zabranjeni prelaz*, itd.

8.3.7 Matrični element i pravila izbora

U elementarnom teorijskom prikazu β-raspada o matričnom elementu nije rečeno ništa podrobnije, data je samo njegova definicija

$$H_{fi}(\beta^-)=g\int u_p^*\psi_\beta^*\psi_\nu^* H' u_n d\tau \tag{8.53}$$

gde je H' operator nepoznate interakcije. Pri detaljnijem razmatranju operatora H', mora se koristiti relativistička kvantna mehanika. Ovo, međutim, prevazilazi okvire udžbenika, pa će biti izostavljeno. Jednostavno se može operator interakcije prikazati kao suma

$$H'=\sum_{i=1}^{5} C_i H_i = C_s H_s + C_v H_v + C_t H_t + C_a H_a + C_p H_p \tag{8.54}$$

Nekoliko tipova interakcija, a to su: *skalarna, vektorska, tenzorska, aksijalno-vektorska i pseudo-skalarna*. Sve konstante interakcije moraju ispunjavati sledeći uslov

$$\sum_{i=1}^{5} C_i = 1 \tag{8.55}$$

Na osnovu osobina talasnih funkcija leptona i vrsta interakcija, mogu se izvesti *pravila izbora prelaza*. Neka je matrični element definisan sa

$$H_{fi}(\beta^-)=g\int (u_p^* O_i u_n)(\psi_\beta^* O_i \psi_\nu) d\tau \tag{8.56}$$

gde su talasne funkcije

$$\begin{aligned} \psi_\beta &= A e^{i\vec{k}_\beta \vec{r}} \\ \psi_\nu &= B e^{i\vec{k}_\nu \vec{r}} \end{aligned} \tag{8.57}$$

sledi

$$\psi_\beta^* O_i \psi_\nu = (A^* O_i B)\{1 - i(\vec{k}_\beta + \vec{k}_\nu)\vec{r} - \frac{1}{2}[(\vec{k}_\beta + \vec{k}_\nu)\vec{r}]^2 \ldots\} \tag{8.58}$$

Kako je u prethodnom paragrafu rečeno, drugi član reda u zavisnosti od energije varira od 0.1 do 0.01; pa ukoliko se ovaj i viši članovi reda zanemare, matrični element ima oblik

$$H_{fi} = g(A^* O_i B)\int u_p^* O_i u_n d\tau \tag{8.59}$$

Prelazi kod kojih je matrični element (8.59) različit od nule, nazivaju se *dozvoljeni prelazi*.

Kako su u matričnom elementu ukompovane svih pet tipova interakcija, što se simbolično može prikazati

$$\int u_p^* O_i u_n d\tau \Rightarrow \int \beta, \int I, \int \beta\vec{\sigma}, \int \sigma, \int \gamma_5;$$

tj.: skalarna, vektorska, tenzorska, aksijalna i pseudo-skalarna, može se postaviti pitanje koja je vrsta interakcije odgovorna za odgovarajući tip prelaza.

U slučaju skalarne (S) i vektorske varijante (V), tj. $\int u_p^* O_i u_n d\tau$ (O = β, I); matrice I i β ne menjaju moment količine kretanja i parnost sistema, vrednost matričnog elementa je različita od nule. Drugim rečima, prelaz se realizuje između dva stanja istog spina i parnosti. Ovi su uslovi poznati kao *Fermi-evo pravilo izbora*, a kratko su predstavljeni sa

$$\Delta I = 0; \qquad \Delta\pi \Rightarrow ne.$$

U pseudo-skalarnoj interakciji operator γ_5 menja parnost sistema, ali se spin ne menja, što se može prikazati

$$\Delta I = 0; \qquad \Delta\pi \Rightarrow da.$$

Ako u matrični element ulazi $\vec{\sigma}$, interakcija tada može da bude tenzorska i aksijalna. Prelazi se u ovom slučaju mogu dogoditi kada je

$$\Delta I = 0, \pm 1; \quad \Delta\pi \Rightarrow ne$$

$$0 \rightarrow 0 \textit{ prelazi zabranjeni.}$$

Ovaj se uslov naziva *Gammov-Teller-ovo pravilo izbora.* Tip ovakvog prelaza naziva se i mešani, jer u sebi sadrži Fermi-evo pravilo izbora.

Prelazi kod kojih navedena pravila izbora nisu ispunjena nazivaju se *zabranjeni*. Kod zabranjenih prelaza je matrični element za prvi član reda (8.58) jednak nuli i verovatnoća prelaza se određuje drugim članom reda (8.58). Ako je matrični element drugog člana reda deset puta manji od matričnog elementa za dozvoljeni prelaz, a kako je verovatnoća emisije proporcionalna kvadratu matričnog elementa, zabranjeni je prelaz tada 100 puta manje verovatan. Tipovi ovakvih prelaza nazivaju se *jedanput zabranjeni*, a događaju se kada je

$$\Delta I = 0, \pm 1; \quad \Delta\pi \Rightarrow da$$

$$0 \rightarrow 0 \textit{ prelazi zabranjeni.}$$

Ovoj vrsti prelaza doprinose: vektorska, tenzorska i aksijalna interakcija.

U slučaju tenzorske interakcije jedanput zabranjeni prelazi mogu nastati kada je

$$\Delta I = 0, \pm 1, \pm 2; \qquad \Delta\pi \Rightarrow da$$

Ako nastali prelazi ne ispunjavaju pravila izbora za dozvoljene i jednom zabranjene prelaze, treba se koristiti viši članovima reda (8.58). Svaki naredni član povećava zabranu, stoga prelazi u zavisnosti od člana reda mogu (pored pomenutih) biti: dva, tri i više puta zabranjeni.

8.4 Neodržanje parnosti u slabim interakcijama

Zakon održanja parnosti je jedan od zakona u nuklearnoj fizici koji zadovoljavaju uslove simetrije. Simetrija se ogleda u invarijantnosti kvadrata modula pri inverziji koordinata. Drugim rečima, verovatnoća nekog događaja ne zavisi od izbora koordinatnog sistema. Na sličan se način ponaša i hamiltonijan sistema, tj. isti je i invarijantan na inverziju koordinata, ili, gustina energije ne zavisi od izbora koordinatnog (levog ili desnog) sistema.

Sve do 1956. godine niko nije doveo u sumnju zakon o održanju parnosti. Iste godine, Lee i Yang su pokazali da se zakon održanja parnosti ne održava u slabim interakcijama, tj. u slaboj interakciji je narušen princip simetrije, ili, kvadrat modula talasne funkcije i hamiltonijan nisu invarijantni u odnosu na inverziju koordinata.

Neodržanje parnosti zapaženo je ispitivanjem osobina K-mezona. Ustanovljeno je da se K-mezon u raspadu ponaša jednom kao parna, a drugi put kao neparna čestica. Mislilo se u početku, zbog toga, da se radi o dva različita mezona θ i τ, koji se raspadaju na način prikazan u tabeli 8.2.

TABELA 8.2

Pretpostavljeni raspadi K-mezona

Tip K-mezona	$\frac{M}{m_e}$	$t_{1/2}$
$\tau \Rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^-$	966 ± 2	$(1.2 \pm 0.1) \cdot 10^{-8}$
$\theta \Rightarrow \pi^+ + \pi^0$	966 ± 2	$(1.3 \pm 0.1) \cdot 10^{-8}$

Međutim, tačnijim merenjem mase $M_{\theta,\tau}$ i period poluraspada $t_{1/2}$ mezona, utvrđeno je da se radi o jednoj istoj čestici. Rezultati merenja prikazani su u tabeli 8.2 iz kojih se vidi da se mase i periodi poluraspada slažu u granicama eksperimentalnih grešaka (10-20%). Na osnovu

eksperimentalnih rezultata, zaključeno je da se radi o čestici koja se raspada na dva različita načina, a raspadi su konkurentni jedan drugom. Ako je reč o raspadu jedne čestice, morali bi se u datom procesu ugaoni moment i parnost održavati. S obzirom na eksperimentalne podatke i ugaonu raspodelu energijskog spektra zaključeno je da se u procesu raspada K-mezona parnost ne održava. Ovo je objašnjeno i teorijski. U tabeli 8.3 prikazane su vrednosti ugaonog momenta i parnost. Očigledno je, prema navedenim podacima, da se parnost ne održava.

TABELA 8.3

Tip raspada	Spin i parnost θ i τ mezona
$\tau \Rightarrow 3\pi$	0^-
$\tau \Rightarrow 2\pi$	0^+, 2^+, 4^+, itd.

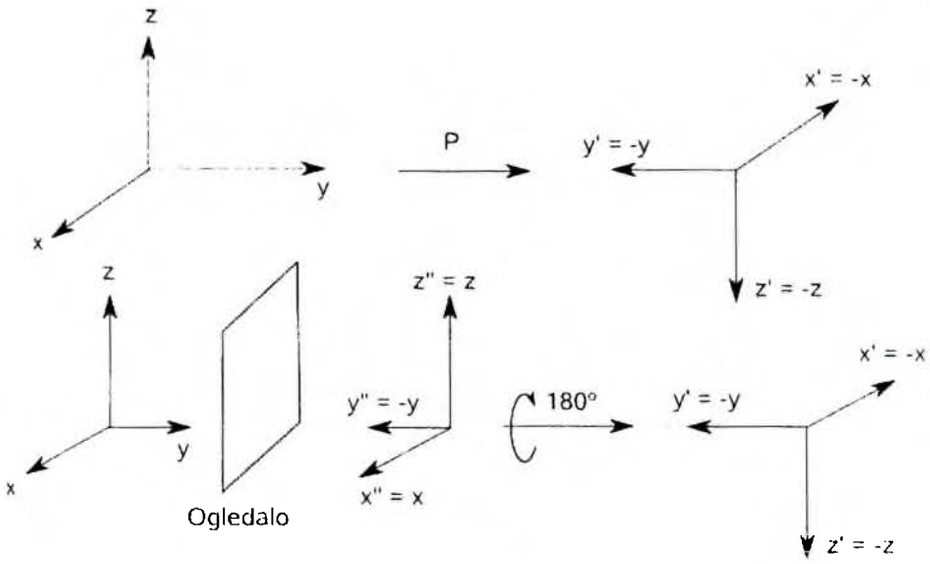
Kako je konstanta koja karakteriše raspad K-mezona po vrednosti veoma bliska konstanti β-raspada, Lee i Yang su pretpostavili da se parnost ni u β-raspadu ne održava.

8.4.1 Posledice neodržanja parnosti u β-raspadu

Neodržanje parnosti u β-raspadu ogleda se pri asimetriji pri ogledalskoj refleksiji kvadrata modula talasne funkcije. Na sl. 8.14. prikazane su operacije inverzije.

β-raspad se uvek događa između dva nuklearna stanja sa tačno određenom parnošću, budući da pri formiranju nuklearnih stanja slaba interakcija ima zanemarljivu ulogu. Neodržanje parnosti se javlja u procesu β-raspada, a ogleda se u neodređenosti parnosti zračenja (leptona). Ako je talasna funkcija leptona $f(\vec{p},\vec{\sigma})$ data u zavisnosti od impulsa $\vec{p}$ i spina $\vec{\sigma}$, ista nije ni parna, ni neparna, njen kvadrat modula, međutim, dat sa $|f(\vec{p},\vec{\sigma})|^2$, menja se u ogledalskoj refleksiji.

U tabeli 8.4 data je funkcija zračenja $f(\vec{p},\vec{\sigma})$ i njena vrednost u ogledalskoj refleksiji $f'(\vec{p}',\vec{\sigma}')$. Dati su takođe kvadrati njihovih modula i navedeno kada se parnost održava, odnosno ne održava.

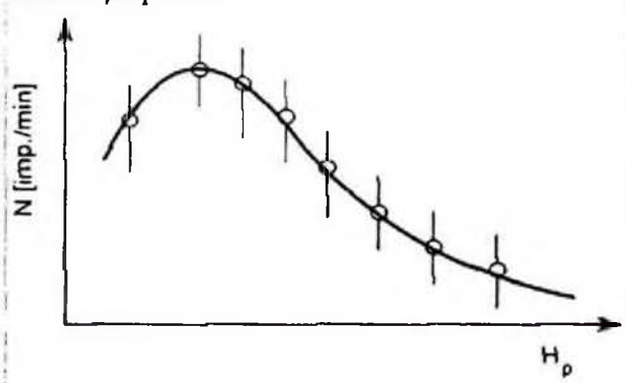
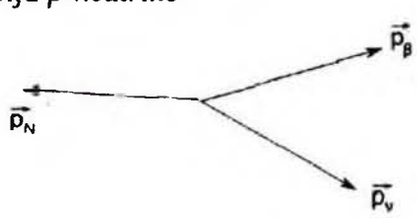
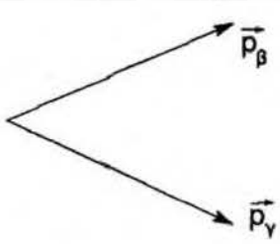


Sl. 8.14. *Na slici je prikazana operacija inverzije parnosti koja je upoređena sa ogledalskom, posle koje je izvršena rotacija za 180°.*

TABELA 8.4

U navedenim primerima parnost se	
održava	ne održava
$f(\vec{p},\vec{\sigma})=\pm f'(\vec{p}',\vec{\sigma}')$	$f(\vec{p},\vec{\sigma})\neq f'(\vec{p}',\vec{\sigma}')$
$\lvert f(\vec{p},\vec{\sigma})\rvert^2=\lvert f'(\vec{p}',\vec{\sigma}')\rvert$	$\lvert f(\vec{p},\vec{\sigma})\rvert^2\neq\lvert f'(\vec{p}',\vec{\sigma}')\rvert^2$

Impuls $\vec{p}$ je polarni, a $\vec{\sigma}$ aksijalni vektor. Može se, pomoću njih, formirati pseudoskalarna veličina koja se u ogledalskoj simetriji menja. Dakle, za dokazivanje neodržavanje parnosti bilo bi potrebno odabrati one merne veličine od kojih se može pseudoskalarna veličina formirati. Istina, ovaj uslov je potreban, ali ne i dovoljan, jer se može dogoditi da koeficijent uz obrazovani pseudoskalar bude jednak nuli.

EFEKAT	ZAVISI OD ODRŽANJA PARNOSTI
Forma β-spektra 	ne
Korelacija β-neutrino 	$\vec{p}_N \cdot (\vec{p}_\beta \times \vec{p}_\nu) = 0$
β-γ-korelacija 	ne

Sl. 8.15. *Prikazuje efekte koji ne zavise od održanja parnosti za slučaj dozvoljenih prelaza.*

Neodržanje parnosti ne može se dokazati merenjem:

- forme β-spektra,
- ugaone korelacije elektron – neutrino
- β- γ-direkcione korelacije

Jedino je u drugom eksperimentu (korelacije elektron – neutrino) moguće formi-rati pseudoskalar $\vec{p}_N \cdot (\vec{p}_\beta \times \vec{p}_\nu)$, gde su $\vec{p}_N$ impuls uzmaknutog jezgra, $\vec{p}_\beta$ impuls elektrona i $\vec{p}_\nu$ impuls neutrina. Usled komplanarnosti ova tri vektora, međutim, rezultujući pseudoskalar jednak je nuli.

Na sl. 8.15 dati su grafički prikazi eksperimenata pomoću kojih se u β-prelazima neodržanje parnosti ne može dokazati.

Lee i Yang su, razvijajući teoriju o neodržanju parnosti u slabim interakcijama ukazali na eksperimente pomoću kojih se njihova teorija može dokazati ili opovrgnuti. Ovi eksperimenti su sledeći:

1. Ugaona raspodela elektrona emitovanih raspadom polarizovanih jezgara (polarizovan spin jezgra). Ako se za dozvoljene β-prelaze parnost ne održava, ugaona raspodela emitovanih elektrona u odnosu na pravac polarizacije će biti anizotropna.
2. Uzdužna polarizacija emitovanih elektrona u β-raspadu, odnosno spin emitovanog elektrona može biti orijentisan u pravcu impulsa ili obrnuto. Uzdužna polarizacija definiše se na sledeći način

$$P = \frac{n\uparrow - n\downarrow}{n\uparrow + n\downarrow} \tag{8.60}$$

Ako je P = 0, parnost u β-raspadu se održava, ako je P ≠ 0, parnost se ne održava.

3. Ugaone β-γ polarizacione korelacije. U eksperimentu se meri korelacija β-zraka sa levo ili desno kružno polarizovanim γ-zracima. Ako se parnost održava, korelaciona funkcija biće $W(\theta) = const$, a ako se ne održava, korelaciona funkcija ima tada oblik $W(\theta) = 1 + B\cos(\theta)$.

Tabela 8.5 ilustruje ove eksperimente.

Radi poređenja teorije i eksperimenta veličine α, P i B se moraju teorijski izračunati. Za njihovo izračunavanje, međutim, hamiltonijan slabe interakcije mora u sebi da sadrži članove koji ne održavaju parnost, tj. da bude u obliku

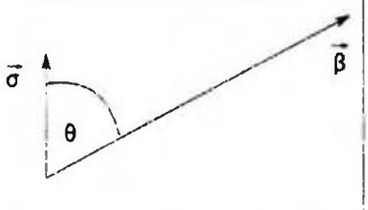
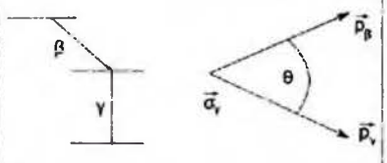
$$H = g\sum_i (C_i H_i + C_i' H_i') + k.k. \tag{8.61}$$

Uz uslov da je

$$(|C_i|^2 + |C_i'|^2) = 1 \tag{8.62}$$

Ako se parnost održava drugi član hamiltonijana jednak je nuli.

TABELA 8.5

EFEKAT	Neparna veličina	Parnost se	
		održava	ne održava
Ugaona raspodela elektrona emitovanih raspadom polarizovanih jezgara 	$\vec{p}_\beta, \vec{\sigma}_N$	$W(\theta) = const$	$W(\theta) = 1 + B\cos\theta$
Uzdužna polarizacija emitovanih elektrona $P = \frac{n\uparrow - n\downarrow}{n\uparrow + n\downarrow}$	$\vec{p}_\beta, \vec{\sigma}_\beta$	P = 0	P ≠ 0
Ugaona korelacija β- i kružno polarizovanih γ-zraka 	$\vec{p}_\beta, \vec{\sigma}_\gamma$	$W(\theta) = const$	$W(\theta) = 1 + B\cos\theta$

U slučaju da se razmatra samo β-raspad, a uz uslov da se parnost održava, hamiltonijan ima oblik

$$H_i^{(\beta^-)}=g_i\underbrace{(U_p^* O_i U_n)}_{a}\underbrace{(\psi_e O_i \psi_\nu)}_{b}+k.k. \tag{8.63}$$

gde je

$$gC_i=g_i; \quad \text{a} \quad \sum_i |C_i|^2=1 \tag{8.64}$$

Izuzev konstante interakcije g, hamiltonijan je dat kao proizvod dve veličine, koje su, kako je obeleženo u (8.63), označene sa a i b. Veličina a sadrži u sebi talasne funkcije nukleona, a veličina b, talasne funkcije leptona (elektron, neutrino). U slučaju održanja parnosti obe veličine moraju biti invarijantne na sve transformacije, tj. na transformacije Lorentz-a, na rotaciju i na prostornu inverziju (ogledalska inverzija). Drugim rečima, ako je veličina a ukomponovana jedna od pet varijanata teorije, ista se veličina mora sadržavati i u b.

Ako se parnost ne održava, drugi član hamiltonijana (8.61) je različit od nule i u slučaju β^- -raspada ima oblik

$$H_i^{'(\beta^-)}=g_i^{'}\underbrace{(U_p^* O_i U_n)}_{a}\underbrace{(\psi_e O_i \gamma_5 \psi_\nu)}_{b'} \tag{8.65}$$

gde je

$$gC_i^{'}=g_i^{'}; \quad \sum_i |C_i^{'}|^2=1 \tag{8.66}$$

a γ_5 je matrica Dirac-a. U slučaju neodržanja parnosti veličina a koja je označena u formuli (8.65) predstavnik je jake interakcije i ona je invarijantna na sve pomenute transformacije. Veličina b', međutim, invarijantna je na Lorentz-ove transformacije i rotaciju, a nije invarijantna na ogledalsku refleksiju. Drugim rečima, u jednoj varijanti teorije, veličina označena sa a je skalar, a veličina označena sa b' je pseudoskalar. Stoga je hamiltonijan preko talasnih funkcija lakih čestica predstavljen kao suma skalarne i pseudoskalarne veličine

$$H=\sum_i (U_p^* O_i U_n)[g_i(\psi_e O_i \psi_\nu)+g_i^{'}(\psi_e^* O_i \gamma_5 \psi_\nu)] \tag{8.67}$$

gde prvi član u zagradi predstavlja skalarnu, a drugi pseudoskalarnu

veličinu.

Hamiltonijan, komponovan na ovaj način, nije invarijantan u ogledalskoj refleksiji. Formirani hamiltonijan omogućava izračunavanje konstanti α, P i B. Za dozvoljene prelaze

$$\left.\begin{matrix}\alpha\\ P\\ B\end{matrix}\right\} \sim \frac{V}{C} R_e \frac{(g_i g_i')}{|g_i|^2+|g_i'|^2} \tag{8.68}$$

Data relacija predstavlja opšti slučaj. Za određene varijante teorije β-raspada i određene prelaze koji se, međutim, realizuju između dva stanja, koeficijenti su znatno složeniji.

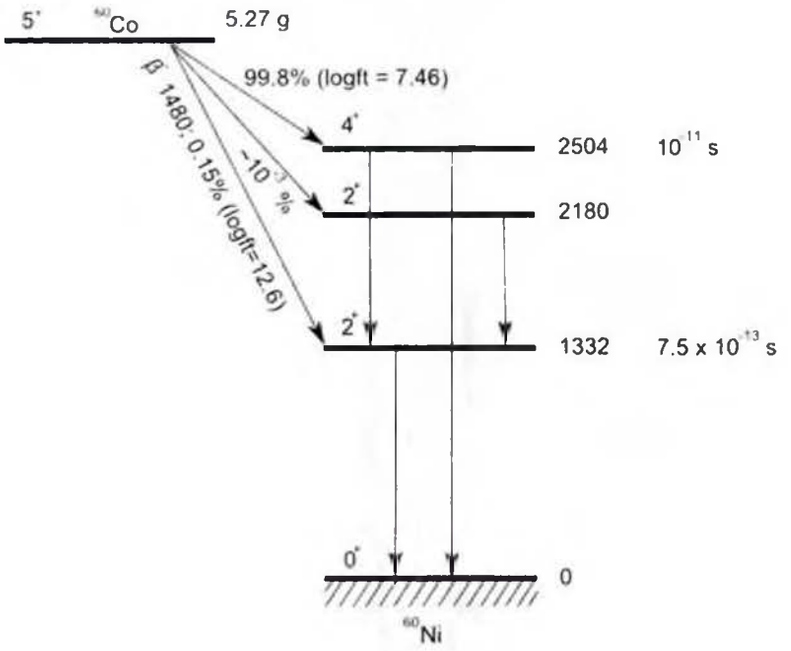
8.4.2 Eksperimentalni dokaz neodržanja parnosti u β-raspadu

Za dokazivanje neodržanja parnosti u β-raspadu, Wu i saradnici su ispitivali emisiju β-zraka u pravcu orijentisanih jezgara i obrnuto. U slučaju održanja parnosti emisija β-čestica mora biti strogo izotropna. Drugim rečima, invarijantnost u odnosu na ogledalsku refleksiju postoji samo u slučaju kada ja broj čestica emitovanih u pravcu spina jezgra N↑↑ jednak je broju emitovanih čestica u pravcu suprotnom u odnosu na orijentaciju spina N↑↓, tj. N↑↑ = N↑↓. Ako se, međutim, parnost ne održava, emisija elektrona u pravcu spina i u suprotnom je anizotropna, tj. N↑↑ ≠ N↑↓.

Za ovu vrstu eksperimenta korišćen je radioaktivni ^{60}Co, koji β-raspadom prelazi u ^{60}Ni. Ovo je dozvoljen prelaz Gamov-Teller-ovog tipa ($\Delta I = 1$; $\Delta\pi \Rightarrow ne$). Šematski prikaz ovog β-raspada dat je na sl. 8.16.

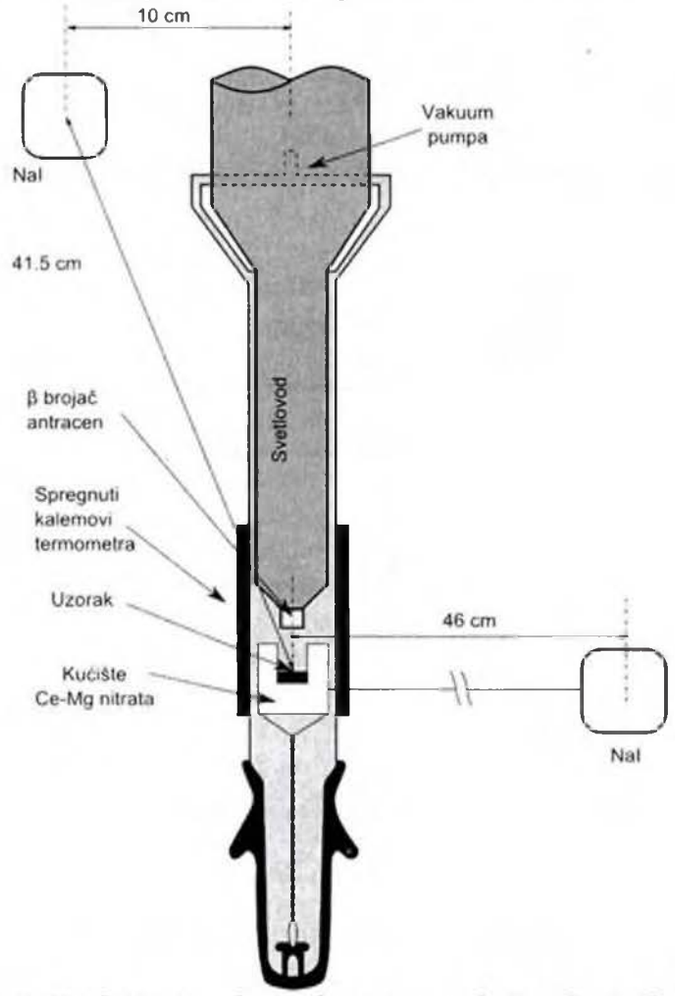
Wu i saradnici su studirali verovatnoću emisije elektrona iz polarizovanih jezgara ^{60}Co. Polarizovana su jezgra dobijena metodom Rose-Gerter-a. Ovaj metod koristi paramagnetne materijale, budući da paramagnetni atomi formiraju jako magnetno polje indukcije (10^5 Ga = 10 T) u okolini jezgra. Magnetno polje elektrona se može orijentisati ako se magnetni momenti elektrona polarizuju. Kako su magnetni momenti elektrona 10^3 puta veći od magnetnih momenata jezgra, za njegovu polarizaciju nije potrebno magnetno polje indukcije veće od nekoliko stotina Ga ~ 10^{-3} T. Orijentisano magnetno polje elektrona u predelu jezgra utiče na polarizaciju magnetnog momenta jezgra, a time i na spin jezgra. U cilju da se polarizacija jezgra vremenski duže održi, radioaktivni kobalt je držan na niskoj temperaturi (približno na 0.01 K). Niska je

temperatura postignuta metodom adijabatskog razmagnetisavanja paramagnetnih materijala sa polaznom tempe-raturom tečnog helijuma. Šema eksperimenta je prikazana na slici 8.15. Izvor radioaktivnog ^{60}Co ugrađen je u monokristal cerijum-magnezijum nitrata (ovaj poseduje jako unutrašnje magnetno polje). Tako načinjen izvor postavljen je u posudu izrađenu od istog materijala kao i podloga izvora. Posuda je pričvršćena na držač toplotno izolacionog materijala i celokupna konstrukcija stavljena u vakuumsku komoru. Kao detektor elektrona upotrebljen je kristal antracena, koji je postavljen u vakuumsku komoru na rastojanju od 8 cm od radioaktivnog izvora ^{60}Co. Scintilacije kristala izazvane elektronima iz β-raspada prenošene su do fotomultiplikatora pomoću svetloprovodnika dužine 120 cm. Izvor je hlađen pomoću koaksijalnog Dewar-ovog suda čiji je spoljašnji deo punjen azotom, a unutrašnji tečnim helijumom.



Sl. 8.16. *Prikazuje način raspada ^{60}Co.*

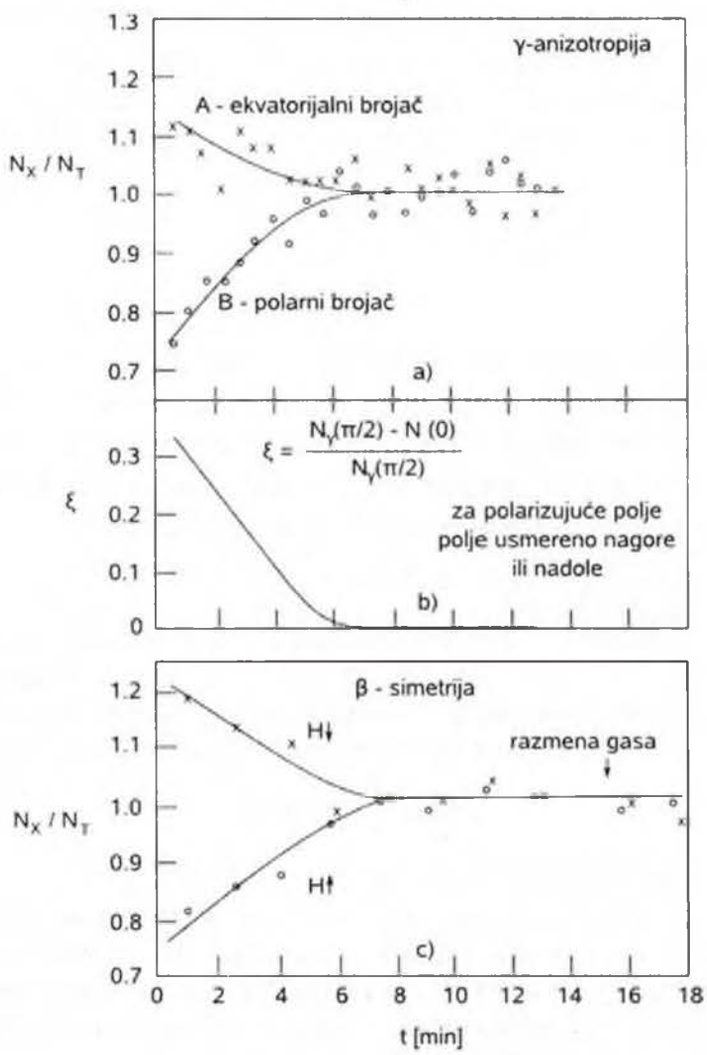
Merenja su vršena na sledeći način: U vakuumsku je komoru uvođen gas helijuma i pomoću specijalnog magneta vršeno je izotermičko namagnetisavanje CeMg nitrata. Helijum je zatim, pomoću vakuum pumpe, evakuisan i vršeno je adijabatsko razmagnetisavanje koje dovodi do daljeg hlađenja posude i radioaktivnog izvora. Kada je razmagnetisavanje završeno, magnet je uklonjen, a umesto njega postavljen je polarizacioni solenoid. Pomoću solenoida magnetni momenti elektrona orijentisani su na gore i na dole.



Sl. 8.17. *Uređaj za izvođenje eksperimenta koji su koristili Wu i saradnici sa ciljem da dokažu neodržanje parnosti u β-raspadu.*

Stepen polarizacije jezgra ^{60}Co određen je merenjem anizotropije emitovanih γ-zraka pomoću dva scintilaciona detektora od kojih je jedan postavljen u pravcu polarizacije, a drugi normalno na nju. Anizotropija se definiše na sledeći način

$$\zeta = \frac{N_\gamma^{\perp} - N_\gamma^{\parallel}}{N_\gamma^{\perp}}$$



Sl. 8.18. *Grafici predstavljaju rezultate merenja Wu i saradnika na ^{60}Co.*

Brojna vrednost koeficijenta anizotropije u pomenutom eksperimentu iznosi $\zeta \approx 0.4$; a njoj odgovarajuća maksimalna polarizacija P = 65%. Odgovarajuća asimetrija emitovanih elektrona približno iznosi ± 0.24. Navedeni se rezultati mogu pročitati sa grafika (sl. 8.18) na kojem je predstavljen odnos $\frac{N_\gamma}{N_T}$ u zavisnosti od vremena grejanja t. N_γ je broj emitovanih elektrona sa ohlađenog radioaktivnog izvora, a N_T broj elektrona koje isti izvor emituje na sobnoj temperaturi. Očigledno je da odnos $\frac{N_\gamma}{N_T}$ manji od jedinice kada su magnetno polje i impuls emitovanog elektrona istog smera, a veći od jedinice kada su suprotnog smera.

Distribucija elektrona može se predstaviti relacijom datom u tabeli 8.5, tj.

$$W(\theta_\beta) = 1 + \alpha \cos\theta$$

gde je

$$\alpha = \frac{v}{c} A P$$

v je brzina emitovanih elektrona; P je stepen polarizacije; a A je parametar anizotropije. U opisanom eksperimentu vrednost $\frac{v}{c}$ približno iznosi 0.6. Pored navedenih veličina, u eksperimentu je procenjena refleksija elektrona od podloge izvora i ona iznosi $k \approx \frac{2}{3}$. Konačno se može napisati izraz za anizotropiju emitovanih elektrona

$$\frac{W(0) - W(\pi)}{W(0) + W(\pi)} = -0.24 = k\, A\, P\left(\frac{v}{c}\right) \simeq \frac{2}{3} \cdot 0.6 \cdot 0.65\, A\,.$$

Očigledno je da je $A \simeq -1$. Dobijeni rezultati su veoma značajni. Za čist Gamov-Teller-ov prelaz, kao što je kod ^{60}Co slučaj, odgovorna je aksijalno-vektorska interakcija. Ako se parametar anizotropije sa vrstom interakcije poveže preko konstanata sprezanja C_A i C'_A i preko izraza

$$A = -2\frac{R_e(C_A C'_A)}{|C_A|^2 + |C'_A|^2}$$

Postaje očigledno da je A= -1, pod uslovom kada je $C_A \simeq C'_A$.

Jednakost konstanata ukazuje, pre svega, da se parnost *ne održava*, a zatim, da se u β-raspadu emituju antineutrina. Sa gledišta heliciteta, antineutrino ima pozitivan (+1), za razliku od neutrina čiji je negativan (-1). Drugim rečima, antineutrinu se može pripisati desna zavojnica, a neutrinu leva, što u ogledalskoj refleksiji i nastaje.

Slični se zaključci mogu izvesti i u slučaju Gamov-Teller-ove

tenzorske varijante kada je $C_T = C_T^{'}$.

Potrebno je napomenuti da se iz eksperimenta Wu i saradnika ne može dobiti potvrda koncepcije Landau-a (da ogledalska refleksija prevodi česticu u antičesticu), budući da bi prema njoj konstante slabe interakcije u β-raspadu morale istovremeno biti ili čisto realne ili čisto imaginarne.

GLAVA IX

9 Gama (γ) raspad

Po svojoj prirodi γ-zraci su elektromagnetne radijacije koje emituje jezgro. Emisija γ-zraka dešava se kada jezgro iz pobuđenog prelazi u osnovno stanje ili u neko pobuđeno stanje niže energije od polaznog.

Emisija γ-kvanta obično sledi α-raspad, ili β-raspad. Prelazi uz emisiju γ-zraka svrstavaju se u osnovne, ali ne i jedine načine deekscitacije pobuđenih stanja jezgara. Verovatnoća γ-kvanta obrnuto je proporcionalna periodu poluraspada pobuđenog stanja sa kojeg se emisija vrši. Veza između perioda poluraspada pobuđenog stanja i verovatnoće emisije predstavlja se na sledeći način

$$t_{1/2}=\frac{0.693}{W(s^{-1})}=\frac{6.6\cdot 10^{-16}}{\Gamma_{\gamma}(eV)} \tag{9.1}$$

gde je W parcijalna verovatnoća emisije γ-zraka; Γ_{γ} je parcijalna širina pobuđenog stanja sa kojeg se vrši prelaz.

Verovatnoća emisije, kao što se iz (9.1) vidi, ne zavisi od načina formiranja pobuđenog stanja. Ona, međutim, zavisi od prirode pobuđenih nivoa između kojih se radijacioni prelaz vrši. Ova je zavisnost određena mnogim faktorima, pre svega, razlikom energija početnog i krajnjeg stanja, zatim spinovima i parnošću početnog, odnosno krajnjeg stanja.

Pri teorijskom izračunavanju verovatnoće emisije γ-kvanta potrebno je da se poznaju talasne funkcije stanja jezgra, a koje predstavljaju rešenje Schrödinger-ove jednačine. Kako potencijal nuklearne sile nije poznat, talasne funkcije predstavljaju aproksimativna rešenja Schrödinger-ove jednačine dobijene prethodnim usvajanjem nekog modela jezgra. Teorijske vrednosti izračunatih verovatnoća prelaza direktno zavisi od izbora modela i kako se modeli razlikuju, ovako dobijene verovatnoće takode se razlikuju.

Najrasprostranjeniji model jezgra je model slojeva i prema njemu su Weisskopf i Moszkowski izračunali verovatnoće radijacionih prelaza. Vrednosti koje su dobili predstavljaju grube procene verovatnoća radijacionih prelaza, ali ipak se koriste jer omogućavaju da se izvrši

poređenje teorijskih i eksperimentalno određenih vrednosti konstanata raspada pobuđenih stanja.

Verovatnoće radijacionih prelaza računate su i s obzirom na druge nuklearne modele. Izračunate i izmerene vrednosti verovatnoće radijacionih prelaza unose više svetlosti pri objašnjavanju strukture atomskog jezgra.

9.1 Elektromagnetni prelazi

9.1.1 Multipolnost radijacionih prelaza

Apsorpcija, odnosno emisija svetlosti nekog kvantnomehaničkog sistema mogu se jedino opisati kvantnom elektrodinamikom. Teorijski prilaz i analiza veoma su složeni, pa se u ovom delu iznose samo neke ideje teorije. Elektromagnetni prelazi (ili γ-raspad), naime, nastaju interakcijom elektromagnetnog polja i naelektrisanja (namagnetisanja) jezgra.

Jezgro atoma na rastojanju većem od sopstvenog radijusa obrazuje elektromagnetno polje odgovarajućih multipola. Interakcija sistema naelektrisanja (jezgra) i multipolnog elektromagnetnog polja prevodi sistem iz nekog početnog stanja ψ_i u stanje ψ_f uz emisiju fotona. Kako su početno i krajnje stanje okarakterisani totalnim momenta impulsa I_i i I_f respektivno, nastali foton u elektromagnetnom prelazu odnosi moment L. Kako u radiacionim prelazima važi zakon održanja momenta impulsa, to može da se napiše sledeća relacija

$$I_i = I_f + L \tag{9.2}$$

Moment impulsa L može da ima vrednost 0, 1, 2, 3,..., a multipolnost radijacije odredena je sa 2^L. Klasifikacija radijacija prema multipolnosti data je u tabeli 9.1.

Transverzalna priroda elektromagnetnih radijacija isključuje mogućnost monopolne radijacije i zabranjuje $0 \rightarrow 0$ prelaze (prelazi $0^+ \rightarrow 0^+$ mogu se realizovati samo procesom drugog reda ili procesom unutrašnje konverzije). Dakle, u radijacionim prelazima moment impulsa L može imati sve vrednosti izuzev nule. Prema Heitler-u, L predstavlja totalni moment impulsa (čija je apsolutna vrednost $\hbar[L(L+1)]^{1/2}$) kojeg odnosi 2^L-polna radijacija u odnosu na izvor radijacionog polja.

TABELA 9.1

Vrednost L	Multipolnost 2^L	Prelaz	Odgovarajući prelazi $I_i \rightarrow I_f$
0	1	*monopol*	$0 \rightarrow 0$ zabranjen
1	2	*dipol*	$1 \rightarrow 0$
2	4	*kvadrupol*	$2 \rightarrow 0$
3	8	*oktopol*	$3 \rightarrow 0$
4	16	*heksadekapol*	$4 \rightarrow 0$

Ako je stanje jezgra pre emisije elektromagnetne radijacije određeno totalnim momentom impulsa I_i, a posle emisije sa I_f, najmanja vrednost momenta impulsa koju radijacija može da odnese data je sa

$$|I_i - I_f| = L \tag{9.3.a}$$

a najveća je vrednost data kao

$$I_i + I_f = L \tag{9.3.b}$$

Na osnovu izraza (9.3) može se formulisati sledeće pravilo definisano relacijom

$$|I_i - I_f| < L < I_i + I_f \tag{9.4}$$

Relacija (9.4) predstavlja *selekciono pravilo totalnog momenta impulsa.*

Konačna vrednost verovatnoće prelaza određena je racionalizovanom talasnom dužinom $\lambda\!\!\!^{-}$ emitovane radijacije i dimenzijom izvora. Kako je talasna dužina $\lambda\!\!\!^{-}$ skoro uvek veća od dimenzija (R) izvora elektromagnetnog polja, odnosno kako je $\frac{R}{\lambda\!\!\!^{-}} \ll 1$, a verovatnoća prelaza grubo proporcionalna $(R/\lambda\!\!\!^{-})^{2L}$, očigledno je da se emisija, odnosno apsorpcija smanjuje sa povećanjem totalnog momenta impulsa L. Obično se u praksi susreću multipolnosti sa $L = |\Delta I|$, ili $L = |\Delta I|$ i $L = |\Delta I| + 1$, gde je $|\Delta I| = |I_i - I_f|$.

Veličina M, z-komponenta totalnog momenta impulsa L, predstavlja

totalni magnetni kvantni broj radijacije, a povezana je sa odgovarajućim magnetnim kvantnim brojevima početnog i krajnjeg stanja m_i i m_f između kojih se prelaz realizuje. Ako su apsolutne vrednosti u odnosu na z-pravac, posebno, $M\hbar$, $m_i\hbar$ i $m_f\hbar$ sledi da je

$$M = m_i - m_f = \Delta m \tag{9.5}$$

Emitovane radijacije istog multipolnog reda L mogu razlikovati po parnosti i zbog toga su podeljene na električne i magnetne multipolne radijacije.

Električna multipolna radijacija L-tog reda ima parnost

$$\pi_E = (-1)^L \tag{9.6}$$

a magnetna multipolna radijacija istog reda ima parnost

$$\pi_M = (-1)^{L+1} \tag{9.7}$$

Električne i magnetne radijacije, prema toma, imaju parnu parnost za

$$\text{M1, E2, M3, E4, ...} \tag{9.8}$$

a neparnu parnost

$$\text{E1, M2, E3, M4, ...} \tag{9.9}$$

Multipolni karakter γ-radijacije može se odrediti samo indirektno, poređenjem eksperimentalnih i teorijskih podataka, koji se odnose na ugaonu distribuciju, polarizaciju, konverzione koeficiente ili srednji život stanja.

9.1.2 Verovatnoća multipolnih prelaza

Rečeno je u prethodnom paragrafu da se verovatnoća emisije radijacije smanjuje sa povećanjem L, grubo, kao $(R/\lambda\!\!\!^{-})^{2L}$. Kako je $R \ll \lambda\!\!\!^{-}$ verovatnoća za više multipole teži veoma malim vrednostima, pa i pored toga zapažene su radijacije sa relativno velikim vrednostima L, kao što su E4 i M5. Zapaženo je takođe da verovatnoće električnih multipolnih radijacija imaju veće vrednosti od odgovarajućih magnetnih. Ovo se može objasniti sistemom čestica naelektrisanja e koji se nalaze u sfernom elementu zapremine radijusa R. Pretpostavlja se da čestice sistema imaju masu m i da se kreću brzinom v. Može se pokazati da sistem u tački r izvan zapreminskog elementa proizvodi polje električnog

dipola proporcionalno sa $\frac{eR}{r\lambda^2}$. Na osnovu relacije neodređenosti $\Delta x \Delta p \simeq \hbar$ može se odrediti dimenzija sistema

$$Rmv \simeq \hbar$$

ili

$$R \simeq \frac{\hbar}{mv} \tag{9.10}$$

Ako se ovako dobijene vrednosti za R uvrsti u izraz za električno polje dipola dobija se

$$E_{dip}^{(E)} = \frac{e\hbar}{mvr}\frac{1}{\lambda} \tag{9.11}$$

Relacija (9.11) predstavlja električno polje sistema naelaktrisanja u tački r. Magnetni moment koji od istog naelektrisanja potiče reda je $\frac{e\lambda}{m}$, a odgovarajuće polje magnetnog dipola ima vrednost

$$E_{dip}^{(M)} = \frac{e\hbar}{mcr}\frac{1}{\lambda} \tag{9.12}$$

odakle je

$$\frac{E^{(M)}}{E^{(E)}} = \frac{v}{c}.$$

Pomenuti odnos uključuje da je verovatnoća nastanka magnetnih radijacija M(L) redukovana faktorom $\frac{v}{c}$ prema električnim radijacijama. Zaključak važi ne samo za dipolnu, već i za više multipolne električne radijacije.

Primenom kvantne elektrodinamike izračunate su verovatnoće multipolnih električnih prelaza u jezgru. Izvođenje konačnih izraza za verovatnoće prelaza veoma je složeno i nedovoljno strogo, jer su izvršene grublje aproksimacije. Detaljan su račun izveli Weisskopf i Blatt. Njihov je račun zasnovan na modelu nezavisne čestice. Prema ovoj analizi, elektromagnetni prelaz u jezgru nastaje samo kada jedan nukleon (proton) promeni kvantno stanje. U dugotalasnoj aproksimaciji ($\frac{E_\gamma R}{\hbar c} \ll 1$), koje je u slučaju γ-zraka primenljiva sve do energije prelaza (nekoliko MeV), Weisskopf i Blatt su uspostavili vezu između multipolnosti, energije i verovatnoće prelaza na sledeći način

$$T(L)=\frac{8\pi(L+1)}{L[(2L+1)!!]^2}\frac{1}{\hbar}\left(\frac{E_\gamma}{\hbar c}\right)^{2L+1} B_{eg}(L) \tag{9.13}$$

gde je

$$(2L+1)!! = 1\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdot\ldots\cdot(2L+1);$$

a veličina $B_{eg}(L)$ predstavlja redukovanu verovatnoću. Ova veličina sadrži sve specifične nuklearne osobine, a odreduje se eksperimentalno preko $T(L)$. Indeks veličine *eg* označava prelaz iz pobuđenog (*excited*) u osnovno (*ground*) stanje. Redukovani matrični element nosi obeležje modela i procenjuje se za svaki model posebno.

Redukovana verovatnoća jednočestičnog prelaza

Redukovanu verovatnoću B_{eg} procenio je Weisskopf, a nezavisno od njega to je učinio i Moszkowski. Weisskopf-ova procena je zasnovana na jednočestičnom modelu jezgra. Prema ovom modelu proton se u jezgru kreće nezavisno u polju ostalih nukleona, a prelaz se realizuje promenom kvantnog stanja protona. Na osnovu ovako učinjene pretpostavke procenjena vrednost redukovane verovatnoće za električne radijacije iznosi

$$B(EL)=\frac{e^2}{4\pi}\left(\frac{3R^L}{L+3}\right)^2 \tag{9.14}$$

a za magnetne

$$B(ML)=10\left(\frac{\hbar}{M_p c R}\right)^2 B(EL) \tag{9.15}$$

Potrebno je imati u vidu da je izvršena procena gruba, ali se dobijene vrednosti ipak dobro slažu sa eksperimentalnim podacima.

Ukoliko se uvede da je radijus jezgra atoma dat kao $R = 1.2\cdot 10^{-13}\cdot A^{1/3}$ cm; redukovana verovatnoća za električne radijacije ima vrednost

$$B(E2) = 6\cdot 10^{-4}\cdot A^{2/3}\cdot e^2\cdot 10^{-48}\ \text{cm}.$$

Kada je redukovana verovatnoća električnih radijacija poznata, prema (9.15) određuje se redukovana verovatnoća za magnetne radijacije.

Na osnovu procenjenih vrednosti redukovanih verovatnoća, mogu se izračunati verovatnoće prelaza, odnosno radijacione širine jednočestičnih stanja, tj.

$$\Gamma_\gamma(E1)=0.07\,E_\gamma^3 A^{2/3}$$
$$\Gamma_\gamma(M1)=0.020\,E_\gamma^3$$
$$\Gamma_\gamma(E2)=4.9\cdot 10^{-8}\,E_\gamma^5 A^{2/3}$$

gde je radijaciona širina Γ data u eV kada je energija prelaza E izražena u MeV, a A je maseni broj.

Redukovana verovatnoća rotacionog prelaza

Kako se, kao što su to pokazali O. Bohr i B. Mottelson, za deformisana jezgra aproksimativno mogu razdvojiti unutrašnje (jednočestično) i kolektivno kretanje, mogu se posebno razmatrati i verovatnoće za čestične i kolektivne prelaze.

U adijabatskoj aproksimaciji redukovana verovatnoća unutar jedne rotacione familije zavisi od kvadrupolnog momenta jezgra Q_0, spina I_0 i magnetnog momenta μ_0 osnovnog stanja rotacione familije.

Izračunate redukovane verovatnoće za električne kvadrupolne radijacije, realizovane između stanja čiji su spinovi okarakterisani kao $(I+1)\Rightarrow I$ i $(I+2)\Rightarrow I$ za parno parna jezgra imaju oblik

$$B(E2, I+1\rightarrow I)=\frac{15}{16\pi}e^2 Q_0^2\frac{K^2(I+1+K)(I+1-K)}{I(I+1)(I+2)(2I+3)} \qquad (9.16)$$

i

$$B(E2, I+2\rightarrow I)=\frac{15}{32\pi}e^2 Q_0^2\frac{(I+1+K)(I+1-K)(I+2+K)(I}{(I+1)(I+2)(2I+3)(2I+5} \qquad (9.17)$$

U slučaju rotacione familije parno-parnih jezgara za koja je K = 0, relacija (9.17) ima prostiji oblik

$$B(E2, I+2\rightarrow I)=\frac{15}{32\pi}e^2 Q_0^2\frac{(I+1)(I+2)}{(2I+3)(2I+5)} \qquad (9.18)$$

gde je Q_0 statički nuklearni kvadrupolni moment koji je po vrednosti mnogo veći od jednočestičnog momenta za deformisana jezgra. Kolektivna kretanja u deformisanim jezgrima (kretanja protona) daju rotacione širine mnogo veće nego u slučaju jednočestičnih kretanja.

Pobuđena stanja jezgra sa neparnim masenim brojem A po svojoj vrednosti mogu biti jednočestična ili kolektivna. Prelazi realizovani izmedu stanja sa spinovima $(I+1)\Rightarrow I$ ($\Omega \neq$ ½) karakterišu se

redukovanim verovatnoćama za magnetnu

$$B(M1)=\frac{3}{4\pi}\left(\frac{e\hbar}{2m_p}\right)^2(g_\Omega-g_R)\frac{\Omega^2(I+1-\Omega)(I+1+\Omega)}{(I+1)(2I+3)} \qquad (9.19)$$

i električnu kvadrupolnu radijaciju

$$B(E2)=\frac{15}{16}e^2Q_0^2\frac{\Omega^2(I+1-\Omega)(I+1+\Omega)}{I(I+1)(I+2)(2I+3)}$$

Ako je prelaz izvršen između stanja čestice za koje je promena spina ΔI = 1, bez promene parnosti, redukovana verovatnoća za magnetnu dipolnu radijaciju (M1) ima veću vrednost od redukovane verovatnoće za električnu kvadrupolnu radijaciju (E2). Ako je, međutim, prelaz izvršen između rotacionih stanja redukovane verovatnoće pomenutih radijacija istog su reda veličine.

Važno je napomenuti da su redukovane verovatnoće modelske veličine, tj. njihove se vrednosti od modela do modela menjaju. Ove se veličine najčešće, zbog toga, koriste u cilju provere modela (ili se koriste njihovi odnosi). Eksperimentalno one se određuju merenjem perioda poluraspada pobuđenih stanja ili određivanjem preseka Coulomb-ove ekscitacije. Odnosi redukovanih verovatnoća određuju se iz odnosa grananja radijacija koje potiču sa istog pobuđenog stanja jezgra, pri čemu je potrebno da intenziteti radijacionih i konverzionih prelaza budu poznati.

Dozvoljenost prelaza

Radijacioni prelazi klasifikuju se na tzv. dozvoljene i zabranjene. Dozvoljeni su prelazi verovatniji u odnosu ne zabranjene, tj. odgovarajuća pobuđena stanja jezgra kraće žive. Prema (9.13), verovatnoća radijacionog prelaza između dva stanja sa vrednostima spina I_A i I_B veoma zavisi i od momenta impulsa L kojeg radijacija odnosi. Ukoliko je vrednost L manja, utoliko je i prelaz verovatniji. Izvesni prelazi mogu, međutim, biti favorizovani parnošću, kao što je to pokazano u tabeli 9.2.

U slučaju atomskih radijacionih prelaza dozvoljeni i zabranjeni strogo su razgraničeni. Obično su dozvoljeni električni dipolni prelazi koji zadovoljavaju selekciona pravila. Sve su ostale električne i magnetne multipolne radijacije zabranjene. Zabranjenost prelaza odgovara dugom periodu poluraspada pobuđenog nivoa. Dugoživeća pobuđena stanja u

laboratorijskim uslovima temperature i pritiska deekscitiraju se neradijacionim procesima, kao što su sudari između atoma. Međutim, jezgra su izolovani sistemi, ne mogu u sudarima da prenose energiju, pa se dobro uočavaju prelazi sa višim multipolnostima. Neradijacioni atomski prelazi koji se u termalnim sudarima realizuju nemaju svoj analogon u prelazima jezgra. Auger-ovom efektu odgovara proces unutrašnje konverzije elektrona.

TABELA 9.2

Prelaz	$\Delta I = I_A - I_B$	Menja parnost	Dominantan	Slab
Favorizovan parnošću	*parno (sem nule)*	*ne*	E ΔI	M(ΔI + 1), *odsutan ako je* I_A *ili* $I_B = 0$
	nula	*ne*	M1	E2 *odsutan ako je* $I_A = I_B = ½$
	neparno	*da*	E ΔI	M(ΔI + 1), *odsutan ako je* I_A *ili* $I_B = 0$
Nefavorizovan parnošću	*parno (sem nule)*	*da*	M ΔI	E(ΔI + 1), *odsutan ako je* I_A *ili* $I_B = 0$
	nula	*da*	E1	M2 *odsutan ako je* $I_A = I_B = ½$
	neparno	*ne*	M ΔI	E(ΔI + 1), *odsutan ako je* I_A *ili* $I_B = 0$

Dozvoljenost ili zabranjenost nekog prelaza jezgra meri se verovatnoćom; ako je vrednost verovatnoće prelaza velika, za prelaz se kaže da je dozvoljen ili obrnuto. Postoji, međutim, totalna zabrana za radijacioni prelaz kada je $I_A = I_B = 0$.

U jezgru se mogu odigrati i neradijacioni prelazi koji konkurišu radijacionim. Neradijacioni prelazi se javljaju kao unutrašnja konverzija, stvaranje parova, itd. U ovom procesu jezgro interaguje sa elektronom iz omotača atoma, predaje mu energiju prelaza, od koje jedan deo odlazi na oslobađanje elektrona, a drugi je deo postao kinetička energija oslobođenog elektrona. Ako je energija prelaza veća od $2m_ec^2$ može da se dogodi parna konverzija, tj. energija se troši na stvaranje para elektron-pozitron.

Izomerija

Pojam izomerije uveo je u nuklearnu fiziku Soddy 1917. god., da bi se metastabilna stanja (stanja koja dugo žive) razlikovala od ostalih pobuđenih stanja jezgra. Prelazi sa metastabilnih-izomernih stanja nazivaju se *izomerni prelazi*. Karakterišu se velikom vrednošću momenta impulsa L i niskom energijom prelaza. Oštra granica između prostih pobuđenih i metastabilnih stanja ne postoji. Obično se uzima da su sva stanja koja žive duže od 10^{-9}s metastabilna, odnosno izomerna. Nuklearno stanje koje emituje γ-kvant (E2) od 1 MeV, a ima period poluraspada oko 10^{-11}s, smatra se tipičnim.

Izomerni prelazi su tipa: E3, M3, E4, M4 koji se obično realizuju procesom unutrašnje konverzije i susreću se u prelazima u srednje teškim i teškim jezgrima ($A > 39$). Izomerni prelazi su karakteristični za ona jezgra koja se mogu opisati jednočestičnim modelom.

Mešani prelazi

Multipolni karakter γ-prelaza odreden je selekcionim pravilima spina i parnosti. Često se, međutim, dešava da radijacija (zračenje) nije čistog, već mešanog multipolnog reda, što nije u suprotnosti sa selekcionim pravilima. Prema selekcionom pravilu:

$$|I_i - I_f| < L < |I_i + I_f|$$

dozvoljene su radijacije od nekoliko L. U praksi se najčešće javlja onaj tip radijacije mešanih multipolnosti koji se sastoji od dve komponente:

$$ML + E(L+1), \text{ tj. } M1 + E2 \text{ ili } M2 + E3,$$

gde je $L = |\Delta I|$ ili (ako je $\Delta I = 0$) $L = \Delta I + 1$. Mešavina E1 + M2 je manje verovatna od navedenih jer nije favorizovana parnošću.

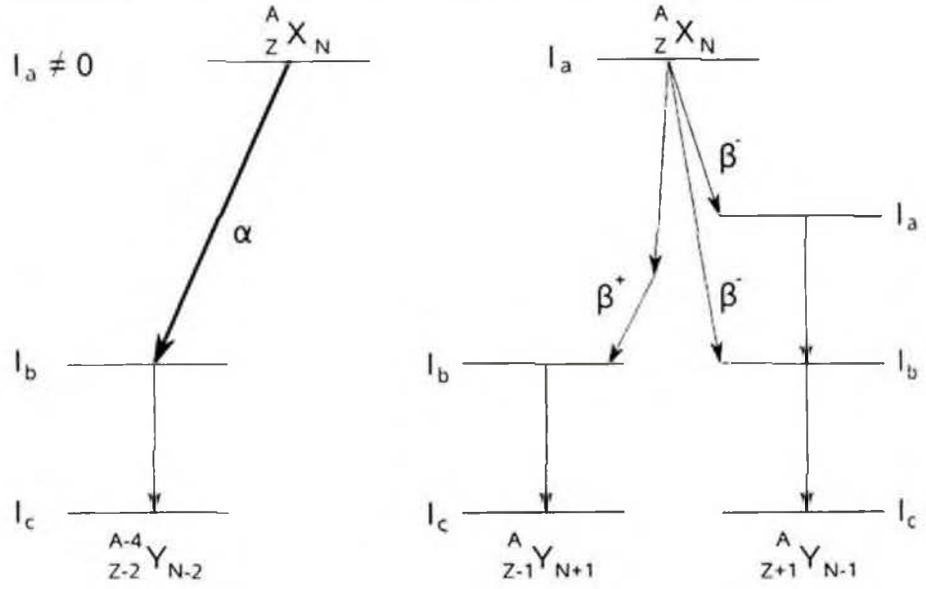
Zastupljenost multipolnih komponenata u mešanom prelazu definiše se odnosom njihovih intenziteta

$$\delta^2 \equiv \frac{I_\gamma(E2)}{I_\gamma(M1)} \tag{9.20}$$

Apsolutne vrednosti u odnosu predstavljaju intenzitete prelaza. Ova se veličina obično određuje eksperimentalno.

9.1.3 Direkciona korelacija

Radioaktivni izvori izotropno u prostoru emituju γ-zračenje, jer je orijentacija jezgara u odnosu na proizvoljno *izabranu osu* slučajna. Ukoliko bi jezgra bila polarizovana, izotropija bi nestala i pravci emisije γ-zračenja bili bi u ugaonoj zavisnosti od pravca polarizacije. Postavlja se pitanje da li i u nekom drugom slučaju može postojati ugaona zavisnost emisije zračenja. U principu je moguće kada zračenja kaskadno slede jedno drugom kako je na sl. 9.1. i prikazano, ali uz uslov da je spin intermedijalnog *stanja* $I_b \neq 0$ i period poluraspada dovoljno kratak.

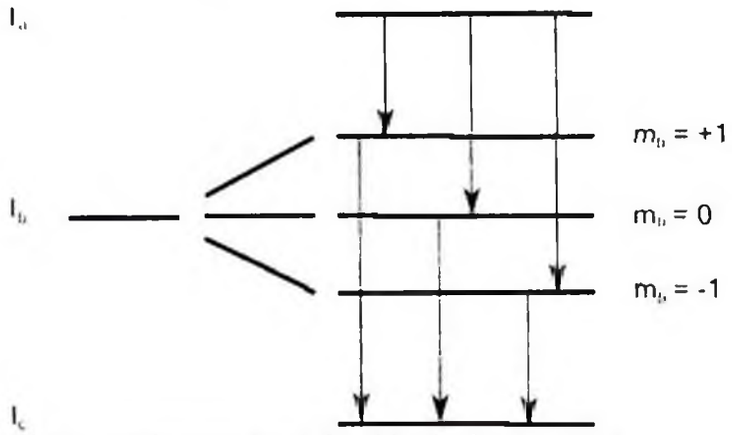


Sl. 9.1. *Predstavlja kaskadno zračenje u α-, β- i γ-raspadu.*

Radi lakšeg razmatranja neka zamišljena kaskada ima sledeće vrednosti spina

$$(I_a=0)\Rightarrow(I_b=1)\Rightarrow(I_c=0),$$

takav se tip korelacija naziva dipol-dipol korelacija. U ovom je slučaju međustanje I_b degenerisano. Degeneracija se otklanja stavljanjem jezgra u jako magnetno polje. U tom slučaju, umesto jednog I_b stanja javljaju se $2\ I_b+1$ stanja. Ako je $I_b = 1$ pojavljuju se tri stanja sa magnetnim kvantnim brojevima m = 0, ±1, kao što ja dato na sl. 9.2. Pod normalnim uslovima ova podstanja su uniformno popunjena. Zauzetost stanja se može prikazati Boltzmann-ovim faktorom $\sim\exp\left(\frac{-\mu H}{kT}\right)\left(\frac{m_b}{I_b}\right)$, koji je uvek jedinica, izuzev za velike vrednosti magnetnog polja H i niske temperature T (*jaka magnetna polja* na niskim temperaturama polarišu jezgra). Pod polarizacijom jezgra podrazumeva se uređenje spina, odnosno magnetnog momenta jezgra u smeru ili suprotno smeru nekog magnetnog polja. Polarizacijom jezgara narušava se uniformna populacija magnetnih podstanja što dovodi do anizotropne emisije zračenja u odnosu na pravac polarizacije.



Sl. 9.2. *Prikazuje dipol-dipol kaskadni γ-raspad.*

U slučaju dva kaskadna prelaza, s obzirom da su na sobnoj temperaturi sva magnetna podstanja jednako naseljena, γ-zračenje se emituje izotropno u prostoru, što se može dokazati. Verovatnoća emisije elektromagnetne radijacije multipolnog reda L i magnetnog kvantnog broja $M = \Delta m$ u pravcu određenom polarizacionim uglovima (θ, φ) data je izrazom

$$W_M(\theta)d\,\Omega=\frac{1}{2}[1-\frac{M(M+1)}{L(L+1)}]|Y_{L,M+1}|^2+\frac{1}{2}[1-\frac{M(M-1)}{L(L+1)}]|Y_L \quad (9.21)$$

Mogu se naći parcijalne verovatnoće za naseljenost svakog magnetnog podstanja uvrštavajući vrednost funkcije sfernog harmonika Y u jednačinu (9.21) i stavljajući da je L = 1, pa je za

$$M=\Delta m=+1, \qquad W_{+1}(\theta)=\frac{3}{16\pi}(1+\cos^2\theta)d\,\Omega \quad (9.22)$$

$$M=\Delta m=0, \qquad W_0(\theta)=\frac{3}{8\pi}\sin^2\theta\, d\,\Omega \quad (9.23)$$

$$M=\Delta m=-1, \qquad W_{-1}(\theta)=\frac{3}{16\pi}(1+\cos^2\theta)d\,\Omega \quad (9.24)$$

Ako se ove vrednosti sumiraju, dobija se totalna verovatnoća

$$W(\theta)d\,\Omega=[\frac{3}{8\pi}+\frac{3}{8\pi}(\sin^2+\cos^2\theta)]d\,\Omega=\frac{3}{4\pi}d\,\Omega \quad (9.25)$$

Dakle, verovatnoća za emisiju u prostornom uglu je konstantna za sve pravce, zbog toga γ-zraci kaskade imaju svaki posebno, izotropnu emisiju. Izotropna emisija, međutim, može biti narušena ako se geometrijom eksperimenta eliminiše populacija Δm = 0. Kada pravac jednog γ-zraka definiše osu kvantizacije, a drugi se sa njim koincidentno spregne, automatski se isključuje populacija Δm = 0 , jer je θ = 0 i $W_0(\theta)$ = 0. Eliminacijom populacije Δm = 0 ostaje populacija magnetnih podstanja Δm_1 = ± 1 i Δm_2 = ± 1, prouzrokovaće da drugi γ-zrak kaskade ima anizotropiju (1 + $\cos^2\theta$) distribuciju u odnosu na pravac prvog γ-zraka. Na sl. 9.3.a prikazana je polarna reprezentacija, a na sl. 9.3.b prikazana je distribucija u pravouglom sistemu.

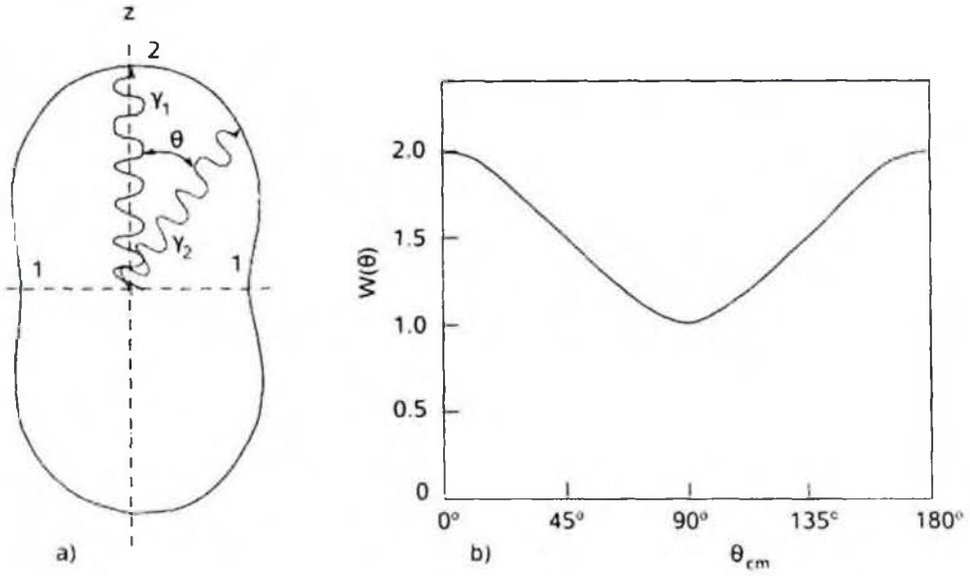
Do sada je bilo reči samo o dipol-dipolnoj korelaciji, za koju je verovatnoća emisije data izrazom

$$W(\theta)d\,\Omega=\frac{3}{16\pi}(1+\cos^2\theta)d\,\Omega\,.$$

U opštem slučaju korelaciona funkcija za kaskadno zračenje data je u vidu reda Legendre-ovih polinoma

$$W(\theta)=1+\sum_{k=1}^{k'} A_{2k} P_{2k}(\cos\theta) \qquad (9.26)$$

gde $0 < k' < min(2L_1, 2L_2, 2I_b)$ ima najmanju vrednost u izboru veličina $2L_1$, $2L_2$, $2I_b$. L_1 i L_2 su momenti impulsa koje odnosi emitovano zračenje u prvom i drugom prelazu. Kada je $I_b = 0$ i ½, ugaona korelacija $W(\theta)$ = *const.*



Sl. 9.3. *Prikazuje distribuciju* γ_2 *u odnosu na pravac* γ_1 *u dipol-dipolnom kaskadnom prelazu: a) U polarnoj reprezentaciji dužina vektora* γ_2 *referiše meru verovatnoće po jedinici prostornog ugla, da je* γ_2 *emitovan pod uglom* θ *u odnosu na pravac* γ_1; *b) Predstavlja distribucionu funkciju normalizovanu na jedinicu za* $\theta = 90°$.

Vrednosti koeficijenata A_{2k} kojima se Legendre-ovi polinomi množe zavise od spinova nivoa i multipolnosti zračenja, a ne zavisi od energije zračenja. Koeficijenti A_{2k} mogu se predstaviti u obliku

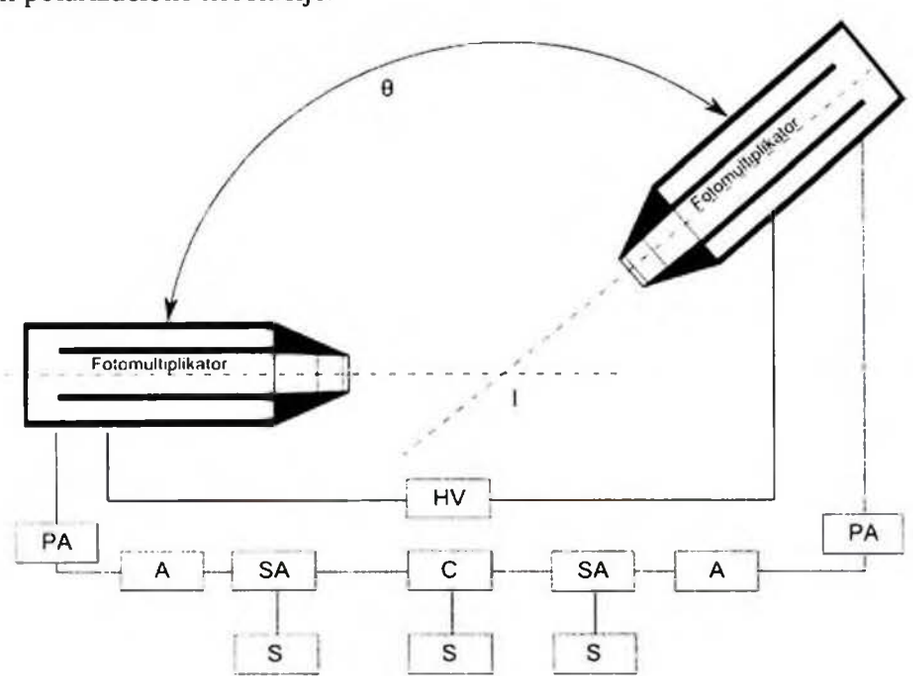
$$A_{2k}=F_{2k}(L_1, I_a, I_b)\, F_{2k}(L_2, I_b, I_c) \qquad (9.27)$$

Koeficijenti u izrazu (9.27) zavise samo od L i I, mogu se izračunati i obično su dati u tabelama. Šematski prikaz eksperimenta dat je na sl. 9.4.

Uređaj se sastoji od dva detektora, koji mogu da rotiraju u ravni oko izvora. Pomenuti uređaji su preko jednokanalnih analizatora (pojačavača, pretpojačavača) spregnuti u koincidentno kolo. Do nedavno su korišćeni samo scintilacioni detektori, a u poslednje vreme, koriste se i poluprovodnički detektori.

Korelacioni koeficijenti A_{2k} ne zavise od parnosti prelaza. Moguće je prema tome, poređenjem eksperimentalno određenih i teorijski izračunatih korelacionih koeficijenata, odrediti ili spin jednog od pobuđenih stanja ili multipolnost zračenja. Metod je pogodan za određivanje mešanih multipolnosti, posebno, ako je jedna od komponenata slabo zastupljena.

Informacije o parnosti pobuđenog stanja ili prelaza dobijaju se ako se meri korelacija između konverzionog elektrona i radijacionog prelaza, ili polarizacione korelacije.



Sl. 9.4. *Šematski prikaz za merenje ugaonih korelacija. Legenda*: HV - *visoki napon*; PA - *pretpojačavač*; A – *pojačavač* (*amplifier*); C – *koincidentno kolo* (*rezolucije* 0.1 μs); SA – *monoenergijski* (*jednokanalni*) *analizator*; S – *skaleri*; I – *izvor zračenja*.

9.1.4 Fluorescentna nuklearna γ-spektroskopija

Termin fluorescencije vezan je za mineral fluorit koji pod uticajem elektromagnetnih radijacija svetli. Stokes je polovinom XIX veka ovu pojavu zapazio kod mnogih drugih čvrstih, tečnih i gasovitih materija koje pod izvesnim uslovima apsorbuju svetlost, a potom je emituju.

Poseban slučaj predstavlja rezonantna fluorescencija. Ovo je pojava u kojoj su emitovano i upadno (pobuđujuće) zračenje iste talasne dužine (frekvencije).

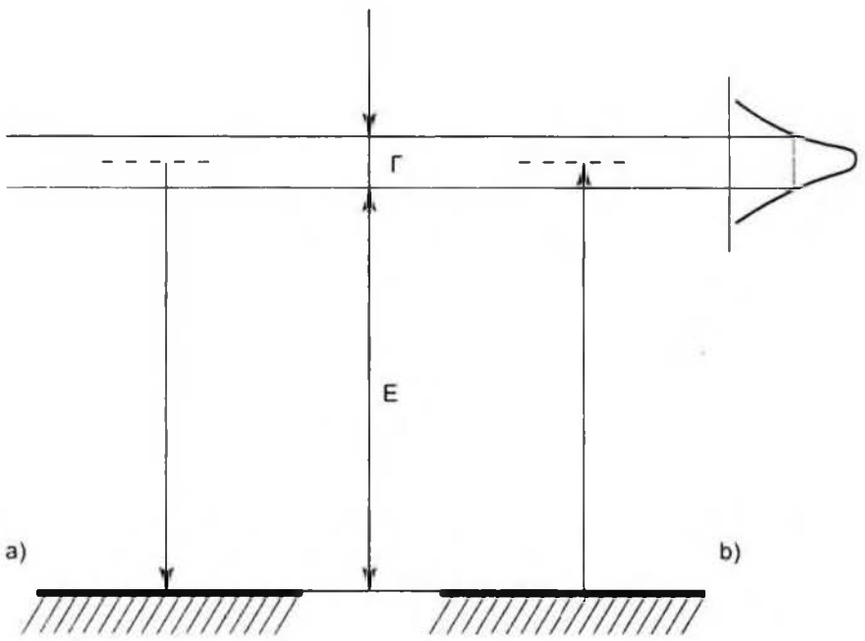
U atomskoj rezonantnoj fluorescenciji učestvuju atomi emiteri i apsorberi. Atomi emiteri se nalaze u pobuđenom stanju i prelaskom u osnovno stanje emituju svetlost strogo određene frekvencije. Ako se ovom svetlošću osvetle atomi apsorberi, koji se nalaze u osnovnom stanju, neka stanja atoma stupaju u rezonanciju i atom prelazi u pobuđeno stanje. Iz svetlosnog snopa nestaje onoliko kvanata koliko je pobuđenih atoma apsorbera. Ovaj se proces naziva *rezonantna apsorpcija*. Pobuđeni atomi apsorberi su u mogućnosti da emituju svetlost čija je frekvencija jednaka frekvenciji apsorbovane svetlosti. Ova se pojava naziva *rezonantna fluorescencija*.

Kako rezonantni efekti imaju poseban značaj u atomskoj fizici u apsorpciji i rezonantnom rasejanju niskoenergijskih kvanata nastalih u prelazima između elektronskih stanja, dugo se vremena mislilo da bi se u oblasti niskoenergijskih γ-zraka, nastalih u prelazima između kvantnih stanja u jezgru, mogli očekivati analogni efekti. Godine 1929. na ovu je mogućnost ukazao Kuhn. Svi pokušaji, međutim, da se rezonantna apsorpcija ustanovi nisu uspeli sve do 1951. god. kada je Moon (engleski fizičar) realizovao proces rezonantne apsorpcije u jezgru.

Princip nuklearne rezonantne apsorpcije

Fenomen emisije γ-zraka objašnjen je u ranijem paragrafu. Jezgro, naime, emituje fotone kada iz stanja više potencijalne energije prelazi u stanje sa nižom potencijalnom energijom. Ovo je predstavljeno na sl. 9.5.

Rezonantni proces se može desiti, ali pod uslovom da se jezgru preda tačno ona energija koja odgovara njegovom pobuđenom stanju. Posle apsorpcije fotona jezgro bi se našlo u pobuđenom stanju i nakon izvesnog vremena emitovalo bi foton energije jednake apsorbovanoj energiji. Ovaj se proces u nuklearnoj fizici naziva *rezonantna apsorpcija γ-zraka*.



Sl. 9.5. *Prelazi u jezgru: a) Prelaz sa višeg kvantnog stanja u niže, prilikom kojeg se energija emituje; b) Prelaz iz nižeg kvantnog stanja u više, kada se energija apsorbuje.*

Svaki pobuđeni nuklearni nivo definisan je energijom E_i, širinom energijskog nivoa Γ, periodom poluraspada $t_{1/2}$, spinom I, parnošću π, itd. U odnosu na pobuđene nivoe, nivoi u jezgru su obično na višim energijama, a širina nivoa je bolje definisana, jer pobuđena stanja u jezgru duže žive. Vreme trajanja energijskog stanja određeno je stepenom neodređenosti Γ, kako sledi

$$\tau \Gamma \simeq \hbar \tag{9.28}$$

Energija pobuđenog stanja je, prema tome, definisana sa tačnosću $E \pm \frac{\Gamma}{2}$, gde je $\Gamma \simeq \frac{\hbar}{\tau}$, $t_{1/2}$ predstavlja period poluraspada pobuđenog stanja i može da varira od 10^{-18}s do više hiljada godina. Pri dovoljno velikim vrednostima τ, veličina neodređenosti energije E je veoma mala. Relativna tačnost može, zbog toga , biti vrlo visoka. Na primer, za pobuđeno stanje ^{191}Ir (E_{ex} = 129 keV; $\tau = 10^{-10}$ s)

$$\Gamma \simeq \frac{\hbar}{\tau} = 7 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{eV}$$

tačnost sa kojom je data energija u ovom primeru iznosi

$$\frac{\Gamma}{E} = \frac{7 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{eV}}{1.29 \cdot 10^{5}\,\mathrm{eV}} = 5 \cdot 10^{-11} \tag{9.29}$$

tj. određena je milijarditim delom procenta. Dakle, sa ovako visokom tačnošću određena je monohromatičnost γ-kvanta i postaje jasno zašto je rezonantna apsorpcija γ-zraka relativno kasno otkrivena, jer emisijom fotona emitujuće jezgro trpi uzmak

$$\Delta E = \frac{E_i^2}{2\mathrm{Mc}^2} \tag{9.30}$$

Kao što se vidi iz (9.30) uzmak jezgra je proporcionalan kvadratu energije nivoa pobuđenog stanja, a obrnuto proporcionalan energiji mirovanja emitujućeg jezgra. U pomenutom primeru za jezgro ^{191}Ir i energiju nivoa od 129 keV uzmak iznosi

$$\Delta E = \frac{(0.129)^2}{2 \cdot 9.31.14 \cdot 191} \simeq 5 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{eV}$$

Poređenjem uzmaka jezgra sa širinom nivoa pobuđenog stanja jezgra ^{191}Ir, očigledno je da je energija nivoa umanjena za vrednost energije koju je odnelo uzmaknuto jezgro, što se može predstaviti

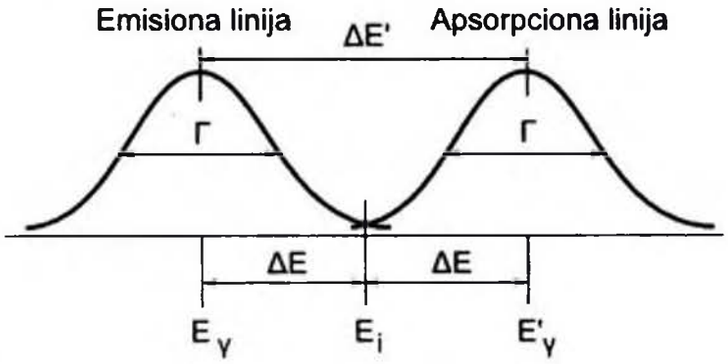
$$E_i = E_\gamma + \Delta E \tag{9.31}$$

Jasno je da sa ovom vrednošću energije, γ-zrak nije u stanju da jezgro iz osnovnog stanja dovode u pobuđeno, tj. nema rezonantne apsorpcije.

Može se postaviti pitanje koliko treba da iznosi energija γ-zraka pa da se rezonantna apsorpcija uspostavi. Ova energija treba da bude viša od energije pobuđenog nivoa za vrednost uzmaka jezgra, kada γ-kvant stupi u interakciju sa jezgrom apsorbera. Ta vrednost iznosi

$$E_\gamma' = E_i + \Delta E \tag{9.32}$$

Na sl. 9.6. prikazane su na energijskoj skali energija γ-zraka umanjena za uzmak jezgra i energija γ-zraka koja bi mogla da izazove rezonantnu apsorpciju, kako je to ukazano u jednačinama (9.31) i (9.32).



Sl. 9.6. *Na energijskoj skali je predstavljena energija γ-zraka posle uzmaka i energija γ-zraka kojom bi se jezgro moglo pobuditi.*

Na osnovu (9.31) i (9.32) može se odrediti vrednost energije koja nedostaje emitovanom γ-kvantu da bi uspostavio rezonantnu apsorpciju u jezgru. Ova vrednost je data kao

$$\Delta E' = E_\gamma' - E_\gamma = 2\Delta E = E_\gamma^2 / Mc^2 \qquad (9.33)$$

U konkretnom primeru vrednost razlike energije iznosi za jezgro ^{191}Ir $\Delta E'$ = 0.1 eV, ova bi se vrednost energije mogla nadoknaditi Doppler-ovim efektom. To znači da je emitujućem jezgru potrebno dodati onoliko kinetičke energije koliko iznosi energija uzmaknutog jezgra.

Doppler-ovim efektom može da se eliminiše uticaj uzmaka jezgra. Naime, neka se jezgru, koje emituje γ-kvant, doda kinetička energija sa impulsom $\vec{p}_j$, neka je impuls fotona $\vec{p}_g$ i neka je impuls uzmaknutog jezgra posle emisije γ-kvanta $\vec{p}_j'$, može se na osnovu zakona o održanju impulsa, izračunati razlika kinetičkih energija pre i posle emisije fotona. Ona ima vrednost

$$\Delta E = \frac{(\vec{p}_j - \vec{p}_g)^2}{2M_j} - \frac{\vec{p}_j'}{2M_j} = \frac{E_\gamma^2}{2M_j c^2} - \frac{v}{c} E_\gamma \cos(\vec{p}_j, \vec{p}_g) \qquad (9.34)$$

Prvi član jednačine (9.34) predstavlja uzmak jezgra, dok je drugi

član doprinos Doppler-ovog efekta. Očigledno je da je doprinos Dopplerovog efekta najveći kada je ugao između impulsa nula, $\cos(\vec{p}_j, \vec{p}_g)=0$; tj. kada jezgro emituje γ-kvant u smeru sopstvenog kretanja.

U konkretnom slučaju za ^{191}Ir može se izračunati koja se brzina mora saopštiti jezgru da bi se uticaj uzmaka eliminisao. Neka je $\cos(\vec{p}_j, \vec{p}_g)=1$; pa je vrednost brzine koju treba saopštiti jezgru

$$v=\Delta\frac{E}{E_g}c=\frac{5\times10^{-2}eV}{1.29\times10^{5}eV}3\cdot10^{10}=11500\ \text{cm/s}$$

što je približno trećina brzine zvuka. Dakle, za eliminaciju uzmaka jezgra potrebno je jezgrima emitera saopštiti neku linearnu brzinu, takve vrednosti i smera da Doppler-ov doprinos energije bude iste vrednosti kao i uzmak. U tom je slučaju iznos određen sa (9.34) jednak nuli, čime je rezonantna apsorpcija γ-zraka omogućena.

Linearna brzina jezgra se postiže ultracentrifugom, radioaktivni izvor se postavi na rotor, kada se pri velikom broju obrtaja postiže dovoljno velika periferna brzina, da se rezonantna apsorpcija γ-zraka može opaziti.

Alternativni metod predstavlja grejanje gasovitih izvora. S obzirom da su atomi u gasovitom stanju slobodni za njih važi Maxwell-ova raspodela brzina, pa se uvek nalazi neka brzina koja je dovoljna da se rezonantna apsorpcija γ-zraka uspostavi. Povišenjem temperature atomskog gasa emitera i apsorbera moguće je proširiti linije prikazane na sl. 9.6 toliko da se jednim delom prekrivaju i to upravo na mestu rezonantnog nivoa. Površina dobijena delimičnim prekrivanjem predstavlja konačnu verovatnoću za rezonantnu apsorpciju γ-zraka.

Pomenuti eksperimenti koriste Doppler-ov efekat u cilju uspostavljanja rezonantne apsorpcije.

Efekat Mössbauer-a

Godine 1958. izračunavajući rezonantno rasejanje γ-zraka Mössbauer je otkrio da radioaktivno jezgro ugrađeno u kristalnu rešetku može da emituje i apsorbuje γ-zrak bez uzmaka.

Ako je atom vezan u rešeci kristala mogu nastati, u zavisnosti od odnosa uzmaka jezgra i energije vezivanja atoma u čvrstom stanju, dva različita slučaja:

1. Kada je energija uzmaka ΔE veća od energije vezivanja atoma u kristalnoj rešeci ($\Delta E > E_v$);

2. Kada je energija uzmaka ΔE manja od energije vezivanja atoma u kristalnoj rešeci ($\Delta E < E_v$).

U prvom slučaju atom je posle emisije slobodan i može se tretirati, kao što je to učinjeno u slučaju rezonantne fluorescencije.

Drugi slučaj je interesantniji, budući da jezgro posle emisije i dalje ostaje vezano u rešeci kristala. Uzmak se prenosi na kristal kao celinu i sveden je na beznačajnu vrednost. U nekim slučajevima masa jezgra koja figuriše u (9.30) može biti povećana 10^{22} puta, pa je, prema tome, energija uzmaka zanemarljivo mala.

Kristal (u čiju su rešetku ugrađena radioaktivna jezgra), treba shvatiti kao sistem od $3N$ oscilatora (N-broj atoma u kristalu) sa učestanošću ω_E (Einstein-ov model kristala). Oscilator može da prima (i predaje) energiju samo u celobrojnim kvantima, fononima $n \cdot \hbar\omega_E$, gde je $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$ U ovom modelu kristala razlikuju se dva slučaja:

1. $\overline{\Delta E} > \hbar\omega_E$
2. $\overline{\Delta E} < \hbar\omega_E$

Kako je u prvom slučaju energija uzmaka $\overline{\Delta E}$ veća od energije fonona, oscilator emiterskog atoma prima energiju uzmaka i može je rasporediti sa ostalim oscilatorima. Tom se prilikom energija uzmaka troši jednim delom na povećanje unutrašnje energije kristala, a emitovani foton ima nižu energiju.

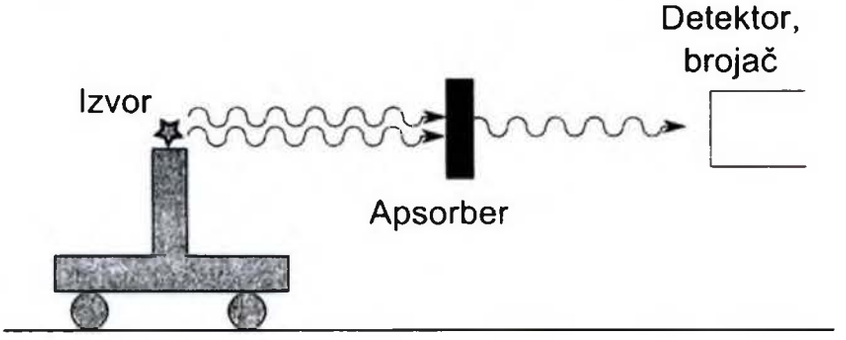
U drugom je slučaju energija uzmaka manja od energije jednog fonona i oscilator neće primiti energiju od uzmaknutog jezgra, a emitovani kvant napušta jezgro ugrađeno u kristalnu rešetku bez gubitka energije na uzmak.

Uvođenjem Debuye-eve temperature θ, može se uspostaviti uslov za emisiju fotona bez uzmaka. taj uslov je ispunjenu slučaju kada je $\Delta E \ll k\theta$. Kada je pomenuti uslov ispunjen, efekat Mössbauer-a se može opaziti i na sobnoj temperaturi. Kada je, međutim, $\Delta E = k\theta$, za emisiju fotona bez uzmaka potrebno je temperaturu kristala sniziti.

Esperimentalna tehnika

Aparat koji se koristi za opažanje nuklearne rezonantne fluorescencije bez uzmaka relativno je prost. U ovom slučaju govori se samo o rezonantnoj apsorpciji. Celokupna se oprema, u principu, sastoji od radioaktivnog izvora ugrađenog u kristalnu rešetku, rezonantnog apsorbera i detektora nuklearnog zračenja. Nuklearni detektor služi da se

detektuju radijacije koje kroz apsorber prođu. Da bi se rezonantna apsorpcija mogla opaziti izvor se pokreće (sl. 9.7.) brzinom v u odnosu na apsorber.

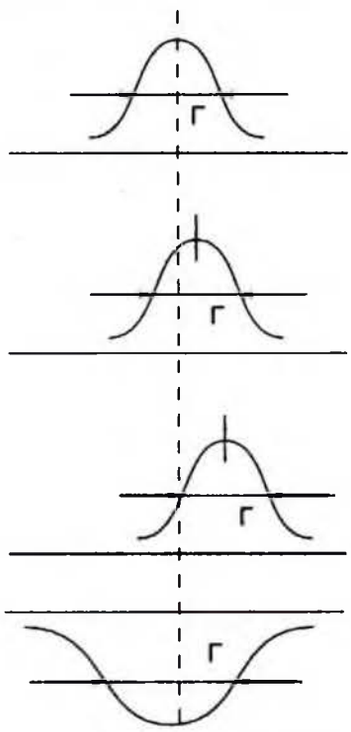


Sl. 9.7. *Predstavlja principijelnu šemu aparature za merenje rezonantne apsorpcije γ-zraka.*

Primenjen u ovom slučaju Doppler-ov efekat prouzrokuje pomeranje spektralne linije izvora po energiji u odnosu na spektralnu liniju apsorbera. Kada izvor u odnosu na apsorber miruje, njihove spektralne linije se energijski poklapaju, a maksimum apsorpcije dobija se tako što se konstatuje minimalna vrednost intenziteta propuštenog zračenja. Kada se izvor kreće u odnosu na apsorber, prekrivanje dve linije je smanjeno, radijacija je manje apsorbovana, a više propuštena. Ovaj proces ilustrovan je na sl. 9.8. U zavisnosti od brzine pomeranja izvora u odnosu na apsorber, intenzitet propuštenog zračenja u energijskom smislu ima oblik rezonantne linije, ali sa dvostrukom širinom u odnosu na širinu spektralnih linija izvora i apsorbera posebno. Drugim rečima, kada se spektralna linija energijske širine Γ kreće preko druge spektralne linije iste širine, rezultujuća linija ima dvostruku energijsku širinu, tj. 2Γ.

Značaj ovog metoda je u njegovoj primeni, kako u raznim naučnim disciplinama, tako i u primenjenim istraživanjima. Primenom ovog metoda otkrivena je hiperfina struktura nuklearnih nivoa, što ranije ni na jedan drugi način nije bilo zapaženo. Metod Mössbauer-a je, zatim, omogućio da se u laboratorijskim uslovima posmatra promena energije fotona kada se isti kreće u gravitacionom polju. Efekat Mössbauer-a ima značajnu primenu u fizici čvrstog stanja, jer je ovim eksperimentalnim metodom omogućeno da se prate promene raznih parametara strukture

rešetke, a posebno je moguće da se mere unutrašnja magnetna polja kao i da se (u kristalu) određuje gradijent električnog polja.



Sl. 9.8. *Prikazuje kako se pomera spektralna linija izvora u odnosu na liniju apsorbera koja je fiksirana. Poslednja linija rezultat je njihovog prekrivanja.*

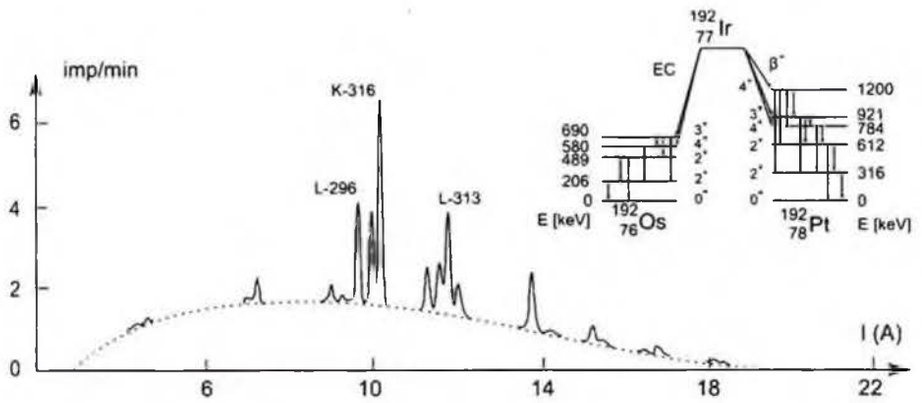
9.2 Unutrašnja konverzija

Osim procesa emisije γ-zraka, postoji još jedan, njemu konkurentan, a to je proces unutrašnje konverzije.

Proces unutrašnje konverzije ogleda se u interakciji jezgra i elektrona iz omotača atoma; jezgro direktno predaje energiju prelaza elektronu koja se deli na kinetičku energiju pomenutog elektrona i na energiju vezivanja elektrona. Emitovani elektroni su monohromatski (monoenergijski). Jezgro može da interaguje sa elektronom iz bilo koje orbite, a najveća je verovatnoća interakcija sa elektronom iz K-orbite.

Da bi uopšte došlo do interakcije jezgra i orbitalnih elektrona, energija pobuđenog stanja jezgra mora biti veća od energija vezivanja

elektrona u K, L, M, ...- orbitama. Usled emisije elektrona iz neke od orbita u omotaču atoma nastaje manjak elektrona, zbog čega u elektronskom omotaču nastaje pregrupisavanje elektrona što je propraćeno emisijom X-zraka ili Auger-ovim efektom. Na sl. 9.9 prikazan je eksperimentalno realizovan (*Lab. Inst. "B. Kidrič", Vinča*) spektar konverzionih elektrona superponiranih na β-spektar. β-spektar ima kontinualnu energijsku raspodelu, dok su konverzioni elektroni predstavljeni veoma uskim linijskim spektrom.



Sl. 9.9. *β-spektar i spektar konverzionih elektrona.*

Taylor i Mott su pokazali da totalna verovatnoća prelaza jezgra iz stanja *i* u stanje *f* može se predstaviti pomoću sume verovatnoća

$$T(i,f)=T_{\gamma}(i,f)+T_{uk}(i,f) \tag{9.35}$$

gde je $T_{\gamma}(i, f)$ verovatnoća emisije γ-zraka data jednačinom (9.13), a $T_{uk}(i, f)$ predstavlja verovatnoću unutrašnje konverzije. Prethodni izraz može se napisati u sledećem obliku

$$T(i,f)=(1+\alpha)T_{\gamma}(i,f) \tag{9.36}$$

gde je α konverzioni koeficient i može se izraziti iz

$$T_{uk}(i,f)=\alpha T_{\gamma}(i,f) \tag{9.37}$$

Iz (9.37) vidi se da konverzioni koeficijent α predstavlja odnos verovatnoća unutrašnje konverzije i emisije γ-kvanta.

Od jezgra na elektron energija se prenosi elektromagnetnom interakcijom jezgra i elektrona. Glavni doprinos potiče od elektrostatičke (Coulomb-ove) interakcije. Razmatranjem pomenutih interakcija mogu se danas veoma precizno izračunati konverzioni koeficijenti.

Verovatnoća unutrašnje konverzije $T_{uk}(i, f)$ može se izračunati uz određene pretpostavke i uprošćavanja, a teorijski konverzioni koeficijent može se prikazati u sledećem obliku

$$\alpha = \frac{T_{uk}}{T_{\gamma}} \simeq 16 \frac{L}{L+1} \frac{Z^3}{a_0^4} k^{-2} \tag{9.38}$$

Formula (9.38) izvedena je pod pretpostavkom da je talasna dužina $\lambda\!\!\!^{-} = k^{-1}$ emitovanih (konverzionog) elektrona mnogo manja od Bohr-ovog radijusa a_0, tj. $ka_0 \gg 1$. a_0 je Bohr-ov radijus.

Formula (9.38) nije data da bi se iz nje izračunavalo koeficient, već da se uoči kako isti zavisi od Z i od energije radijacionog prelaza. Ovo je najuočljivije ako se razmatra konverzija u K-sloju. U daljoj aproksimaciji može se zanemariti energija vezivanja elektrona iz K-sloja u poređenju sa energijom prelaza, pa se može napisati

$$\frac{\hbar^2 k^2}{2\mathrm{m}} = \hbar\omega - B_k \simeq \hbar\omega \tag{9.39}$$

gde je B_k energija vezivanja elektrona u K-sloju. Zamenom k iz jednačine (9.39) u (9.38) dobija se konačno vrednost K-konverzionog koeficijenta u obliku

$$\alpha_K(L) \simeq Z^3 \left(\frac{e^2}{\hbar c}\right) \frac{L}{L+1} \left(\frac{2\mathrm{mc}^2}{\hbar\omega}\right)^{L+5/2}$$

Ova je relacija dobra aproksimacija u specijalnim slučajevima kada je $\left(\frac{Ze}{\hbar c}\right) \ll 1$ i za prelaze kod kojih je energija prelaza mnogo veća od energije vezivanja elektrona. L predstavlja moment impulsa prelaza i kao što se vidi konverzioni koeficijent zavisi od L, zbog čega su konverziona merenja pogodna za određivanje multipolnosti prelaza. Određuje se eksperimentalno merenjem intenziteta spektra konverzionih elektrona. Jednim se eksperimentom određuju intenziteti linija spektra (konverzionih elektrona), drugim eksperimentom, intenziteti γ-prelaza. Odnosi ovako dobijenih intenziteta predstavljaju konverzione koeficijente. Dobijene vrednosti koeficijenata porede se sa precizno

izračunatim konverzionim koeficijentima za različite vrednosti L. Na taj se način, konačno, dobija informacija o prirodi i multipolnosti radijacionog prelaza.

GLAVA X

10 Nuklearne reakcije

Nuklearna reakcija je proces u kojem dve čestice (dva jezgra ili jezgro i nukleon) na dovoljno bliskom rastojanju (10^{-13} cm) stupaju u nuklearnu interakciju. Najveći broj nuklearnih reakcija izučen je izlaganjem izotopa dejstvu snopa čestica koje poseduju energiju. Uopšte, nuklearne reakcije mogu da budu izazvane:

- *naelektrisanim česticama*
- *nenaelektrisanim česticama*
- *kvantima elektromagnetnog zračenja*

Poslednji tip reakcija nije nuklearna, već elektromagnetna interakcija koja se događa u domenu jezgra.

U nuklearnim procesima obično nastaju energijske promene i promene momenta impulsa nuklearnih sistema. Produkti nuklearnih reakcija su: dve ili više čestica. Čestice nastale u nuklearnoj reakciji razleću se u različitim pravcima i po svojoj prirodi obično se razlikuju od čestica koje su je izazvale.

Prema do sada poznatim mehanizmima uzajamnog delovanja, nuklearne reakcije se mogu podeliti u dve klase i to:

1. Nuklearne reakcije u kojima nastaje složeno jezgro (compound)
2. Direktne nuklearne reakcije.

U opštem slučaju se nuklearna reakcija može na sledeći način predstaviti

$$a_1 + a_2 \Rightarrow b_1 + b_2 + \ldots \qquad (10.1)$$

gde su a_1 i a_2 čestice koje stupaju u nuklearnu reakciju, a b_1 i b_2 su produkti te interakcije. Najprostiji tip nuklearne reakcije može nastati između lake čestice i jezgra, što se može predstaviti na sledeći način

$$a + A \Rightarrow b + B \qquad (10.2)$$

ili

$$A\,(a, b)\,B \qquad (10.3)$$

Lake čestice (a, b) mogu biti: n, p, α, D, itd., kvant elektromagnetnog zračenja može se ubrojati u laku česticu. Produkt nuklearne reakcije nije jednoznačan i može se realizovati sa nekoliko konkurentnih procesa koji se inače nazivaju kanalima reakcije, a mogu se predstaviti kao

$$a+A\Rightarrow\left|\begin{array}{l} A+a \\ A^{*}+a \\ \ldots\ldots \\ B+b \\ C+c \end{array}\right. \qquad (10.4)$$

U prikazanoj reakciji čestica a predstavlja projektil kojim se jezgro A bombarduje. Mogući kanali nuklearne reakcije prikazani su na desnoj strani šeme (10.4).

Prve dve reakcije u šemi (10.4) respektivno opisuju elastično (A + a) i neelastično (A^{*} + a) rasejanje. Obe ove reakcije su specijalan slučaj, jer se produkti reakcije ne realizuju od čestica koje stupaju u interakciju, sem u drugom slučaju gde je bombardovano jezgro promenilo svoju unutrašnju energiju (našlo se u pobuđenom stanju).

Pri izračunavanju nuklearnih reakcija potrebno je najpre odrediti kanale po kojima se reakcija odigrava, zatim, proceniti verovatnoću procesa po pojedinim kanalima u zavisnosti od energije upadne čestice, te energiju i pravce emisije nastalih čestica, kao i njihovo unutrašnje stanje (energije pobuđenih stanja, spin, parnost, izospin, itd.). Mnoge se informacije o jezgru mogu dobiti, izučavanjem nuklearnih reakcija, primenom zakona održanja energije, naelektrisanja, impulsa, moment impulsa, broj nukleona, parnosti, izotopskog spina i drugih veličina.

10.1 Zakon održanja broja nukleona i naelektrisanja u nuklearnim reakcijama

Na osnovu eksperimentalnih podataka ustanovljeno je da se naelektrisanje u nuklearnim reakcijama održava, tj. suma naelektrisanja čestica pre nuklearne reakcije jednaka je sumi naelektrisanja čestica u produktu reakcije. Osim toga u reakcijama običnog tipa (bez obrazovanja antičestice) održava se i broj nukleona. U tabeli 10.1 navedeni su neki primeri

TABELA 10.1

Tip nuklearne reakcije	Naelaktrisanje	Broj nukleona
${}^{2}_{1}H + {}^{2}_{1}H \Rightarrow {}^{3}_{2}He + n$	1 + 1 = 2 + 0	2 + 2 = 3 + 1
${}^{1}_{1}H + {}^{3}_{3}Li \Rightarrow {}^{7}_{4}Be + n$	1 + 3 = 4 + 0	1 + 7 = 7 + 1
$\gamma + {}^{9}_{4}Be \Rightarrow 2 \cdot {}^{4}_{2}He + n$	0 + 4 = 2 + 2	0 + 9 = 8 + 1
$n + {}^{32}_{16}S \Rightarrow {}^{32}_{15}P + p$	0 + 16 = 15 + 1	1 + 32 = 32 + 1
${}^{4}_{2}He + {}^{14}_{7}N \Rightarrow {}^{16}_{8}O + p$	2 + 7 = 8 + 1	4 + 14 = 17 + 1

Zakon održanja broja u nuklearnim reakcijama svedoči o stabilnosti našeg sveta. Nije, naime, moguća sledeća reakcija

$$p + e^{-} \Rightarrow 2\gamma \tag{10.5}$$

po kojoj se odigrala "anihilacija" atoma vodonika.

10.2 Zakon održanja impulsa i energije u nuklearnim reakcijama

Za nuklearnu reakciju tipa (10.2) zakon održanja impulsa može da se predstavi u sledećem obliku

$$\vec{p}_a + \vec{p}_A = \vec{p}_b + \vec{p}_B \tag{10.6}$$

U laboratorijskom sistemu koordinata jezgro-meta A miruje što ima kao posledicu da je impuls $\vec{p}_A = 0$, zbog čega jednačina (10.6) ima sledeći oblik

$$\vec{p}_a = \vec{p}_b + \vec{p}_B$$

Kao što je ranije pokazano, broj protona i neutrona se u nuklearnim reakcijama ne menja. Kako se ne menja, moguće je sve mase opisati kao atomske, pod uslovom da se energija vezivanja elektrona zanemari. Zakon održanja energije može se za nuklearnu reakciju tipa (10.2) predstaviti na sledeći način

$$M_a c^2 + T_a + M_A c^2 = M_b c^2 + T_b + M_B c^2 + T_B \qquad (10.8)$$

gde je sa T označena kinetička energija svake čestice u laboratorijskom sistemu koordinata. Mase M_a i M_A su mase mirovanja u osnovnom stanju. Ova je napomena učinjena zbog toga što produkti reakcije mogu biti u pobuđenom stanju, kada su im mase uvećane za vrednost ekvivalenta energije pobuđenog stanja E^*. Drugim rečima, masa jezgra u pobuđenom stanju razlikuje se od mase istog u osnovnom stanju.

10.3 Zakon održanja momenta impulsa i parnosti

U nuklearnim reakcijama se totalni moment impulsa održava. Nuklearna reakcija složenog jezgra može se predstaviti

$$a + A \Rightarrow C \Rightarrow b + B$$

u kojoj totalni moment impulsa ulaznog kanala mora biti jednak momentu impulsa izlaznog kanala. Ova je tvrdnja predstavljena izrazom

$$\vec{I}_1 = \vec{I}_C = \vec{I}_2 \qquad (10.9)$$

gde je $\vec{I}_C$ moment impulsa složenog jezgra,

$$\vec{I}_1 = \vec{I}_A + \vec{I}_a + \vec{l}_{aA}\,; \quad \vec{I}_2 = \vec{I}_B + \vec{I}_b + \vec{l}_{bB}$$

je totalni moment čestice u jedinicama $\hbar$, te je l_{aA} moment impulsa svakog para čestica oko centra mase, njime je okarakterisano relativno kretanje čestice u odnosu na centar mase.

Kako je već ranije rečeno, zakon održanja parnosti važi u jakoj i elektromagnetnoj interakciji. Nuklearne reakcije se odvijaju preko jakih interakcija i za njih zakon održanja parnosti mora da važi. Ovo se može predstaviti sa

$$\pi_a \pi_A (-1)^{l_{aA}} = \pi_b \pi_B (-1)^{l_{bB}} \qquad (10.10)$$

gde je π parnost svakog nuklearnog stanja koje je uključeno u nuklearnu reakciju. Zakon održanja parnosti dovodi do selekcionih pravila (pravila izbora) koja ograničavaju niz mogućih nuklearnih reakcija.

10.4 Izospin i održanje izospina

Nuklearne reakcije svrstane su u jake interakcije, a odigravaju se između upadne čestice i jezgra-mete. Karakteristika ove reakcije je da održava izospin, pored već pomenutih veličina u prethodnim paragrafima

ove glave. Prema zakonu održanja, ukupan spin čestica koje stupaju u nuklearnu reakciju mora da bude jednak sumarnom izospinu novonastalih čestica (produkata reakcije), tj.

$$T_a + T_A = T_b + T_B \tag{10.11}$$

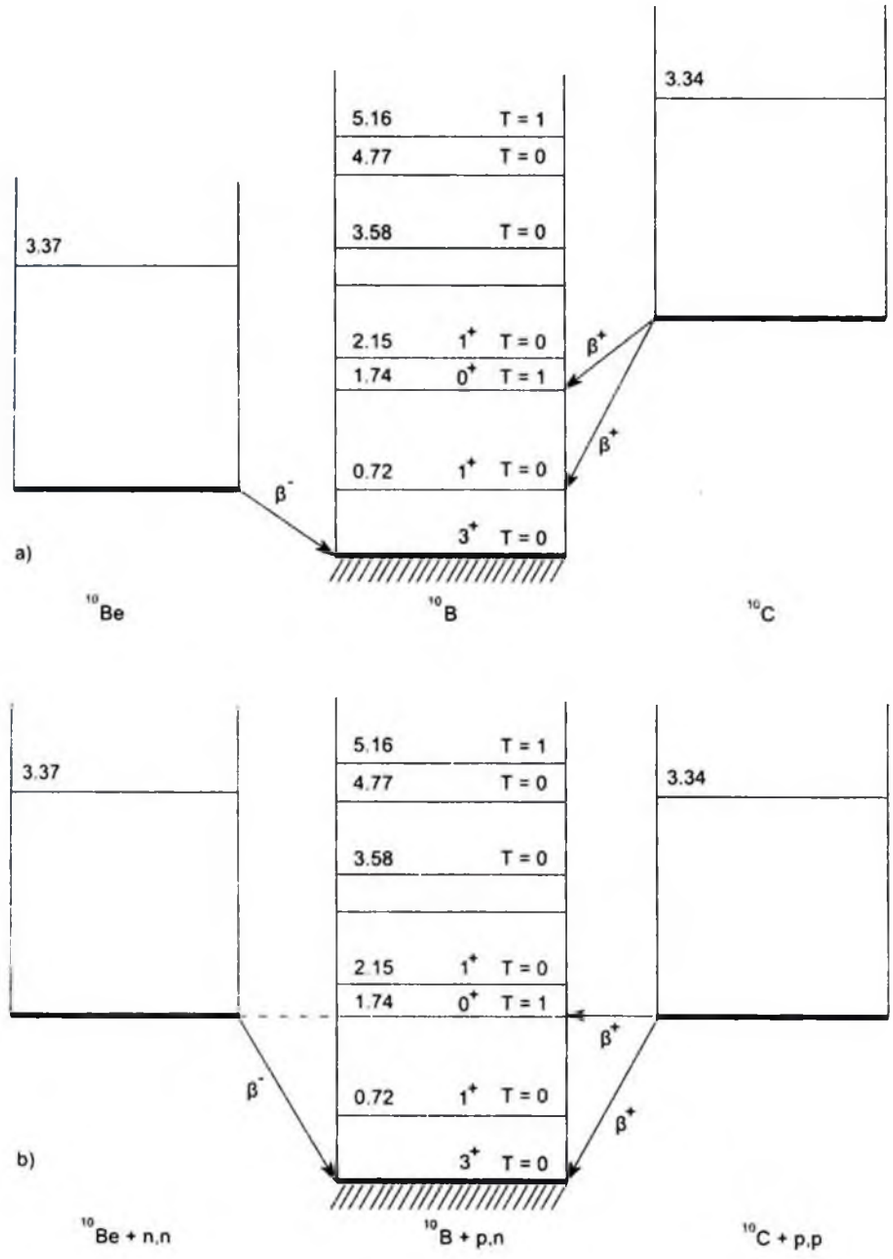
Izospin je u nuklearnu fiziku uveden da se formalno opiše nuklearna istovetnost neutrona i protona. Ona se najbolje uočava među izobarnim jezgrima koja su ogledalski simetrična. Jedna od njihovih osnovnih osobina je da je najstabilnije ono jezgro koje ima najmanju vrednost mase. Ako je broj protona u višku ili u manjku u odnosu na najstabilnije jezgro, izobarna jezgra se raspadaju beta ili pozitronskim raspadom. Neka sledeći primeri posluže kao ilustracija:

$$^{3}_{1}H_2 \overset{\beta^-}{\Rightarrow} {}^{3}_{2}He_1$$

$$^{10}_{4}Be_6 \overset{\beta^-}{\Rightarrow} {}^{10}_{5}B_5 \overset{\beta^+}{\Leftarrow} {}^{10}_{6}C_4$$

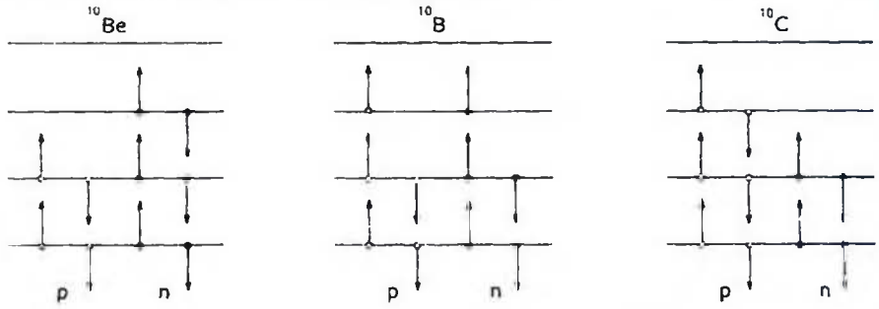
Očekivalo bi se da su, usled razlike u broju protona, odnosno neutrona, osobine izobarnih jezgara različite. Nije, međutim, potpuno tako. U prvom slučaju, ako se uticaj Coulomb-ove interakcije i razlike u masama protona i neutrona eliminiše, energije vezivanja jezgara imaju jednake vrednosti. Ova činjenica ide u prilog tvrdnji da se u nuklearnim reakcijama protoni i neutroni ponašaju kao istovetne čestice. Drugim rečima, interakcije p-p i n-n su međusobno identične. Na osnovu ove konstatacije sledi hipoteza o *simetriji nuklearnih sila u odnosu na naelektrisanje.*

Drugi se primer odnosi na izobarna jezgra ^{10}Be, ^{10}B, ^{10}C, čija su niskoenergijska stanja prikazana na sl. 10.1. Osnovna stanja jezgra ^{10}Be i ^{10}C postavljena su na energijskoj skali s obzirom na vrednost njihovih odgovarajućih nuklearnih masa (sl. 10.1.a). Ako se korekcija masa izvrši oduzimanjem Coulomb-ove energije (energijskog ekvivalenta $\Delta m = \frac{6e^2}{5R_0A^{1/3}}$), tada su nivoi pomenutih jezgara na energijskoj skali razmešteni kao što je prikazano na sl. 10.1.b.



Sl. 10.1. *Šematski prikaz energijskih stanja tri izobarna jezgra.*

Interesantno je napomenuti da je broj veza (p-p) zamenjen brojem (n-n) veza kod jezgara ^{10}Be i ^{10}C što je i grafički prikazano na sl. 10.2.



Sl. 10.2. *Grafički prikaz popunjavanja stanja neutronima i protonima po Paulijevom principu.*

Među pomenutim izobarnim jezgrima najstabilnije je jezgro ^{10}B, a nastaje beta i pozitronskim raspadom jezgara ^{10}Be i ^{10}C. Potomak se od predaka razlikuje po broju (p-n) veza, kao što se vidi na sl. 10.2. Osnovno stanje ^{10}Be nema isti spin kao osnovno stanje ^{10}Be i ^{10}C. Međutim, položaj i karakteristike prvog pobuđenog stanja ^{10}B vrlo se dobro podudaraju sa osnovnim stanjima jezgara ^{10}Be i ^{10}C.

Činjenica da identična stanja i sva tri jezgra postoje može se objasniti identičnošću (p-p), (n-n) i (n-p) veza, a na osnovu toga zaključuje se da su *nuklearne sile nezavisne od naelektrisanja.*

Pretpostavka o nezavisnosti nuklearnih sila od naelektrisanja omogućuje da se porede energijski nivoi lakih izobarnih jezgara kod kojih je Coulomb-ova interakcija mala. Upravo usled nezavisnosti nuklearnih sila od naelektrisanja, trebalo bi da se očekuje da jezgra sa istim brojem nukleona (izobari), koja se po neutronskim i protonskim stanjima popunjavaju po Paulijevom principu razlikuju, poseduju stanja sa jednakim spinom, parnošću, izotopskim spinom, itd.

Napomenimo da je izospin kvantnomehanička veličina i obično se prikazuje (predstavlja) vektorom $\vec{T}$. Totalni izospin jezgra sa parnim masenim brojem A može imati vrednosti T = 0, 1, 2, 3, ..., a jezgra sa neparnim masenim brojem A mogu imati T = 1/2, 3/2, 5/2, ... Jedna od projekcija T_ξ = + 1/2 izospina opisuje proton, a druga T_ξ = -1/2, neutron. Broj mogućih projekcija jednak je $2T + 1 = 2$, tj. jednak je broju nukleona sa istovetnim nuklearnim osobinama.

Pojam izospina se lako može uopštiti za bilo koje jezgro (A, Z) ako se stavi da je

$$T_\zeta = \frac{Z-N}{2} = \frac{2Z-A}{2} \tag{10.12}$$

Maksimalna vrednost izospina jednaka je $T_{max} = A/2$, pod uslovom da je

$$T > \left|\frac{Z-N}{2}\right| \tag{10.13}$$

Konkretno za jezgra ${}^{10}_{4}Be$ i ${}^{10}_{6}C$, izračunata je vrednost $T_\xi = +1$ i -1, traženi uslov (10.13) je ispunjen, jer je $T \geq 1$. Broj mogućih projekcija jednak je $2T + 1 = 3$, što znači da pored ${}^{10}_{4}Be$ i ${}^{10}_{6}C$ mora da postoji još jedno jezgro sa analognim osobinama. To je ${}^{10}_{5}B$, ali ne u osnovnom, već u pobuđenom stanju. Izospin osnovnog stanja je $T_\zeta = \frac{(2A-Z)}{2} = 0$. Drugo jezgro, čija su stanja analogna stanjima ${}^{10}_{4}Be$ i ${}^{10}_{6}C$, nije bilo poznato. Prema tome, jedino pomenuto izobarno jezgro ${}^{10}_{5}B$ obrazuje triplet sa ${}^{10}_{4}Be$ i ${}^{10}_{6}C$. Pored dubletnih i ostalih multipletnih stanja jezgara moguće je i singletno stanje. Mogu kao primer da posluže jezgra ${}^{2}_{1}H$ i ${}^{4}_{2}He$, za njih je $T = 0$, $2T + 1 = 1$.

Slična se analiza može primeniti i na druga izobarna jezgra kao što su: ${}^{8}B$, ${}^{8}Li$, ${}^{8}Be$, ${}^{12}B$, ${}^{12}C$, ${}^{12}N$, ${}^{14}C$, ${}^{14}N$, ${}^{14}O$, itd. Izotopski spin, u slučaju lakih jezgara, omogućuje da se porede energijski nivoi, a ovo omogućuje da se gradi ispravna sistematika energijskih stanja jezgara.

Kao što je u relaciji (10.11) pokazano, izospin se u nuklearnim reakcijama održava. Izospin T je karakteristika stanja jezgra. U različitim stanjima jezgro može da ima različitu vrednost T. Izospin može da se menja u intervalu

$$\frac{1}{2}(2Z-A) < T < \frac{A}{2} \tag{10.14}$$

Pravila su posebno prosta kada su vrednosti izospina čestica a i b jednaki nuli, tj. $T_a = T_b = 0$, tada je i $T_A = T_B$.

Zakon održanja izospina nameće određena ograničenja u nuklearnim procesima. Npr. jezgro može da emituje α-česticu samo u slučaju kada početno i krajnje stanje imaju jednake vrednosti izospina ($T = 0$).

10.5 Q-jednačina. Nuklearne reakcije nerelativističkih čestica

U opštem slučaju razlika masa čestica pre i posle nuklearne reakcije, naziva se *energija reakcije* (ovi se pojmovi odnose na ekvivalentne mase, odnosno energije s obzirom na relaciju $E = mc^2$) i obeležava se velikim slovom Q a izračunava sa pomoću jednačine (10.8), tj.

$$Q=[(M_a+M_A)-(M_b+M_B)]c^2=T_b+T_B-T_a \tag{10.15}$$

Ako je $Q > 0$ odgovarajuća reakcija je *egzoenergijska*, ako je, međutim $Q < 0$, reakcija je *endoenergijska*. Sa energijske tačke gledišta, nuklearna reakcija sa može dogoditi samo pod uslovom da je kinetička energija produkata reakcije pozitivna veličina, tj. kada je $T_b + T_a > 0$ ili ako je

$$Q-T_a=0 \tag{10.16}$$

Da bi se nuklearna reakcija odigrala uslov (10.16) je potreban, ali ne i dovoljan.

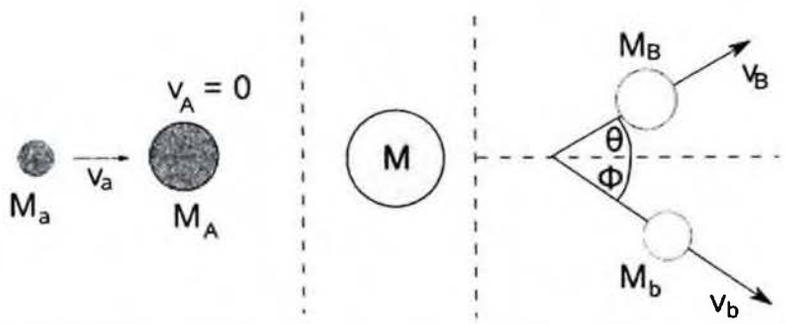
Vrednost Q ima značajnu ulogu u nuklearnim reakcijama, a određuje se eksperimentalno merenjem masa ili kinetičkih energija čestica-učesnika reakcije, kao što je dato relacijom (10.15). Na osnovu zakona održanja impulsa može se pokazati da se Q-vrednost eksperimentalno određuje samo merenjem kinetičke energije T_b *emitovane* čestice i ugla θ koji sa upadnim pravcem čestice a zahvata emitovana čestica b. Zakon održanja impulsa može se u laboratorijskom koordinatnom sistemu predstaviti na sledeći način

$$\begin{aligned} M_a v_a &= M_B v_B \cos\phi + M_b v_b \cos\theta \\ 0 &= M_B v_b \sin\phi - M_b v_b \sin\theta \end{aligned} \tag{10.17}$$

Prikazana stanja reakcije na sl. 10.3 čine reakcije (10.17) očiglednim.

Veličina Q može se jednostavno odrediti pomoću relacija (10.17) u zavisnosti od T_b i θ, ukoliko se impuls $Mv = (2MT)^{1/2}$ u jednačine (10.17), dobija se

$$\begin{aligned} (M_a T_a)^{1/2}-(M_b T_b)^{1/2}\cos\theta &= (M_B T_B)^{1/2}\cos\phi \\ (M_b T_b)^{1/2}\sin\theta &= (M_B T_B)^{1/2}\sin\phi \end{aligned} \tag{10.17'}$$



Sl. 10.3. *Prikazano je početno, međustanje i konačno stanje nuklearne reakcije.*

Nakon eliminacije parametra φ kvadriranjem i sabiranjem jednačina (10.17') dobija se izraz

$$M_B T_B = M_a T_a + M_b T_b - 2(M_a T_a M_b T_b)^{1/2} \cos\theta \qquad (10.18)$$

Iz relacije (10.15), eliminacijom T_b, može se odrediti energija nuklearne reakcije Q, preko (10.18) i ona iznosi

$$Q = T_b\left(1+\frac{M_b}{M_B}\right) - T_a\left(1-\frac{M_a}{M_B}\right) - \frac{2}{M_B}(M_a T_a M_b T_b)^{1/2}\cos\theta \qquad (10.19)$$

Relacija (10.19) naziva se Q-jednačina.

Ukoliko jezgro B ostane pri nuklearnoj reakciji u pobuđenom stanju sa energijom E^*, tada je energija nuklearne reakcije data se

$$Q - E_B^* = T_b\left(1+\frac{M_b}{M_B}\right) - T_a\left(1-\frac{M_a}{M_B}\right) - \frac{2}{M_B}(M_a T_a M_b T_b)^{1/2}\cos\theta \qquad (10.19')$$

Jasno je da za $\theta = \frac{\pi}{2}$, poslednji član jednačine (10.19') otpada. Kada je $T_a = 0$ nuklearna se reakcija može realizovati jedino sporim neutronima za koje potencijalna barijera ne postoji. Jednačine (10.19) su nerelativističke, a veličine T_a, T_b i θ mere se u laboratorijskom sistemu koordinata.

Jednačina (10.19') može se detaljnije analizirati ako se napiše u obliku kvadratne funkcije po promenljivoj $\sqrt{T_b}$, odnosno

$$(\sqrt{T_b})^2 - 2\alpha\cos\theta\sqrt{T_b} - \beta = 0 \tag{10.20}$$

gde je

$$\alpha = \frac{(M_a M_b)^{1/2}}{M_B + M_b}\sqrt{T_a} \tag{10.21}$$

i

$$\beta = \frac{M_B - M_a}{M_B + M_b}T_a + \frac{M_B}{M_B + M_b}(Q - E_B^*) \tag{10.22}$$

Koreni kvadratne funkcije (10.20) imaju oblik

$$\sqrt{T_b} = \alpha \pm \sqrt{\alpha^2\cos^2\theta + \beta}$$

ili

$$T_b = \beta + 2\alpha^2\cos^2\theta\left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{\beta}{\alpha^2\cos^2\theta}}\right) \tag{10.23}$$

Na osnovu rešenja (10.23) tvrdi se da su energijski moguće samo one nuklearne reakcije, za koje je koren jednačine (10.20) realan i pozitivan $(\sqrt{T_b} > 0)$.

Poslednje četiri jednačine veoma su podesne za razmatranje energijskih uslova za realizaciju pojedinih tipova nuklearnih reakcija. Kako nuklearna reakcija može biti elestičan i neelastičan proces, oba su procesa, zbog toga, analizirana detaljno. S obzirom da neelastičan proces može da ima egzo- i endoenergijski karakter, obe su okolnosti posebno razmatrane.

10.5.1 Elastično rasejanje

U stanju elastičnog procesa medusobno se čestice u ulaznom i izlaznom kanalu nuklearne reakcije ne razlikuju, tj. $a = b$, $A = B$ i $E_B^* \neq 0$. Može se pomoću jednačine (10.23) uspostaviti veza između T_a, T_b i θ, ako se stavi da je

$$Q=0$$
$$\alpha=\frac{M_a}{M_a+M_A}\sqrt{T_a}$$
$$\beta=\frac{M_A-M_a}{M_A+M_a}T_a$$

tada sledi:

$$\frac{T_b}{T_a}=\frac{(\frac{M_A}{M_a})^2+1-2\sin^2\theta+2\cos\theta\sqrt{(\frac{M_A}{M_a})^2-\sin^2\theta}}{(\frac{M_A}{M_a}+1)^2} \qquad (10.24)$$

Obično, kada je $\beta > 0$ uzima se pozitivan predznak korena jednačine (10.23).

Jednačina (10.24) pokazuje da odnos $\frac{T_b}{T_a}$ zavisi od ugla emisije θ i odnosa masa $\frac{M_A}{M_a}$, a ne od kinetičke energije upadne (bombardujuće) čestice *a*.

10.5.2 Neelastično rasejanje

U slučajevima neelastičnog rasejanja mogu nestati sledeće energijske situacije:

1. $Q = 0, E^* \neq 0$
2. $Q > E^*$
3. $Q < E^*$.

Kada je $Q = 0$, $E^* \neq 0$, a a = b i A = B, energija upadne čestice mora biti veća od neke minimalne vrednosti (energije praga) da bi se nuklearna reakcija dogodila. Ako se stavi da je

$$Q=0$$
$$\alpha=\frac{M_a}{M_a+M_A}\sqrt{T_a}$$
$$\beta=\frac{M_A-M_a}{M_A+M_a}T_a-\frac{M_A}{M_A+M_a}E_B^*$$

koren jednačine (10.23) ima smisla samo, ako je potkorena količina

$\alpha^2\cos^2\theta + \beta > 0$, tada je

$$\frac{M_a^2}{M_A+M_a}T_a\cos^2\theta+(M_A-M_a)T_a-M_A E_B^*>0$$

ili

$$T_a>\frac{M_A(M_A+M_a)}{M_A^2-M_a^2\sin^2\theta}E_B^*$$

Minimalna vrednost ili energija praga nuklearne reakcije dobija se kada je $\theta = 0$; tada je

$$T_{a,prag}=(1+\frac{M_a}{M_A})E_B^* \qquad (10.25)$$

Relacija (10.25) pokazuje da je energija praga nuklearne reakcije $T_{a,prag}$ veća od energije E_B^*, pobuđenog jezgra B, $(1 + \frac{M_a}{M_A})$ puta.

Egzoenergijska reakcija

Ovakav se tip reakcije događa u slučaju kada je $Q > E_B^*$. Navedeni je uslov ispunjen, ako se čestica izlaznog kanala nuklearne reakcije razlikuje od čestice ulaznog kanala. Na osnovu (10.23) izračunava se energija T_b emitovane čestice za slučaj kada je $T_a = 0$ i kada je $T_b \neq 0$.

U specijalnom slučaju kada je $T_a = 0$ i

$$\alpha=0$$

$$\beta=\frac{M_b}{M_B+M_b}(Q-E_B^*)$$

energija emitovane čestice ima vrednost

$$(T_b)_{T_a=0}=\frac{M_B}{M_B+M_b}(Q-E_B^*) \qquad (10.26)$$

Ovaj se tip reakcije može se realizovati jedino sporim neutronima.

Ako se potraži opšte rešenje izraza (10.23) uz uslov da je $T_a = 0$, a koristeći se izrazom (10.25) dobija se

$$T_b-(T_b)_{T_a=0}=T_a\left[\frac{M_B-M_a}{M_B+M_b}+2\frac{M_aM_b}{(M_B+M_b)^2}\cos^2\theta *\right. \tag{10.27}$$

$$\left. *[1+\sqrt{1+\frac{(M_B-M_a)(M_B+M_b)}{M_aM_b\cos^2\theta}+\frac{(M_B+M_b)^2}{M_aM_b}+\frac{(T_b)_{T_a=0}}{T_a\cos^2\theta}}]\right]$$

Izraz (10.27) predstavlja kinetičku energiju emitovane čestice b u egzoenergijskoj nuklearnoj reakciji. Uočljivo je da je energija T_b emitovane čestice proporcionalna energiji T_a upadne čestice i faktoru korekcije.

Endoenergijska reakcija

Ovakav se tip nuklearne reakcije dešava u slučajevima kada je $Q<E_B^*$. Drugim rečima, nuklearna reakcija može da se dogodi samo ukoliko je energija T_a upadne čestice viša od energije praga, tj. reakcija je okarakterisana energijom praga. Da bi T_a bila realna vrednost, potrebno je da potkorena količina iz (10.23) bude veća od nule, tj. da je uslov $\alpha^2\cos^2\theta + \beta > 0$. Kako je

$$\alpha=\frac{(M_aM_b)^{1/2}}{M_B+M_b}\sqrt{T_a}$$

$$\beta=\frac{M_B-M_b}{M_B+M_b}T_a-\frac{M_B}{M_B+M_b}(E_B^*-Q)$$

tada je energija upadne čestice

$$T_a>\frac{M_B(E_B^*-Q)}{M_B+M_A+\frac{M_aM_b}{M_B+M_b}\cos^2\theta}$$

Kada je $\theta = 0$ iz prethodnog izraza sledi da je prag endoenergijske reakcije

$$T_{a,prag}=(E_B^*-Q)[1+\frac{M_a}{M_B+M_b-M_a}] \tag{10.28}$$

Veličina β može za male vrednosti kinetičke energije T_b upadne čestice da ima negativan predznak. Znači da postoji oblast (interval) energija upadne čestice za koje veličina β ima negativne vrednosti, zbog čega koren (10.23) jednačine (10.20) ima dva realna, tj. dve moguće

vrednosti T_b.

10.6 Efikasni presek

Nuklearna reakcija A (a, b) B može da se razmatra kao proces u kojem se čestice (a + A) nalaze se u nekom početnom stanju koje je opisano talasnom funkcijom ψ_i. Sistem (a + A) vrši kvantni prelaz iz početnog u krajnje stanje (b + B) koje je opisano talasnom funkcijom ψ_f. Kako u početnom, tako se i u konačnom stanju sistem sastoji od dve čestice koje su na dovoljnom rastojanju nezavisne jedna od druge. Kako se tokom vremena rastojanja čestica (a, b) i jezgra (A, B) menjaju, jedno u odnosu na drugo, početni i konačni sistem stanja okarakterisani su neprekidnim spektrom, iako je energija upadne čestice tako određena. Radi jednostavnijeg razmatranja pretpostavlja se da je sistem čestica zatvoren u nekoj zapremini Ω konačnih dimenzija. Uopšte se, za takav sistem čestica verovatnoća nuklearnog procesa određuje drugim zlatnim pravilom kvantne mehanike izvedenim pomoću vremenski zavisne teorije perturbacije. U slučaju nuklearne reakcije, verovatnoća prelaza po jedinici vremena iz početnog stanja ψ_i (određenog početnom česticom, impulsom, momentom impulsa, itd.) u konačno stanje ψ_f je data sledećim izrazom

$$W = 2\frac{\pi}{\hbar}\left\|H_{fi}\right\|^2 \frac{dn}{dE_f} \tag{10.29}$$

gde je H_{fi} matrični element prelaza između početnog ψ_i i krajnjeg stanja ψ_f, dn/dE_f je broj konačnih stanja. Kako su čestice u konačnom stanju slobodne, tj. mogu imati bilo koju energiju, trebalo bi očekivati da broj konačnih stanja $\frac{dn}{dE_f} \to \infty$, a da matrični element $H_{fi} \to 0$. Ako je, međutim, sistem ograničen elementom prostora Ω, tada nivoi čestice ne čine kontinuum stanja sve dok je element zapremine Ω konačna veličina. U ovom slučaju, može se zbog toga, govoriti o gustini energijskih stanja.

10.6.1 Broj konačnih stanja

Broj konačnih stanja $\frac{dn}{dE_f}$ može se izračunati, ako se proizvod reakcije, čestica b, razmatra u elementu zapremine Ω. U elementu zapremine Ω čestica b može, od ukupnog broja konačnih stanja, da ih ima konačan broj sa impulsom p_b i $p_b + dp_b$, tj.

$$dn = \frac{4\pi\Omega}{(2\pi\hbar)^3} p_b^2 dp_b \tag{10.30}$$

Kako je potrebno da se odredi $\frac{dn}{dE_f}$, dE se izračunava u sistemu centra mase, ako su talasne funkcije i matrični element date u istom sistemu. Zakon održanja energije i impulsa može se predstaviti relacijama

$$E = E_b + E_B = \sqrt{p_b^2 c^2 + M_b^2 c^4} + \sqrt{p_B^2 c^2 + M_b^2 c^4} \tag{10.31}$$

i

$$\vec{p}_b = -\vec{p}_B \tag{10.32}$$

Diferenciranjem relacije (10.31) dobija se

$$\frac{dE}{dp_b} = \frac{p_b^2 c^2}{E_b} + \frac{c^2}{2E_B}\frac{d(p_B^2)}{dp_b}$$

i s obzirom na relaciju (10.32) poslednji se izraz može napisati u obliku

$$\frac{dE}{dp_b} = \frac{1}{E_b} + \frac{1}{E_B} c^2 p_b^2 = v_b + v_B .$$

S obzirom da se u sistemu centra mase čestice kreću u suprotnim smerovima, veličina $v_b + v_B$ po vrednosti odgovara relativnoj brzini v_{bB}, tako da prethodni izraz ima oblik

$$\frac{dn}{dE_f} = \frac{4\pi\Omega}{(2\pi\hbar)^3}\frac{p_b^2}{v_{bB}} \tag{10.33}$$

Neka su čestice izlaznog kanala nuklearne reakcije određene momentima impulsa I_b, I_B, tada je broj mogućih konačnih stanja određene energije dat proizvodom $(2I_b + 1)$ $(2I_B + 1)$. S obzirom na ovu činjenicu, relacija (10.33) prelazi u

$$\frac{dn}{dE_f} = \frac{4\pi\Omega}{(2\pi\hbar)^3}\frac{p_b^2}{v_{bB}}(2I_b+1)(2I_B+1) \tag{10.34}$$

Izraz (10.34) predstavlja gustinu konačnih stanja sa određenim momentima impulsa.

10.6.2 Matrični element prelaza

Matrični element H_{if} u jednačini (10.29) opisuje interakciju koja se događa u domenu jezgra, a predstavljena je izrazom

$$H_{if}=\int_V \psi_f^* H' \psi_i d\tau \qquad (10.35)$$

gde je H' Hamiltonov operator koji početno stanje opisano talasnom funkcijom ψ_i prevodi u konačno stanje kojem se pripisuje talasna funkcija ψ_f. Dejstvo operatora ograničeno je samo na domen jezgra. Matrični element H_{if} se tačno ne može izračunati, jer potencijal nuklearne sile nije poznat. Obično se isti procenjuje na osnovu datog modela čija pretpostavka podrazumeva neku određenu strukturu jezgra.

Talasne funkcije ψ_i i ψ_f su normalizovane u elementu prostora Ω. U sistemu centra mase, za relativno velika rastojanja, znatno veća od dometa nuklearnih sila, talasna funkcija ψ_i data je kao proizvod veličina $\Omega^{1/2}\exp(-ikr)$, tj. ona opisuje relativno kretanje upadne čestice a u odnosu na jezgro mete A. Slično se predstavlja i funkcija konačnog stanja ψ_f.

Ako se matrični element predstavi pomoću normalizovanih talasnih funkcija, dobija tada oblik

$$H_{if}\simeq\frac{1}{\Omega}\int_V \phi_f^* H' \phi_i d\tau \qquad (10.36)$$

Očigledno je matrični element proporcionalan sa $\frac{1}{\Omega}$ i njegova vrednost teži nuli kada $\frac{1}{\Omega}\to 0$. Drugim rečima, samo mali deo prostora kojim se talasne funkcije prekrivaju doprinosi vrednosti matričnog elementa. U slučajevima nuklearnih reakcija ovo se događa u domenu jezgra. Ako se elektromagnetna interakcija zanemari i ako se pretpostavi da je energija interakcije prosta potencijalna jama gde je

$$U=\begin{cases}-V & za \quad r<R\\ 0 & za \quad r>R\end{cases}$$

matrični element u ovom slučaju ima oblik

$$H_{if}=\frac{1}{\Omega}\int_V \phi_f^* H' \phi_i d\tau\simeq\frac{1}{\Omega}V_0\left(\frac{3}{4}\pi R^3\right)\overline{\phi_f^*\phi_i} \qquad (10.37)$$

$$\overline{\phi_f^*\phi_i}=\frac{\int \phi_f^*\phi_i d\tau}{\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right)}$$

predstavlja prostorno usrednjavanje po zapremini jezgra.

Kada je upadna čestica naelektrisana, talasna funkcija početnog

stanja se mora pomnožiti sa $T_a = e^{-Ga}$, (T_a - *transmisija potencijalne barijere*), gde je

$$G_a = \frac{1}{\hbar}\int_{R_1}^{R_2} 2\mu_a (V_a - E_a)^{1/2} dV \simeq \frac{\pi z_a Z_A e^2}{\hbar V_a} \qquad (10.38)$$

Množenjem talasne funkcije početnog stanja ψ_i faktorom T_a uključuje se Coulomb-ova interakcija, a time i njen doprinos matričnom elementu. U slučaju kada je u izlaznom kanalu čestica b naelektrisana, talasna funkcija konačnog stanja ψ_f množi se takođe sa faktorom $T_b = e^{-Gb}$.

Uzimajući Coulomb-ovu interakciju u obzir, kao i njen doprinos, matrični element ima tada oblik

$$H_{if} = \frac{1}{\Omega}\int_V \phi_f^* H' \phi_i d\tau = \frac{1}{\Omega} V_0 (\frac{3}{4}\pi R^3) T_a T_b \overline{\phi_f^* \phi_i} \qquad (10.39)$$

Na kraju treba da se napomene da je izrazom (10.35) dat opšti oblik matričnog elementa. Matrični element (10.37) opisuje interakciju nenaelektrisane čestice i jezgra, dok matrični element (10.39) uzima u obzir i elektromagnetnu interakciju.

10.6.3 Presek nuklearne reakcije

Presek nuklearne reakcije izražava se pomoću verovatnoće (10.29), ako se stavi da je

$$\sigma = v_{aA} n_a \sigma_{if} = W_{if} \qquad (10.40)$$

gde je n_a broj čestica po jedinici zapremine, a v_{aA} je relativna brzina čestice a u odnosu na jezgro metu A. Proizvod $n_a \cdot v_{aA}$ predstavlja broj čestica po jedinici površine i kako je uobičajeno naziva se fluks.

Verovatnoća da se nuklearna reakcija dogodi može se izračunati pomoću matričnih elemenata (10.35), (10.37), (10.39) i broja konačnih stanja (10.34), a pomoću izraza (10.29), tj.

$$W_{if} = \frac{\Omega}{\pi \hbar^4} \left| \int_V \psi_f^* H' \psi_i d\tau \right|^2 \frac{p_b^2}{v_{bB}} (2j_b + 1)(2I_B + 1) \qquad (10.41)$$

Kako je, grubo rečeno, matrični element $H_{if} \sim \frac{1}{\Omega}$, kada se jedna čestica nalazi u normalizacionoj zapremini Ω, n_a je proporcionalan sa $\frac{1}{\Omega}$, tada se,

korišćenjem izraza (10.40) i (10.41), može, u opštem obliku, izračunati presek za nuklearnu reakciju, tj.

$$\sigma_{if}=\frac{1}{\pi\hbar^4}\left|\int_V \psi_f^* H' \psi_i d\tau\right|^2 \frac{p_b^2}{v_{aA}v_{bB}}(2j_b+1)(2I_B+1) \qquad (10.42)$$

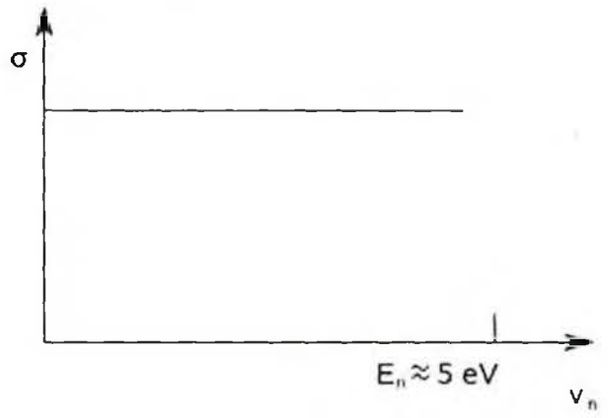
Ako se u izrazu za verovatnoću (10.29) uvrsti matrični element dat preko (10.39) i izračuna presek dobija se

$$\sigma_{if}=\frac{1}{\pi\hbar^4}C^2V_0^2\left(\frac{3}{4}\pi R^3\right)^2 T_a^2T_b^2\frac{p_b^2}{v_{aA}v_{bB}}(2j_b+1)(2I_B+1) \qquad (10.43)$$

gde je C veličina u kojoj su uključeni rezonantni efekti. Presek (10.43) odnosi se na nepolarisani snop upadnih čestica i na nepolarisanu metu.

Ako se presek posmatra izvan rezonantne oblasti, za različite tipove nuklearnih reakcija, uočljiva je njegova zavisnost od energije. Opšte karakteristike preseka dobro su ilustrovane na niskoenergijskim nuklearnim reakcijama, u laboratorijskom sistemu koordinata, kao što se iz sledećih primera vidi.

Elastično rasejanje neutrona (n, n)



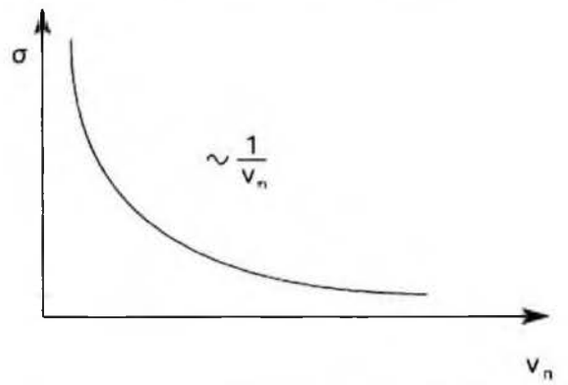
Sl. 10.4. *Grafik zavisnosti preseka od brzine koji je i eksperimentalno dokazan za neutrone čija energija nije veća od 5 eV.*

Ako se neutron elastično raseje na neutronu, tada je $v_{aA} = v_{bB}$ i uz uslov da je uzmak jezgra zanemarljivo mali, sledi $\frac{p_b^2}{v_a v_b}\rightarrow\frac{p_a^2}{v_a^2}=m^2=const$.

Na niskim energijama matrični element (10.35) praktično se ne menja, a $T_a = T_b = 1$, otuda će presek biti $\sigma_{(n,n)} \approx const$. Grafički prikaz zavisnosti preseka od brzine dat je na sl. 10.4.

Egzoenergijska nuklearna reakcija izazvana neutronima niskih energija

Neutroni niskih energija mogu izazvati sledeće tipove nuklearnih reakcija: (n, γ) ; (n, p) ; (n, α) i (n, f) – nuklearna fisija, ako je $Q > 0$, tj. reda 1 MeV. Energija upadnih neutrona neka je $E_n \sim eV$, a energija emitovane čestice ima konstantnu vrednost, tj. $\frac{p_b^2}{v_a v_b} = const \cdot \frac{1}{v_a}$. Prema jednačini (10.39) hamiltonijan uglavnom zavisi od karakteristika potencijalne barijere, tj. T_a i T_b , pa kako je $T_a = 1$, a $H_{if} = T_b = const$, presek ima sledeću vrednost $\sigma_{if} \sim const \frac{1}{v_n}$. Zavisnost preseka od brzine za usporene neutrone data je grafički na sl. 10.5.

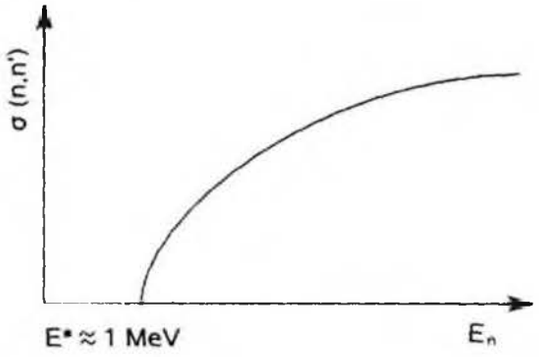


Sl. 10.5. *Zavisnost preseka od brzine upadne čestice u slučaju kada je nuklearne reakcija egzoenergijska.*

Presek neelastično rasejanih neutrona

Neelastično rasejanje je tip nuklearne reakcije i obeležava se sa (n, n'). Neutron, neelastično rasejan na jezgru mete, podiže isto na neko od pobuđenih stanja. Energija pobuđenog stanja obično ima vrednost $E^* = -Q \sim 1$ MeV. Reakcija je, po tipu, endoenergijska jer je $Q < 0$. U ovoj se reakciji energija upadnog neutrona raspodeljuje između pobuđenog stanja jezgra i rasejanog neutrona, usled čega je brzina upadne čestice $v_a > v_b$. Uopšte, da bi nuklearna reakcija ovog tipa

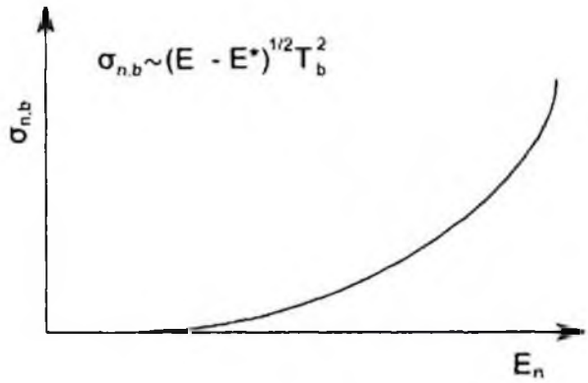
nastupila, potrebno je da energija upadnog neutrona bude veća od energije praga (10.28) nuklearne reakcije. Ako se pretpostavi da je energija upadnog neutrona veoma bliska energiji praga i da je $v_n = const$, brzina rasejanog neutrona ima tada vrednost $v_{n'} \sim (E_n - E^*)^{1/2}$, a kako je $\frac{p_b^2}{v_o} v_b = \frac{p_n^2}{v_n v_{n'}} \sim v_{n'} \sim (E_n - E^*)^{1/2}$, presek u okolini praga reakcije iznosi $\sigma_{(n,n')} \sim (E - E^*)^{1/2}$. Zavisnost preseka od brzine upadnog neutrona data je grafički na sl. 10.6.



Sl. 10.6. *Zavisnost preseka od energije upadne čestice u slučajevima endoenergijskih nuklearnih reakcija.*

Presek endoenergijske reakcije tipa (n, p) ili (n, α)

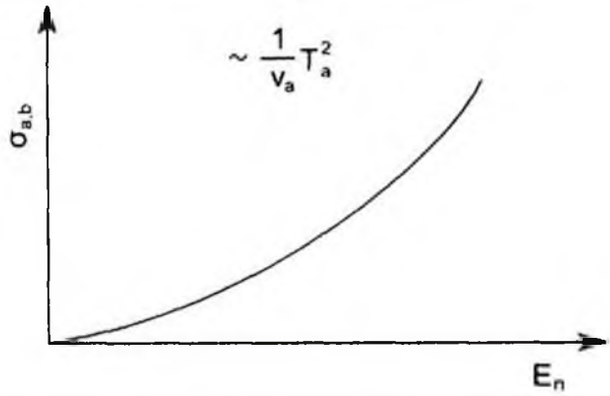
Nuklearne reakcije čiji je kanal karakterističan po neutralnoj, a izlazni po naelektrisanoj čestici, odlikuju se energijom praga. Presek za ovaj tip reakcije sličan je diskutovanom preseku u prethodnom slučaju. Isti, međutim, mora biti modifikovan za vrednost koja odgovara transparenciji potencijalne barijere T_b, karakterističnoj za izlaznu česticu, tj. $\sigma_{n,b} \sim (E_n - E^*)^{1/2} T_b^2$, a grafik zavisnosti preseka od energije upadne čestice ima oblik kao što je dato na sl. 10.7.



Sl. 10.7. *Presek u zavisnosti od energije upadne čestice za nuklearnu reakciju tipa (n, p) ili (n, α).*

Presek za egzoenergijsku reakciju izazvan naelektrisanom česticom

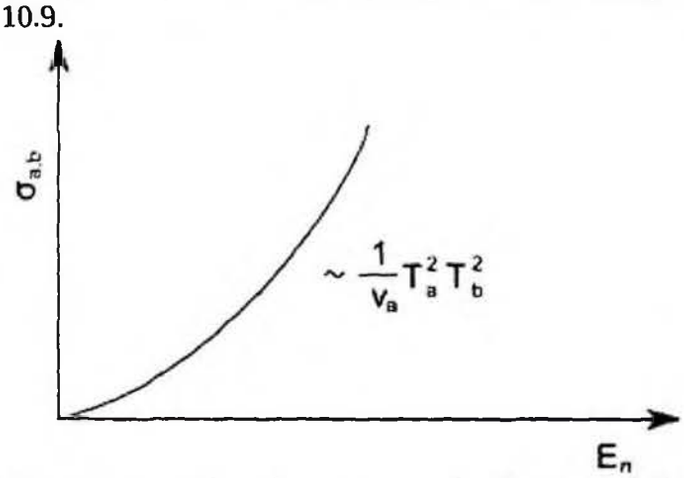
Nuklearne reakcije tipa (p, n), (α, n), (p, γ) i (α, γ) izazvanom su naelektrisanom česticom. Ako se pretpostaviti da je energija upadne čestice $E_a \ll Q$ i da je transparencija potencijalne barijere jezgra mete T_a, tada je presek za ove tipove reakcija dat kao $\sigma \sim \frac{p_b^2}{v_a v_b} T_a^2 \sim \frac{1}{v_a} T_a^2$. Grafički prikaz ove zavisnosti ima oblik kako je dato na sl. 10.8.



Sl. 10.8. *Grafički prikaz preseka u zavisnosti od energije upadne naelektrisane čestice.*

Presek za egzoenergijsku reakciju gde su i upadna i emitovana čestica naelektrisane

Nuklearne reakcije sa naelektrisanim česticama u ulaznom i izlaznom kanalu karakteriše presek kojem najviše doprinosi faktor $\frac{p_b^2}{v_a v_b} \sim \frac{1}{v_a}$. S obzirom da su čestice u oba kanala naelektrisane, vrednost matričnog elementa zavisi, pre svega, od koeficijenata transparencije T_a i T_b, te je presek dat sa $\sigma \sim \frac{1}{v_a} T_a^2 T_b^2$. Zavisnost preseka od energije upadne čestice u ovom je slučaju izraženija nego u prethodnim. Ova je zavisnost data na sl. 10.9.



Sl. 10.9. *Zavisnost preseka od energije upadne čestice u slučajevima kada su obe čestice u kanalima naelektrisane.*

10.7 Inverzna nuklearna reakcija

Ako nuklearna reakcija može da se predstavi u obliku $A(a,b)B$, tada je njen inverzni tip simbolički dat sa $B(b,a)A$. Drugim rečima, izlazni kanal prve reakcije postaje ulazni kanal inverzne reakcije i obrnuto. Kao i u prethodnom paragrafu, presek za inverznu reakciju može se napisati u obliku

$$\sigma = \frac{1}{\pi \hbar^4} \left| \int_V \psi_i^* H \psi_f \, d\tau \right|^2 \frac{p_a^2}{v_a v_a} (2j_a + 1)(2I_A + 1) \qquad (10.44)$$

Kako operator interakcije H_{fi} za inverznu nuklearnu reakciju ima isti oblik kao operator H_{if} u izrazu (10.41), (uz veoma opšte pretpostavke, H_{if}

je Hermitov operator), tako je i

$$H_{if} = H^*_{fi},$$

a otuda

$$\|H_{if}\|^2 = \|H_{fi}\|^2 .$$

Oba se matrična elementa, očigledno, moraju računati na istim energijama i u sistemu centra mase. Na osnovu relacija (10.42) i (10.44), dobija se da je

$$\frac{\sigma_{if}}{\sigma_{fi}} = \frac{(2j_b+1)(2I_B+1)}{(2j_a+1)(2I_A+1)} \cdot \frac{p_b^2}{p_a^2} \tag{10.45}$$

Poslednji izraz predstavlja recipročnu teoremu za preseke.

Odnos preseka dat izrazom (10.45) veoma se često koristi za procenu jednog od preseka, ako nuklearnih reakcija je drugi poznat, što ustvari služi i kao dokaz o valjanosti pretpostavke o reverzibilnom procesu.

Postoji obilje eksperimentalnog materijala, kako u fizici elementarnih čestica, tako i u nuklearnoj fizici, koji potvrđuju pretpostavku o inverznoj reakciji. Na primer, raspad mezona može se smatrati reverzibilnim procesom u vidu nuklearne reakcije

$$\pi^0 \Leftrightarrow \gamma + \gamma$$

Pomoću ove relacije procenjen je srednji život π^0 mezona na osnovu izmerenog preseka reakcije ($\tau_{\pi^0} = \frac{1}{\lambda_{\pi^0}} = 2 \cdot 10^{-16}$ s). Kreacija π^0 mezona realizuje se u jakom električnom polju jezgra pri interakciji dva fotona.

Drugi primer može da posluži kao dokaz kako je moguće da se, pomoću (10.45), odredi spin mezona. Moguće je, naime, da se interakcijom dva protona uspostavi sledeća nuklearna reakcija

$$p + p \Leftrightarrow \pi^+ + d - 137 \text{ MeV}$$

koja je po karakteru reverzibilna. Ako su upadni snop i meta-proton nepolarizovani, tada izraz (10.45) ima sledeći oblik

$$\frac{\sigma_{p\pi^+}}{\sigma_{\pi p}} = \frac{(2j_d+1)(2I_\pi^+ + 1)}{(2j_p+1)(2I_p+1)} \cdot \frac{p_{\pi^+}^2}{p_p^2} \tag{10.46}$$

Kako je $J_d = s_d = 1$, a $J_p = s_p = ½$ i s obzirom da u eksperimentu nije bilo moguće razlikovati protone nastale u inverznoj reakciji od onih u direktnoj, potrebno je da se presek reakcije podeli sa dva. S obzirom na navedene podatke odnos preseka u datom slučaju može se izraziti

$$\frac{\sigma_{p\pi}}{\sigma_{\pi p}} = \frac{3(2J_{\pi^-}+1)}{2} \cdot \frac{p_{\pi^-}^2}{p_p^2} .$$

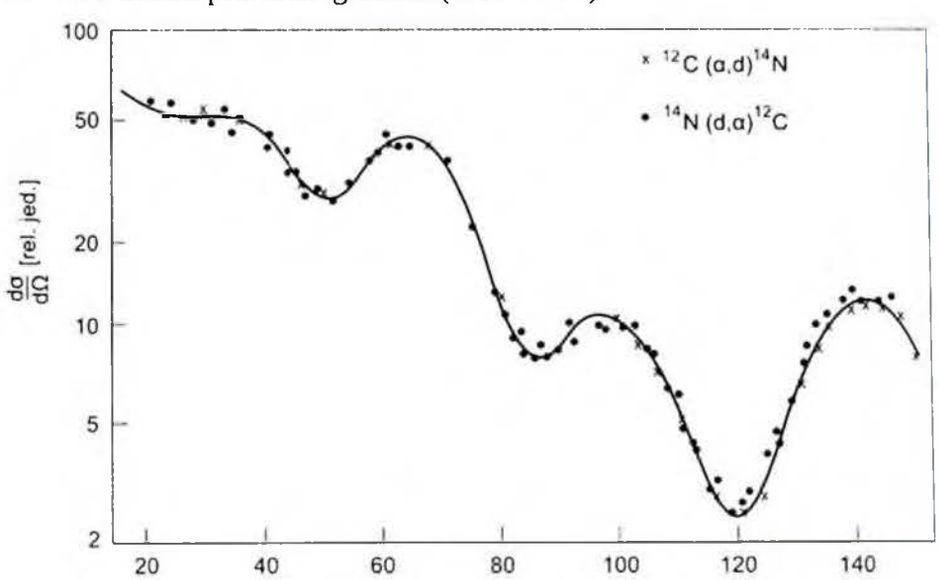
Kada se preseci na poznatim energijama izmere (p_{π^-} , p_p) može se odrediti spin J_{π^-} kao rezultat u ovoj reakciji

$$J_{\pi^-} = s_{\pi^-} = 0 .$$

U nuklearnoj fizici takođe postoje primeri u kojima proces inverzne reakcije nalazi svoju potvrdu. Bodansky* je merio ugaonu raspodelu direktne i inverzne reakcije koje je realizovao na sleđeći način

$$^{12}C + \alpha \Leftrightarrow {}^{14}N + d$$

Ovi su rezultati prikazani grafički (v. sl. 10.10).



Sl. 10.10. *Ugaona distribucija u sistemu centra mase za uzajamno inverzne nuklearne reakcije* $^{12}C + \alpha = {}^{14}N + d$ *na odgovarajućim energijama Eα = 41.7 MeV i Ed = 20.0 MeV.*

Postoje i drugi primeri. Kaufmann** je, recimo, merio doprinos direktne i inverzne reakcije bombardujući jezgra ^{27}Al protonima. Na taj način u nuklearnoj reakciji

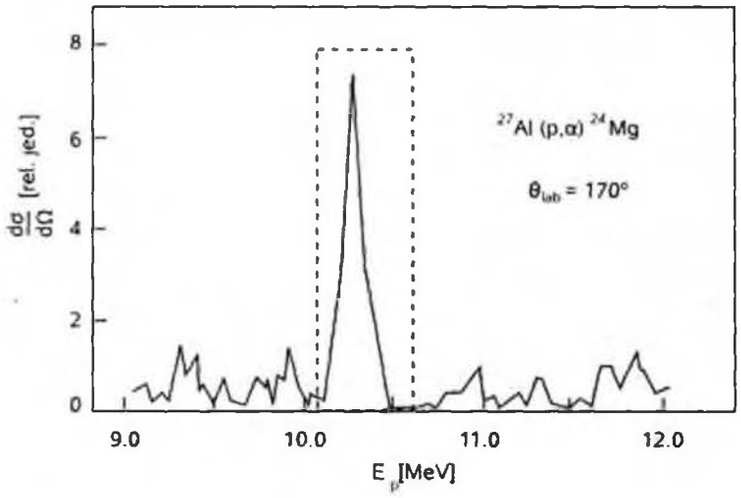
* D. Bodansky et all; *Phys. Rev. Lett.* 2 ,*101* (1959).

** S. G. Kaufmann, E. Goldberg, L. J. Koester and F. P. Mooring, *Phys. Rev.* 88, *673* (1952)

$$^{27}\mathrm{Al} + p \Leftrightarrow {}^{28}\mathrm{Si} \Leftrightarrow {}^{24}\mathrm{Mg} + \alpha + 1.613\ \mathrm{MeV}.$$

Obrazuje složeno jezgro ^{28}Si koje može da nastane ili da se raspadne na opisani način. Grafik na sl. 10.11 prikazu rezultate merenja ekscitacionih funkcija za direktnu i indirektnu reakciju.

Navedeni primeri pokazuju u čemu je značaj inverzne reakcije i koje se veličine mogu dobiti pomoću inverznog izraza (10.45).



Sl. 10.11. *Ekscitaciona funkcija koju je merio Kaufmann na odabranim energijama za uzajamno inverzne reakcije.*

10.8 Formalna teorija nuklearnih reakcija

Nuklearna interakcija koja se događa između upadnog snopa niskoenergijskih čestica i jezgara mete teorijski se može veoma dobro opisati. U ovom je odeljku primenjen najelementarniji pristup problemu.

Interakcija upadnog snopa nisko energijskih čestica i jezgara mete očituje se u elastičnom i neelastičnom rasejanju (neelastično rasejanje naziva se često i nuklearno rasejanje). Posle interakcije upadni snop čestica se menja. Najpre, čestice koje su pretrpele interakciju menjaju pravac ili nestaju iz snopa usled nuklearne reakcije. Presek je mera verovatnoće za bilo koji vid pomenute interakcije. Zbog toga se totalni presek za oba procesa, konkurentna jedan drugom, može izraziti u sledećem obliku

$$\sigma_t = \sigma_{ras} + \sigma_R = \sigma_{ras} + \sum_n \sigma_{R_n} \tag{10.47}$$

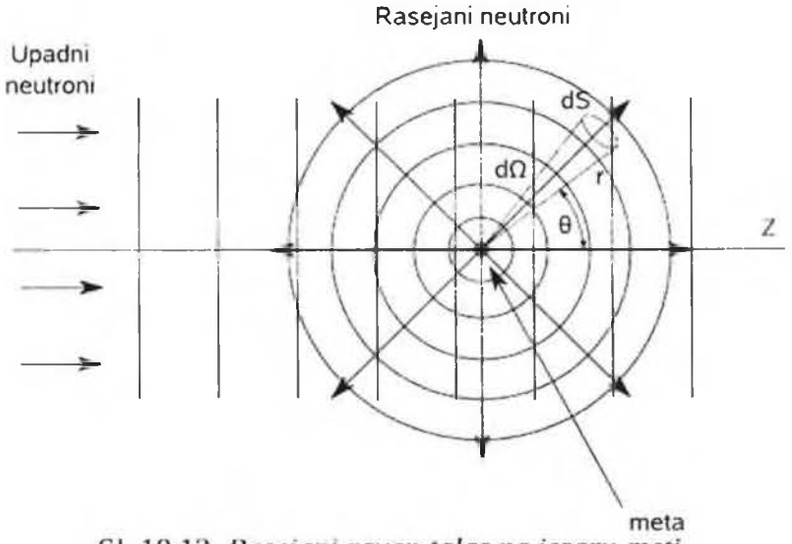
σ_{R_n} je presek nuklearne reakcije za n-ti kanal.

Presek se može relativno jednostavno izračunati ukoliko se upadnom snopu nisko energijskih čestica pripiše ravan talas, tj.

$$e^{ikz} = \sum_{l=0} (2l+1) \frac{1}{2ikr} |e^{ikr} - (1)^l e^{-ikr}| P_l(\cos\theta) \tag{10.48}$$

gde je: r rastojanje upadne čestice a od jezgra mete A, θ je ugao između upadnog pravca i vektora položaja u relativnom koordinatnom sistemu, $k = \frac{1}{\lambda} = \sqrt{\frac{2\mu E}{\hbar}}$ je talasni broj, koji je obrnuto proporcionalan redukovanoj talasnoj dužini upadne čestice.

Talasna funkcija (10.48) koja reprezentuje ravan talas, predstavljena je kao superpozicija dolazećeg i odlazećeg sfernog talasa sa različitim orbitalnim momentima u odnosu na jezgro metu. Ona se asimptotski ponaša. Grafički prikaz rasejanog ravnog talasa dat je na sl. 10.12.



Sl. 10.12. *Rasejani ravan talas na jezgru-meti.*

U nuklearnim reakcijama, ili rasejanjima, amplituda izlaznog talasa se menja što je opisano talasnom funkcijom u sledećem obliku

$$\psi(r,\theta)=\sum_{l=0}^{\infty}\frac{2l+1}{2ikr}[\eta_l e^{ikr}-(-1)^l e^{-ikr}]P_l(\cos\theta) \qquad (10.49)$$

gde je η_l kompleksna veličina za l-ti parcijalni talas i sa faznim pomakom povezana je na sledeći način

$$\eta_l=|\eta_l|e^{2i\delta_l},$$

u prethodnom izrazu δ_l predstavlja realni fazni pomak. Kada je $|\eta_l|=1$, radi se o čistom elastičnom rasejanju. Broj čestica pre i posle interakcije, u tom slučaju, ostaje nepromenjen. Kada je, međutim, $|\eta_l|\leq 1$, mogu se dogoditi oba procesa, tj. elestično rasejanje i nuklearna reakcija. Navedeni uslovi važe za sve vrednosti momenta impulsa.

Talasna funkcija koja opisuje celokupni proces interakcije snopa naelektrisanih čestica i jezgara mete, može se dati u sledećem obliku

$$\psi(r,\theta)=\psi_0+\psi_1=e^{ikz}+f(\theta)\frac{e^{ikr}}{r} \qquad (10.50)$$

gde ψ_0 predstavlja ulazni talas, ψ_1 je data u obliku sfernog talasa $\frac{e^{ikr}}{r}$ i ugaone raspodele $f(\theta)$. Funkcija $f(\theta)$ pokazuje kako se amplituda talasne funkcije menja u zavisnosti od ugla rasejanja.

Za izračunavanje preseka, najpre je potrebno odrediti $f(\theta)$, što se može učiniti ukoliko se u (10.50) uvrste izrazi (10.48) i (10.49), tj.

$$f(\theta)\frac{e^{ikr}}{r}=\sum_{l=0}^{\infty}\frac{2l+1}{2ikr}P_l(\cos\theta)\{(\eta_l-1)[e^{ikr}-(-1)^l e^{-ikr}]\}\ .$$

Množenjem poslednjeg izraza sa $r\cdot e^{-ikr}$ dobija se

$$f(\theta)=\sum_{l=0}^{\infty}\frac{2l+1}{2ik}(\eta_l-1)P_l(\cos\theta) \qquad (10.51)$$

Opšte usvojena definicija preseka data je odnosom

$$\sigma=\frac{N}{j}=\frac{Broj\ \ rasejanih\ \ čestica}{Broj\ \ upadnih\ \ čestica},$$

gde je N broj rasejanih čestica, a j struja upadnog snopa (obično se naziva fluks).

Kvantno mehanički struja slobodnih čestica ili fluks definiše se sledećom relacijom

$$\vec{j}=-\frac{i\hbar}{2m}(\psi^*\nabla\psi-\psi\nabla\psi^*).$$

Koristeći se kvantnomehaničkim izrazom i talasnom funkcijom (10.48)

može se izračunati struja upadnog snopa

$$j=-\frac{i\hbar}{2m}[e^{-ikz}\cdot ike^{ikz}-e^{ikz}(-ik)e^{-ikz}]=\frac{\hbar}{2m}k=\frac{mv}{m}=v \qquad (10.52)$$

Potrebno je da se napomene da talasna funkcija (10.48), pomoću koje je dobijen izraz (10.52), nije normalizovana.

Broj rasejanih čestica N_{ras} i broj čestica koje su izazvale nuklearnu reakciju N_R može se izračunati na sličan način, uz pretpostavku da je prostor u kojem se odgovarajući procesi događaju ograničen sferom radijusa r_0. Na taj način je broj rasejanih čestica koje su rasejane preko površine odgovarajuće sfere. Struja rasejanih čestica može se, kako je ranije već pokazano, na analogni način izračunati. Njena je vrednost data sledećim izrazom:

$$(j_{ras})_{r_0}=\frac{\hbar k}{mr_0^2}|f(\theta)|^2=\frac{v}{r_0^2}|f(\theta)|^2 \qquad (10.53)$$

A broj rasejanih čestica iznosi

$$N_{ras}=\int_{s.p.} j_n r_0^2 d\Omega \qquad (10.54)$$

gde je s.p. sferna površina.

Zamenom $(j_{ras})_{r_0}$ iz jednačine (10.53) i (10.54) dobija se

$$N_{ras}=v\int_{s.p.}|f(\theta)|^2 d\Omega \qquad (10.55)$$

Na osnovu relacija (10.52) i (10.55) može se odrediti presek, odnosno diferencijalni presek i njegova je vrednost

$$\frac{d\sigma_{ras}}{d\Omega}=\frac{v|f(\theta)|^2}{v}=|f(\theta)|^2=\left|\sum_{l=0}^{\infty}\frac{2l+1}{2k}(\eta_l-1)P_l(\cos\theta)\right|^2 \qquad (10.56)$$

Za izračunavanje parcijalnog preseka rasejanja mora se izračunati integral po sferi (10.55). Broj rasejanih čestica tada iznosi

$$N_{ras}=v\int_{s.p.}|f(\theta)|^2 d\Omega=$$

$$=\frac{v}{4k^2}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)^2(1-\eta_l)^2\int_{s.p.}P_l(\cos\theta)P_{l'}(\cos\theta)d\Omega$$

Kako je

$$\int_{s.p.} P_l(\cos\theta)\, P_{l'}(\cos\theta)\, d\Omega = \begin{cases} \dfrac{4\pi}{2l+1}\delta_{l,l'} & za \quad l=l' \\ 0 & za \quad l\neq l' \end{cases}$$

pa sledi

$$N_{ras} = \pi \frac{v}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)(1-\eta_l)^2 \tag{10.57}$$

Konačni izraz za totalni presek dobija se jednostavno ukoliko je poznata struja (10.52) i broj rasejanih čestica (10.57), tj.

$$\begin{aligned} \sigma_{ras} &= \frac{N_{ras}}{j} = \frac{1}{v}\pi\frac{v}{k^2}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)(1-\eta_l)^2 = \\ &= \frac{\pi}{k^2}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)(1-\eta_l)^2 = \\ &= \pi\, \lambda\!\!\!^{-2} \sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)(1-\eta_l)^2 \end{aligned} \tag{10.58}$$

Ako je presek definisan za određenu vrednost momenta impulsa l, tj.

$$\sigma^l_{ras} = \pi\, \lambda\!\!\!^{-}(2l+1)(1-\eta_l)^2 \tag{10.59}$$

U tom slučaju parcijalni presek za bilo koju vrednost l iznosi

$$\sigma_{ras} = \sum_{l=0}^{\infty} \sigma^l_{ras} \tag{10.60}$$

Za poznavanje preseka nuklearne reakcije potrebno je da broj čestica nestalih iz snopa N_R bude poznat, odnosno da broj čestica koje su nuklearnu reakciju izazvale bude poznat. Ovaj broj dat je sledećim izrazom

$$N_R = -\int \frac{i\hbar}{2m}\left(\psi^* \frac{\partial\psi}{\partial r} - \psi\frac{\partial\psi^*}{\partial r}\right)_{r=r_0} r_0^2\, d\Omega \tag{10.61}$$

U cilju traženja N_R koristi se talasna funkcija (10.48). Po okončavanju operacije pod integralom N_R se jednostavno određuje i on iznosi

$$N_R = v\frac{\pi}{k^2}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)(1-|\eta_l|^2) \tag{10.62}$$

Kako su broj čestica N_R i vrednost struje (10.62) upadnog snopa poznate veličine, moguće je, kao i u prethodnom slučaju, jednostavno odrediti presek, tj.

$$\sigma_R=\frac{N_R}{j}=\frac{v\pi v}{vk^2}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)(1-|\eta_l|^2)=\pi\lambda\!\!\!^{-}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)(1-|\eta_l|^2) \qquad (10.63)$$

Za određenu vrednost momenta impulsa nuklearni presek ima vrednost

$$\sigma_R^l=\pi\lambda\!\!\!^{-}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)(1-|\eta_l|^2) \qquad (10.64)$$

a parcijalni presek nuklearne reakcije za bilo koju vrednost momenta impulsa l dat je

$$\sigma_R=\sum_{l=0}^{\infty}\sigma_R^l \qquad (10.65)$$

Obično se u realnim procesima rasejanja događaju obe interakcije, elestično i neelastično rasejanje. Istina, u nekim interakcijama proces nuklearne reakcije ne mora biti prisutan. Oba se procesa, u opštem slučaju, procenjuju pomoću totalnog preseka koji je formulisan izrazom (10.47), a obrazovan je od parcijalnih preseka (10.58) i (10.63) na sledeći način

$$\sigma_t=\sigma_{ras}+\sigma_R=\frac{\pi}{k^2}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)|(1-\eta_l)^2+(1-|\eta|^2)| \qquad (10.66)$$

Ako se uvede da je $\eta = a + ib$, prethodni se izraz transformiše u

$$\sigma_t=\frac{2\pi}{k^2}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)(1-\Re\eta_l)=2\pi\lambda\!\!\!^{-2}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)(1-\Re\eta_l) \qquad (10.67)$$

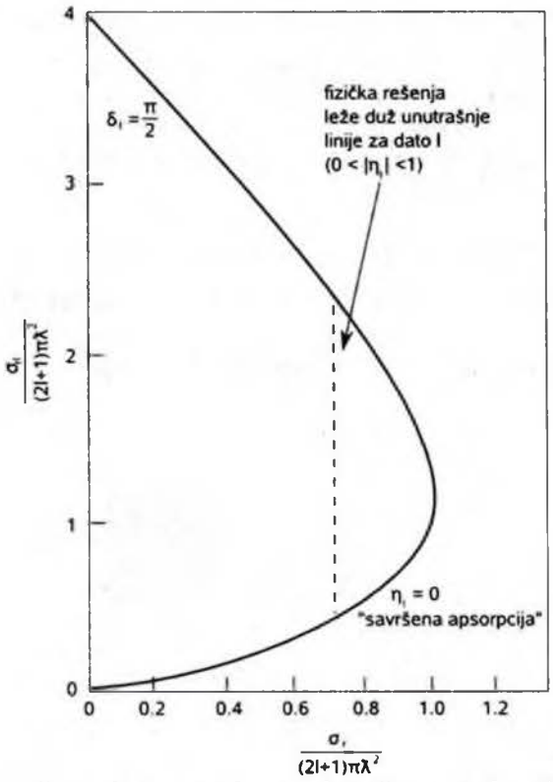
gde je $\Re\eta_l$ realni deo kompleksnog koeficijenta rasejanja.

Očigledno je da totalni presek σ_t zavisi od vrednosti koeficijenta η_l. S obzirom da je totalni presek zbir preseka za elestično i neelastično rasejanje, interesantno je da se vidi kako se isti menja ako je $\eta_l = 0, \pm 1$.

1. Kada je $\eta_l = 0$, $\sigma_R=\sigma_{ras}=\pi\lambda\!\!\!^{-2}(2l+1)$, a totalni presek iznosi $\sigma_t=2\pi\lambda\!\!\!^{-2}(2l+1)$.
2. Kada je $\eta_l = +1$, $\sigma_R = \sigma_{ras}$, $\sigma_R = 0$, a totalni presek je tada $\sigma_t = 0$.
3. Kada je $\eta_l = -1$, $\sigma_{ras}=4\pi\lambda\!\!\!^{-2}(2l+1)$, a $\sigma_R = 0$, totalni presek

ima tada vrednost $\sigma_t = 4\pi \lambda\!\!\!^{-2}(2l+1)$.

Na osnovu izvršene analize u tri pomenuta slučaja pokazano je da proces elastičnog rasejanja ne mora biti praćen neelastičnim. Neelastično rasejanje se, međutim, ne može dogoditi bez prisustva elastičnog rasejanja. Odnosi preseka za elestično i neelastično rasejanje dati su na sl. 10.13.



Sl. 10.13. *Granični uslovi preseka za elastično i neelastično rasejanje [J.M.Blatt and V.F.Weisskoff, Theor. Nucl.Phys.(Wiley, New York 1952), p. 322].*

Kako su procesi elastičnog i neelastičnog rasejanja jedan drugom konkurentni, interesantno je da se razmotre neki granični slučajevi koji se mogu poluklasično analizirati. Ako se, naime, pretpostavi da sve čestice koje padnu na jezgro interaguju s njim, tada se u odnosu na moment impulsa

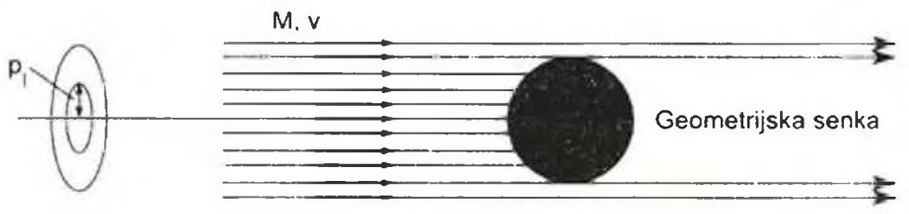
$$L=\hbar l=p\,b_R=\frac{\hbar}{\lambda\!\!\!^{-}}b_R$$

mogu uspostaviti granični slučajevi. Neka je radijus jezgra R jednak udarnom parametru b_R, tj.$R = b_R$; neka je i $\lambda\!\!\!^{-} \ll R$. Pod ovim uslovima sve čestice iz upadnog snopa sa momentom impulsa $l \ll \frac{R}{\lambda\!\!\!^{-}}$ interaguju sa jezgrom, a čestice sa momentom impulsa $l > \frac{R}{\lambda\!\!\!^{-}}$ ne interaguju sa njim. U prvom slučaju kada je $l \ll \frac{R}{\lambda\!\!\!^{-}}$ nuklearna reakcija (neelastično rasejanje) dostiže maksimalnu vrednost preseka kada je $\eta_l = 0$. Drugi rečima, presek za nuklearnu reakciju s obzirom na (10.64) ima vrednost

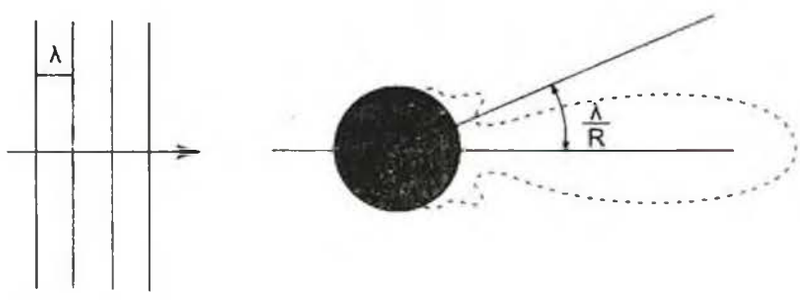
$$\sigma_R=\pi\lambda\!\!\!^{-2}\sum_{l=0}^{R/\lambda\!\!\!^{-}}(2l+1)=\pi(R+\lambda\!\!\!^{-})^2\simeq\pi R^2 \qquad (10.68)$$

Slična se diskusija može provesti i za elastično rasejanje za $l > \frac{R}{\lambda\!\!\!^{-}}$, kada je $\eta_l = 1$, $\sigma_{ras} = 0$, međutim, za $l < \frac{R}{\lambda\!\!\!^{-}}$ i $\eta_l = 0$, presek ima vrednost

$$\sigma_{ras}=\pi\lambda\!\!\!^{-2}\sum_{l=0}^{R/\lambda\!\!\!^{-}}(2l+1)=\pi(R+\lambda\!\!\!^{-})^2\simeq\pi R^2 \qquad (10.69)$$



a)



b)

Sl. 10.14. *Čestična i talasna interpretacija interakcije nenaelektrisanih čestica i jezgara*

Kako je totalni presek dat kao zbir parcijalnih preseka, sledi

$$\sigma_t = \sigma_R + \sigma_{ras} \simeq 2\pi R^2 \qquad (10.70)$$

Totalni presek ima dvostruko veću vrednost od geometrijskog, kada „veliko" jezgro interaguje sa brzim neutronima. Na sl. 10.14.a prikazan je u čestičnoj interpretaciji snop neutrona koji interaguje sa jezgrom, a na sl. 10.14.b prikazana je interakcija neutrona sa jezgrom u talasnoj interpretaciji. U prvom slučaju se očekuje da će u nuklearnoj reakciji presek biti jednak geometrijskom, kao što je dato izrazom (10.68). U talasnomehaničkoj interpretaciji, kada se jezgro nađe u snopu brzih neutrona, ono se ponaša kao neprozirni disk koji iza sebe formira senku, analogno kako se to događa u optici. Formirana senka iza jezgra može se objasniti procesom elastičnog rasejanja neutrona koji je okarakterisan presekom σ_{ras}. Drugim rečima, ukupni presek mora sadržati, pored preseka za nuklearnu reakciju, i presek za elastično rasejanje, usled čega mu je vrednost dvostruko veća od geometrijskog.

GLAVA XI

11 Mehanizam nuklearnih reakcija

Nuklearne reakcije su na zadovoljavajući način opisane metodima kvantne mehanike. Ovi su metodi, međutim, veoma komplikovani i neće se, u okviru ove knjige, tretirati.

Nuklearna reakcija predstavlja proces koji prate mnogi fenomeni i ne može se, zbog toga, tretirati na jednostavan način. Isti se opisuje pomoću nuklearnih modela. Neki od njih će se u ovoj glavi razmatrati.

Najosnovniji model nuklearne reakcije, prema Weisskopf-u, može se zamisliti uz pretpostavku da čestica-projektil vidi jezgro-metu kao oblast prostora okarakterisanu sa odgovarajućim apsorpcionim koeficientima. Čestice se na ovom potencijalu rasejavaju elastično i neelastično.

Neelastični proces se može manifestovati kao *direktna interakcija* (direktna nuklearna reakcija) ili u formiranju *složenog jezgra*. Direktna interakcija se ogleda u interakciji čestica-projektila i nukleona unutar jezgra. Čestica-projektil u direktnoj interakciji podiže nukleon u više energijsko stanje delom svoje energije, a preostali deo energije dovoljan je da čestica napusti jezgro.

U slučajevima kada se formira složeno jezgro, upadna čestica predaje celokupnu energiju jezgru i ostaje u njemu zarobljena. Jezgro se tada nalazi u pobuđenom stanju. Može se dogoditi, posle relativno kratkog vremena, preraspodela energije između nukleona, tako da se na jednom od njih koncentriše energija koja je dovoljna da pomenuti nukleon napusti jezgro ili da se jezgro deekscitira emisijom γ-kvanta visoke energije.

El
kratko,
10^{-16} d

11.1 S

U
nuklea
elemen

nih nivoa

a bila je dokaz da se presek
ja kao $1/v$, već da za izvesnu
, a da se u okolini te energije
ova pojava uočena nazivaju se
energije naziva se *rezonantni*
om rezonanca sporih neutrona.
eneralno razmatraju rezonantne
, dat relativno prost prilaz
načina (11.3) daje rezonantni
zahvati neutron sa momentom

i neutroni iz snopa sa $l = 0$ i da

$$\psi_i = \frac{u_i}{r} \quad za \quad r < R$$

tada je ispunjen pomenuti uslov, ukoliko je

$$u_a = u_i \quad za \quad r = R$$

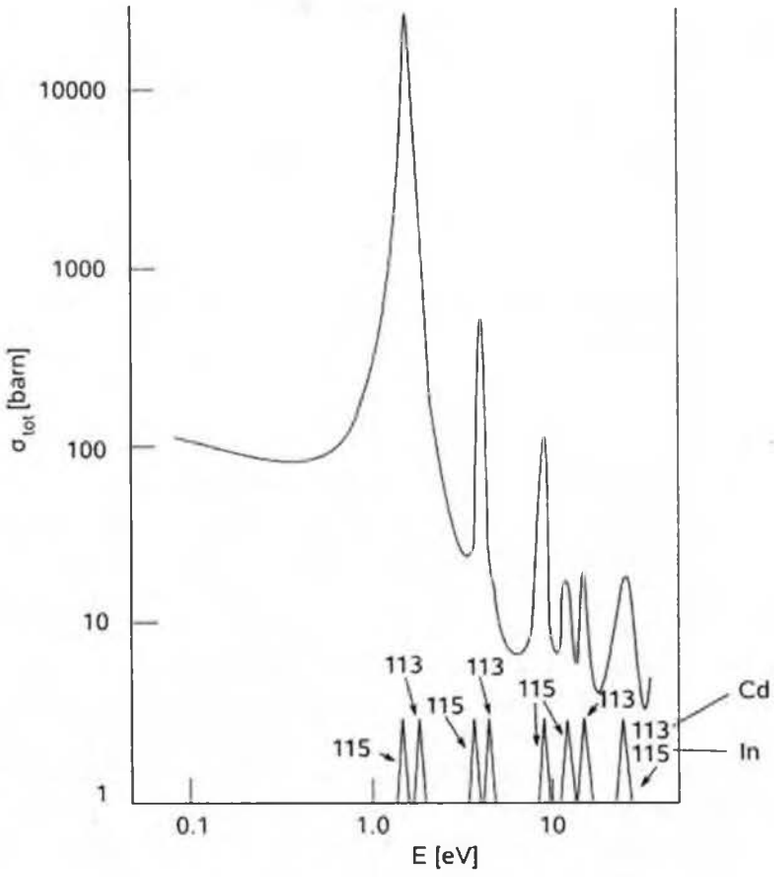
i

$$\frac{du_a}{dr} = \frac{du_i}{dr} \quad za \quad r = R$$

Kako učinjena pretpostavka u osnovi podra
površinu jezgra, može se koeficijent η_0
bezdimenzione veličine f na sledeći način

zahvat neutrona menja kao $1/v$, gde je v brzina upadnog neutrona.

Neutron je otkriven 1932. godine, a neposredno posle otkrića počinje veoma intenzivno ispitivanje preseka neutrona u zavisnosti od upadne brzine. U slučajevima neutrona visokih energija zapaženo je da je presek za zahvat približno jednak πR^2, gde je R radijus jezgra. Amaldi sa saradnicima je usporavanjem neutrona uočio da je presek za zahvat usporenih neutrona veći od površine jezgra-mete. Zapažene su, takođe, veoma značajne promene preseka za neke određene vrednosti brzina upadnih neutrona.



Sl. 11.1. *Zavisnost totalnog preseka od energije termalnih neutrona [The document BNL-325].*

Utvrđeno je eksperimentalno da mnoga jezgra imaju velike apsorpcione preseke, a male preseke rasejanja kada su izložena snopu termalnih neutrona. Daljim ispitivanjem apsorpcije na raznim materijalima uspostavljena je selektivna apsorpcija, što nije bilo u skladu sa monotonim opadanjem preseka sa porastom brzine neutrona. Selektivna apsorpcija nagoveštava postojanje veoma oštrih rezonanci, koje treba da budu blisko razmeštene jedna u odnosu na drugu. Ovo je konačno i prikazano na slici 11.1.

Otkriće rezonantne apsorpcije i rezonanci uopšte, podstaklo je N. Bohr-a 1936. godine da pretpostavi da se u nuklearnoj reakciji formira složeno jezgro. Prema N. Bohr-u, od sistema $a+A$ formira se složeno jezgro B^*, koja relativno dugo živi, a zatim se raspada u sistem $b+B$. Pretpostavka o postojanju složenog jezgra podrazumeva i to da su njegovo formiranje i raspad dva nezavisna procesa, što se može prikazati na sledeći način

$$a + A \Rightarrow B^* \Rightarrow B + b \tag{11.1}$$

Ako je upadna čestica spori neutron, tada se formiranje i raspad složenog jezgra mogu predstaviti sa

$$a + A \Rightarrow B^* \begin{cases} \Rightarrow B + n \\ \Rightarrow B + \gamma \end{cases} \tag{11.2}$$

U ovoj reakciji je moguća emisija elektromagnetnog zračenja.

Složeno jezgro ne pamti svoju predistoriju. Ono zaboravlja kako je nastalo, ali se u procesu formiranja održavaju totalna energija, parnost i moment impulsa. Složeno jezgro živi relativno dugo, jer je potrebno odgovarajuće vreme da zahvaćena čestica svoju energiju preda nukleonima jezgra, zatim da se izvrši preraspodela i koncentracija energije ne jednom od nukleona, te da isti može da napusti jezgro. Može se izračunati koje je vreme potrebno da bi čestica prošla kroz jezgro. Ako se npr. pretpostavi da se ista kreće brzinom 0.9 c, vreme prolaska čestice kroz jezgro se dobija kada se radijus jezgra podeli sa brzinom i ono u ovom slučaju iznosi 10^{-21} s. Izračunato vreme je poznato kao nuklearno i njime se karakteriše trajanje jake interakcije. Vreme emisije γ-zračenja može biti konkurentna emisiji čestice. Ovaj se fenomen može objasniti jedino modelom složenog jezgra, jer od formiranja do njegovog raspada izvesno vreme treba da prođe, pa su srednji životi nukleonskog pobuđenog složenog jezgra i elektromagnetnog stanja poredljivi i zbog

toga elektromagnetna emisija konkurentna emisiji čestice.

Prema N. Bohr-u, interakcija projektila i jezgra-mete može se podeliti u dve faze. U prvoj fazi nastaje složeno jezgro čije je verovatnoća formiranja okarakterisana sa σ_c, a zatim sledi raspad složenog jezgra uz emisiju n, p, α, γ, itd. Verovatnoća po bilo kojem kanalu okarakterisana je sa Γ_i, prema tome, presek za formiranje složenog jezgra može se napisati u sledećem obliku

$$\sigma_i = \sigma_c \frac{\Gamma_i}{\sum_i \Gamma_i} \tag{11.3}$$

gde je Γ_i prirodna širina nivoa, a σ_c je presek definisan za određeni energijski interval. Njegovu su teorijsku vrednost odredili Breit i Wigner po analogiji sa apsorpcijom svetlosti, tj.

$$\sigma_c = \frac{A/v}{(E-E_0)^2 + \Gamma^2/4} \tag{11.4}$$

gde je v brzina upadne čestice, E njena energija, E_0 je energija rezonance, a A je konstanta koja zavisi od specifičnosti reakcije.

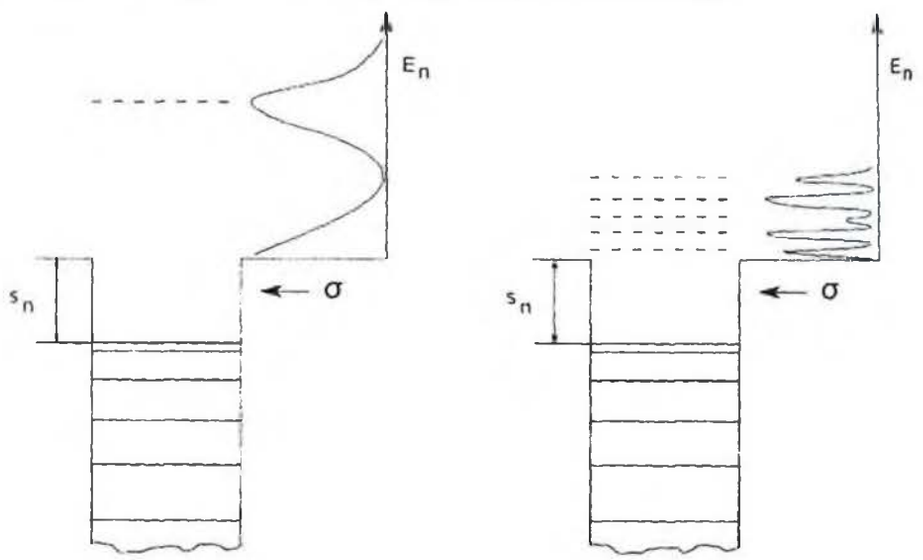
11.1.1 Diskretna stanja složenog jezgra

Model tečne kapi je predstavnik modela jake interakcije. Usled jake interakcije nukleoni gube svoju individualnost i čestična su kretanja zamenjena kolektivnim.

Kolektivni karakter uzajamnog delovanja nukleona ogleda se u pobuđenim stanjima jezgra, posebno u razmaku pobuđenih stanja. Za kolektivno pobuđena stanja karakteristično je da se razmaci između stanja veoma brzo smanjuju sa povećanjem energije. Drugim rečima, za pobuđena stanja od 3 MeV za jezgra čiji je maseni broj $A > 100$ razmaci su ΔE = 100 keV, a stanja pri energiji od oko 8 MeV razmaknuta su za $\Delta E \simeq (1-10)$ eV. U ovoj oblasti energijski spektar pobuđenih stanja i dalje ostaje diskretan. Kada su energije pobuđenih stanja više od energije odvajanja nukleona, razmaci između njih se smanjuju, širine nivoa postaju veće usled čega dolazi do njihovog međusobnog prekrivanja i spektar pobuđenih stanja nije više diskretan, već polako prelazi u kontinualan.

Stanja složenog jezgra se mogu objasniti modelom kapi. Prema

ovom modelu, kako je već rečeno, stanja sa energijama višim od energije odvajanja nukleona treba da se nalaze u oblasti kontinualnog spektra, zbog toga pojava diskretnih stanja u ovoj oblasti izgleda veoma neobično. Na primer, u poređenju sa atomskom fizikom, odgovarajuća oblast energije se odnosi na energiju višu od jonizacione, odnosno to je oblast u kojoj je elektron slobodan, tj. nalazi se u kontinuumu. Takva stanja, međutim, postoje u jezgru i nazivaju se rezonance. Postavlja se pitanje kako objasniti diskretan karakter pomenutih stanja.



Sl. 11.1*. *Energijska shema i kriva preseka u oblasti rezonanci i na višim energijama. S_n je energija odvajanja*

Diskretan spektar javlja se uvek ukoliko je zadovoljen uslov

$$\Gamma \ll D \tag{11.5}$$

gde je D rastojanje između energijskih stanja, a Γ širina energijskog nivoa.

Potrebno je da se na izvestan način uspostavi veza između prirodne širine nivoa Γ i energijskog razmaka D između nivoa. Ako se elektromagnetna emisija zanemari, tada je $\Gamma = \Gamma_n$, ako su, međutim, neutroni iz snopa niske energije, tada je

$$\Gamma = \Gamma_n + \Gamma_\gamma \simeq \Gamma_\gamma \tag{11.6}$$

kako je u datom slučaju emisija γ-zraka konkurentna emisiji neutrona, to je $\Gamma_\gamma \gg \Gamma_n$.

Neka je D razmak između nivoa složenog jezgra. Može se tada spektar diskretnih stanja složenog jezgra predstaviti sa

$$E_n = E_0 + nD \tag{11.7}$$

gde je n ceo broj.

Ako je stanje bilo kojeg energijskog nivoa E_n opisano talasnom funkcijom

$$\psi_n = \exp(-iE_n t/\hbar) = \exp(-iE_0 t/\hbar)\exp(-inDt/\hbar) \tag{11.8}$$

tada je talasna funkcija koja opisuje složeno jezgro u svih njegovih N stanja data sa

$$\psi = \sum_{n=1}^{N} c_n \psi_n \exp(-iE_n t/\hbar) = \exp(-iE_0 t/\hbar) \sum_{n=1}^{N} c_n \psi_n \exp(-inDt/ \tag{11.9}$$

ψ_n je funkcija koordinata kojoj odgovara energijsko stanje E_n. Ukoliko je potrebno da se talasnom funkcijom opišu stanja koja se posle izvesnog perioda T pojavljuju, tada je talasna funkcija data kao $\psi(t+T) = \psi(t)$. Drugim rečima, posle vremenskog perioda T ponavlja se prvobitna konfiguracija čestica u jezgru.

Talasna funkcija (11.9) ne predstavlja stacionarnu konfiguraciju stanja, već pre neka stanja koja se ponavljaju. Ako se frekvencija ponavljanja nekih stanja obeleži sa ν, širina između njih može se kvantnomehanički definisati na sledeći način

$$D = h\nu = 2\pi\hbar\nu = \frac{2\pi\hbar}{T} \tag{11.10}$$

gde T predstavlja vremenski period posle kojeg se prethodno stanje uspostavlja. Srednji život takvog stanja može se definisati kao

$$\tau = \frac{T}{T_0} \tag{11.11}$$

gde je T_0 transparencija potencijalne barijere. Ako se iz relacije (11.10) izračuna T i uvrsti u (11.11) veza između srednjeg života stanja i

energijskog razmaka D je uspostavljena, tj.

$$\tau = \frac{2\pi\hbar}{T_0 D} \tag{11.12}$$

Prema tome, moguće je sada da se uspostavi veza između širine nivoa Γ, energijskog razmaka D i transparencije potencijalne barijere T_0. Na taj način je širina nekog neutronskog stanja data sa

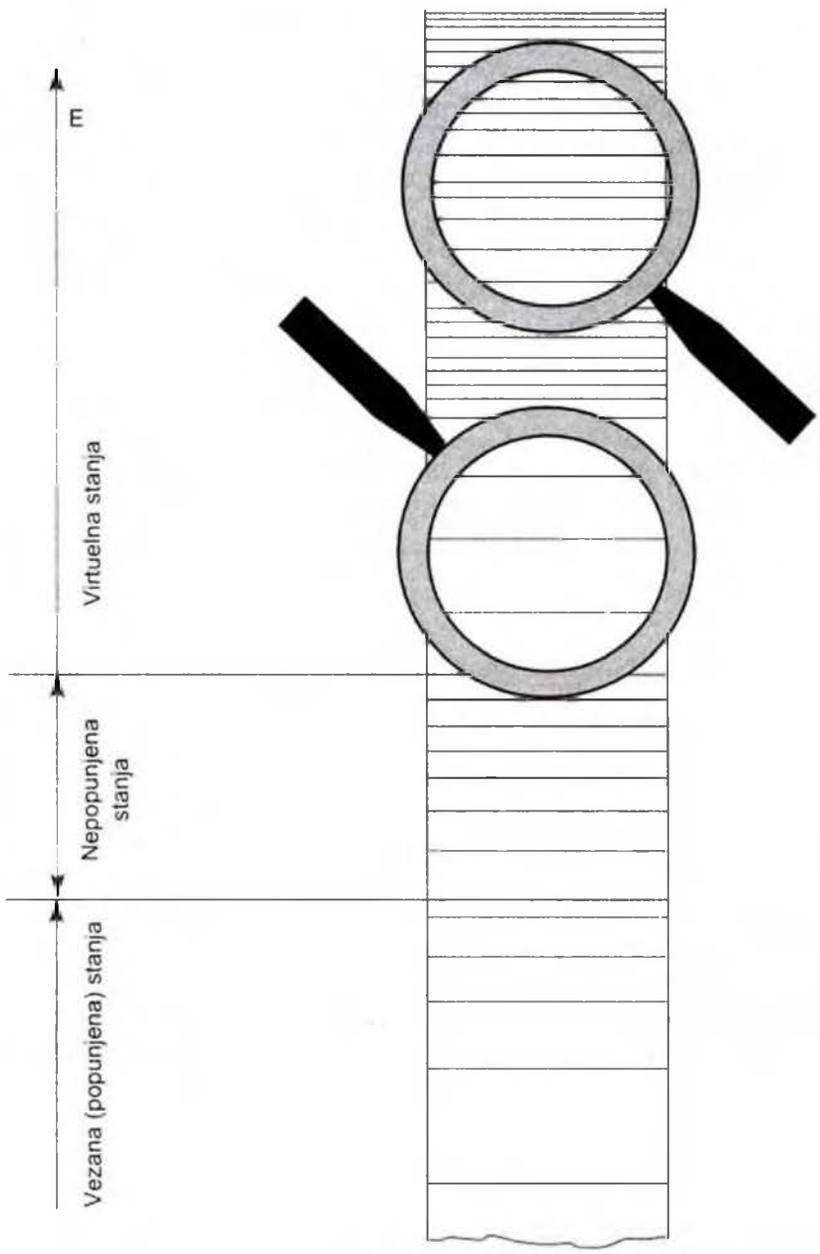
$$\Gamma_n = \frac{\hbar}{\tau} = \frac{T_0 D}{2\pi} \tag{11.13}$$

Poslednji izraz pokazuje da je energijska širina stanja neutrona proporcionalna proizvodu koeficijenta prozračnosti i energijskog razmaka između nivoa. Dovoljno je da koeficient prozračnosti ispunjava uslov $T_0 \ll 1$, pa da bude $D \gg \Gamma$, što je potreban uslov za postojanje diskretnih stanja.

Kako se određuje transparencija ili koeficijent prozračnosti prikazano je u poglavlju o α-raspadu u ovoj knjizi. U ovom je slučaju, za određivanje koeficijenta prozračnosti, potrebno napisati talasnu funkciju za neutron unutar jezgra i talasnu funkciju za neutron izvan jezgra, te primeniti sličan postupak kao i u slučaju α-raspada. Na kraju se, stanja u jezgru mogu definisati i prema njihovom srednjem životu. Osnovno stanje najduže živi $\tau = \infty$, usled čega ima najmanju prirodnu širinu $\Gamma = 0$. Takva se stanja nazivaju *stacionarna*. Približno se ponašaju i sva pobuđena stanja jezgra čije su energije niže od minimalne energije odvajanja n, p, α-čestice, a prelaz γ-zračenjem je zabranjen.

Relativno dugoživeća stanja nazivaju se *metastabilna stanja*. Njih karakteriše mala prirodna širina. Neka je npr. $\tau = 1$ min, širina nivoa iznosi tada $\Gamma = \frac{\hbar}{\tau} \simeq 10^{-17}$ eV.

Stanja sa kratkim srednjim životom $\tau = 10^{-14}$ s kao što je to slučaj kod složenog jezgra, imaju veću prirodnu širinu nivoa od stacionarnih i metastabilnih stanja. Takva stanja nazivaju se *kvazistacionarna*, a njihove prirodne širine nivoa iznose $\Gamma = \frac{\hbar}{\tau} \simeq 10^{-17}$ eV. Spektar vezanih i virtuelnih stanja prikazan je na sl. 11.2.



Sl. 11.2. *Spektar energijskih stanja jezgara od strogo degenerisanih do kontinualnih.*

11.1.2 Presek za formiranje diskretnih nivoa

Selektivna apsorpcija spori neutrona bila je dokaz da se presek neutrona u zavisnosti od brzine ne menja kao $1/v$, već da za izvesnu vrednosti energija postaje izrazito veliki, a da se u okolini te energije veoma brzo menja. Energije na kojima je ova pojava uočena nazivaju se *rezonantne energije*, a presek za ove energije naziva se *rezonantni presek*. Opšta pojava je poznata pod nazivom rezonanca sporih neutrona.

U svojoj knjizi Blatt i Weisskopf generalno razmatraju rezonantne preseke. U istoj knjizi je, međutim, dat relativno prost prilaz izračunavanju rezonantnih preseka. Jednačina (11.3) daje rezonantni presek samo u slučajevima kada jezgro zahvati neutron sa momentom impulsa $l = 0$.

Ukoliko se pretpostavi da su zahvaćeni neutroni iz snopa sa $l = 0$ i da je $\eta = e^{2i\delta}$, preseci dati izrazima (10.60) i (10.65) postaju

$$\sigma_{ras} = \pi \lambda\!\!\!^{-2} (1-\eta_0)^2 \tag{11.14}$$

$$\sigma_R = \pi \lambda\!\!\!^{-2} (1-|\eta_0|^2) \tag{11.15}$$

a izraz za totalni presek ima oblik

$$\sigma_t = \sigma_R + \sigma_{ras} = 2\pi \lambda\!\!\!^{-2} (1-\Re\, \eta_0) \tag{11.16}$$

Kao što je u poglavlju (10.8) rečeno, potrebno je za izračunavanje preseka poznavati vrednost koeficijenta η_0, koeficijent η_0 se može prostim računom odrediti, ukoliko se pretpostavi da je jezgro-meta sfernog oblika sa oštrom granicom na $r = R$ i da je talasna funkcija neutrona unutar formiranog složenog jezgra jedino funkcija rastojanja r od centra jezgra, a spinovi čestica koje učestvuju u nuklearnoj reakciji se zanemaruju.

Talasna funkcija (10.49) van jezgra za $l = 0$ može se napisati u obliku

$$\psi_a = \frac{i}{2kr}(e^{-ikr} - \eta_0 e^{ikr}) = \frac{u_a}{r} \quad za \quad r > R \tag{11.17}$$

Na granici jezgra ona mora biti jednaka talasnoj funkciji unutar jezgra ψ_i, tj. za $r = R$. Ako je talasna funkcija unutar jezgra data kao

$$\psi_i = \frac{u_i}{r} \quad za \quad r < R \tag{11.18}$$

tada je ispunjen pomenuti uslov, ukoliko je

$$u_a = u_i \quad za \quad r = R \tag{11.19}$$

i

$$\frac{du_a}{dr} = \frac{du_i}{dr} \quad za \quad r = R \tag{11.20}$$

Kako učinjena pretpostavka u osnovi podrazumeva dobro definisanu površinu jezgra, može se koeficijent η_0 izračunati uvođenjem bezdimenzione veličine f na sledeći način

$$f = \left(\frac{R}{u}\frac{du}{dr}\right)_{r=R} \tag{11.21}$$

Veličina f se može odrediti bilo da se koristi funkcija u_i, bilo kao u_a. Kako je funkcija u_a definisana izrazom (11.17), kada se nad ovom funkcijom izvrše operacije naznačene u (11.21) a dobijene vrednosti uvrste u isti izraz, dobija se

$$f = R\left(\frac{u_a'}{u_a}\right)_{r=R} = \frac{-ikr\left(1+\eta_0 e^{2ikR}\right)}{1-\eta_0 e^{2ikR}} \tag{11.22}$$

Izraz (11.22) služi za jednostavno odredivanje koeficienata η_0 i on iznosi

$$\eta_0 = \frac{f+ikR}{f-ikR} e^{-2ikR} \tag{11.23}$$

Može se pokazati da su, ukoliko je bezdimenzioni parametar f realan broj, koeficient $|\eta_0| = 1$, preseci (11.14) i (11.15) jednaki nuli. Međutim, ako je f kompleksna veličina, tj.

$$f = f_{\Re} + i f_{\Im} \tag{11.24}$$

tada je koeficient $|\eta_0| < 1$ i ukoliko član $f_{\Im}$ ima negativan predznak, tj. uz pomenuti uslov, preseci (11.14) i (11.15) su različiti od nule.

Ako se bezdimenzioni parametar f u kompleksnom obliku, dat izrazom (11.24) uvrsti u izraz (11.23) i izračuna presek za nuklearnu reakciju, dobija se

$$\sigma_R = \pi \lambda^2 (1 - |\eta_0|^2) = \pi \lambda^2 [\frac{-4 f_{\Im} kR}{f_{\Re}^2 + (kr - f_{\Im})^2}] \tag{11.25}$$

Na sličan način se izračunava presek za rasejanje. Potrebno je, naime, prvo izračunati

$$|1 - \eta_0|^2 = |1 - \frac{f_{\Re} + i f_{\Im} + ikR}{f_{\Re} + i f_{\Im} + ikR} e^{-2ikR}|^2 ,$$

a zatim se (nakon učinjenih transformacija u cilju preuređivanja), dobija

$$|1 - \eta_0|^2 = 4 |e^{ikR} \sin kR \frac{f_{\Re} + i f_{\Im} + ikR}{f_{\Re} + i f_{\Im} - ikR} + \frac{kR}{i(kR - f_{\Im}) - f_{\Re}}|^2 .$$

Kada je član $ikR \ll 1$, isti malo doprinosi vrednosti razlomka koji množi eksponencijalnu i sinusnu funkciju u prethodnom izrazu, što nije slučaj za drugi član. Ako se ova pretpostavka uzme u obzir, presek za rasejanje može da se napiše u obliku

$$\sigma_{ras} = 4 \pi \lambda^2 |e^{ikR} \sin kR + \frac{kR}{i(kR - f_{\Im}) - f_{\Re}}|^2 \tag{11.26}$$

Bezdimenzioni parametar (11.24) je realna veličina kada je $f_{\Im} = 0$ i u tom slučaju $\sigma_R = 0$, ali je $\sigma_{ras} \neq 0$, odnosno

$$\sigma_{ras} = 4 \pi \lambda^2 |e^{ikR} \sin kR + \frac{kR}{ikR - f_{\Re}}|^2 \tag{11.27}$$

Izraz (11.27) upućuje na neke zaključke. Ukoliko se pretpostavi npr. da prvi član sinkR može da bude veći ili manji od $\frac{kR}{(ikR - f_{\Re})}$ mogu da nastanu dva slučaja:

- U prvom slučaju vrednost prvog člana se zanemaruje, pa je presek za rasejanje dat

$$\sigma_{ras} = 4 \pi \lambda^2 \sin^2 kR \tag{11.28}$$

i ako je $kR \ll 1$

$$\sigma_{ras} = 4 \pi R^2 \tag{11.29}$$

presek je četiri puta veći od površine jezgra. Ovaj se tip rasejanja naziva *rasejanje na potencijalu.*

- U drugom slučaju zanemarljiv je prvi član, pa se presek može dati u obliku

$$\sigma_{ras}=4\pi\lambda\!\!\!^{-2}\frac{(kR)^2}{(kR)^2+(f_{\Re})^2} \tag{11.30}$$

Ovaj presek ima maksimalnu vrednost kada je $f_{\Re}=0$ i njegova je tada vrednost $\sigma_{ras}=4\pi\lambda\!\!\!^{-2}$. Presek za rasejanje dat izrazom (11.30) kritično zavisi od realnog dela $f_{\Re}$ kompleksnog parametra f. Pretpostavlja se da je za izvesne vrednosti energije E_0 upadnih čestica $f_{\Re}=0$. Drugim rečima, realni deo kompleksnog parametra $f_{\Re}$ je funkcija energije upadne čestice.

Posebno je važno da se ispita ponašanje preseka u okolini rezonantne energije E_0, zbog čega je potrebno da se veličina (funkcija) $f_{\Re}(E)$ razvije u Taylorov red u okolini rezonantne energije, odnosno

$$f_{\Re}(E)=f_{\Re}(E_0)+\left(\frac{\partial f_{\Re}}{\partial E}\right)_{E_0}(E-E_0)+\ldots \tag{11.31}$$

Ako se stavi da je

$$\left(\frac{\partial f_{\Re}}{\partial E}\right)_{E_0}=-\frac{2kR}{\Gamma_{ras}} \tag{11.32}$$

gde je Γ_{ras} prirodna širina za rasejanje, uz uslov da je $f_{\Re}(E_0)=0$, tada se dobija

$$f_{\Re}(E)=-\frac{2kR}{\Gamma_{ras}}(E-E_0) \tag{11.33}$$

Zamenom vrednosti (11.33) u presek za rasejanje (11.30) dobija se

$$\sigma_{ras}=\pi\lambda\!\!\!^{-2}\frac{\Gamma_{ras}^2}{(E-E_0)^2+\Gamma_{ras}^2/4} \tag{11.34}$$

Dobijeni presek ima oblik rezonantne linije sa poluširinom Γ_{ras}.

Ako je imaginarni deo kompleksnog parametra različit od nule $f_{\Im}\neq 0$, tada je i presek za nuklearnu reakciju različit od nule, tj. $\sigma_R\neq 0$.

Za izračunavanje rezonantnog preseka za nuklearnu reakciju amplituda talasne funkcije (11.17) mora biti manja od jedinice, tj. $|\eta|^2<1$. Dva granična slučaja $|\eta|^2=1$ i 0 karakteristična su za rasejanje i kontinualnu teoriju. Ako se pretpostavi da $|\eta|^2$ može da ima vrednosti u intervalu $0<|\eta|^2<1$, tada je

$$\eta = e^{2i\delta} e^{2q} \tag{11.35}$$

gde su δ i q realni brojevi, a oba su funkcije energije upadne čestice. q-vrednost uvek mora biti veća ili jednaka nuli,jer je broj rasejanih čestica (izlazni kanal) manji od broja upadnih (ulazni kanal). Kada se vrednost amplitude uvrsti u talasnu funkciju (11.17) i ako se ona iz eksponencijalnog oblika prevede u trigonometrijski, dobija se

$$\psi_l \simeq C \sin(kr + \delta + iq) \tag{11.36}$$

gde je C konstanta koja zavisi od r. Kako je talasna funkcija poznata, bezdimenzioni parametar f_l se određuje jednostavno i on iznosi

$$f_l \equiv R\left(\frac{u'}{u}\right)_{r=R} = -kR \cot[z(t) + iq] \tag{11.37}$$

gde je $z(t) = kR + \delta$. Poslednji izraz pokazuje da je bezdimenzioni parametar f_l kompleksan, zbog čega je i presek za nuklearnu reakciju različit od nule. Posebno je potrebno da se napomene da veličina f_l zavisi od promenljivih δ i q koje su, međutim, funkcije energije upadnih čestica.

U tzv. nultoj aproksimaciji (kada je $q = 0$) dobija se čisto rasejanje bez nuklearne reakcije, kao u slučaju (11.27), a rezonanca nastupa kada je

$$ctg(kR + \delta) = 0 \tag{11.38}$$

U aproksimaciji prvog reda, kada je $q \gg 1$, veličina f_l (11.37) može se u okolini rezonance razviti u red, kao što sledi

$$f_l(E) = f_l(E_0) + \left(\frac{\partial f_l}{\partial E}\right)_{E_0, q=0} (E - E_0) + \left(\frac{\partial f_l}{\partial q}\right)_{E_0, q=0} q \tag{11.39}$$

Ako se uvede da je

$$\left(\frac{\partial f_l}{\partial q}\right) = -ikR,$$

dobija se tada

$$f_l(E) = f_l(E_0) + \left(\frac{\partial f_l}{\partial E}\right)_{E_0, q=0} (E - E_0) - ikRq \tag{11.40}$$

gde su „čestične širine“ date sa

$$\Gamma_{ras} = -2kR\left[\left(\frac{\partial f_l}{\partial E}\right)_{E_0, q=0}\right]^{-1} \tag{11.41}$$

i „reakcione širine“ su

$$\Gamma_r = q\,\Gamma_{ras} \tag{11.42}$$

Ako se „čestične širine“ uvrste u izraz (11.40) uz uslov da je $f_l(E_0) = 0$, bezdimenzioni parametar f_l može se iskazati u obliku

$$f = f_{\Re} + i\,f_{\Im} = -\frac{2kR}{\Gamma_{ras}}(E - E_0) - ikR\frac{\Gamma_r}{\Gamma_{ras}} \tag{11.43}$$

gde je

$$f_{\Re} = -\frac{kR}{\Gamma_{ras}}(E - E_0) \tag{11.44}$$

i

$$f_{\Im} = -kR\frac{\Gamma_r}{\Gamma_{ras}} \tag{11.45}$$

Ako se vrednosti (11.44) i (11.45) uvrste u izraz (11.25) dobija se rezonantni presek za nuklearnu reakciju

$$\sigma_R = \pi\lambda\!\!\!^{-2}\frac{\Gamma_R\Gamma_{ras}}{(E - E_0)^2 + \Gamma^2/4} \tag{11.46}$$

Kada je $f_{\Im} = 0$, kao i u ranijem slučaju, može se izračunati presek za rasejanje i on iznosi

$$\sigma_{ras} = \pi\lambda\!\!\!^{-2}\frac{\Gamma_{ras}^2}{(E - E_0)^2 + \Gamma^2/4} \tag{11.47}$$

gde je Γ u oba preseka širina rezonantnog nivoa i data je kao suma parcijalnih širina, tj.

$$\Gamma = \Gamma_{ras} + \Gamma_r \tag{11.48}$$

11.1.3 Rezonantni presek i spin

U prethodnim razmatranjima rezonantnog spektra zanemaren je spin

upadne čestice i jezgra-mete. Istina, ovakva su razmatranja tačna ako se radi o rasejanju i reakcijama α-čestice (s = 0) i parno-parnih jezgara (I = 0). U opštem slučaju, međutim, upadna čestica može da ima spin $\vec{s}$, jezgro-meta može takođe da ima spin $\vec{I}$ i orbitalni moment $\vec{l}$, a tada će složeno jezgro da ima spin

$$\vec{J}=\vec{I}+\vec{s}+\vec{l} \tag{11.49}$$

Korisno je da se uvede vektorska suma $\vec{j}=\vec{I}+\vec{s}$. $\vec{j}$ je spin kanala nuklearne reakcije i može imati sve vrednosti

$$|\vec{I}-\vec{s}|<\vec{j}<|\vec{I}+\vec{s}| \tag{11.50}$$

tj. spinski vektor kanala nuklearne reakcije $\vec{j}$ može da ima ($2j$+1) orijentacija u prostoru, koje su određene magnetnim kvantnim brojevima m_j gde je $m_j = j, j-1, ..., -j$. Broj spinskih stanja po kanalu može se, zbog toga, predstaviti sa

$$[2(I+s)+1]+[2(I-s)+1]=2(2I+1)=(2s+1)(2I+1) \tag{11.51}$$

Ako se radi o nepolarizovanom snopu čestica koje padaju na nepolarizovana jezgra-mete, tada čestice iz snopa ne predstavljaju jedan ulazni kanal, već 2($2I$+1) ulaznih kanala. Svakom kanalu odgovara jedna od mogućih orijentacija spina čestice jezgra-mete, s obzirom da se radi o nepolarizovanom snopu i meti, pa su magnetna kvantna stanja jednako popunjena, pa svako od pomenutih stanja, a priori, ima istu verovatnoću

$$[2(2I+1)]^{-1}$$

Doprinosi pojedinačnih kvantnih stanja ne sabiraju se koherentno, jer su fazne relacije između njih slučajne. Drugim rečima, kombinacijom $\vec{s}$ i $\vec{I}$ dobija se spin kanala $\vec{j}$ koji može imati ($2j$+1) orijentaciju u prostoru. Kako je već rečeno, broj mogućih stanja čestica u nepolarizovanom snopu i meti dat je izrazom (11.51). Statistička težina ili relativna verovatnoća da će se čestica iz nepolarizovanog snopa i mete naći u kanalu reakcije sa spinom $\vec{j}$ data je na sledeći način

$$g(j)=\frac{2j+1}{(2s+1)(2I+1)} \tag{11.52}$$

U neutronsko-protonskom rasejanju gde je $s = I = ½$, j može da ima vrednost 0 (singletno stanje) i 1 (tripletno stanje). Prema formuli (11.52)

faktor statističke težine za singletno stanje ima vrednost $g(j) = 1/4$, a za tripletno stanje 3/4. Navedeni primer pokazuje da se rezonantni procesi moraju korigovati na faktor statističke težine, tako je

$$\sigma_R = \pi \lambda^2 \frac{\Gamma_R \Gamma_{ras}}{(E-E_0)^2 + \Gamma^2/4} g(j) \tag{11.53}$$

gde je $g(j)$ dat izrazom (11.52).

Jednačina (11.53) odnosi se na prost slučaj kada postoji samo jedna vrednost spina kanala i orbitalnog momenta u početnom i konačnom stanju. U opštem slučaju potrebno je sumirati po dozvoljenim vrednostima tih veličina.

Kada se radi o polarizovanim metama i o polarizovanim snopovima, spin pojedinih kanala moguće je posebno odrediti jer prinosi nuklearnih reakcija po kanalima nisu isti.

11.1.4 Raspad složenog jezgra

Složeno jezgro relativno kratko živi. Ono se, posle izvesnog vremena, raspada i u procesu raspada formira se novo jezgro i emituje se čestica. Raspad složenog jezgra može se opisati pomoću kvantne mehanike.

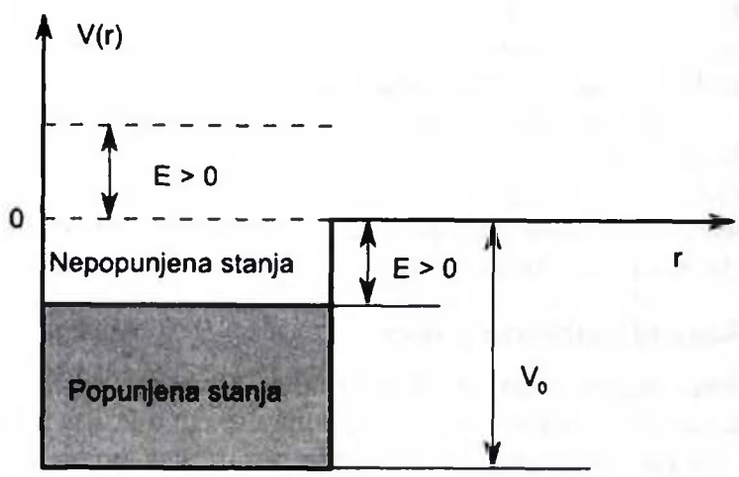
Ako se pretpostavi da je složeno jezgro nastalo u vremenu t = 0 zahvatom neutrona, može se tada stanje novonastalog jezgra u nekom vremenu t opisati talasnom funkcijom

$$\psi_i = A \frac{\sin kr}{r} \tag{11.54}$$

gde je $k = \sqrt{2\mu(E-E_0)}$. Funkcija (11.54) predstavlja rešenje Schrödinger-ove jednačine u domenu jezgra kada je $l = 0$ i ona opisuje stanje čestice u potencijalnoj jami dubine V_0, kao što je na sl. 11.3 prikazano.

Ako je energija čestice $E < 0$, čestica se može naći u nekom od stanja potencijalne jame. U domenu potencijalne jame moguć je niz diskretnih stanja sa vrednostima energije E_1, E_2, ..., E_s, ... Kada se čestica nalazi unutar potencijalne jame ona ne može da napusti jezgro, osciluje u njoj i reflektuje se na njenoj ivici, tj. na površini jezgra (kada je $r = R$). Od svih diskretnih stanja dozvoljena su samo ona za koje je talas čestice u fazi pre i posle refleksije. Ako je energija čestice $E > 0$, prema kvantnoj

mehanici, moguća su kvazistacionarna stanja. To su ona stanja čija je energija nešto viša od minimalne energije odvajanja čestice, ali znatno niža od energije kojom je dubina potencijalne jame definisana, tj. ako je $0<|E|<V_0$. U ovom se slučaju čestica, odnosno njen talas reflektuje na ivici potencijalne jame. Postoji, međutim, mala ali konačna verovatnoća da čestica napusti jezgro.



Sl. 11.3. *Dubina potencijalne jame sa popunjenim i nepopunjenim stanjima. Nepopunjena stanja imaju energiju E < 0, a prikazana su takođe i kvazistacionarna stanja.*

Talasna funkcija van jezgra može se napisati u obliku:

$$\psi_a = A\frac{e^{ikr}}{r_a} \tag{11.55}$$

gde je $k=\sqrt{\frac{2\mu E}{\hbar}}$. Ona predstavlja rešenje Schrödinger-ove jednačine van jezgra, odnosno za deo prostora kada je $r > R$.

Kako su obe funkcije (11.54) i (11.55) i njihovi izvodi neprekidni (granični uslovi), njihovi logaritamski izvodi moraju biti jednaki, tj.

$$\left(\frac{r\psi'}{r\psi}\right)=f(E)=kR\cdot\cot(kR)=ikR \tag{11.56}$$

Ako se pretpostavi da granični uslovi (11.56) ne postoje, logaritamski izvod dat je tada u obliku

$$f(E)=kR\cdot\cot(kR)=0 \tag{11.57}$$

Očigledno je da izraz (11.57) ne sadrži imaginarnu veličinu i prema njemu su moguća stacionarna stanja. Kvazistacionarna stanja mogu se dobiti rešavanjem izraza (11.56). Rešenje se može dobiti ako se pretpostavi da je za neku energiju W_s ispunjen uslov (11.56) i da je ista po vrednosti veoma bliska rezonantnoj energiji E_0. Razvojem u red funkcije $f(W_s)$ oko rezonantne energije dobija se

$$f(W_s)=f(E_0)+\left(\frac{\partial f}{\partial E}\right)_{E_0}(W_s-E_0) \tag{11.58}$$

Ako je $f(E_0)=0$, tada izraz (11.58) postaje

$$\left(\frac{\partial f}{\partial E}\right)_{E_0}(W_s-E_0)=ikR \tag{11.59}$$

Kako je

$$\left(\frac{\partial f}{\partial E}\right)_{E_0}=-\frac{kR}{\Gamma_{ras}} \tag{11.60}$$

i ako se vrednost (11.60) uvrsti u izraz (11.59) dobija se

$$W_s=E_0-i\frac{1}{2}\Gamma_{ras} \tag{11.61}$$

Relacija (11.61) pokazuje da energijsko stanje W_s, prema pretpostavci blisko rezonantnoj energiji E_0, ima kompleksan oblik. Može se postaviti pitanje koji je fizički smisao kompleksne vrednosti energije. Ako je svako energijsko stanje opisano vremenski zavisnom talasnom funkcijom, tada je stanje sa energijom W_s na analogni način opisano, tj.

$$\psi\simeq\exp\left(-\frac{i}{\hbar}W_s t\right) \tag{11.62}$$

Ako se vrednost W_s iz (11.61) uvrsti u (11.62) dobija se

$$\psi\simeq\exp\left(-\frac{i}{\hbar}E_0 t\right)\exp\left(-\frac{\Gamma_{ras}}{2\hbar}t\right) \tag{11.63}$$

Verovatnoća za egzistenciju virtuelnog stanja data je sledećim izrazom

$$\psi\psi^* \simeq \exp\left(-\frac{1}{\hbar}\Gamma_{ras}t\right) \tag{11.64}$$

Prethodna relacija kazuje da se verovatnoća kvazistacionarnih stanja permanentno smanjuje sa vremenom. Drugim rečima, stanje sa širinom Γ_{ras} živi prosečnim životom $\tau = \frac{\hbar}{\Gamma_{ras}}$. Na osnovu pokazanog može se napisati relacija

$$\tau \cdot \Gamma_{ras} = \hbar \tag{11.65}$$

Koja ustvari predstavlja Heisenberg-ovu relaciju neodređenosti: $\Delta E \cdot \Delta t > \hbar$. Na osnovu relacije (11.65) jednostavno se određuje period poluraspada stanja složenog jezgra ukoliko se njihove širine pretpostave. Neka je na primer

$$\Gamma = 1 \text{ eV} \qquad t_{1/2} = \tau\, ln2 = 4.6 \cdot 10^{-16} \text{ s}$$
$$\Gamma = 1 \text{ MeV} \qquad t_{1/2} = \tau\, ln2 = 4.6 \cdot 10^{-22} \text{ s.}$$

Niskoenergijska ekscitirana stanja složenog jezgra nemaju veću širinu od nekoliko eV. Razmak između ovih stanja iznosi od nekoliko keV do MeV i ona se smatraju diskretnim. Ako su ekscitirana stanja složenog jezgra viših energija i njihove su širine Γ_{ras} veće, a razmaci D između nivoa se smanjuju. Daljim povećanjem energije ekscitiranih stanja širine nivoa ovih stanja porastu toliko da dolazi do prekrivanja, usled čega postojeći razmaci izmedu diskretnih stanja iščezavaju, pa se na taj način formira spektar kontinualnih stanja.

11.1.5 Breit-Wigner-ova formula

Ova se formula naziva još i disperziona formula nuklearnih reakcija. Ona opisu preseke u okolini rezonance složenog jezgra, a izveli su je Breit i Wigner.

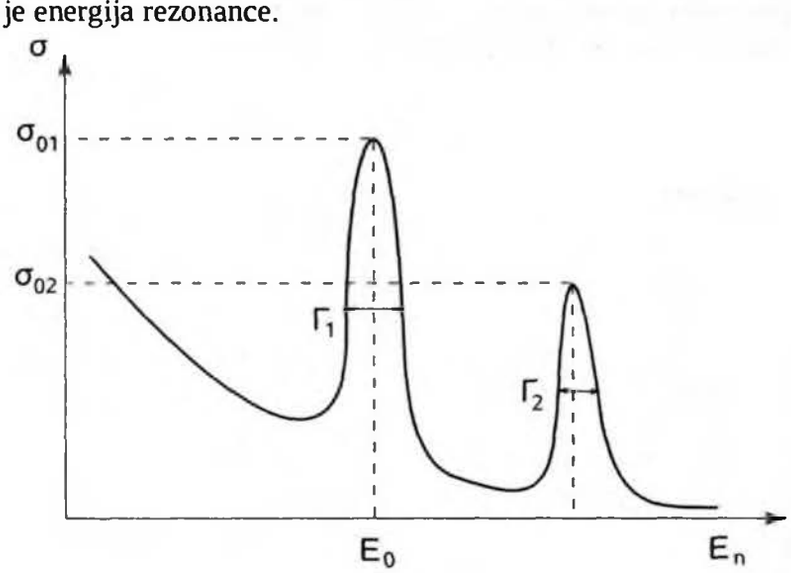
Kada jezgro zahvati česticu ono formira složeno jezgro sa kvazistacionarnim stanjima u oblasti kontinualnog spektra. Ako zbir energije upadne čestice i energije odvajanje nukleona složenog jezgra odgovara energiji u kontinualnom spektru, prema kvantnoj mehanici, sa velikom se verovatnoćom formira kvazistacionarno stanje.

Presek nuklearnih reakcija za pomenute reakcije veoma brzo raste pri formiranju rezonantnog maksimuma. Vreme života formiranog kvazistacionarnog stanja, kako je već rečeno iznosi $\tau = \frac{\hbar}{\Gamma}$. Upadni spori

neutron sa momentom impulsa $l = 0$, spinom $s_z = \pm 1/2$ i pozitivnom parnošću obrazuje sa jezgrom-metom složeno jezgro sa pozitivnom parnošću i spinom $j = I \pm 1/2$. Presek za zahvat neutrona, prema Breit-u i Wigner-u, dat je kao

$$\sigma_{nx} = \pi \lambda\!\!\!^{-2} \frac{2j+1}{2(2I+1)} \frac{\Gamma_n \Gamma_x}{(E-E_0)^2 + \Gamma^2/4} \tag{11.66}$$

gde je Γ_n širina neutronskog stanja, Γ_x je širina stanja složenog jezgra za emisiju x-te čestice ili kvanta elektromagnetnog polja, Γ je totalna širina, a E_0 je energija rezonance.



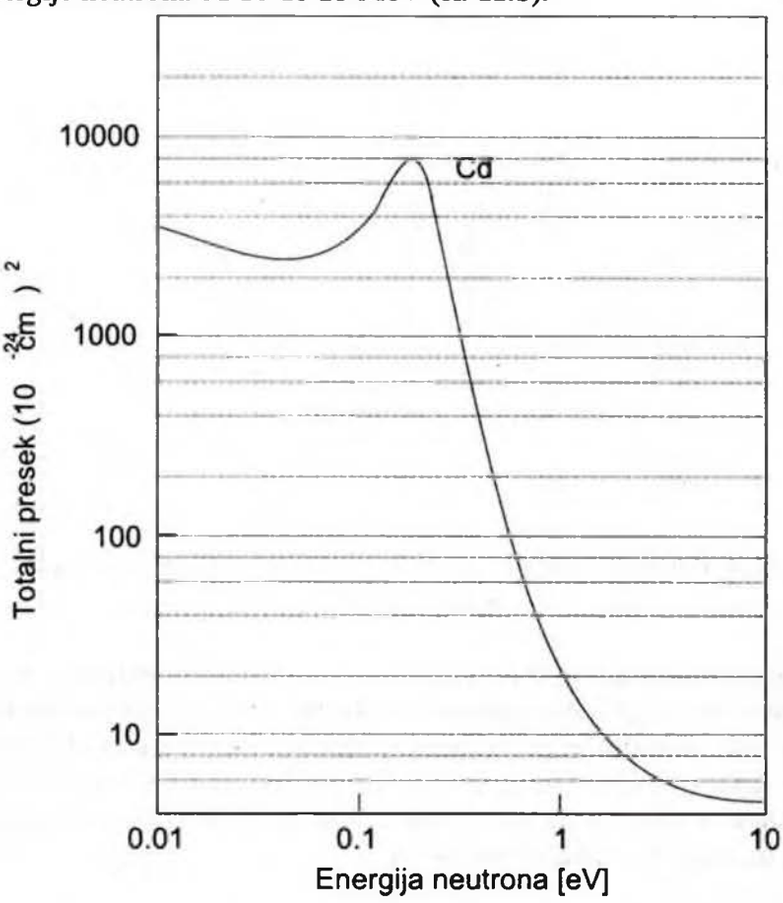
Sl. 11.4. *Zavisnost preseka reakcije u okolini rezonance od upadne energije neutrona.*

Za teška jezgra $\Gamma = 0.1$ eV, a otuda je $\tau = 10^{-14}$ s. Potrebno je da se napomene da za različite rezonance širine ne zavise od načina formiranja jezgra, već od energije pobuđivanja jezgra, spina i parnosti formiranog nivoa. Ako se složeno jezgro raspada na nekoliko načina (na primer, radijacijom ili fisijom za teška jezgra, a (n, α) reakcijom za laka jezgra), presek reakcije ima tada sledeći oblik

$$\sigma_R = \pi \lambda\!\!\!^{-2} \frac{2j+1}{2(2I+1)} \frac{\Gamma_n(\Gamma-\Gamma_n)}{(E-E_0)^2+\Gamma^2/4} \tag{11.67}$$

gde je Γ totalna širina i predstavlja sumu parcijalnih širina za rasejanje i reakciju, Γ_n je širina reakcije i prikazana je na sl. 11.4.

Breit-Wigner-ova formula najuspešnije se primenjuje na rasejanje neutrona niskih energija. Za teška jezgra primenjuje se samo u onim slučajevima kada se širine nivoa ne preklapaju, tj. kada su energije neutrona ispod vrednosti 5 MeV (do ispod 3 MeV), a pri kojima nema neelastičnih rasejanja. U slučajevima lakih jezgara formula se primenjuje za energije neutrona od 10 do 15 MeV (sl. 11.5).



Sl. 11.5. *Totalni presek za Cd za spore neutrone.*

11.2 Statistički model

Kada su energije pobuđenih stanja složenog jezgra znatno više od energija odvajanja nukleona, stanja se tada ne mogu razmatrati kao kretanje pojedinačnih nukleona, niti kao određeni tip kolektivnog kretanja. Jedno isto stanje može da potiče od raznih oblika kretanja. Smatra se da se takva stanja najlakše mogu opisati modelom Fermi-jeve tečnosti ili gasa. Prema ovom modelu jezgro se razmatra kao tečnost ili gas i opisuje se statističkim ili termodinamičkim metodima. Modelom Fermi-jevog gasa objašnjavaju se gustine nivoa u zavisnosti od energije pobuđivanja, a takođe emisija čestica pri nuklearnim reakcijama, kao i njihovi spektri.

Statistički se model primenjuje na teška i srednje teška jezgra kada se nalaze u pobuđenim stanjima. Kriterijum za primenu statističkog modela u uskoj je vezi sa širinama nivoa i energijskim razmacima stanja D. Veoma je, zbog toga, instruktivno reći nešto o širinama nivoa i njihovoj vezi sa razmacima stanja.

Relacija (11.13) uspostavlja vezu između širine pobuđenog stanja Γ i energijskog razmaka D na sledeći način

$$\frac{\Gamma}{D}=\frac{T}{2\pi} \tag{11.68}$$

T je prozračnost potencijalne barijere. Ako je s obzirom na formulu (7.13), $k \ll K$, T_0 ima tada vrednost $\frac{4k}{K}$, pa relacija (11.68) prelazi u oblik

$$\frac{\Gamma}{D}=\frac{2k}{\pi K} \tag{11.69}$$

k predstavlja talasni broj upadne čestice, a zavisi od energije čestice na sledeći način $k=\sqrt{2\mu E/\hbar}$. D i K su veličine koje zavise od strukture jezgra. Ovo su modelske veličine, te se izračunavaju iz pretpostavki odgovarajućih modela.

Širina pobuđenog stanja može se izračunati preko *redukovane veličine* γ^2 na sledeći način

$$\Gamma=2kRT\gamma^2 \tag{11.70}$$

gde je T penetracioni faktor potencijalne barijere koji zavisi od energije.

Izraz (11.70) dat je za sve vrednosti ugaonog momenta l. Ako se čestica nalazi u s-stanju širina nivoa data je tada sa $\Gamma = 2kR\gamma^2$. Ako se ova vrednost uvrsti u (11.69), dobija se energijski nezavistan odnos

$$\frac{\gamma^2}{D} = \frac{1}{\pi K R} \tag{11.71}$$

koji zavisi od unutrašnje strukture jezgra i naziva se *funkcija jačine*. Ova je veličina značajna po tome što se eksperimentalno može odrediti. Srednja vrednost funkcije jačine Γ / D data je veoma često u zavisnosti od energije pobuđivanja. Varijacije srednje vrednosti funkcije jačine mogu da daju informaciju o finim detaljima nuklearne strukture.

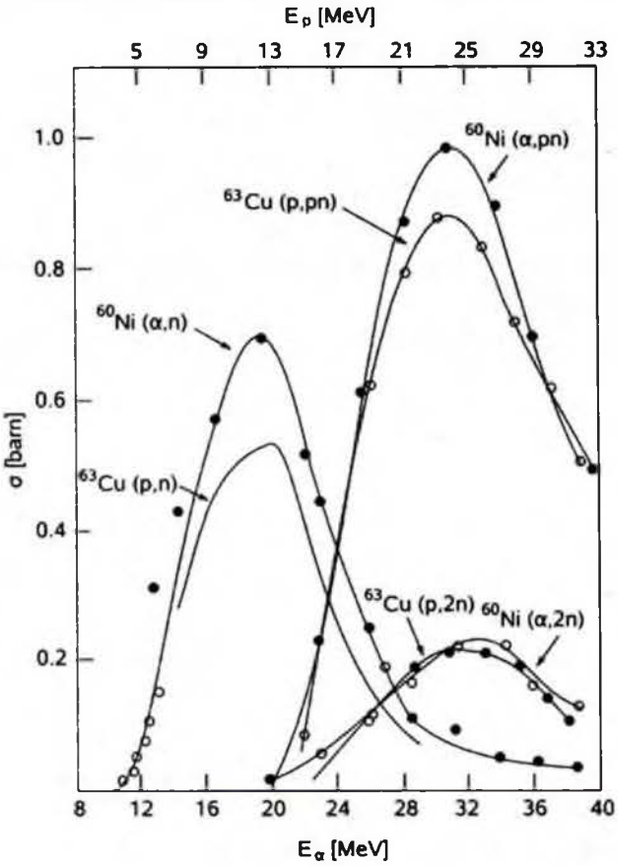
Odnos Γ / D može da posluži kao dobar kriterijum za primenljivost Bohr-ove pretpostavke o formiranju složenog jezgra. Ako se, prema ovom kriterijumu, ispituje formiranje složenog jezgra u zavisnosti od energije pobuđivanja, potrebno je razlikovati sledeće slučajeve:

1. $\Gamma / D \ll 1$ - *U ovom slučaju su energije nivoa dobro razdvojene; Breit-Wigner-ova teorija se može primeniti; očekuje se diskretna struktura ekscitacione funkcije* σ_{ab}.
2. $\Gamma / D \simeq 1$ - *Očekuje se prekrivanje nivoa složenog jezgra; Breit-Wigner-ova teorija sa može primeniti; ekscitaciona funkcija, međutim, nije više funkcija diskretne već složene strukture.*
3. $\Gamma / D \gg 1$ - *Zapaža se prekrivanje nivoa složenog jezgra na visokim energijama pobuđenja u oblasti kontinualnog spektra stanja. Kvazistacionarna stanja ne mogu se objašnjavati teorijom složenog jezgra, već se pribegava statističkim metodima.*

11.2.1 Statističko tumačenje gustine stanja

Kada je $\Gamma / D \gg 1$, rezonance iščezavaju, a mnogi se nivoi prekrivaju svojim širinama. U ovoj oblasti pretpostavka Bohr-ove teorije složenog jezgra nije više očigledna. Bohr-ova se hipoteza, međutim i u ovom slučaju ostvaruje približno, jer u reakciji učestvuje veoma mnogo stanja, a relativni pomaci faza između njih podležu slučajnoj raspodeli. Raspad složenog jezgra nastaje iz stanja statističke ravnoteže, zbog čega verovatnoće raspada različitog tipa ne zavise od načina formiranja složenog jezgra na ovim energijama pobuđivanja (oblast kontinualnog spektra stanja).

Presek za nuklearnu reakciju može se, zbog toga, napisati kao (11.3), trebalo bi tada, međutim, da počiva na statističkoj pretpostavci slučajnog kretanja u složenom stanju. Matematički tretman zasnovan na ovoj pretpostavci naziva se obično *statistička teorija nuklearnih reakcija.*



Sl. 11.6. *Ghoshal-ov eksperiment pri kojem se složeno jezgro raspada nezavisno od načina formiranja. Krive prikazuju prinos nuklearnih reakcija.*

Kao dokaz o nezavisnosti formiranja i raspada složenog jezgra u oblasti kontinualnog spektra stanja može da posluži eksperiment Ghoshal-a*. On je na jezgrima Ni i Cu protonima i α-česticama izazvao

* S. N. Ghoshal, *Phys. Rev.* 80, *939* (1950)

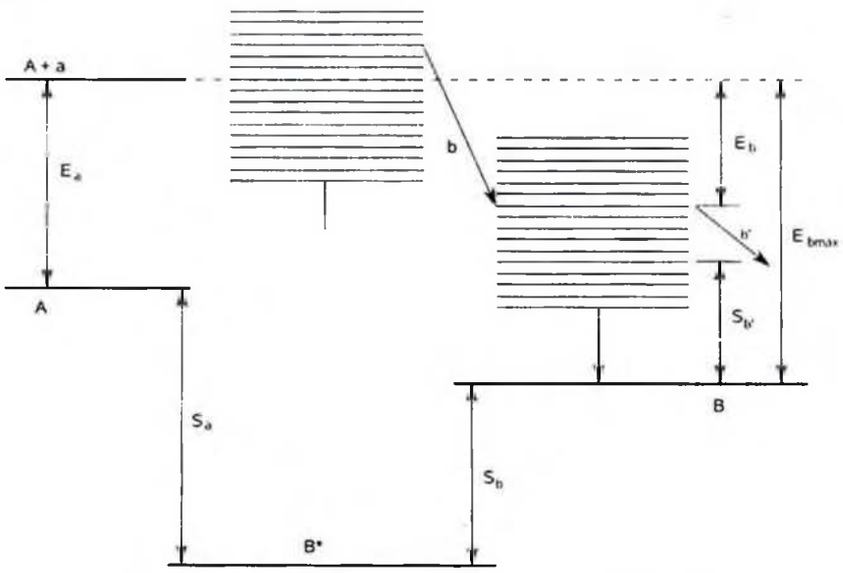
nuklearnu reakciju i formirao složeno jezgro ^{64}Zn koje se raspada na istovetan način

$$^{60}Ni+\alpha \Rightarrow {}^{64}Zn \left| \begin{array}{l} \Rightarrow {}^{62}Zn+2n \\ \Rightarrow {}^{63}Zn+n \end{array} \right.$$

$$^{63}Cu+p \Rightarrow {}^{64}Zn \left| \begin{array}{l} \Rightarrow {}^{62}Zn+2n \\ \Rightarrow {}^{63}Zn+n \end{array} \right.$$

Prinos nuklearnih reakcija određen je merenjem nastale radioaktivnosti i prikazan je na sl. 11.6. Vidi se da različiti procesi formiranja daju približno iste prinose nuklearnih reakcija. Energija α-čestice i protona kao projektila iznosile su od 8-40 MeV i od 1-33 MeV respektivno. Ovim su energijama proizvedena virtuelna stanja u oblasti kontinualnog spektra stanja složenog jezgra ^{64}Zn.

Na slici 11.7. šematski je prikazano formiranje i raspad složenog jezgra.



Sl. 11.7. *Način formiranja i raspad složenog jezgra.*

Presek za formiranje složenog jezgra u domenu kontinualnog spektra u slučaju neelastičnog procesa može se napisati u obliku

$$\sigma_a = \pi \lambda\!\!\!^{-}{}_a^2 (2l+1) T_l \qquad (11.72)$$

gde je T_l transparencija potencijalne barijere. Veza između transparencije, širine nivoa Γ i energijskog razmaka D data je u izrazu (11.68), tj.

$$T_l = 2\pi \frac{\Gamma_b}{D_{B^*}} \qquad (*)$$

Ako se vrednost T_l uvrsti u presek (11.72) dobija se presek za emisiju čestica b koju emituje složeno jezgro B^*, čija vrednost iznosi

$$\sigma_b = \pi \lambda\!\!\!^{-}{}_b^2 (2l+1) 2\pi \frac{\Gamma_b}{D_{B^*}} \qquad (11.73)$$

Potrebno je da se napomene da su u ovom slučaju spinska stanja sistema zanemarena. D_{B^*} predstavlja ovde energijski razmak između nivoa složenog jezgra (v. sl. 11.7). Ako se pretpostavi da je orbitalni moment l jednak nuli u pomenutoj reakciji, širina nivoa tada može da se izrazi na sledeći način

$$\Gamma_b = \frac{D_{B^*}}{2\pi^2 \lambda\!\!\!^{-}{}_b^2} \sigma_b \qquad (11.74)$$

Raspadom složenog jezgra B^* emituje se čestica b. Verovatnoća emisije čestice b iz ekscitiranog stanja složenog jezgra B^* dobija se integracijom po svim mogućim energijama stanja novonastalog jezgra B od osnovnog do pobuđenog stanja sa maksimalno mogućom energijom $E_{b,max}$ (v. sl. 11.7) koja je reakcijom dozvoljena, pa je

$$\Gamma_b = \frac{D_{B^*}}{2\pi^2} \int_0^{E_{b,max}} \frac{\sigma_b}{\lambda\!\!\!^{-}{}_b^2} \rho_b(E) dE_b \qquad (11.75)$$

gde je $\rho_b(E)$ predstavlja gustinu stanja jezgra B na energiji ekscitiranih stanja $E_B = E_{b,max} - E_b$, gde je E_b kinetička energija emitovane čestice. Veza između gustine nivoa $\rho_b(E)$ i energijskog razmaka izmedu njih data je kao $\rho_b(E) = 1 / D_B$.

Ako se redukovana talasna dužina $\lambda\!\!\!^{-}{}_b$ emitovane čestice zameni kinetičkom energijom E_b dobija se

$$\Gamma_b = \frac{D_{B^*} M}{\pi^2 \hbar^2} f_b(E_{b,max}) \qquad (11.76)$$

gde je

$$f_b(E_{b,max}) = \int_0^{E_{b,max}} E_b \sigma_b \rho_b(E)\, dE_b = \int_0^{E_{b,max}} I(E)\, dE \qquad (11.77)$$

Veličina f_b može se odrediti ukoliko se pretpostave vrednosti σ_b i $\rho_b(E)$. Za nuklearne reakcije u oblasti visokih energija presek je jednak površini jezgra, tj. πR^2, ako su čestice u ulaznom kanalu neutralne. Ako se radi o naelektrisanim česticama trebalo bi da je moguće da se presek izračuna pomoću relacije (11.72).

Statističko tumačenje nuklearnih reakcija sadržano je u određivanju gustine stanja $\rho_b(E)$ pobuđenog jezgra B. Za najprostije izračunavanje ove veličine koristi se model degenerisanog Fermi-jevog gasa. Prema ovom modelu, unutrašnje stanje jezgra poredi se sa telom na veoma niskim temperaturama. Energija pobuđivanja običnih makroskopskih tela pri niskim temperaturama izražava se formulom

$$E = \frac{a}{2}\theta^n \qquad (11.78)$$

gde je θ temperatura izražena u jedinicama energije, dok su a i n konstante. Za čvrsto telo $n = 4$, za kap sa površinskim oscilacijama $n = 7/2$, za degenerisani Fermi-jev gas $n = 2$. S obzirom na model degenerisanog Fermi-jevog gasa, energija pobuđenih stanja izražava se relacijom

$$E = \frac{a}{2}\theta^2 \qquad (11.79)$$

Ukoliko se čvrsto telo razmatra sa statističkog gledišta, njegovo se stanje opisuje: entropijom, energijom pobuđivanja, itd., koje zavise od temperature. U poglavlju (6.2) razmatran je model degenerisanog Fermi-jevog gasa i određena gustina stanja jezgra koja iznosi

$$\rho(E) = const \exp(2\sqrt{aE}) \qquad (11.80)$$

ili srednje rastojanje nivoa može da se napiše u obliku

$$D = const\, e^{-2aE} \qquad (11.81)$$

Poslednja jednačina pokazuje da se razmaci između nuklearnih pobuđenih stanja eksponencijalno smanjuju sa povećanjem energije pobuđenja koja figuriše u eksponentu. Konstanta a proporcionalna je masenom broju A, tako da rastojanje između nuklearnih nivoa zavisi i od

masenog broja *A*.

Postoje, naravno i drugi prilazi za izračunavanje gustine stanja u oblasti kontinualnog spektra.

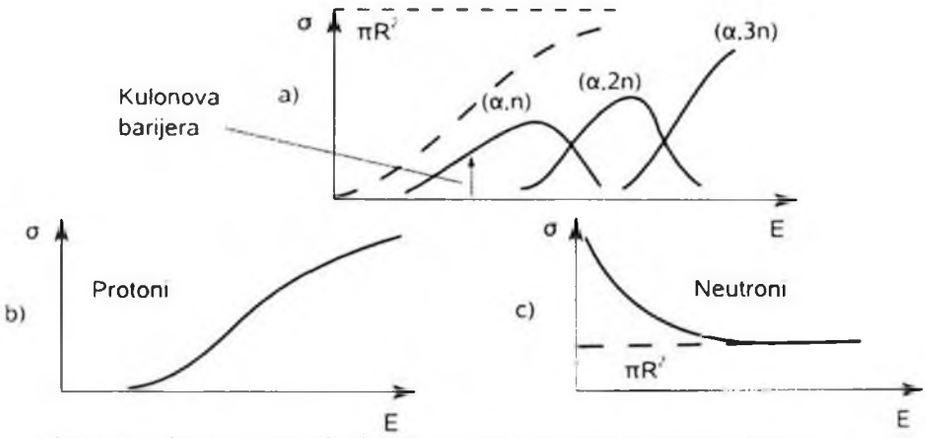
Statistički model je u mogućnosti da objasni sekundarnu emisiju čestice. Emitovana čestica b može da dovede jezgro B u stanje koje je prema energijskom gledištu sposobno da emituje drugu česticu b'. Proces je dobio naziv sekundarna nuklearna reakcija. Ako je u pitanju neutron, može se presek za sekundarnu nuklearnu reakciju napisati pomoću relacija (11.3), (11.76), kao i prema sl. 11.7. Prema tome je

$$\sigma_{2n} = \sigma_{an} \frac{\int_{0}^{E_{b,max}} I(E)dE}{\int_{E_{b,max}-S_n}^{E_{b,max}} I(E)dE} \tag{11.82}$$

Granice integracije integrala u imeniocu su razumljive, jer emisija neutrona treba da bude moguća samo ukoliko se jezgro *B* nalazi u stanju čija je energija veća od energije odvajanja neutrona. Vrednost preseka (11.82) može se odrediti ako su funkcije gustine poznate.

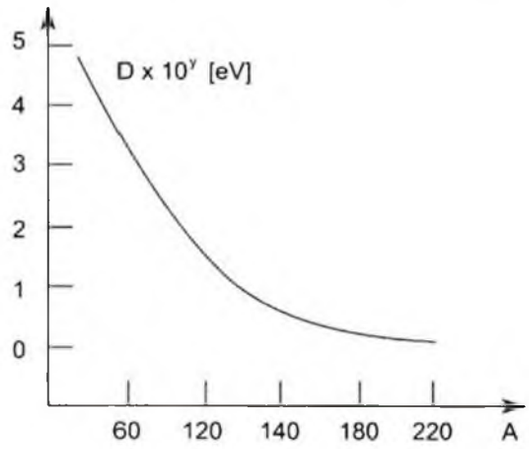
Konkurentna emisija više čestica dokazana je eksperimentalno, uključujući i eksperiment Ghoshal-a. Reakcije (α, n), (α, 2n) i (α, 3n) dovode do radiooaktivnih produkata čije se radioaktivnosti mere i na osnovu toga određuju prinosi nuklearnih reakcija, kao što je prikazano na sl. 11.8.a. Potrebno je da se napomene da čestice koje konkurentno učestvuju u emisiji smanjuju verovatnoću primarnog procesa složenog jezgra. Presek za raspad složenog jezgra jednak je, u tom slučaju, sumi preseka konkurentnih procesa. Opšta formula ekscitacione funkcije za reakcije izazvane protonima i neutronima grafički je data na slici 11.8.b i c.

Kao što se sa sl. 11.8 vidi, ekscitaciona se funkcija za neutrone sa porastom energije smanjuje, dok se za protone ona povećava, usled uticaja Coulomb-ove barijere, tek posle izvesne vrednosti energije. Ekscitacione funkcije na sl. 11.8 izračunate su prema statističkoj teoriji.



Sl. 11.8. *Ekscitacione funkcije za različite reakcije izračunate prema statističkom modelu*

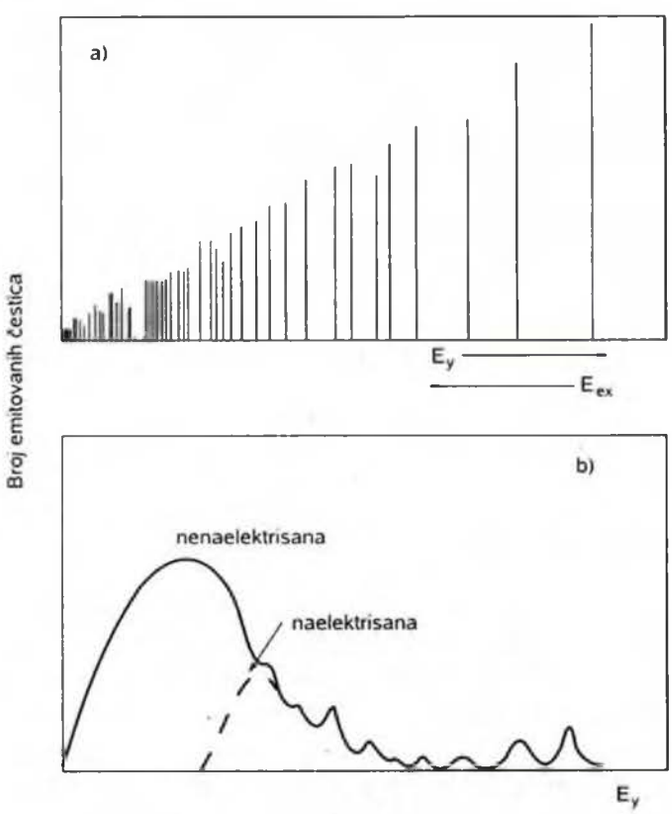
Formula koja opisuje gustinu stanja (11.81) može se proveriti eksperimentalno, merenjem neutronskih preseka sa nehomogenom energijom od oko 1 MeV na jezgrima čiji je maseni broj $A > 20$, jer se za ovakva jezgra može očekivati da se usrednjavanje može izvršiti preko većeg broja nivoa. Rezultat ispitivanja prikazan je na sl. 11.9. Očigledno je da se rastojanja između nivoa smanjuju sa porastom masenog broja A.



Sl. 11.9. *Energijski razmaci između pojedinih nivoa u zavisnosti od masenog broja* A

11.2.2 Spektar emitovanih čestica i njegovo termodinamičko tumačenje

Kada se formirano složeno jezgro nalazi u pobuđenom stanju u oblasti kontinualnog spektra, ono emituje čestice određenog energijskog spektra koji se može predstaviti izrazom (11.77). Ako je svaki nivo u jezgru B izdvojen i razložen, dobijeni bi spektar trebalo da ima oblik kako je dato na slici 11.10. Na apscisnoj osi data je energija emitovane čestice E_b, a takođe i energija E_{ex} pobuđenih stanja u jezgru. Prema prikazanom spektru, intenzitet spektra raste sa povećanjem energije emitovane čestice. Gustina stanja, međutim, raste sa povećanjem energije ekscitacije. Nikada u praksi nivoi nisu tako dobro odvojeni, oni se prekrivaju. Na sl. 11.10.b prikazan je spektar naelektrisanih i nenaelektrisanih čestica.



Sl. 11.10. Evaporacioni spektri emitovanih čestica

Emisija čestica se može posmatrati termodinamički, kao što su pokazali Weisskopf i Landau. U termodinamičkom tretmanu emisija neutrona se razmatra kao proces ispitivanja, koji bi trebalo da bude analogan procesu isparavanja atoma ili molekula iz tečnosti ili isparavanju elektrona iz tečnih metala. Efekat isparavanja razmatra se u onom trenutku u kojem su „neutronska tečnost“ i „neutronski gas“ u ravnoteži. Pod termodinamičkom ravnotežom podrazumeva se trenutak kada je broj „isparenih“ neutrona jednak broju „kondenzovanih“. Neutroni iznad tečnosti su određene gustine i njihova raspodela po energijama zadovoljava Maxwell-ovu raspodelu, tj.

$$df(E) = const \exp\left(-\frac{E}{\theta}\right)\sqrt{E}\,dE \tag{11.83}$$

U ovom izrazu θ predstavlja temperaturu izraženu u jedinicama energije. Ako je, u termodinamičkoj ravnoteži, broj „isparenih“ neutrona jednak broju „kondenzovanih“, tada se broj „isparenih“ neutrona može odrediti ukoliko se izračuna broj „kondenzovanih“, odnosno apsorbovanih neutrona. Broj apsorbovanih neutrona je proporcionalan njihovoj brzini $\sqrt{E}$, gustini neutrona koji imaju energiju $\sqrt{E}\,e^{-E/\theta}dE$ i preseku za zahvat $\sigma(E)$. Na osnovu pomenutih faktora, kao i datog intervala energije E i $E+dE$, broj emitovanih neutrona u zavisnosti od energije iznosi

$$dN(E) = const\, E\,\sigma(E)\exp\left(-\frac{E}{\theta}\right)dE \tag{11.84}$$

Izraz (11.84) predstavlja spektar emitovanih neutrona u zavisnosti od energije.

11.3 Optički model

Prema Bohr-ovoj hipotezi složenog jezgra formiranje i raspad su dva nezavisna procesa. U talasnomehaničkoj interpretaciji ulazni talas koji se pripisuje čestici toliko je prigušen u nuklearnom potencijalu da je emisija čestice praktično nemoguća. U čestičnoj interpretaciji to odgovara kratkoj srednjoj slobodnoj putanji, tj. $\bar{l} \ll R$, što omogućuje zahvat čestice od strane jezgra. Jezgro se u ovom slučaju ponaša kao „crno“ telo. To se, međutim, ne događa uvek. Ako je energija neutrona visoka (90 MeV), neutron više ne vidi jezgro kao „crno“, ono je za njega

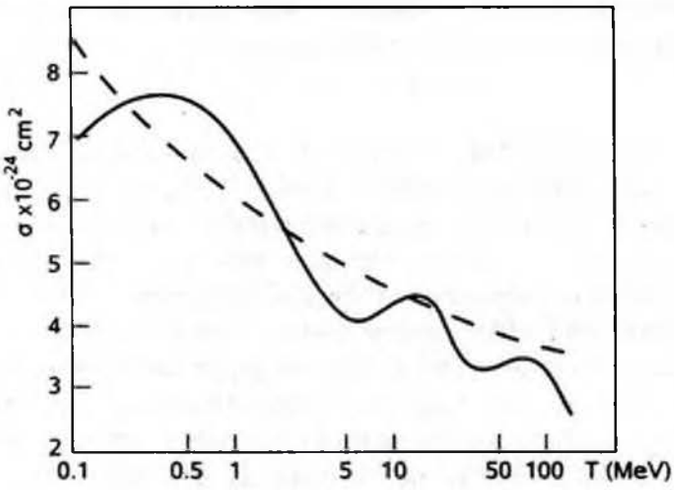
poluprozirno i sve pretpostavke o jezgru kao „crnom" telu postaju netačne. Ovakav zaključak izgleda prirodan, jer se povećanjem energije čestice u ulaznom kanalu smanjuje presek za zahvat, zbog čega srednja slobodna putanja raste $\bar{l}=1/n\sigma$ (n je koncentracija nukleona u jezgru) i postaje poredljiva sa radijusom jezgra. U tom slučaju jezgra za neutrone postaju poluprozirna, tj. neki upadni neutroni mogu da prođu kroz jezgro, a da se nikakva interakcija ne dogodi. Potrebno je da se napomene da je detaljno izučavanje preseka za razna jezgra pokazalo neslaganje eksperimentalnih i teorijskih vrednosti, izračunatih prema Bohr-ovom modelu složenog jezgra, za niže energije.

Takođe je potrebno da se napomene, kada je $\bar{l} \ll R$, da je totalni presek brzih neutrona približno jednak

$$\sigma_E = 2\pi(R+\lambda\!\!\!^{-})^2 \qquad (*)$$

i treba sa porastom energije da opada monotono ka vrednosti $2\pi R^2$. Očigledno je da bi trebalo, u tom slučaju, da presek sa porastom masenog broja raste, jer je $R = r_0 A^{1/3}$.

Na slici 11.11 grafički su prikazani eksperimentalno određeni i teorijski, po formuli (*) izračunati preseci.



Sl. 11.11. *Teorijski izračunati preseci (crtana linija). Eksperimentalno određeni preseci (puna linija).*

Neslaganje teorijskih i eksperimentalnih vrednosti preseka može se objasniti *optičkim modelom*. Pretpostavke ovog modela ne počivaju na shvatanju jezgra kao „crnog" tela sa apsolutnom apsorpcijom (model složenog jezgra), već se one temelje na jezgru kao poluprozirnoj kugli sa određenim koeficijentima prelamanja i apsorpcije. Neutroni interaguju sa poluprozirnim jezgrima mete slično kao što interaguje svetlost sa poluprozirnom optičkom sredinom. Ovo ima za posledicu: prelamanje, odbijanje i apsorpciju svetlosti. Sa gledišta talasne mehanike propušteni talas menja fazu i sa upadnim talasom interferuje tako da dolazi do povećanja ili smanjenja preseka.

Ako se pretpostavi da čestice ulaznog kanala poseduju dovoljno veliku kinetičku energiju, srednja slobodna putanja postaje im tada dovoljno velika da mogu, ali ne moraju biti apsorbovane od strane poluprozirnog jezgra. Za opisivanje ovakve vrste apsorpcije koristi se kompleksni potencijal (slično kao u optici) u oblasti $r < R$. Ovakav se prikaz može shvatiti samo kao gruba aproksimacija, koja, u krajnjoj liniji, daje opšte karakteristike preseka rasejanja i reakcije, a zanemaruje detaljnije strukture. Prvi koji se predložili optički model bili su: Freshbach, Porter i Weisskopf*. Oni su pretpostavili da čestica vidi poluprozirno jezgro-metu okarakterisano kompleksnim potencijalom. Kompleksni potencijal može se prikazati kao

$$U(r)=V_0+iW \tag{11.85}$$

Realni i imaginarni član u izrazu (11.85) su funkcija energije. V je potencijal koji odgovara modelu slojeva i odgovoran je za elastično rasejanje upadnih čestica. Imaginarni deo potencijala W slabi upadni talas i direktno je vezan za srednju slobodnu putanju upadne čestice. Dakle, imaginarni je član odgovoran za apsorpciju upadne čestice i odabira se prema srednjoj slobodnoj putanji čestice u poluprozirnom jezgru-meti. Ako je čestica niske energije, tj. ukoliko joj je srednja slobodna putanja mala $\bar{l} \ll R$, W se bira tako da opisuje formiranje složenog jezgra. Upadne čestice viših energija imaju dugu srednju slobodnu putanju i za objašnjenje njihove interakcije W mora da ima male vrednosti. Male vrednosti W nisu u skladu sa Bohr-ovom teorijom jake interakcije. One se mogu objasniti Pauli-evim principom, prema kojem nukleoni sa popunjenih nivoa ne interaguju sa upadnom česticom. U interakciju

---

* H. Freshbach, C.E. Porter and V. F. Weisskopf, *Phys. Rev.*, *96*, *449* (1954).

stupaju samo nukleoni izvan popunjenih stanja. Nukleoni sa nižih, popunjenih stanja utiču na reakciju preko usrednjenog potencijala V. Ovo dodatno delovanje omogućuje apsorpciju neutrona i sa dužim srednjim slobodnim putanjama.

Schrödinger-ova jednačina sa imaginarnim potencijalom ima oblik

$$\frac{d^2\psi}{dx^2}+\frac{2m}{\hbar^2}(E+V_0+iW)\psi=0 \tag{11.86}$$

Rešenje jednačine (11.86) predstavlja ravan talas u obliku

$$\psi=e^{\pm iK_{B^*}x} \tag{11.87}$$

gde je K_{B^*} kompleksan broj i dat je kao

$$K_{B^*}=\frac{1}{\hbar}\sqrt{2m(E+V_0+iW)} \tag{11.88}$$

ili

$$K_{B^*}=K+ik \tag{11.89}$$

vrednost K i k mogu se odrediti iz jednačine (11.88), naime, kada je W u poređenju sa $E+V_0$ malo, te ako se relacija (11.88) razvije u red, dobija se

$$K\simeq\frac{1}{\hbar}\sqrt{2m(E+V_0)} \tag{11.90}$$

a

$$k\simeq\frac{WK}{2(E+V_0)} \tag{11.91}$$

Kada se ove vrednosti uvrste u eksponent talasne funkcije data izrazom (11.87) i ako se uzme pozitivan predznak, što označava da se talas prostire u pozitivnom smeru ose-x, dobija se

$$\psi=e^{iKx}e^{-kx} \tag{11.92}$$

Izračunavanjem kvadrata modula talasne funkcije $|\psi|^2$ može se izračunati srednja slobodna putanja, tj.

$$\bar{l}=\frac{1}{2k}=\frac{E+V_0}{WK}=\frac{E+V_0}{2\pi W}\hbar \tag{11.93}$$

gde je talasna dužina $\lambda=2\pi/k$. Na primer, ako upadni neutroni imaju

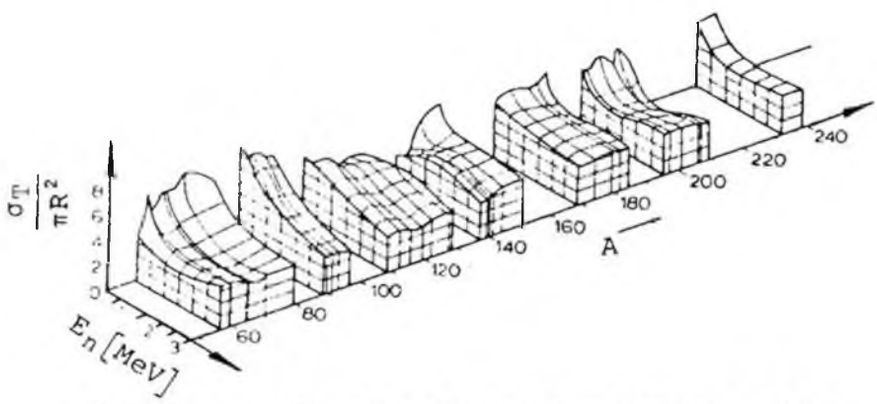
energiju E = 10 MeV i kreću se u potencijalnoj jami čija je dubina V_0 = 40 MeV, a W = 10 MeV, realni broj talasnog broja (11.89) ima tada vrednost

$$K = 0.2187\sqrt{50} = 1.55\ \mathrm{F}^{-1}.$$

Srednja slobodna putanja iznosi

$$\bar{l} = \frac{50}{10 \cdot 1.55} = 3.23\ \mathrm{F}.$$

talasni brojevi K i k koji proističu iz optičkog modela značajni su po tome što se pomoću njih mogu izračunati preseci interakcije neutrona sa jezgrom (na primer funkcijom exp(-kx) i izražava se apsorpcija neutrona u jezgru, odnosno ona opisuje presek za zahvat neutrona). Ako se preseci koji proističu iz optičkog mođela uporede sa eksperimentalno određenim σ_{exp}, mogu se odrediti K i k, a time i parametri potencijala datog sa $U(r) = V_0 + iW$. Na sl. 11.12. prikazani su preseci izračunati pomoću optičkog modela.



Sl. 11.12. *Preseci izračunati korišćenjem optičkog modela*

Za proučavanje procesa rasejanja na poluprozirnim jezgrima koriste se razne forme potencijala, počev od pravougaone jame, do potencijala Woods-a, Saxon-a i dr. Potrebno je da se napomene da je imaginarni član potencijala $W \neq 0$ u jezgru, a izvan jezgra uvek je nula.

Optički je model, pre svega, razvijen za proučavanje procesa rasejanja neutrona na jezgrima, a kasnije je primenjivan u slučajevima rasejanja naelektrisanih čestica (protona, deuterona, α-čestica). Savremeni optički modeli jezgra omugućuju izračunavanje: preseka za

elastično rasejanje σ_b, diferencijalnih preseka $d\sigma_b$ / $d\Omega$, sumarnih preseka neelastičnih rasejanja σ_R, a takođe omogućuju izračunavanje stepena polarizacije $P(\theta)$ emitovanih čestica u zavisnosti od ugla rasejanja θ.

11.4 Model direktne interakcije

Nuklearne reakcije u kojima upadne čestica interaguje sa jezgrom-metom, predajući energiju i impuls jednom ili više nukleona stacionarnih na periferiji naziva se *direktna nuklearna reakcija.*

Za razliku od Bohr-ove teorije složenog jezgra koja se zasniva na maloj srednjoj slobodnoj putanji i niskim energijama pobuđivanja (rezonantna oblast), mehanizam direktne nuklearne reakcije ima za osnov duge srednje slobodne putanje, poredljive sa radijusom jezgra.

Osnovne razlike između modela direktne interakcije i složenog jezgra sastoje se u sledećem:

1. Energijski spektar emitovanih čestica nema karakteristike statističko-evaporacionih spektara. Energija spektra odgovara temperaturi složenog jezgra, a intenzitet je oko deset puta veći od inteziteta spektra prema Maxwell-ovoj raspodeli.
2. Ugaona raspodela produkata reakcije u sistemu centra mase usmerena je napred-nazad u odnosu na pravac upadne čestice, što nije u skladu sa izotropnom raspodelom složenog jezgra.
3. Moguće su reakcije tipa (x, xd); (x, xt); (x, xα); drugim rečima u interakciji upadne čestice i jezgra-mete moguća je emisija složenih čestica. Ako je energija dovoljno visoka, moguća je emisija fragmenata koji su teži od nekih lakih jezgara (Li, C, itd.). Kinematika pomenutih procesa veoma je bliska kinematici rasejanih slobodnih čestica u procesu sudara. Ovakvi se procesi ne mogu zamisliti u okviru teorije složenog jezgra.

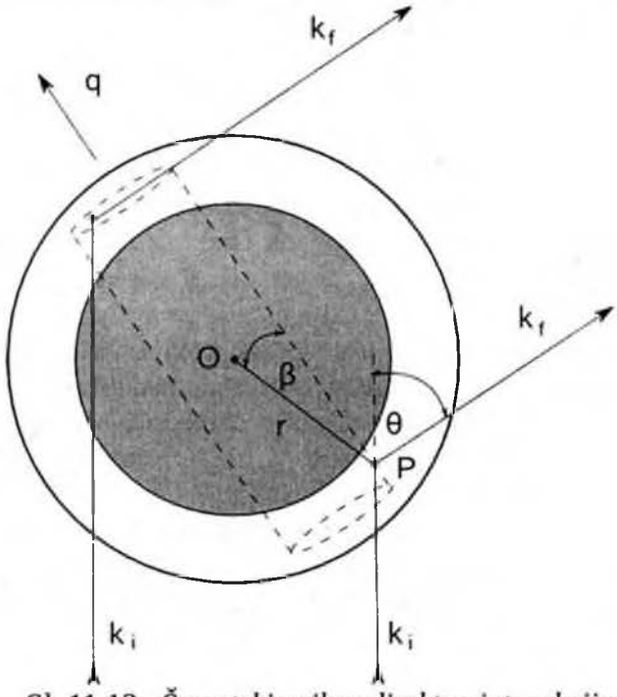
Mehanizam direktne interakcije objašnjava procese nuklearnih reakcija u dovoljno širokom energijskom intervalu od nekoliko MeV, pa sve do nekoliko GeV. On je primenljiv na reakcije izazvane gotovo svim česticama, od nukleona, pa do visoko jonizovanih jona na skoro svim jezgrima.

Nije, međutim, potrebno da se smatra da je teorijom direktne nuklearne interakcije objašnjenje prirode procesa dato kompletno. Suština procesa direktne nuklearne reakcije sastoji se u tome da jezgra

koja u reakciji učestvuju virtuelno emituju čestice između kojih dolazi do interakcije izvan i u domenu jezgra.

11.4.1 Opšte razmatranje direktne interakcije

U procesu direktne interakcije čestica ne interaguje sa svim nukleonima, već samo sa onima koji se nalaze na periferiji jezgra. Drugim rečima, sa gledišta modela slojeva, u interakciju stupaju samo oni nukleoni koji su izvan popunjenog sloja. U cilju analize direktne interakcije posmatra se površinski sloj jezgra kojim su zahvaćeni oni nukleoni koji stupaju u interakciju, dok preostali deo jezgra „core" ne interaguje sa upadnim česticama. Šematski, ovo je prikazano na sl. 11.12. Butler, Austern i Pearson* su, za površinske efekte, dovoljno dobro definisali pomoću poluklasične slike direktne interakcije poluprečnik interakcije. Slika 11.13 prikazuje površinski sloj, a osenčeni deo predstavlja onaj deo jezgra („core") koji ne stupa u interakciju.



Sl. 11.13. *Šematski prikaz direktne interakcije*

* S. T. Butler, N. Austern and C. Pearson, *Phys. Rev.* 112. (1958) 1227.

Neka se interakcija dogodi u površinskom sloju na mestu označenom sa P. Neka se tačka nalazi udaljena od centra jezgra na rastojanju r. Neka je talasni vektor upadne čestice $\vec{k}_i$, a izlazne $\vec{k}_f$. Obe čestice prolaze kroz površinu jezgra i ne doživljavaju refleksiju. Usled interakcije jezgro pretrpi uzmak. Promena impulsa uzmaknutog jezgra data je izrazom

$$(\vec{k}_i-\vec{k}_f)\hbar=\vec{q}\hbar \tag{11.94}$$

U ovom tipu reakcija postoji stoga korelacija između početnog i konačnog stanja. Stoga, ako su u neelastičnom rasejanju čestica i jezgrometa u početnom stanju određeni totalnim momentom impulsa $\vec{j}_i=\vec{l}_i+\vec{s}_i$, odnosno $\vec{I}_i$, a u konačnom stanju sa $\vec{j}_f=\vec{l}_f+\vec{s}_f$, odnosno $\vec{I}_f$. Tada, na osnovu zakona o održanju momenta može se napisati

$$\vec{I}_i+\vec{l}_i+\vec{s}_i=\vec{I}_f+\vec{l}_f+\vec{s}_f \tag{11.95}$$

a otuda sledi selekciono pravilo o promeni momenta impulsa

$$|\vec{I}_i-\vec{I}_f+\vec{s}_i-\vec{s}_f|<\Delta l<\vec{I}_f+\vec{I}_i+\vec{s}_f+\vec{s}_i \tag{11.96}$$

Δl će biti neparno, ako su početno i krajnje stanje suprotne parnosti i parno, ako su iste parnosti. Δl prouzrokuje promenu momenta impulsa upadne čestice. Ako se interakcija lokalizuje, kao što je ovde slučaj, može se tada napisati

$$\Delta l=|\vec{k}_f-\vec{k}_i|r \tag{11.97}$$

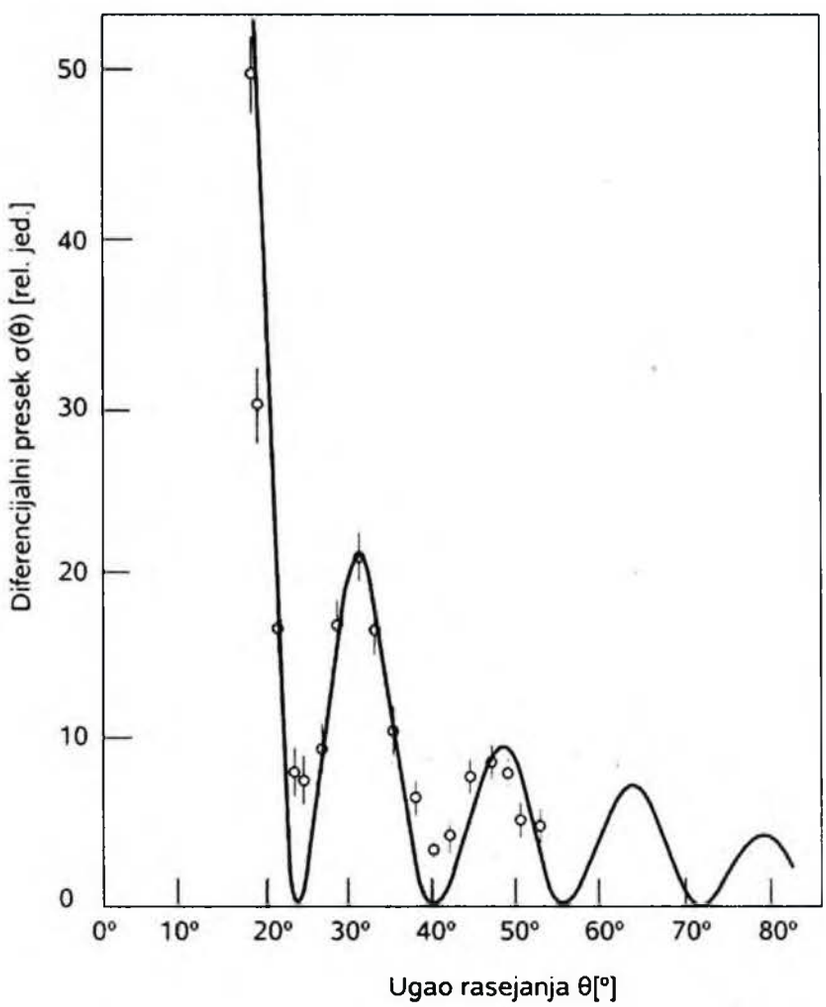
ili

$$\Delta l=qr \tag{11.98}$$

q se može odrediti pomoću kosinusne teoreme, tj.

$$q^2=k_i^2+k_f^2-2k_ik_f\cos\theta=(k_i-k_f)^2+4k_ik_f\sin^2\frac{\theta}{2} \tag{11.99}$$

Prema selekcionom pravilu (11.96), Δl može imati jednu ili više vrednosti. S obzirom da je veličina Δl povezana sa prenosnim impulsom q, a q je funkcija ugla θ, pa rasejanje čestica određenog l ima i određeni pravac emisije u odnosu na pravac upadne čestice. U isto vreme uslov (11.98) ograničava moguće mesto direktne reakcije. Ista, naime, treba da se dogodi na površini cilindra radijusa Δl / q čija je osa usmerena u pravcu prenosa impulsa $\vec{q}$. Rasejanje od unutrašnjosti jezgra verovatno ne



Sl. 11.14. *Teorijska ugaona raspodela u CI sistemu i eksperimentalne vrednosti za neelastično rasejanje α-čestica energije 31 MeV na jezgru* ^{24}Mg

vodi direktnim reakcijama usled unutrašnje refleksije, a elementi efektivnog rasejanja su delovi cilindra koji su obuhvaćeni sa dve sferne kalote. Interferencija talasa koji potiču sa ove dve površine prouzrokuje maksimume i minimume ugaone distribucije.

Diferencijalni presek za direktnu interakciju može se prikazati pomoću Born-ove formule za rasejanje

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}=\frac{m^2}{L^2}\frac{k_f}{k_i}|m_{fi}|^2 \qquad (11.100)$$

Ova se formula može proširiti i na neelastične procese.

Za opisivanje neelastičnog procesa u teoriji direktnih reakcija koristi se Born-ova aproksimacija ravnog talasa. Prema ovoj teoriji, diferencijalni presek se može predstaviti na sledeći način

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}\sim(2l_n+1)\sum_l |\langle l0|l_p l_n 00\rangle|^2 |j_l(qR)|^2 \qquad (11.101)$$

$j_l(qR)$ je Bessel-ova sferična funkcija karakteristična po prigušenim oscilacijama. Ona opisuje forme ugaone distribucije. Maksimumi i minimumi funkcije nalaze se na odredenim vrednostima momenta impulsa l. Položaj prvog maksimuma ugaone distribucije određuje najnižu vrednost ugaonog momenta l = 0. Na sl. 11.14 prikazana je saglasnost teorije i eksperimenta. Izvučena kriva predstavlja teorijski izračunat diferencijalni presek prema formuli (11.101), a ucrtane tačke dobijene su eksperimentalno pri neelastičnom rasejanju α-čestica energije 31 MeV na jezgrima ^{24}Mg.

11.4.2 Reakcija razdvajanja (stripping) i dohvata (pick-up)

Reakcija razdvajanja (stripping) i reakcija dohvata (pick-up) jesu tipični predstavnici direktne interakcije.

Reakcije izazvane deuteronima odigravaju se obično na površini jezgra-mete. Jezgro-meta u ovom tipu reakcije ne zahvata deuteron, već se reakcija odigrava mehanizmom razdvajanja (stripping), tj. deuteron se, približavajući se jezgru-meti, razdvaja se proton i neutron. Neutron zahvata jezgro, a proton nastavlja da se kreće manje više po trajektoriji deuterona.

Ovaj tip reakcije (d, p) može se dogoditi na nižoj energiji od potencijalne barijere po mehanizmu Oppenheimer-a i Phillips-a. U oblasti energija 3–14 MeV u kojoj se uticaj Coulomb-ove interakcije može zanemariti, reakcija (d, p) i (d, n) mogu se razmatrati na istovetan način.

U deuteronu, čija je energija vezivanja 2.224 MeV, proton i neutron

se nalaze ne većem rastojanju nego što je domet nuklearnih sila. U interakciji deuterona i jezgra-mete događa se da neutron prodire u jezgro, a emitovani proton pokazuje ugaonu distribuciju oko upadnog pravca deuterona. Ugaona distribucija protona rezultat je kombinovanog uticaja Coulomb-ovskog rasejanja i prenosnog momenta impulsa l sa kojim je neutron zahvaćen. Analizom ugaone distribucije protona dobija se informacija o ugaonom momentu zahvaćenog neutrona, spinu i parnosti konačnog jezgra.

Neka je u reakciji razdvajanja (stripping-a) početno i konačno stanje određeno totalnim momentima $\vec{I}_i$ i $\vec{I}_f$, a deuterona, momentom impulsa $\vec{l}_d$ i spinom $\vec{s}_d$ u odnosu na jezgro-metu. U interakciji neutron je zahvaćen momentom impulsa $\vec{l}_n$, proton je emitovan u odnosu na pravac upadnog deuterona pod uglom θ. Kao što će kasnije biti pokazano, može se uspostaviti veza između ugla emisije protona θ i momenta impulsa zahvaćenog neutrona $\vec{l}_n$. Na osnovu zakona održanja momenta, u važnosti je sledeća relacija

$$\vec{I}_f=\vec{I}_i+\vec{I}_d+\vec{s}_d-\vec{l}_p-\vec{s}_p=\vec{I}_i+\vec{l}_n+\vec{s}_n \tag{11.102}$$

S obzirom na zakon održanja momenta, može se izvesti pravilo izbora

$$\left|\left|I_f-I_i\right|-\frac{1}{2}\right|<l_n<I_f+I_i+\frac{1}{2} \tag{11.103}$$

U slučaju da se parnost u nuklearnoj reakciji ne menja, ugaoni moment neutrona $\vec{l}_n$ imaće parnu parnost i obrnuto.

Ako je $\vec{p}_d$ impuls deuterona, $\vec{p}_p$ impuls protona, a $\vec{p}_n$ prenosni impuls neutrona na jezgro-metu, između njih postoji sledeća veza

$$\vec{p}_n=\vec{p}_d-\vec{p}_p \tag{11.104}$$

S obzirom da se zahvat neutrona može dogoditi na rastojanju radijusa jezgra, moment impulsa neutrona može da ima vrednost

$$|(\vec{p}_d-\vec{p}_p)\times\vec{R}|=(\vec{p}_n\times\vec{R})>l_n \tag{11.105}$$

ili

$$(\vec{p}_d - \vec{p}_p)^2 > \frac{l_n^2}{R^2} \tag{11.106}$$

Kvadriranjem leve strane relacije (11.106) dobija se

$$\cos\theta < \frac{p_d^2 + p_p^2}{2p_d p_p} - \frac{l_n^2}{2p_d p_p R^2} \tag{11.107}$$

p_p i p_d su konstante koje su određene zakonom održanja energije. Prvi član sa desne strane izraza (11.107) uvek je veći od jedinice, jer je uopšte $a^2 + b^2 > 2ab$. Drugi se član istog izraza povećava sa kvadratom kvantnog broja l_n. On utiče na donju granicu vrednosti ugla θ, a ugao θ zavisi od l. Za $l = 0$ nejednakost je uvek zadovoljena za sve vrednosti θ, ali za $l > 0$ postoje minimalne vrednosti za θ.

Prema Butler-u, presek je najveći za najmanje vrednosti ugla θ, zbog čega se za ugaone distribucije protona očekuju maksimumi na najmanjim mogućim uglovima θ.

Reakcije razdvajanja se ne događaju samo sa neutronima, mogu takođe da nastanu i sa ^{3}H, ^{3}He. Reakcije (t, d) ili (^{3}H, d) po osobinama su slične reakcijama razdvajanja deuterona. Reakcije razdvajanja su veoma pogodne za određivanje momenta impulsa i parnosti iz ugaonih distribucija produkata reakcije.

Obrnut proces razdvajanju je proces dohvata. U ovim procesima neutron nailazi na proton na rastojanju koje odgovara njihovom međusobnom rastojanju u deuteronu, dohvata proton i novi deuteron napušta jezgro. Ovakav se oblik reakcije susreće najčešće, a sama reakcija se odlikuje presekom inverzne reakcije opisanom u poglavlju (10.7).

GLAVA XII

12 Nuklearne sile

U nekim poglavljima ove knjige o jezgru se govori kao o sistemu protona i neutrona između kojih deluju nuklearne sile. Ovakav način opisivanja jezgra čini se dobra aproksimacija, iako ne i opravdana, sa savremene tačke gledišta. Jezgro se naime može razmatrati kao konglomerat nukleona u mezonskom polju koje, sa svoje strane, može biti uzrok strukturnih efekata u jezgru. Kako ni jedan od pomenutih prilaza nije rešio prirodu nuklearnih sila, preostaje još samo da se ove sile tretiraju i fenomenološki.

Neke osnovne osobine nuklearnih sila pomenute su u nekoliko prethodnih glava, ovde su iste nabrojane.

1. *Sile jezgra su privlačne. Ova osobina sile objašnjava se postojanjem stabilnih jezgara, iako se ona sastoje od protona i neutrona.*
2. *Sile su kratkog dometa, što proizilazi iz eksperimenata rasejanja.*
3. *Nuklearne sile se odlikuju velikim intenzitetom. Intenzitet nuklearnih sila daleko prevazilazi elektromagnetne sile, jer u slučaju da nije tako, kako je moguće da se objasni prisustvo protona (istoimena naelektrisanja) u stabilnim jezgrima. Procenjuje se da su nuklearne sile 10^2 – 10^3 puta većeg intenziteta od elektromagnetnih sila.*
4. *Energija vezivanja po nukleonu je približno konstantna veličina za skoro sva jezgra. Ova činjenica govori o zasićenosti (saturacioni karakter) nuklearnih sila.*
5. *Deuteron se sastoji od protona i neutrona. Eksperimentalno utvrđena vrednost spina jezgra deuterijuma iznosi $I_D = 1$. Ova vrednost spina ukazuje da nukleoni deuterona sprežu sopstvene spinove paralelno. Odsustvo antiparalelne spinske sprege ukazuje na spinsku zavisnost nuklearnih sila.*
6. *Eksperimentalno je utvrđen električni kvadrupolni moment deuterona. Ova činjenica sugeriše pretpostavku da sile interakcije između protona i neutrona u deuteroni nisu centralne,*

već su tenzorskog tipa. Drugim rečima, u ovom slučaju nuklearne sile zavise od uzajamnog prostornog odnosa spina i ose deuterona.

7. *Spin-orbitalnom spregom otklonjena je degenerisanost energijskih nivoa harmonijskog oscilatora, čime je u jezgru uvedena struktura slojeva i otklonjene nejasnoće u vezi sa strukturom. Prisustvo spin-orbitalne interakcije u jezgru nedvosmisleno ukazuje na zavisnost nuklearnih sila od brzine nukleona u jezgru.*
8. *Izračunavanjem strukture nekih lokalnih jezgara opravdano je uveden pojam izospina, kako bi se istovetnost protona i neutrona u jezgru formalno opisala. Drugim rečima, neutron i proton se u domenu nuklearnih sila ponašaju kao istovetne čestice, nezavisno od jediničnog pozitivnog naelektrisanja protona. Na osnovu ove činjenice zaključuje se da su nuklearne sile nezavisne od naelektrisanja (v. paragraf 10.4).*

Za kompletno objašnjenje navedenih osobina nuklearnih sila ne postoji, na žalost za sada, obuhvatna i adekvatna teorija, tj. takva teorija koja bi mogla da objasni veoma složen karakter nuklearne interakcije. Može se za sada govoriti o metodama kako bi se ovaj problem rešio, jer zakon nuklearne sile nije poznat. Ukoliko bi, međutim, zakon nuklearne sile i bio poznat, ostaje još jedan problem principijelnog karaktera, a koji se odnosi na višečestični sistem nukleona u jezgru. Problem više čestica može se prevazići ukoliko se izučava sistem od dva nukleona (deuteron). Drugim rečima, interakcija dva nukleona izučava se pomoću raznih modela jezgra.

Moguća su u principu dva različita prilaza za izučavanje nuklearne interakcije i to:

- informacija o nuklearnim silama može se dobiti iz osobina mezonskog polja
- informacija se dobija fenomenološkim izborom potencijala interakcije koji zadovoljava rezultate eksperimenta.

12.1 Mezonska teorija nuklearnih sila

Mezonska teorija nuklearnih sila nastala je po analogiji sa kvantnom elektrodinamikom. Prema kvantnoj elektrodinamici fotoni su kvanti elektromagnetnog polja. Izvor fotona je naelektrisanje, jer se u interakciji

dva naelektrisanja razmenjuje se virtuelni foton.

Analogno kvantnoj elektrodinamici, jezgro se može shvatiti kao sistem nukleona u nuklearnom polju. Kvanti nuklearnog polja su mezoni. U interakciji dva nukleona unutar jezgra između sebe razmenjuju virtuelne mezone.

Yukawa, japanski teorijski fizičar, je 1935. god. pretpostavio da su kvanti nuklearnog polja mezoni. Tada mezoni nisu bili poznati (otkriveni). Prema pretpostavci Yukawa-e, postojanje mezona se može objasniti na bazi jake interakcije, korišćenjem relacije neodređenosti. Ako vreme jake interakcije $\tau_j = \Delta t$ traje kratko, energija izolovanog sistema može se za to (kratko) vreme izmeniti za ΔE (zakon održanja energije narušen unutar kratkog vremenskog intervala), pa se na račun energije ΔE u vremenskom intervalu Δt formira virtuelni mezon u neposrednoj blizini nukleona sa masom $m = \Delta E / c^2 = \hbar / c^2 \Delta t$. Prema ovoj pretpostavci nukleoni između sebe razmenjuju mezone, odnosno nukleoni su okruženi mezonskim oblakom čija se dimenzija može proceniti

$$a = c\,\Delta t = \frac{c\hbar}{\Delta E} = \frac{\hbar}{mc} \simeq 2\cdot 10^{-13}\ \text{cm}.$$

Mehanizam nuklearne interakcije može se, dakle, objasniti razmenom virtuelnog mezona između nukleona.

Da bi procenio vreme trajanja nuklearne interakcije i masu virtuelnog mezona, Yukawa je ograničio radijus dejstva nuklearnih sila na vrednost $a = 2\cdot 10^{-15}$ m i dobio

$$\tau_j = \Delta t = \frac{a}{c} = \frac{2\cdot 10^{-13}}{3\cdot 10^{10}} = 0.7\cdot 10^{-23}\ \text{s}$$

$$\Delta E = \frac{\hbar}{\Delta t} = \frac{1.05\cdot 10^{-23}}{0.7\cdot 10^{-23}} \simeq 100\ \text{MeV}$$

$$m = \frac{\Delta E}{c^2} = \frac{100}{0.51} \simeq 200\, m_e\,.$$

U vremenskom intervalu od 1947. do 1950. godine otkriveni su, najpre u kosmičkim zracima, a zatim pomoću akceleratora, π-mezoni (π^+, π^- i π^0). π^+ i π^--mezoni su nestabilni, imaju srednji život $\tau = 2.6\cdot 10^{-8}$ s, raspadaju se slabom interakcijom na sledeći način

$$\pi^+ \Rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$$

$$\pi^- \Rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu .$$

π^0-mezon je takođe nestabilan, ima srednji život $\tau = 10^{-16}$ s, raspada se elektromagnetnom interakcijom na sledeći način

$$\pi^0 \Rightarrow 2\gamma .$$

π^--mezoni mogu da igraju ulogu Yukawa-inih kvanata nuklearnog polja, jer im masa (što odgovara energiji od ΔE = 140 MeV), a vreme interakcije i dimenzija iznosi

$$\tau = \Delta t = \frac{\hbar}{\Delta E} = \frac{1.05 \cdot 10^{-27}}{140 \cdot 1.6 \cdot 10^{-6}} \simeq 0.5 \cdot 10^{-23} \text{ s}$$

$$a = \frac{\hbar}{m_\pi c} = 1.4 \cdot 10^{-13} \text{ cm.}$$

Za razliku od elektromagnetne interakcije koja se prenosi fotonima (čestice čija je masa mirovanja jednaka nuli), prenosioci nuklearne interakcije su mezoni čija je masa mirovanja različita od nule. Time je uslovljen mali radijus dejstva nuklearnih sila. Mehanizam razmene virtuelnog mezona može se, zbog toga, razmatrati polazeći od analogije u kvantnoj elektrodinamici.

Mehanizam razmene virtuelnog fotona između dva naelektrisanja može se razmatrati polazeći od principa kvantne elektrodinamike. Postupak će biti prikazan u celini, jer je skoro istovetan i u slučajevima razmene virtuelnog mezona između dva nukleona. Totalna energija slobodnog fotona može se napisati kao

$$E^2 = p^2 c^2 \tag{12.1}$$

Jednačina (12.1) može da se predstavi u talasnomehaničkoj interpretaciji, ako se izvrši smena

$$E \Rightarrow -\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial t}$$
$$p_x = -\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x} \; ; \; p_y = -\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial y} \; ; \; p_z = -\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial z} . \tag{12.2}$$

Posle izvršene smene dobija se talasna jednačina

$$\nabla^2 \phi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0 \tag{12.3}$$

Relacija (12.3) definiše jednačinu fotona koji se kreće u vakuumu gde nema interakcije. Ako se foton kreće u prostoru koji je okarakterisan gustinom naelektrisanja ρ_e talasna jednačina ima tada oblik

$$\nabla^2 \phi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 4\pi \rho_e \tag{12.4}$$

Najprostiji tip elektromagnetnog polja je elektrostatičko polje, za koje je $\partial\phi/\partial t = 0$. Za ovaj tip polja rešenje talasne jednačine dato je u obliku

$$\phi \simeq \frac{\rho_e}{r} \tag{12.5}$$

Izraz (12.5) predstavlja potencijal. Energija interakcije se dobija ako se potencijal (12.5) pomnoži sa gustinom naelektrisanja ρ_e tada sledi

$$V = \rho_e \phi \simeq \frac{\rho_e^2}{r} \tag{12.6}$$

Radijus r u ovom slučaju može da ima beskonačnu vrednost.

Na sličan se način može odrediti potencijal interakcije dva nukleona koji između sebe razmenjuju π-mezon, s tim što je masa mezona $m_\pi \neq 0$. Totalna energija kretanja slobodnog π-mezona sa $m_\pi \neq 0$ u miru, može se napisati

$$E^2 = p^2 c^2 + m_\pi^2 c^4 \tag{12.7}$$

Talasna jednačina mezona dobija se istim postupkom koji je primenjen pri izvođenju jednačine (12.3), pod uslovom da se mezon kreće u praznom prostoru. Tada je

$$\nabla^2 \phi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \frac{m_\pi^2 c^4}{\hbar^2}\phi = 0 \tag{12.8}$$

Ako se mezon kreće u prostoru koji je okarakterisan gustinom mezonskog naboja nukleona g_N, jednačina (12.8) može da ima oblik

$$\nabla^2 \phi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \frac{m_\pi^2 c^4}{\hbar^2}\phi = 4\pi g_N$$

Kada se dejstvo nuklearnih sila prenosi mezonima mase mirovanja m_π, njihova se statička interakcija može opisati potencijalom

$$\phi = -g_N \frac{e^{-r/\lambda_\pi}}{r} \tag{12.10}$$

koji zadovoljava jednačinu (12.9) kada je njen član $\partial\phi/\partial t = 0$. $\lambda = \frac{\hbar}{m_\pi c}$ je Komptonova talasna dužina mezona i kada je m_π = 273 m_e, tada je $\lambda = 1.4 \cdot 10^{-13}$ cm. Može se pokazati da se Komptonova talasna dužina podudara sa radijusom dejstva nuklearnih sila.

Izraz (12.10) predstavlja potencijal koji veoma brzo opada sa rastojanjem. Isti se naziva potencijal Yukawa-e, po pomenutom japanskom fizičaru Yukawa-e, koji ga je prvi uveo.

Energija interakcije dva nukleona može se dobiti ako se potencijal (12.10) pomnoži sa gustinom mezonskog naboja nukleona g_N, tada se dobija

$$V(n) = g_N \phi = -g_N^2 \frac{e^{-\frac{r}{\lambda_\pi}}}{r} \tag{12.11}$$

Na osnovu (12.11) g_N ima sledeću dimenziju

$$[g_N] = g^{1/2} \cdot cm^{3/2} \cdot s^{-1}.$$

Očigledno je da dimenziona vrednost $[g_N]$ odgovara dimenzionoj vrednosti naelektrisanja [e]. Negativni predznak izraza (12.11) ukazuje da je nuklearna interakcija po svom karakteru privlačna.

Konačna forma potencijala interakcije (12.11) proizilazi kao posledica mezonske teorije, po kojoj nukleoni pri interakciji između sebe razmenjuju mezone unutar jezgra. Postoji više varijanata mezonskih teorija. Nijedna, međutim, nije do sada dala kompletne zadovoljavajuće rezultate.

Na osnovu analogije sa elektromagnetnom interakcijom može da se definiše konstanta jake interakcije. Konstanta elektromagnetne interakcije definisana je kao $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c}$, poznata je pod nazivom Sommerfeld-ova konstanta fine strukture, a njena vrednost iznosi 1/137. Slično se može formulisati i konstanta jake interakcije i data je kao $f = \frac{g_N^2}{\hbar c}$, a njena je vrednost približno jednaka jedinici.

Uopšte, konstante interakcije predstavljaju meru jačine interakcije. Mala vrednost konstante fine strukture (elektromagnetne interakcije) u odnosu na vrednost konstante jake interakcije f označava malu gustinu oblaka virtuelnog fotona koji okružuje jedno od naelektrisanja pri

interakciji sa drugim.

U slučaju jake interakcije, kada je $f=\frac{g_N^2}{\hbar c}=1$, smatra se da je jedan od nukleona koji interaguje sa drugim okružen velikom gustinom virtuelnog mezonskog oblaka. Za razliku od elektromagnetne interakcije pri kojoj je izmena jednog virtuelnog fotona (izmena jednog, dva, tri,..., n virtuelnih fotona je manje verovatna) između dva naelektrisanja najverovatnija, dva nukleona pri jakoj interakciji mogu između sebe da razmene i više virtuelnih mezona, s obzirom da su jednomezonska i višemezonska razmena jednako verovatna.

12.2 Fenomenološki izbor potencijala

U prethodnom poglavlju je pokazano kako se na osnovu mezonske teorije može dobiti potencijal interakcije nukleona u jezgru. Drugi prilaz teorijskom opisivanju nuklearne interakcije sastoji se u izboru potencijala koji bi trebalo da reprodukuje osobine nuklearnih sila dobijenih eksperimentom. Ovaj se metod primenjuje pri nižim energijama interakcije.

Najprostiji sistem je nukleonski par (deuteron) sa negativnom ili pozitivnom totalnom energijom E. Ako je totalna energija interakcije para nukleona $E > 0$, informacije o interakciji dobijaju se tada iz eksperimenta rasejanja. Kada je totalna energija interakcije $E < 0$, informacije o interakciji dobijaju se tada od vezanog stanja para nukleona (deuterona).

U sledećem paragrafu razmatra se elementarna teorija najprostijeg sistema nukleona, deuterona.

12.2.1 Elementarna teorija deuterona

Najjednostavnije jezgro izračunavanje interakcije dva nukleona je jezgro deuterijuma. Jezgro deuterijuma je vezani sistem od jednog protona i jednog neutrona. Poznato je na osnovu eksperimenata da je energija vezivanja ovog sistema $E_v({}^2_1\mathrm{H})=2.22$ MeV, spin je jednak jedinici, magnetni moment iznosi $\mu=0.84\ \mu_N$, električni kvadrupolni moment ima vrednost od $Q_0 = 2.82\ e\cdot 10^{-27}\ \mathrm{cm}^2$.

U elementarnoj teoriji deuterona pretpostavlja se da se nuklearne sile, koje između protona i neutrona dejstvuju, mogu opisati potencijalom koji zavisi od rastojanje $V(r)$. Pokazuje se kasnije da sile jezgra ne zavise samo od radijusa, već i od uzajamne orijentacije spinova nukleona.

Eksperimentalno je utvrđeno da su nuklearne sile, datog nukleonskog para, u ovom slučaju jednog protona i jednog nukleona, veoma velikog intenziteta na malom rastojanju, a da su praktično jednake nuli na rastojanjima većim od radijusa deuterona.

Energijska stanja dva nukleona u sistemu centra mase mogu da se dobiju rešavanjem Schrödinger-ove jednačine

$$\Delta\psi+\frac{2\mu}{\hbar^2}[E-V(r)]\psi=0 \tag{12.12}$$

gde je μ redukovana masa i njena je vrednost jednaka $\frac{1}{2}m_N$, jer su mase protona i neutrona približno jednake.

Rešenje Schrödinger-ove jednačine u sfernim koordinatama dato je u sledećem obliku

$$\psi=R(r)Y_l^m(\theta,\phi) \tag{12.13}$$

Neutron i proton su vezani u s-stanju koje karakteriše osnovno stanje deuterona. Ako se talasna funkcija (12.13) odnosi na s-stanje, ona ne zavisi od ugla i može sa predstaviti na sledeći način

$$\psi=R(r)=\frac{u(r)}{r} \tag{12.14}$$

Radijalni deo Schrödinger-ove jednačine, koji funkcija $u(r)$ zadovoljava, može se napisati u obliku

$$\frac{d^2u(r)}{dr^2}+\frac{2\mu}{\hbar^2}[E-V(r)]u(r)=0 \tag{12.15}$$

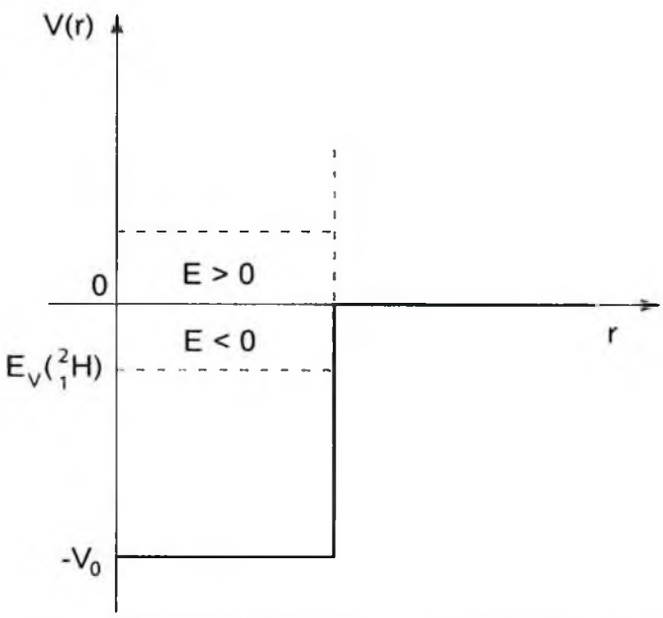
Jednačina (12.15) rešava se jednostavno u slučaju potencijala oblika pravougaone jame koji je dat sa

$$V(r)=\begin{cases}0 & za \quad r\geq a\\ V_0 & za \quad r<a\end{cases} \tag{12.16}$$

Potencijal pravougaone jame dat je grafički na sl.12.1.

S obzirom da su nuklearne sile veoma intenzivne i kratkog dometa, detalji zavisnosti potencijala od rastojanja ne utiču bitno na rešenje Schrödinger-ove jednačine (12.15). Izbor potencijala, drugim rečima, nije toliko važan. Ovde su, zbog toga, data samo rešenja jednačine (12.15) koja se odnosi na model potencijala pravougaone jame.

Ako se stavi da je $E=-E_v({}^2_1\mathrm{H})$, gde je $E_v({}^2_1\mathrm{H})$ energija vezivanja deuterona i ovo uz potencijal pravougaone jame uvrsti u jednačinu (12.15) dobijaju se dve jednačine čija rešenja mogu da se prikažu u obliku



Sl. 12.1. *Grafik potencijala oblika pravougaone jame i domeni totalnih energija interakcije, odnosno slučajevi* $E > 0$ *i* $E < 0$.

$$u(r)=A\sin kr \quad za \quad r\leqslant a \tag{12.17}$$

i

$$u(r)=C e^{-\gamma r} \quad za \quad r>a \tag{12.18}$$

gde su k i γ talasni brojevi i njihove su vrednosti

$$k=\frac{1}{\hbar}\sqrt{2\mu(V_0-E_v({}^2_1H))} \tag{12.19}$$

i

$$\gamma=\frac{1}{\hbar}\sqrt{2\mu E_v({}^2_1H)} \tag{12.20}$$

Korišćenjem uslova kontinuiteta, talasne funkcije (12.17) i (12.18) kao i njihovi izvodi moraju u tački $r = a$ da imaju jednake vrednosti. Može se, prema tome, uspostaviti veza između dubine potencijalne jame, radijusa dejstva nuklearnih sila i stacionarnog stanja $E_v({}^2_1\mathrm{H})$.

S obzirom da na uslove kontinuiteta može se staviti da logaritamski izvodi funkcija (12.17) i (12.18) u tački $r = a$ jednaki, tj.

$$\left(\frac{1}{u(r)}\frac{du(r)}{dr}\right)_{r=a} = k\cot ka = -\gamma \tag{12.21}$$

Ako se u izraz (12.21) uvrste talasni brojevi (12.19) i (12.20) dobija se jednačina

$$\cot ka = -\sqrt{\frac{E_v({}^2_1H)}{V_0 - E_v({}^2_1H)}} \tag{12.22}$$

Uz pretpostavku da je $E_v({}^2_1\mathrm{H}) = 0$, transcedentalna jednačina ima rešenje oblika

$$k = \frac{\pi}{2a} \tag{12.23}$$

S obzirom na učinjenu pretpostavku da je $E_v({}^2_1\mathrm{H}) = 0$, talasni broj k prema (12.19) ima vrednost $k = \sqrt{2\mu V_0}/\hbar$. Ako se ova vrednost uvrsti u (12.23) može se odrediti dubina pravougaone potencijalne jame V_0 kada je energija stacionarnog stanja $E_v({}^2_1\mathrm{H}) = 0$ tj.

$$V_0 a^2 = \frac{\pi^2\hbar^2}{8\mu} \tag{12.24}$$

Kako su veličine π, μ i $\hbar$ konstante, zamenom njihovih brojnih vrednosti u (12.24) dobija se

$$V_0^{min} = \frac{\pi^2\hbar^2}{8\mu a^2} = \frac{10^{-24}}{a^2}\ \mathrm{MeV} \tag{12.25}$$

Izraz (12.25) predstavlja minimalnu vrednost dubine potencijalne jame, koja očigledno zavisi od veličine radijusa interakcije a. Dubina potencijalne jame može se proceniti na različite načine. Ukoliko se na primer, radijus interakcije izjednači po vrednosti sa komptonovom talasnom dužinom π-mezoni.

$$a=\lambda_\pi=\frac{\hbar}{m_\pi c}=1.4\cdot 10^{-13}\ \text{cm} \tag{12.26}$$

ili sa srednjim rastojanjem između nukleona

$$a=\sqrt[3]{\frac{V}{A}}=2.1\cdot 10^{-13}\ \text{cm} \tag{12.27}$$

i konačno sa veličinom dobijenom iz nukleon-nukleonskog rasejanja

$$a=a_{NN}=1.7\cdot 10^{-13}\ \text{cm} \tag{12.28}$$

može se proceniti minimalna dubina potencijalne jame. Procenjene vrednosti date su u tabeli 12.1.

TABELA 12.1

a [10^{-13}cm]	1.4	1.7	2.1
V_0^{min} [MeV]	51	35	22.6

Ako je $E_v({}^2_1\text{H})\neq 0$, tada je, prema (12.22) ctg(ka) < 0, pa je onda $k > \pi / a$, odnosno

$$\frac{1}{\hbar}\sqrt{2\mu[V_0-E_v({}^2_1H)]}>\frac{\pi}{2a}$$

ili

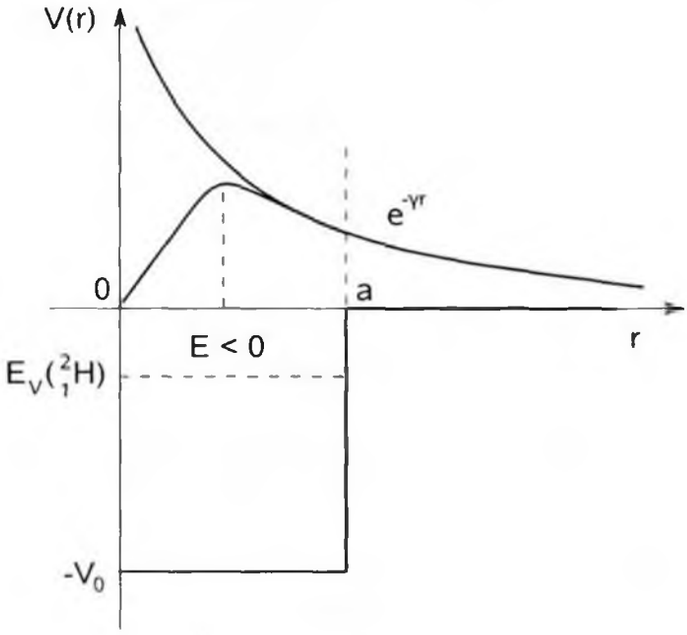
$$[V_0-E_v({}^2_1H)]>\frac{\hbar^2\pi^2}{8\mu a^2}=V_0^{min} \tag{12.29}$$

Nejednakost (12.29) ukazuje na to da dubina potencijalne jame raste brže od energije vezivanja, tj. $(V_0-V_0^{min})>E({}^2_1\text{H})$. Veza između V_0 i $E({}^2_1\text{H})$ može se uspostaviti grafičkim rešavanjem transcedentne jednačine (12.22). Potrebno je da se napomene da ako je dubina potencijalne jame manja od V_0^{min} vezana stanja sistema nukleona nisu moguća.

Talasna funkcija

Na sl.12.2. prikazana je talasna funkcija deuterona u osnovnom stanju. Unutar potencijalne jame, kako je pokazano, talasna funkcija je data sa

$u(r) = A \sin(kr)$. Ova funkcija ima maksimum za $kr = \pi / 2$ koji je pomeren bliže koordinatnom početku u odnosu na radijus dejstva nuklearnih sila, a argument se menja od 0 do kr. Prema ranijim uslovima kontinuiteta, potrebno je da funkcija (12.17) u tački $r = a$ kontinualno pređe u funkciju definisanu izrazom (12.18), koja se u domenu $r > a$ ponaša eksponencijalno.



Sl. 12.2. *Grafički prikaz funkcija (12.17) i (12.18).*

Obično se radijus deuterona definiše kao $R = 1/\gamma$, gde je γ talasni broj. R je ono rastojanje na kojem funkcija (12.18) opadne e puta. Radijus deuterona je, prema tome, definisan sa

$$R_D = \frac{1}{\gamma} = \frac{\hbar}{\sqrt{2\mu E_v({}^2_1H)}} = 4.32 \cdot 10^{-13} \text{ cm} \qquad (12.30)$$

Ako se radijus deuterona R_D uporedi sa radijusom dejstva nuklearnih sila a, čija je moguća vrednost $a = 2.1 \cdot 10^{-13}$ cm, zapaža se da je radijus deuterona dvostruko veći od širine potencijalne jame. Ako se uzme da je

širina potencijalne jame $a = 1.7 \cdot 10^{-13}$ cm, tada je $R_D > 2.5\ a$, itd. Interesantno je da se napomene da je rastojanje neutrona od protona u deuteronu veće od radijusa dejstva niklearnih sila. Prema relaciji (12.30), radijus deuterona određen je energijom vezivanja $E_v({}^2_1\mathrm{H})$, a ne dometom nuklearnih sila.

Deuteron može da bude samo u vezanom, odnosno osnovnom stanju. Pobuđeno stanje deuterona ne egzistira zbog nedovoljne dubine potencujalne jame. Može se jednostavno pokazati da je maksimalna dubina potencijalne jame, neophodna za postojanje pobuđenog stanja deuterona, uslovljena širinom jame. Ako je širina potencijalne jame $a = 2.1 \cdot 10^{-13}$ cm, njena dubina iznosi

$$V_0 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{8 \mu a^2} \simeq \frac{9 \cdot 10^{-24}}{(2.1 \cdot 10^{-13})^2} \simeq 200 \text{ MeV}.$$

Realna dubina potencijalne jame deuterona iznosi $V_0 = 35$ MeV, što se znatno razlikuje od izračunate vrednosti. Ova je razlika ujedno i objašnjenje zašto deuteron u pobuđenom stanju ne egzistira.

Može se na kraju zaključiti koji se sve podaci, izračunavanjem kvantnomehaničkog sistema deuterona, dobijaju. Podaci su sledeći:

1. *Uslov za postojanje vezanog stanja deuterona* $V_0 > V_0^{min} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{8 \mu a^2}$
2. *Forma talasne funkcije deuterona* $\psi(r) = \sqrt{\frac{k}{2\pi}} e^{-\gamma r} \frac{1}{r}$, *gde je* $\sqrt{k/2\pi}$ *normalizovan faktor.*
3. *Radijus deuterona* $R_D = \frac{1}{\gamma} = 4.32$ F.
4. *Dokaz o nepostojanju pobuđenih stanja deuterona.*
5. *Veza između dubine potencijalne jame V_0, radijusa dejstva nuklearnih sila a i energije stacionarnog stanja* $E_v({}^2_1\mathrm{H})$. *Uspostavljena veza, međutim, nije od velikog značaja, jer je za određivanje dubine potencijalne jame V_0 potrebno poznavati ne samo energiju vezivanja sistema nukleona u deuteronu, već veličinu radijusa interakcije nuklearnih sila a. Veličina a obično se određuje iz eksperimenta nukleon-nukleonskih rasejanja.*

12.3 Neki aspekti teorije rasejanja i fazni pomak

U glavi X ove knjige data je formalna teorija rasejanja. Čestice koje se rasejavaju na centrima rasejanja, razmatrane su pre rasejanja kao ravan talas, a posle rasejanja kao sferni talas. Potrebno je da se napomene da je na dovoljno velikom rastojanju od centra rasejanja uticaj polja rasejavača toliko mali, da talasna funkcija koja reprezentuje česticu ostaje nepromenjena (predstavlja rešenje Schrödinger-ove jednačine za slobodnu česticu). Jedina promena koja kod talasne funkcije može da nastane ogleda se u faznom pomaku δ_l koji je inače karakteristika rasejanja. Talasna funkcija po rasejanju može da se predstav u obliku

$$\psi_l \sim \frac{1}{kr}\sin(kr+\delta_l)P_l(\cos\theta) \tag{12.31}$$

U specijalnom slučaju kada je $l = 0$, talasna funkcija (12.31) ima oblik

$$\psi_0 \sim \frac{1}{kr}\sin(kr+\delta_0) \tag{12.32}$$

ili

$$u(r)=r\,\psi_0=\frac{1}{k}\sin(kr+\delta_0) \tag{12.33}$$

Kako fazama δ_l i $\delta_l + n\pi$ odgovara jedna ista funkcija, one se određuju u intervalu

$$-\frac{\pi}{2}\leq\delta\leq\frac{\pi}{2}\,.$$

Kao i u poglavlju X ove knjige, amplituda rasejanja se može predstaviti

$$f(\theta)=\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)\frac{e^{2i\delta_l}-1}{2ik}P_l(\cos\theta) \tag{12.34}$$

s tim što je amplituda rasejanog talasa sa momentom impulsa l data kao

$$\frac{e^{2i\delta_l}-1}{2ik}=\frac{e^{i\delta_l}}{k}\sin\delta_l\,,$$

a povezana je sa faznim pomakom δ_l.

Na osnovu (10.56) presek za rasejanja može se napisati koristeći amplitudom rasejanja (12.34) na sledeći način

$$\sigma_{ras}=\int |f(\theta)|^2 d\,\Omega=4\pi\lambda\!\!\!^{-}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)\sin^2\delta_l \tag{12.35}$$

gde je integracija izvršena po prostornom uglu uz uslov ortogonalnosti Legendre-ovog polinoma $P_l(\cos\theta)$. Dobijeni presek je izražen preko faze.

Integralni presek, dat izrazom (12.35), posebno se može razmatrati za slučajeve $l = 0$ i $l \neq 0$.

Kada je rasejani talas u s-stanju, tada je moment impulsa $l = 0$, a amplituda rasejanja ima oblik

$$f(\theta)=f_0(\theta)=\frac{e^{i\delta_0}}{k}\sin\delta_0=\frac{1}{k\cot\delta_0-ik} \tag{12.36}$$

a presek ima vrednost

$$\sigma_0=4\pi\lambda\!\!\!^{-2}\sin^2\delta_0=\frac{4\pi\hbar^2}{1+\cot^2\delta_0}\frac{4\pi\lambda\!\!\!^{-2}}{k^2+k^2\cot^2\delta_0} \tag{12.37}$$

Maksimalni presek može da dostigne vrednost

$$\sigma_0^{max}=4\pi\lambda\!\!\!^{-2} \tag{12.38}$$

Zavisnost faze δ_0, a takođe i preseka od energije upadne čestice T može se ispitati pomoću talasnih funkcija koje su rešenja Schrödinger-ove jednačine unutar i van domena interakcije. Kako je već rečeno, s obzirom na uslove kontinuiteta, funkcije i njihovi izvodi na granici interakcije moraju biti jednaki.

Prema jednačini (12.33), logaritamski izvod na granici potencijala interakcije, tj. pri $r = a$, dat je sa

$$\left(\frac{u'(r)}{u(r)}\right)_{r=a}=k\cot(kr+\delta_0) \tag{12.39}$$

gde je $k = p/\hbar = 1/\lambda\!\!\!^{-}$.

Ukoliko je potencijal interakcije predstavljen pravougaonom jamom dubine V_0, tada se rešenje talasne jednačine u prvoj aproksimaciji podudara sa rešenjem u slučaju deuterona, kada je upadna energija mala u poređenju sa dubinom potencijalne jame, tj. $E \ll V_0$. Na osnovu iskazane analogije može se formulisati logaritamski izvod, koji glasi

$$\left(\frac{u'(r)}{u(r)}\right)_{r=a} = -\gamma = -\frac{1}{\hbar}\sqrt{2\mu E_v} = -\frac{1}{R_D} \tag{12.40}$$

Izračunavanjem desnih strana izraza (12.39) i (12.40) uz napomenu da je upadna energija čestice, npr. neutrona, niska, tako da je $ka \ll 1$, pa je i

$$k\cot\delta_0 = -\gamma = -\frac{1}{\hbar}\sqrt{2\mu E_v} = -\frac{1}{R_D} = const \tag{12.41}$$

Kvadriranjem izraza (12.41) može da se uspostavi veza između faze i kinetičke energije, kako naime sledi

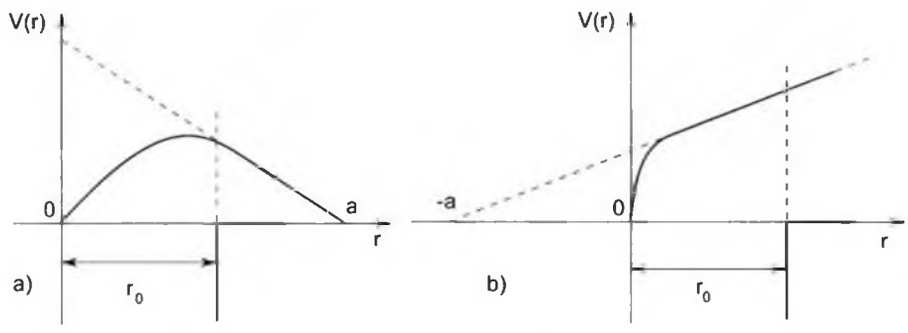
$$\cot^2\delta_0 = \frac{\gamma^2}{k^2} = \frac{1}{k^2R^2} = \frac{2\mu E_v}{\hbar^2k^2} = \frac{2\mu E_v}{p^2} = \frac{E_v}{T} \tag{12.42}$$

gde je p impuls čestice, a T kinetička energija.

Na osnovu dosadašnje analize može da se definiše *dužina* rasejanja. Prema (12.36) može se tvrditi da, ukoliko $k \to 0$ postoji oblast u kojoj je amplituda f_0 realna veličina. Dimenzija pomenute oblasti obeležava se sa $-a_0$ i definiše se na sledeći način

$$\lim_{k\to 0} f_0(\theta) = \lim_{k\to 0}\frac{1}{k\cot\delta_0 - ik} = -a_0 \tag{12.43}$$

Konstantna a_0 ima dimenziju dužine i naziva se *dužina rasejanja*. Ova je veličina ponekad i na drugi način definisana. Grafički je predstavljena na sl. 12.3.



Sl. 12.3. *a) Pozitivna dužina rasejanja, karakteristična za vezana stanja; b) Negativna dužina rasejanja, karakteristična za nevezana stanja (slobodna stanja).*

Presek za rasejanje dva nukleona u s-stanju dat je izrazom (12.37). Ako se vrednost ctg δ_0 iz (12.42) uvrsti u izraz (12.37), dobija se

$$\sigma_0 = \frac{4\pi \lambda\!\!\!^{-2}}{1+\dfrac{2\mu E_v({}^2_1H)}{\hbar^2 k^2}} = \frac{4\pi \lambda\!\!\!^{-2}}{m_n} \frac{1}{\dfrac{T}{2}+E_v({}^2_1H)} \tag{12.44}$$

gde je m_n masa neutrona, a T kinetička energija u laboratorijskom sistemu koordinata i $E_v({}^2_1\mathrm{H})$ je energija vezivanja deuterona.

Ukoliko se pretpostavi da kinetička energija $T \to 0$, presek tada ima vrednost

$$\lim_{T\to 0} \sigma_0(T) = \frac{4\pi \lambda\!\!\!^{-2}}{m_n E_v({}^2_1H)} = const \tag{12.45}$$

Rasejanje čestica na niskim energijama je sferno simetrično i okarakterisano je konstantnim presekom.

Ako rasejani talas nije u s-stanju, već u nekom drugom, okarakterisanom momentom impulsa $l \neq 0$, presek je tada dat u sledećem obliku

$$\sigma_l = 4\pi \lambda\!\!\!^{-2}(2l+1)\sin^2\delta_l \tag{12.46}$$

Presek dostiže maksimalnu vrednost kada je $\delta_l = \pm \pi/2$, a tada je dat izrazom

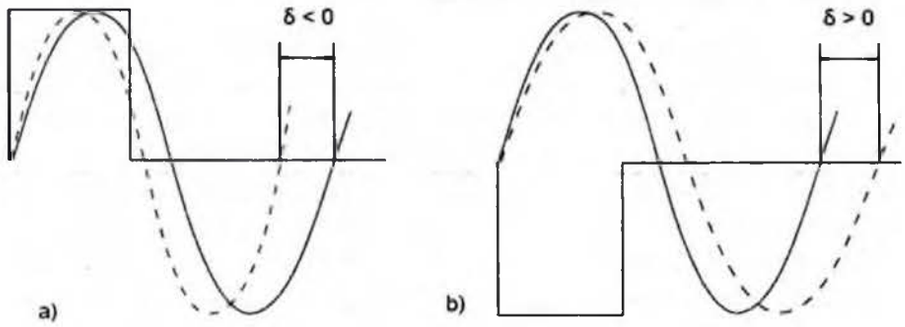
$$\sigma_l^{max} = 4\pi \lambda\!\!\!^{-2}(2l+1) \tag{12.47}$$

Presek dat izrazom (12.46) zavisi od vrednosti faze. Kako se faza menja u širokom intervalu vrednosti i njeno je određivanje složenije. Postoje detaljne analize koje pokazuju da su fazni pomaci veoma komplikovane funkcije energije. Ako je, međutim, energija interakcije sistema u kojem deluju nuklearne sile dovoljno mala, faza je tada relativno prosta funkcija energije, tj.

$$\delta_l \sim T^{l+1/2} \sim \frac{1}{\lambda\!\!\!^{-2l+1}} \tag{12.48}$$

Izraz (12.48) pokazuje kako se fazni pomak menja sa energijom i momentom impulsa l. Kada se energija smanjuje, smanjuje se i broj parcijalnih talasa do onog koji je karakterističan za s-stanje.

Predznak faze je od posebnog značaja u procesu rasejanja. Ukoliko, u vezanom sistemu, faza ima pozitivan predznak, sile sistema su atraktivne (privlačne), ako je znak negativan, sile su repulzivne (odbojne). Fazni pomaci su prikazani na slici 12.4.



Sl 12.4. *Fazni pomaci jedne sinusne funkcije. a) slučaj negativnog predznaka faznog pomaka; b) slučaj pozitivnog predznaka*

Znak faze ne utiče na veličinu preseka, jer je presek dat kao kvadrat modula talasne funkcije. Znak faze se ne može jednostavno odrediti. Određuje se obično eksperimantalno pomoću interferencije Coulomb-ovog i nuklearnog ili dva nuklearna rasejanja realizovana na sistemima različito orijentisanih spinova.

Poznavanje faze je posebno važno, jer je njome potpuno određen potencijal interakcije. Određivanje veličina faze iz preseka je, međutim, veoma složen i težak posao (fazna analiza). Tačno je da se ovaj problem principijelno može rešiti, ali do sada ni jedan slučaj nije rešen.

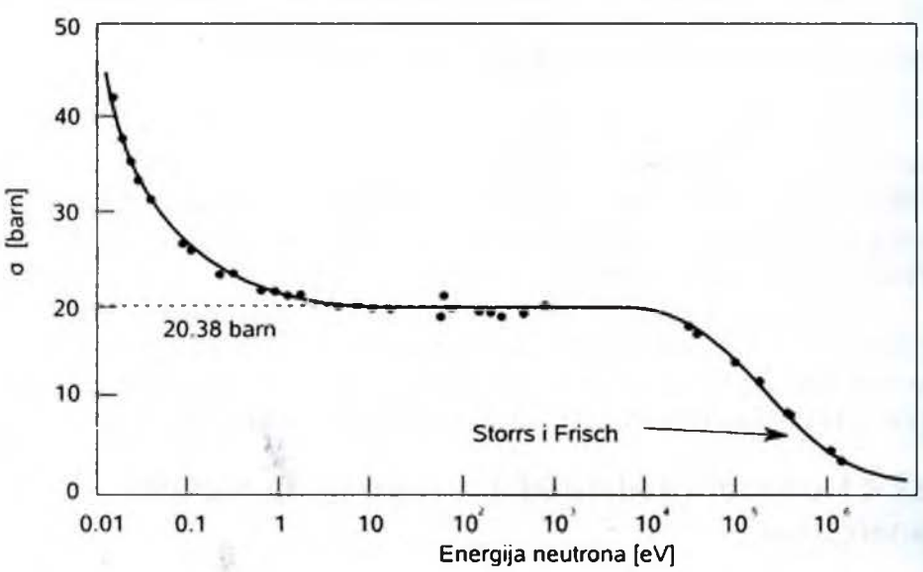
12.4 Nukleon-nukleonska rasejanja na niskim energijama

Informacije o karakteru nuklearnih sila i njihovom dometu dejstva dobijaju se u eksperimentima rasejanja nukleon na nukleonu, nukleon na jezgrima, π-mezon na nukleonu, itd. Eksperimenti rasejanja realizovani i još se uvek realizuju na različitim energijskim nivoima rasejanih čestica. Smatra se da su posebno vredni rezultati koji se dobijaju u eksperimentima rasejanja elementarnih čestica, kao što su π-mezoni na nukleonima. Ako su nukleoni nosioci nuklearnog polja, a mezoni kvanti

tog polja, očekuje se da ovaj tip „elementarne“ interakcije pruži značajne informacije o karakteru i domenu nuklearnih sila.

12.4.1 n-p rasejanje na niskim energijama. Spinska zavisnost i tenzorski karakter nuklearnih sila

Izračunavanjem n-p rasejanja dobijaju se veoma korisne informacije koje omogućavaju bolje razumevanje nuklearnih sila. Obično se u ovoj vrsti eksperimenta izučava ugaona raspodela i presek interakcije rasejanih čestica. Presek se može izučavati i posmatranjem promene intenziteta neutronskog snopa u funkciji debljine rasejavača (vodonika). Ovakav eksperiment može da se realizuje na različitim energijskim nivoima rasejanih neutrona. Kada se na ovaj ispita presek n-p interakcije u zavisnosti od energije i prikaže grafički (v.sl. 12.5) uočava se izvesno neslaganje između teorijskih i eksperimentalno dobijenih vrednosti.



Sl. 12.5. *Totalni presek n-p interakcije u zavisnosti od energije neutrona*

Razlike između ovih vrednosti preseka mogu da se objasne da su nastale kao posledica izbora potencijala prilikom rešavanja Schrödinger-ove jednačine. Oblik potencijala direktno utiče na rešenje talasne jednačine, tj. na oblik talasne funkcije pomoću koje se presek izračunava.

Ako potencijal *V(r)* ima sve osobine sferne simetrije, on ne zavisi od brzine i spina čestica. Činjenica je, međutim, da deuteron, koji se sastoji od jednog neutrona i jednog protona, egzistira u vezanom stanju, samo ako su spinovi nukleona paralelno orijentisani. Vezano stanje deuterona sa antiparalelnom orijentacijom spinova nukleona nije poznato. Ona nije ušla u račun prilikom teorijskog određivanja preseka (12.44), pa je razumljivo da postoji izvesno neslaganje teorijskih i eksperimentalnih vrednosti preseka za n-p rasejanje.

Prilikom izračunavanja preseka (12.44) korišćen je potencijal pravougaone jame za deuteron, tj. tripletno stanje $^3S_1$ u kojem su spinovi nukleona orijentisani paralelno. U neutron-protonskoj interakciji, pored tripletne, moguća je singletna interakcija, ako se rasejanje izvodi pomoću nepolarizovanog snopa neutrona i nepolarizovanoj meti protona. U takvim je slučajevima neophodno pri izučavanju preseka interakcije, usled različitih spinskih stanja protona i neutrona, proceniti statističku težinu spinskih stanja (tripletno je stanje $2I+1$ puta više zastupljeno u odnosu na singletno stanje). Ako se statistička procena tripletnog i singletnog stanja uzme u obzir, presek interakcije prema formuli (12.44) ima oblik

$$\begin{aligned}\sigma_0 &= 4\pi\lambda\!\!\!^{-2}\left(\frac{3}{4}\sin^2\delta_{ot}+\frac{1}{4}\sin^2\delta_{os}\right)= \\ &= \pi\lambda\!\!\!^{-2}\left(\frac{3}{1+\cot^2\delta_{ot}}+\frac{1}{1+\cot^2\delta_{os}}\right)\end{aligned} \tag{12.49}$$

Ako se vrednost $ctg\,\delta_0$ iz (12.42) uvrsti u (12.49), dobija se

$$\sigma_{n,p}=\frac{\pi\lambda\!\!\!^{-2}}{m}\left[\frac{3}{\frac{T}{2}+E_v(^2_1H)_t}+\frac{1}{\frac{T}{2}+E_v(^2_1H)_s}\right] \tag{12.50}$$

Potrebno je da se napomene da su energije vezivanja singletnih i tripletnih stanja međusobnom različite, tj. $E_v(^2_1\mathrm{H})_t \neq E_v(^2_1\mathrm{H})_s$, jer neutron-protonska interakcija zavisi od spina. Eksperimentalno određeni i teorijski izračunati preseci rasejanja su poredljivi, ako se vrednost $E_v(^2_1\mathrm{H})=0.07$ MeV uvrsti u izraz za teorijski presek dat relacijom (12.50).

Za spore neutrone ($T \ll 1$ eV) jednačina (12.50) može da se napiše u sledećem obliku

$$\sigma_{n,p}=\frac{3}{4}\sigma_t+\frac{1}{4}\sigma_s \tag{12.51}$$

gde je $\sigma_t=4\pi a_{ot}^2$; $\sigma_s=4\pi a_{os}^2$; a_{ot} i a_{os} su dužine rasejanja za tripletno i singletno stanje. Ako je a_{ot} = R_D = $4.32\cdot10^{-13}$ cm, a tada je $\sigma_{ot}=4\pi R_D^2=2.34\cdot10^{-24}$ cm^2, što se veoma dobro slaže sa eksperimentalnom vrednošću $\sigma_{n,p}^{max}=20\cdot10^{-24}$ cm^2.

Moguće je da se pomoću formula (12.50) i (12.51) odredi znak parametra rasejanja E_v i dužina singletnog rasejanja a_{os}. Ukoliko se, međutim, postavlja pitanje da li je singletno stanje vezano ili slobodno, odgovor se dobija iz dodatnog eksperimenta. Naime, rasejanjem neutrona na molekularnom vodoniku, dobija se odgovor na ovo pitanje. Molekularni vodonik se u normalnom stanju sastoji od dve vrste molekula: Ortovodonik sa paralelno orijentisanim spinovima i paravodonik sa antiparalelno orijentisanim spinovima protona u molekulu. U gasnom stanju odnos orto- i paravodonika ima vrednost 3:1. Posebnim postupkom, na niskim temperaturama, moguće je da se ove dve faze razdvoje, kao i da se dobiju njihove smeše u određenoj srazmeri.

Rasejanjem neutrona niskih energija (0.0002 eV) na para- i ortovodoniku moguće je da se pokaže da li nuklearne sile zavise od spina. Ukoliko ove sile zavise od spina, interferencioni efekti su u slučajevima para- i ortovodonika međusobno različiti.

Odnos diferencijalnih preseka za para- i ortovodonik može računski da se prikaže na sledeći način

$$q=\frac{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{orto}}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{para}}=1+2\left(\frac{a_{os}-a_{ot}}{a_{os}+a_{ot}}\right)^2 \tag{12.52}$$

gde su a_{ot} i a_{os} dužine rasejanja tripletnog odnosno singletnog stanja. Može se utvrditi da je veličina q osetljiva na znak a_{os}. Ako je on pozitivan veličina $q\simeq1$, ako je negativan q ima deset puta veću vrednost.

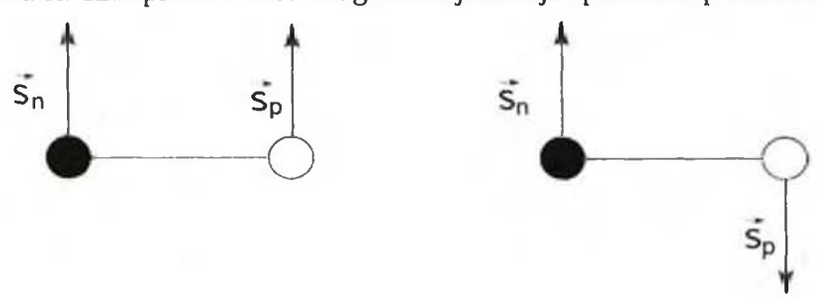
Detaljnije izučavanje rasejanja neutrona na paravodoniku i određenim smešama para- i ortovodonika, dovelo je do zaključka da nuklearne sile zavise od spina. Ustanovljeno je takođe da a_{os} ima

negativan predznak odakle sledi zaključak da n-p sistem sa antiparalelnom orijentacijom spina obrazuje potencijalnu jamu čija dubina nije dovoljna da bi realno stanje moglo da egzistira.

Rasejanje neutrona na slobodnom i molekularnom vodoniku dovodi do dva značajna zaključka o spinskoj zavisnosti nuklearnih sila i to:

- neutron i proton sa paralelno orijentisanim spinovima stupaju u vrlo jaku interakciju usled koje se formira vezano stanje sa energijom vezivanja $E_v({}^2_1\mathrm{H})=2.22$ MeV.
- neutron i proton sa antiparalelnom orijentacijom spina interaguju znatno slabije, a posledica ovakve interakcije nije vezano, već virtuelno stanje čija je energija $E_v({}^2_1\mathrm{H})=-0.07$ MeV.

Na sl. 12.6 prikazane su moguće orijentacije spinova n-p sistema.



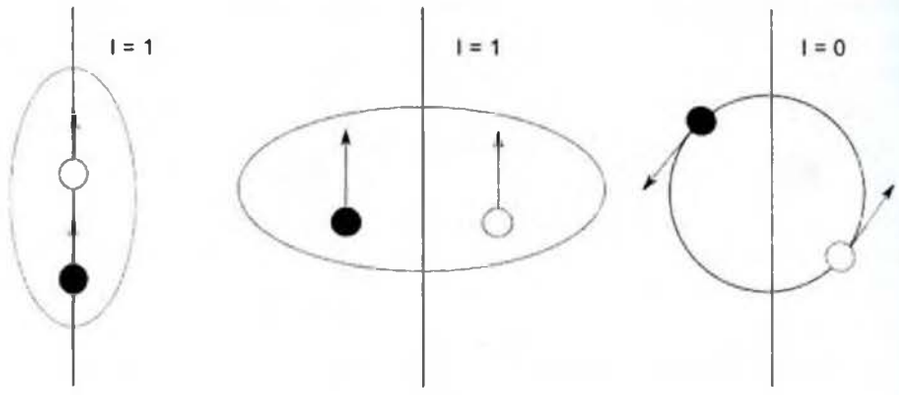
Sl. 12.6. *Tripletno stanje sa spinom I_z = 1 i singletno stanje sa spinom I_z = 0.*

Na osnovu do sada rečenog može se zaključiti da se nuklearna interakcija ne može opisati samo centralnim potencijalom $V(r)$. Pored centralnog $V(r)$, potencijal interakcije mora da sadrži još i član koji opisuje spinsku zavisnost interakcije sistema nukleona. Spinska zavisnost neutrona i protona može da se izrazi preko spinskog skalarnog proizvoda, tj. $(\vec{s}_n\cdot\vec{s}_p)$. S obzirom da spinska zavisnost nuklearnih sila izražena skalarnim proizvodom, može da bude i funkcija rastojanja, pomenuti skalarni proizvod mora da bude, na neki način, kombinovan sa funkcijom koordinata. Uključujući sve ovo, prema tome, potencijal se može definisati na sledeći način

$$U(r)=V_1(r)+V_2(r)(\vec{s}_n\cdot\vec{s}_p) \tag{12.53}$$

I na ovaj način, međutim, definisan potencijal ima sve osobine centralnog, tako da ni on nije u stanju da objasni suštinu nuklearnih sila.

U paragrafu 12.2.1 dati su detaljni podaci o deuteronu. Rečeno je, pored ostalog, da deuteron poseduje kvadrupolni moment. Vrednost električnog kvadrupolnog momenta deuterona je mala, ali njegovo prisustvo opravdava pretpostavku da naelektrisanje u jezgru deuterijuma nije homogeno i sferno simetrično raspoređeno. Kako je predznak kvadrupolnog momenta pozitivan, naelektrisanje deuterona može da bude duž ose istegnutog rotacionog elipsoida. Ovakva raspodela naelektrisanja i forma jezgra utiču na uzajamnu orijentacijonu vezu spina deuterona i ose koja spaja neutron sa protonom. Mogućnosti uzajamnih orijentacija date su na sl. 12.7.



Sl. 12.7. *Uticaj tenzorske sile na raspodelu naelektrisanja; a) osnovno stanje (I=1) Q – pozitivno; b) osnovno stanje (I=1) Q – negativno; c) virtuelno stanje (I=0) Q=0.*

Kvadrupolni moment, kao realno izmerena veličina ukazuje na mogućnost jedne od datih orijentacionih sprega spina i ose deuterona, što je sigurno posledica određenog karaktera nuklearnih sila. U ovom slučaju interakcija neutrona sa protonom nije određena samo rastojanjem između njih, već i međusobnom orijentacijom spina i ose koja ih povezuje (ose deuterona). Centralna sila ne može da proizvede ovakav efekat, ovo je posledica neke sile koja nije centralna. Za sile koje nisu centralne kaže se da su po karakteru tenzorske.

Tenzorski karakter nuklearnih sila može se opisati uvođenjem 3.

člana u desnu stranu izraza (12.53). Uvedeni član predstavlja kombinaciju funkcije koordinata $V_3(r)$ i skalarnog proizvoda definisanog na sledeći način $(s_n \cdot \vec{n})(s_p \cdot \vec{n})$. Skalarni proizvod predstavlja projekciju spinova na osu deuterona orijentisanu jediničnim vektorom $\vec{n} = \vec{r}/r$ i na taj način je izražen uzajamni odnos spinova i ose deuterona.

Ako se pomenuti uslov uvede u izraz (12.53) i time potencijal proširi necentralnim članom, dobija se

$$U^{**}(r) = V_1(r) + V_2(r)(\vec{s}_n \cdot \vec{s}_p) + V_3(r)(\vec{s}_n \cdot \vec{n})(\vec{s}_p \cdot \vec{n}) \qquad (12.54)$$

Izračunavanjem p-p rasejanja ustanovljeno je da potencijal definisan izrazom (12.54) nije dovoljan za opisivanje pomenutog procesa.

U modelu slojeva uvedena je spin-orbitalna sprega. Uvođenjem sprege ovakvog tipa otklonjena je degeneracija energijskih nivoa harmonijskog oscilatora, a i mnoge druge osobine jezgra su objašnjene. Postojanje spin-orbitalne sprege ukazuje da nuklearne sile zavise i od brzine nukleona u jezgru, tačnije od njihovog impulsa. Ova činjenica ukazuje na to da spin-orbitalna sprega dejstvuje između dva nukleona. Do analognog zaključka dovode i zapaženi polarizacioni efekti pri rasejanju čestica visokih energija, kao što su, recimo, p-p rasejanje.

Uticaj spin-orbitalne sprege na nuklearne sile opisuje se četvrtim članom u izrazu za potencijal $V_4(r)(\vec{s} \cdot \vec{l})$, pa ovako proširen izraz (12.54) dobija oblik

$$\begin{aligned} U^{***}(r) &= V_1(r) + V_2(r)(\vec{s}_n \cdot \vec{s}_p) + \\ &+ V_3(r)(\vec{s}_n \cdot \vec{n})(\vec{s}_p \cdot \vec{n}) + V_4(r)(\vec{s} \cdot \vec{l}) \end{aligned} \qquad (12.55)$$

Četvrti član u izrazu (12.55) jednak je nuli pri niskim energijama nukleona (tj. kada se isti nalaze u s-stanju), a raste sa povećanjem energije nukleona (tj. kada l raste).

Može se na kraju zaključiti da je za objašnjenje samo nekih osobina nuklearnih sila potreban veoma složen model potencijala. Posebno, sa povećanjem energije p-p rasejanja, otkrivene su i neke nove osobine nuklearnih sila, pa potencijal postaje još složeniji.

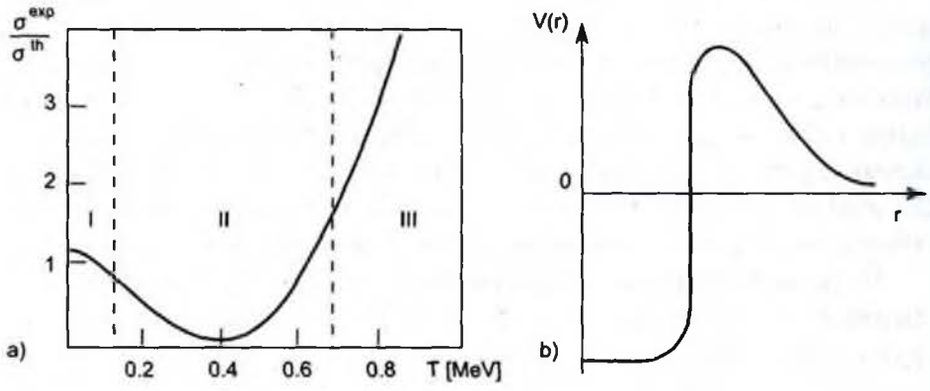
12.4.2 p-p rasejanje na niskim energijama

Postojanje stabilnih jezgara koja sadrže više od dva protona pokazuje da, pored Coulomb-ovskih odbojnih sila, na protone deluju i

privlačne (atraktivne) nuklearne sile koje na malim rastojanjima prevazilaze Coulomb-ove sile.

p-p interakcija izučava se obično pri eksperimentima p-p rasejanja. Pomoću ovih eksperimenata određuje se presek interakcije i upoređuje sa teorijski izračunatim. Ukoliko je presek izračunat samo na bazi Coulomb-ove interakcije protona, bilo koje odstupanje između teorijskih i eksperimentalnih vrednosti ukazuje tada da između protona deluju, sem Coulomb-ovih, neke druge sile (sile jezgra).

Na sl. 12.8.a prikazan je odnos eksperimentalnih i teorijskih vrednosti preseka p-p rasejanja pod uglom od 45° (teorijski izračunate vrednosti po formuli Mott-a), a za niz vrednosti energija rasejanih čestica.



Sl. 12.8. *a) Odnos eksperimentalnih teorijski izračunatih vrednosti preseka p-p rasejanja u zavisnosti od energije; b) model potencijalne jame dobije na osnovu p-p rasejanja.*

Očigledno je da se rezultati slažu samo u oblasti niskih energija (oblast I sl.12.8.a). U oblasti II eksperimentalne vrednosti su manje od teorijskih, a u oblasti III eksperimentalne vrednosti znatno prevazilaze teorijske.

Na osnovu uporedenih preseka može se zaključiti sledeće:

- pri niskim energijama protoni između sebe deluju isključivo Coulomb-ovski
- sa povećanjem energije Coulomb-ova interakcija je kompenzovana nuklearnom
- daljim povećanjem energije Coulomb-ova interakcija između protona postaje zanemarljivo mala u poređenju sa nuklearnom

Interakcija dva protona na osnovu eksperimenta p-p rasejanja može se opisati potencijalom čiji je grafik dat na sl 12.8.b. Oblast $0 < r < a$ sl. 12.8.b odgovara oblasti III na sl. 12.8.a i respektivno, oblasti $a < r$ odgovara oblast I.

Kvantnomehanička analiza eksperimenata p-p rasejanja ukazuje da je p-p interakcija po svojoj prirodi veoma slična n-p interakciji u singletnom stanju. Potencijalne jame za ove dve interakcije imaju iste dubine i radijuse dejstva.

$$r_{eff}^{pp} = (2.83 \pm 0.03)\ \text{F}.$$

Parametri rasejanja u oba slučaja imaju negativan predznak i bliski su po vrednosti

$$a_{os}^{pp} \simeq -(17 \pm 2)\ \text{F}.$$

Na osnovu dužine rasejanja određena je energija virtuelnog stanja i ona iznosi

$$E_{v}^{pp} \simeq -0.15\ \text{MeV}.$$

12.4.3 n-n rasejanje

S obzirom da neutronske mete ne postoje, n-n interakcija se izračunava posredno, tj. izučava se spektar protona u sledećoj nuklearnoj reakciji

$$n + d \Rightarrow p + n + n \qquad (12.56)$$

Neutronski par u izlaznom kanalu ove reakcije između sebe može da:

- ne interaguje
- formira vezano stanje
- formira virtuelno stanje.

Ako u izlaznom kanalu reakcije (12.56) između dva neutrona nema interakcije, izlazni kanal može da se tretira kao tročestični proces, a kao posledica toga, spektar protona će da ima kontinualni karakter. U slučaju da neutroni obrazuju vezano stanje, spektar protona bi morao da ima monoenergijsku liniju, čiji bi se položaj nalazio na višoj energiji od granične energije pomenutog kontinualnog spektra. Ako dva neutrona obrazuju virtuelno stanje morao bi se pojaviti vrh na kontinualnom fonu protonskog spektra. Na osnovu izučavanja n-n rasejanja dobijena je

vrednost dužine rasejanja i ona iznosi

$$a_{os}^{nn} = -(16 \div 24)\ \text{F}.$$

Prema dužini rasejanja procenjeno je virtuelno stanje, tj. njegov nivo ima vrednost

$$E_{v}^{nn} = -(0.07 \div 0.15)\ \text{MeV}.$$

12.5 Interakcija nukleona na visokim energijama

Razvojem akceleratora p-p i n-n rasejanja realizuju se eksperimentalno i na energijama iznad 100 MeV.

Pre nego što rezultati rasejanja na višim energijama budu dati, može se postaviti pitanje šta se od ovih eksperimenata očekivalo.

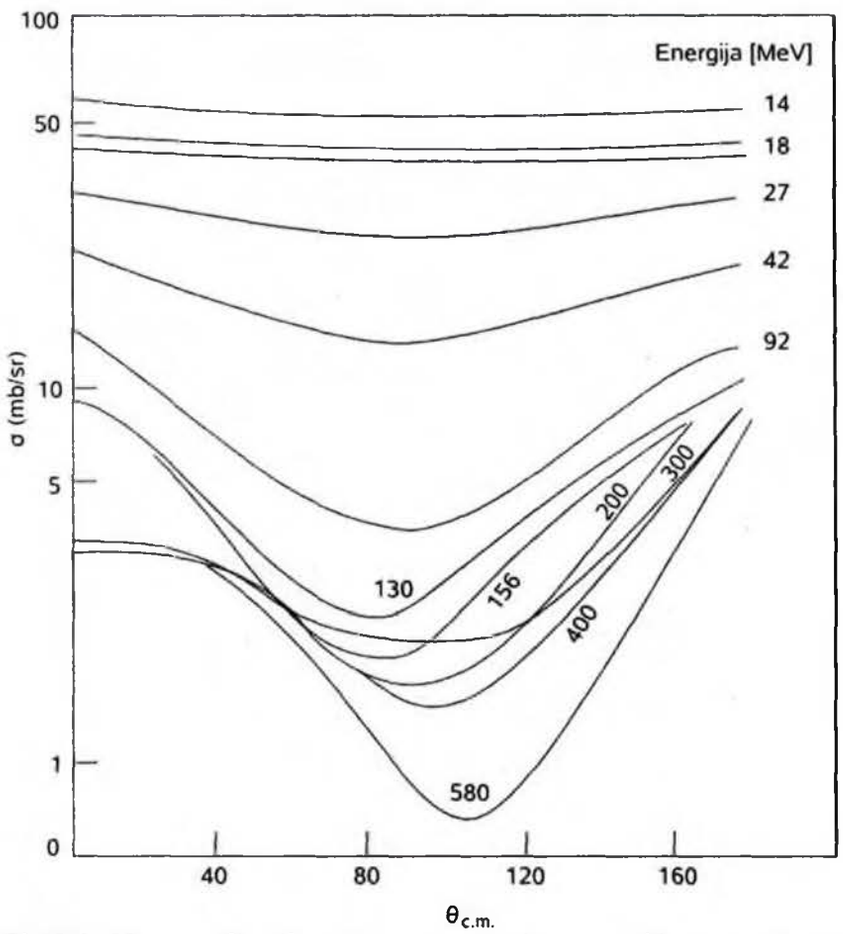
1. S obzirom da se ovde radi o nukleon-nukleon interakcijama na visokim energijama, gde je uslov $\lambda\!\!\!^{-} \ll a$ zadovoljen, pretpostavljalo se da rasejanja na ovako visokim energijama treba da pruža više detalja o potencijalu interakcije nego u slučajevima rasejanja na nižim energijama.

Pretpostavljalo se da je energija interakcije V mala u poređenju sa kinetičkom energijom čestice koja stupa u interakciju. Smatralo se, zbog toga, da se pri opisivanju interakcije rasejanja može koristiti metod perturbacije i da će se na taj način doći do potencijala interakcije. Drugim rečima, ukoliko bi se potencijal interakcije predvideo, metodom perturbacije bilo bi moguće predvideti ponašanje preseka rasejanja u zavisnosti od energije i od ugla. Takvi su računi i sprovedeni i za potencijal je korišćena pravougaona jama. Prema ovim proračunima trebalo bi da se presek za rasejanje menja kao $1/T$, a rasejanje bi se događalo samo u oblasti malih uglova, s tim što bi se ugao rasejanja menjao sa energijom na sledeći način $\theta \simeq (1/T)^{1/2}$.

2. Kao što je u paragrafu 12.4 pokazano, presek rasejanja, u slučaju talasa sa momentom impulsa l, može se predstaviti $\sigma_l = 4\pi\lambda\!\!\!^{-}(2l+1)\sin^2\delta_l$.

Kako faza δ_l može da se menja u granicama od $-\pi/2$ do $+\pi/2$, maksimalni presek je dat sa $\sigma_l = 4\pi\lambda\!\!\!^{-}(2l+1)$. Uvećanje preseka da promenom faze može da se objasni na sledeći način: rasejani talas posle rasejanja ne slabi po intenzitetu, ali fazu može da promeni. Razlika u fazi između dolazećeg i rasejanog talasa može da dovede do interferencije, amplituda može da se poveća dva puta. Kako je, međutim, presek

proporcionalan kvadratu amplitude, on može da se poveća četiri puta.



Sl 12.9. *Ugaona distribucija n-p rasejanja na visokim energijama.*

Na sl. 12.9 i sl. 12.10 prikazani su respektivno preseci za n-p i p-p rasejanje u zavisnosti od ugla.

Maksimalna vrednost preseka može se proceniti. Na primer, za rasejane protone na protonima kada je upadna energija oko 400 MeV. Redukovana talasna dužina za ovu vrednost energije iznosi

$$\lambda\!\!\!^{-} = \frac{9\cdot 10^{-13}}{\sqrt{T\,[MeV]}} = \frac{9\cdot 10^{-13}}{\sqrt{400}} = 0.45\cdot 10^{-13}$$

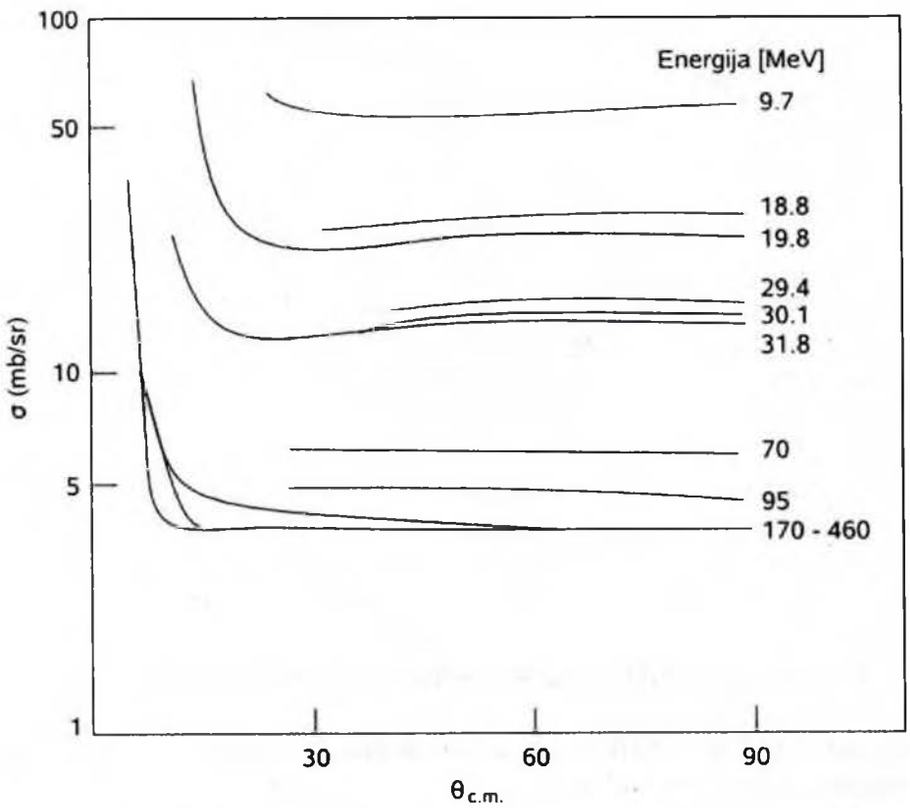
Maksimalna vrednost preseka za s-stanje za datu redukovanu talasnu

dužinu iznosi

$$\sigma_s^{max} = 4\pi \lambda\!\!\!^{-2} \simeq 25 \cdot 10^{-27} \mathrm{cm}^2 ,$$

ili, ukoliko se ova vrednost obračuna po jedinici prostornog ugla, ona iznosi

$$\frac{\sigma_s^{max}}{4\pi} = \lambda\!\!\!^{-2} \simeq 2 \cdot 10^{-27} \left[\frac{\mathrm{cm}^2}{\mathrm{sterad}} \right] \tag{12.57}$$



Sl. 12.10. *Zavisnost preseka p-p rasejanja od ugla za odgovarajuće energije.*

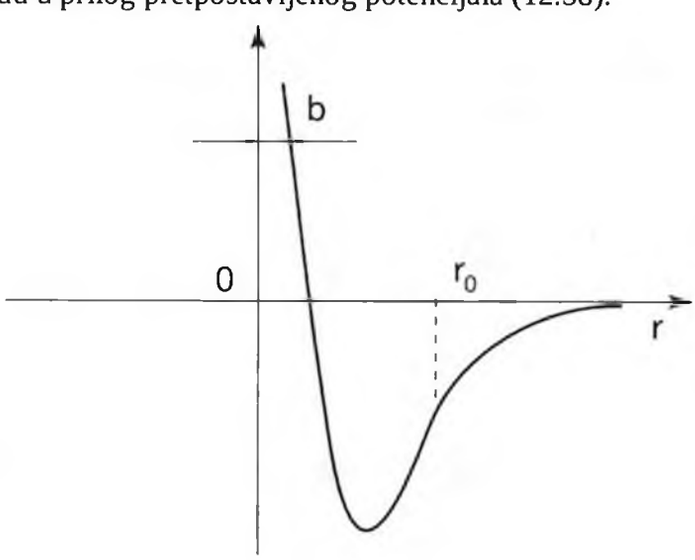
Ako se izračunata vrednost preseka (12.57) uporedi sa vrednostima preseka datim na grafiku (sl. 12.9 i 12.10) zapaža se

neslaganje, jer izmerene vrednosti preseka ne zavise samo od energije, već i od ugla, što nije u skladu sa teorijom perturbacije. Ova činjenica ukazuje da se teorija perturbacija ne može primeniti u opisivanju rasejanja visokoenergijskih čestica, jer se na kraju potencijal interakcije ne može zanemariti, iako je upadna energija rasejanih čestica visoka.

Na osnovu eksperimenata n-p i p-p rasejanja može da se zaključi da se veoma jaka interakcija zapaža upravo kada su čestice koje stupaju u interakciju na visokim energijama, jer se tada nađu na veoma malim rastojanjima, kada nuklearne sile prestaju da budu privlačne i prelaze u odbojne. Potencijal interakcije u tom slučaju postaje značajan i ne može da se zanemari u analizi rasejanja, kao što se to čini primenom teorije perturbacije. Na sl. 12.11 prikazan je potencijal sa čvrstom odbojnom sredinom, koji se može predstaviti sledećim izrazom

$$V(r)=\begin{cases} V_0 e^{-r/r_0} & za \quad r>b \\ +\infty & za \quad r<b<r_0 \end{cases} \tag{12.58}$$

Detaljnim izračunavanjem strukture rasejanja na višim energijama i upoređivanjem sa teorijski izračunatim vrednostima, pokazuje se da rezultati idu u prilog pretpostavljenog potencijala (12.58).

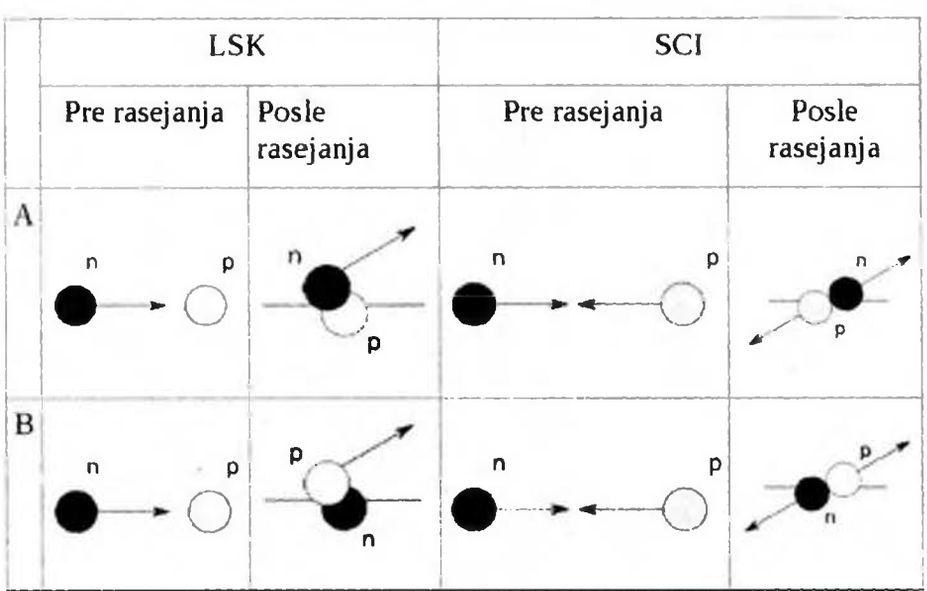


Sl. 12.11. *Potencijal sa čvrstom odbojnom sredinom.*

12.5.1 Sile razmene. Zasićenje nuklearnih sila

Na sl. 12.9. prikazan je presek rasejanja neutrona na protonima u zavisnosti od ugla. Na grafiku je naglašena izrazita anizotropija preseka u odnosu na upadni pravac, posebno na višim energijama. Prvi eksperiment kod kojeg je anizotropija zapažena je u stvari eksperiment Segre-a koji je izučavao rasejanja neutrona na protonima i to pri energijama od 40 i 90 MeV. Interesantno je da se napomene da preseci imaju najveće vrednosti za male i velike vrednosti uglova, a na uglovima od 90° kriva ima minimum.

Ovakvo ponašanje preseka može da se objasni pomoću kinematičke šeme, prikazane na sl. 12.12. Na šemi je prikazano rasejanje u laboratorijskom sistemu (LSK) i u sistemu centra mase u situaciji pre i posle interakcije. Potrebno je da se napomene da se razmatranje odnosi na slučaj kada je $V \ll T$ i kada ugao rasejanja nije velik, tj. $\theta' = (V/T)^{1/2}$. U slučaju A na slici 12.12. prikazano je rasejanje neutrona na protonu. Neutron se rasejao pod malim uglom u odnosu na pravac, dok je proton uzmakao pod uglom 90° u laboratorijskom sistemu koordinata.



Sl. 12.12 *Kinetička šema n-p rasejanja.*

U sistemu centra inercije je favorizovano rasejanje neutrona unapred. U ovom sistemu, međutim, ne bi trebalo da bude rasejanih neutrona na uglovima $\theta' > 90°$.

Ovo tumačenje, međutim, nije u skladu sa rasejanjem koje se u eksperimentu dobija, jer prema rezultatima eksperimenta neutron se rasejava na protonima unazad. Ovakav način rasejanja može da se objasni jedino pretpostavkom da neutron i proton izmene naelektrisanje, kao što je na sl. 12.12 i prikazano u slučaju B.

Izmena naelektrisanja između neutrona i protona u procesu rasejanja u potpunosti objašnjava zavisnost preseka rasejanja od ugla.

Izmena naelektrisanja nastaje i u slučaju kada se brzi proton rasejava na neutronu.

Opisani procesi ilustruju kako se u n-p i p-p interakciji razmenjuju naelektrisanja. Fenomen izmene naelektrisanja ukazuje na posebne osobine nuklearnih sila, koje su usled pomenutog efekta dobili naziv *sile razmene*. Sile razmene, kao i druge sile, u opštem slučaju mogu da zavise od spina čestica kao i od uzajamne orijentacije spinova i ose uzajamnog delovanja. Stoga se potencijal razmene može predstaviti u obliku

$$V(r)=\left\{V_1'(r)+V_2'(r)(\vec{s}_n\cdot\vec{s}_p)+V_3'(r)(\vec{s}_n\cdot\vec{n})(\vec{s}_p\cdot\vec{n})\right\}P \qquad (12.59)$$

gde P predstavlja operator razmene mesta neutrona i protona.

Na višim energijama u potencijal razmene uključen je i četvrti član oblika

$$\left[V_4'(r)(\vec{s}\cdot\vec{l})\right] \qquad (12.60)$$

koji se odnosi na spregu spina i momenta impulsa l.

Uvođenjem sila razmene može da se objasni još jedan karakter nuklearnih sila, zasićenje. Kao što je rečeno u (5.2.3) energija vezivanja po nukleonu veoma brzo raste na niz jezgara kao što su ${}^2_1H$, ${}^3_1H$, ${}^3_2He$, ${}^4_2He$, ali sa daljim porastom masenog broja A dostiže maksimalnu vrednost od oko 8 MeV, da bi posle ove vrednosti bila skoro konstantna. U proseku energija vezivanja po nukleonu za sva jezgra iznosi oko 6-8 MeV. Ovaj podatak ukazuje na to da jedan nukleon u jezgru može da interaguje samo sa ograničenim brojem drugih nukleona, što je posledica dejstva sila razmene.

LITERATURA

GLAVA I-IV

1. M. Mladjenović
   „Radioisotope and Radiation Physics an Introduction“
   Academic Press, New York, 1973.

2. M. Mladjenović
   „Development of Magnetic beta ray Spectrometers“
   Prin. „B. Kidrič“ Inst. of Nucl. Scien., Beograd,1975.

3. H.A. Bethe and J. Ashkin
   Passage of radiation through matter, in „Experimental Nuclear Physics“
   (E. Segré, ed.)
   John Wiley, New York, 1953.

4. A.E.S. Green
   „Nuclear Physics“ , glave od III do VI
   McGraw-Hill Book Comp., New York, 1955.

5. R.D. Evans
   „The Atomis Nucleus“, glave XV i od XVIII do XXVIII
   McGraw-Hill Book Comp., New York, 1955.

6. H.E. Johns and J.S. Laughlin
   Interaction of radiation with matter, in „Radiation Dosimetry“
   (G.J. Hine and G.L. Brownell, eds.)
   Academic Press, New York, 1956.

7. О.И. Лейпунский, В.Б. Новожилов, Сахаров
   „Распространение гама-квантов в веществе“
   Физматгиз, Москва, 1960.

8. С.В. Стародубцев, А.М. Романов
   „Прохождение зараженных частиц через вещество“
   АН УССР, Ташкент, 1962.

9. C.M.H. Smith
„Nuclear Physics“, glave od X do XIII
Pergamon Press, Oxford, 1965.

10. K. Siegbahn, ed.
„Alpha-, Beta- and Gamma-ray Spectroscopy“, glava I i III
North-Holland Publ. Comp., Amsterdam, 1965.

11. E. Segré
„Nuclei and Particles“, glave od II do VI
W.A. Benjamin, Inc., New York, 1965.

12. B.B. Матвеев, Б.И. Хазанов
„Приборы для измерения йонизирующих излучений“
Атомиздат, Москва, 1967.

13. J. Rosenblatt
„Particle accelation“
Methuen, Co. LTD, London, 1968.

14. P. Marmier and E. Sheldon
„Physics of Nuclei and Particles“, Knjiga I, glave od III do VI
Academic Press, New York, 1969.

15. E.B. Paul
„Nuclear and Particles Physics“, glave od III do V
North-Holland Publ. Comp., Amsterdam, 1969.

16. K.H. Мухин
„Експериментальная ядерная физика“, књига I
Атомиздат, Москва, 1974.

17. W.E. Burcham
„Nuklearna fizika“, glave od II do IX
Naučna Knjiga, Beograd, 1974.

GLAVA V-IX

1. M. Mladjenović
„Uvod u nuklearnu fiziku“
Vinča, 1967.

2. E. Fermi
„*Nuclear Physics*“
Chicago Univ. Press, Chicago, 1951.

3. J.M. Blatt, V.F. Weisskopf
„Theoretical Nuclear Physics“, glave: I, VI, VII, XI, XII, XIII,XIV
John Wiley, New York, 1952.

4. М.И. Корсунский
„Изомерия атомных ядер“
Гос. Изд. Тех. Теор. Лит., Москва, 1954.

5. A.E.S. Green
„*Nuclear Physics*“
McGraw-Hill Book Comp., New York, 1955.

6. R.D. Evants
„The Atomic Nucleus“, glave od I do XII
McGraw-Hill Book Comp., New York, 1955.

7. D. Halliday
„Introductory Nuclear Physics“
John Wiley, New York, 1955.

8. М.И. Консурский
„Атомиов ядро“
Гос. Изд. Тех. Теор. Лит., Москва, 1956.

9. А.С. Давидов
„Теория атомного ядра“
Гос. Изд. Физ. Мат. Лит., Москва, 1958.

10. П.Е. Немировский
„Современные моделы атомного ядра“
Атомиздат, Москва, 1958.

11. Л.А. Слив (ed.)
„Деформация атомных ядер“
Изд. Иностр. Литературы, Москва, 1958.

12. M.A. Preston
„Physics of Nucleus“
Addison-Wesley Publ. Comp., London, 1962.

13. B.G. Harvey
„Introduction to Nuclear Physics and Chemistry“
Prentice-Hall, New Jersey, 1962.

14. L.C.L. Yuan, C.S. Wu
„Nuclear Physics“ - Methods of Experimental Physics-
Academic Press, New York, 1963.

15. C.M.H. Smith
„Nuclear Physics“
Pergamon Press, London, 1965.

16. E. Segré
„Nuclei and Particles“, glave od VI do IX
W.A. Benjamin, Inc., New York, 1965.

17. H. Enge
„Introduction to Nuclear Physics“
Addison-Wesley Publ. Comp., London, 1966.

18. R.R. Roy, B.P. Nigam
„Nuclear Physics Theory and Experiment“
John Wiley, New York, 1967.

19. W.E. Meyerhof
„Elements of Nuclear Physics“
McGraw-Hill Book Comp., New York, 1967.

20. В.В. Маляров
„Основы теории атомиого ядра“
Наука, Москва, 1967.

21. H. von Buttlar
„Nuclear Physics an Introduction“
Academic Press, New York, 1968.

22. Р. Натаф
„Моделы ядер и ядериая спектроскопия“
Изд. Мир, Москва, 1968.

23. E.B. Paul
„Nuclear and Particles Physics“, glava I, II, VIII i IX
North-Holland Publ. Comp., Amsterdam, 1969.

24. П.Е. Колпаков
„Основы ядериой физики“
Изд. Просвещение, Москва, 1969.

25. P. Marier and E. Sheldon
„Physics of Nuclei and Particles“, Tom I, glave I, II, VII, IX, X;
Tom II, glava XV
Academic Press, New York, 1969. and 1970.

26. D.J. Rowe
„Nuclear Collective Motion“ - Models and Theory
Methuen and Co. LTD, London, 1970.

27. R.E. Lapp, H.L.Andrews
„Nuclear Radiation Physics“
Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey, 1971.

28. И.В. Рокобольская
„Ядерная физика“
Изд. Москов. Уиивер., Москва, 1971.

29. B.L. Cohen
„Concepts of Nuclear Physics“
McGraw-Hill Book Comp., New York, 1971.

30. О.Бор, Б. Моттелъсои
„Структура атомиого ядра“, Том I
Мир, Москва, 1971.

31. Е.Вигнер
„Етюды о симетрии“ (Й. А. Смородински, ed)
Изд. Мир, Москва, 1971.

32. В.Г. Соловьев
„Теория сложенных ядер“
Изд. Наука, Москва, 1971.

33. Ю.М. Широков и Н.П. Юдин
„Ядерная физика“
Наука, Москва, 1972.

34. M.G. Bowler
„Nuclear Physics“
Pergamon Press, Oxford, 1973.

35. К.Н. Мухин
„Експериментальная ядерная физика“, Том I
Атомиздат, Москва, 1974.

36. W.E. Burcham
„Nuklearna fizika“, Uvod sa fizikom čestica
Naučna Knjiga, Beograd, 1974.

37. А.К. Вальтер, И.И. Залюбовский
„Ядерная физика“
Изд. Виша школа, Харков, 1974.

GLAVA X - XII

1. J.M. Blatt, V.F. Weisskopf
„Theoretical Nuclear Physics“, glave II, III, IV, VIII, IX, X i XI
John Wiley, New York, 1952.

2. R.D. Evans
„The Atomic Nucleus“, glave X, XII, XIII, XIV
McGraw-Hill Book Comp., New York, 1955.

3. D. Halliday
„Introductory Nuclear Physics“, glave III i XIII
John Wiley, New York, 1955.

4. H.A. Bethe, Ph. Morrison
„Elementary Nuclear Theory“
John Wiley, New York, 1961.

5. C.M.H. Smith
„Nuclear Physics“, glave XIX i XX
Pergamon Press, Oxford, 1965.

6. E. Segré
„Nuclei and Particles“, glave X i XI
W.A. Benjamin, Inc., New York, 1965.

7. W.E. Meyerhof
„Elements of Nuclear Physics“, glave V i VI
McGraw-Hill Book Comp., New York, 1967.

8. R.R. Roy, B.P. Nigam
„Nuclear Physics Theory and Experiment“, glave III, IV, VI, X, XI
John Wiley, New York, 1967.

9. А.С. Давидов
„Теория атомного ядра“, главе VII - XV
Гос. Изд. Физ. Мат. Лит., Москва, 1968.

10. H. von Buttlar
„Nuclear Physics an Introduction“
Academic Press, New York, 1968.

11. P. Marmier and E. Sheldon
„Physics of Nuclei and Particles“, Tom I, glava XI; Tom II, glave XIII i XIV
Academic Press, New York, 1969.

12. E.B. Paul
„Nuclear and Particles Physics“, glave VI, VII i XI
North-Holland Publ. Comp., Amsterdam, 1969.

13. B.L. Cohen
„Concepts of Nuclear Physics“, glave III, XIII i XIV
McGraw-Hill Book Comp., New York, 1971.

14. W.E. Burcham
„Nuklearna fizika“, Uvod sa fizikom čestica, glave XIV, XV i XVIII
Naučna Knjiga, Beograd, 1974.

15. К.Н. Мухин
„Експериментальная ядерная физика“, Том II, глава I
Атомиздат, Москва, 1974.

TABLICA UPOTREBLJENIH SIMBOLA

Oznaka	Značenje simbola	Oznaka	Značenje simbola
A	Maseni broj	E_γ	Energija fotona
A	Faktor cepanja	E_v	Energija vezivanja
A	Parametar anizotropije	e^+	Pozitron
barn	Jedinica za presek	e^-	Elektron
C	Kapacitet kondenzatora	e	Elementarno naelektrisanje
C	Konstanta	E_z	Električno polje (komponenta)
C	Svetlosna konverzija	F	Fermi (jedinica)
c	Brzina svetlosti	g	Konstantna interakcije
D	Razmak nivoa	g_s	Nuklearni spinski g-faktor
D_ζ	Dipolni moment	$\hbar,\hbar$	Planck-ova konstanta
d	Deuterijum	I	Kvantni broj
$d\Omega$	Element prostornog ugla	I	Intenzitet
E	Totalna energija	I_0	Polarni, upadni intenzitet
E^*	Energija pobuđenog stanja	k	Boltzmann-ova konstantna
$\bar{E}$	Srednji gubitak energije	k	Talasni vektor

L	Moment impulsa	Q_0	Kvadrupolni električni moment
$\bar{l}$	Srednja slobodna putanja	Q	Q-vrednost reakcije
M	Redukovana masa	R	Električni otpor
M	Faktor multiplikacije	$\bar{R}$	Srednji domet
m_0	Masa mirovanja čestice	R_d	Domet
m_e	Masa elektrona	R_α	Domet α-čestice
m_p	Masa protona	R_{ext}	Ekstrapolirani domet
m_n	Masa neutrona	r	Rastojanje
N	Broj	r_0	Radijus jezgra
N_A	Avogadrov broj	r_e	Radijus elektrona
n	Neutron	R	Koeficient refleksije
n	Indeks prelamanja	$\bar{S}$	Srednji trag
n_e	Koncentracija (gustina) elektrona	S_p	Energija odvajanja protona
P	Verovatnoća	S_n	Energija odvajanja neutrona
p	Impuls	T	Kinetička energija
p	Proton	T	Transparencija, transmisija, prozračnost
Q	Kvadrupolni moment	T	Izospin
Q	Relativna zaustavna moć	T	Kinetička energija

T	Transparencija, transmisija, prozračnost	y	Koordinata
T	Izospin	Z	Atomski (redni) broj
T	Apsolutna temperatura	$Z \cdot e$	Monopolni moment
t	Vreme	z	Koordinata
t	Tricijum	α	Ugao, čestica, zračenje, raspad
$t_{1/2}$	Period poluraspada	β	Ugao, čestica, zračenje, raspad
V	Potencijal	$\beta = v / c$	Relativistički koeficient
V(r)	Potencijal, potencijalna energija	β^+	Pozitronski raspad
V_B	Kulonova potencijalna barijera	γ	γ-zračenje, γ-kvant
V_c	Centrifugalna barijera	Γ	Širina
v	Brzina	Δ	Interval, razmak, apsolutna greška
V_j	Zapremina jezgra	δ	Relativna greška
W_{mag}	Magnetna energija	ε	Dielektrična konstantna
X_0	Radijaciona dužina	π	π-mezon
X	X-zračenje	Π	Parnost
x	Koordinata	ρ	Gustina
x	Rastojanje	σ	Presek

$\sigma(\theta)$	Diferencijalni presek	τ	Srednji život
σ_R	Presek za reakciju	φ	Polarni ugao
σ_{ras}	Presek za rasejanje	ψ	Ugao, talasna funkcija
σ_f	Presek za fotoefekat	Ω	Prostorni ugao
σ_c	Presek za Compton-ovo rasejanje	ω	Kružna frekvencija
σ_p	Presek za stvaranje parova		

RELACIJA	NAZIV KONSTANTE	NUMERIČKA VREDNOST	JEDINICA MERE
$a_0=\frac{\hbar^2}{m_e c^2}$	Bohr-ov radijus	5.29167(2)	10^{-11} m
$1/\alpha=hc/e^2$	Konstanta fine strukture	137.0388(6)	-
c	Brzina svetlosti u vakuumu	2.99792458	10^8 m s^{-1}
e	Elementarno naelektrisanje	1.60210(2)	10^{-19} C
e/m_e	Specifično naelektrisanje elektrona	5.27274(2)	

$F = N_A e/c$	Faraday-eva konstanta (ajm*)	9.64870(5)	10^4 C mol^{-1}
γ_p	Žiromagnetni odnos za proton	2.675192(7)	10^8 rad s^{-1} T^{-1}
G, γ	Gravitaciona konstanta	6.670(5)	10^{-11} N m^2 kg^{-2}
h	Planck-ova konstanta	6.62559(16)	10^{-34} J s
$\hbar = \frac{h}{2\pi}$	Redukovana Planck-ova konstanta	1.054494(25)	10^{-34} J s
$k = R_0/N_A$	Boltzmann-ova konstanta	1.38054(6)	10^{-32} J K^{-1}
$\lambda_{C,e} = h/m_e c$	Compton-ova talasna dužina elektrona	2.42621(2)	10^{-12} m
$\lambda_{C,p} = h/m_p c$	Compton-ova talasna dužina protona	1.321398(13)	10^{-15} m
$\lambda_{C,n} = h/m_n c$	Compton-ova talasna dužina neutrona	1.319589(12)	10^{-15} m
$M_e = N_A m_e$	Masa elektrona (ajm*)	5.48597(3)	10^{-4} ajm
$M_H = N_A m_H$	Masa atoma vodonika (ajm*)	1.00782519(8)	ajm
$M_n = N_A m_n$	Masa neutrona (ajm*)	1.00866250(10)	ajm
$M_p = N_A m_p$	Masa protona (ajm*)	1.00727662(8)	ajm
$\mu_B = \frac{\hbar e}{2 m_e c}$	Bohr-ov magneton	9.2732(2)	10^{-24} J T^{-1}

μ_e/μ_B	Magnetni moment elektrona (izražen u Bohr-ovim magnetonima)	1.001159622(27)	-
$\mu_N = \frac{\hbar e}{2 m_p c}$	Nuklearni magneton	5.05050(13)	10^{-27} J T^{-1}
N_A	Avogadrov broj (ajm*)	6.02252(9)	10^{23} mol^{-1}
R_0	Gasna konstanta idealnih gasova (ajm*)	8.31434(35)	J mol^{-1} K^{-1}
$R_\infty = \frac{m_e e^4}{4 \pi c \hbar^3}$	Rydberg-ova konstanta za jezgro bez uzmaka (beskonačne mase)	1.0973731(1)	10^7 m^{-1}
r	Odnos hemijske skale prema fizičkoj skali (ajm*) jedinice mase M(^{16}O=16) / M(^{12}C=12)	1.000043(5)	-
$r_e = \frac{e^2}{m_e c^2}$	Klasični radijus elektrona	2.81777(4)	10^{-15} m
σ	Štefan-Boltzmann-ova konstanta	5.6697(10)	10^{-8} Wb m^{-2} K^{-4}
1 ajm = 1 / N_A	Atomska jedinica mase (izvedena	1.66043(2)	10^{-27} kg

	prema izotopu ^{12}C)		

Poređenje osnovnih jedinica

Veličina	SI	cgs	Ostale
dužina	1 m	10^2 cm	10^6 μ , 10^8 Å
masa	1 kg	10^3 g	$6.025 \cdot 10^{26}$ ajm
sila	1 N	10^5 D	
energija	1 J	10^7 erg	0.2399 cal, $6.24 \cdot 10^{18}$ eV
snaga	1 W	10^7 erg s^{-1}	

Poređenje vremenskih jedinica

Sekund	Minut	Čas	Dan	Godina
60	1			
$3.6 \cdot 10^3$	60	1		
$8.64 \cdot 10^4$	$1.44 \cdot 10^3$	24	1	
$3.15 \cdot 10^7$	$5.26 \cdot 10^5$	$8.76 \cdot 10^3$	365	1

SI prefiksi

Naziv	Oznaka	Vrednost
jota	Y	10^{24}
zeta	Z	10^{21}
eksa	E	10^{18}
peta	P	10^{15}
tera	T	10^{12}
giga	G	10^{9}
mega	M	10^{6}
kilo	k	10^{3}
hekto	h	10^{2}
deka	da	10^{1}
NEMA	NEMA	10^{0}
deci	d	10^{-1}
centi	c	10^{-2}
mili	m	10^{-3}
mikro	μ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}

piko	p	10^{-12}
femto	f	10^{-15}
ato	a	10^{-18}
zepto	z	10^{-21}
jokto	y	10^{-24}

Indeks pojmova

akceleratori.....88
alfa raspad.....**246**
alfa-čestica.....2, 9
domet.....21
anihilaciono zračenje.....42
antičestice.....92
antihelijum.....92
antineutrino.....3
antineutron.....92
antiproton.....92
antineutrino.....**265**
apsolutna aktivnost.....110, 120
atenuacija.....5
atenuacioni koeficient.....5, 44
atomska jedinica mase....134, 136
atomski broj.....135
atomski zaustavni presek.....16
Auger-ov efekat.....32
barijera centrifugalna.....**258**
barioni.....2, 91
barn.....3
beta spektar, oblik.....**292**
beta-čestice, apsorpcija.....24
beta-raspad.....260
beta-raspad.....
domet.....25
dvostruki.....159
beta-spektrometar.....84
moć razlaganja.....84
Bohr-ov magneton.....132
Breit-Wigner-ova formula**365,** 380
centrifugalna barijera.....**258**
ciklotron.....90, 100
Cockroft-Walton-ov akcelerator 93
Compton-ova talasna dužina.....38
Compton-ovo rasejanje.....37
presek.....39, 43
Coulomb-ov korekcioni faktor**275**
Curie (Ci).....124
defekt mase.....144
deformacija jezgra.....172, 230
deuterijum.....2, 89
energija vezivanja.....143
deuteron.....405, 410
električni kvadrupolni moment 410
energija vezivanja.....410
poluprečnik.....416
diferencijalni presek....7, 168, **401**
difuziona maglena komora.....77
dimenzije jezgra.....88, 129, 159
Dirac-ova teorija.....41
diskretna stanja.....**365,** 370
domet.....2, 8, 11, 20, 246
domet.....
ekstrapolirani.....9, 22
srednji.....9, 22
Doppler-ov efekat kod uzmaka **320**
dubletna stanja.....**335**
dubletno stanje.....177
dužina rasejanja.....**419,** 424, 430
dvokomponentna teorija neutrina **267**
dvostrukofokusirajući spektrometar.....84
efikasni presek.....**342**
efikasnost.....46, 59, 65
egzoenergijska reakcija..**336,** 340, 347, 350

ekstrapolirani domet.....9
elastičan sudar.....10
elastično rasejanje.....3
elektrona.....22, 167
neutrona.....173
električni kvadrupolni moment
.....216, **239**
elektromagnetno zračenje.....3
elektron, domet.....23
endoenergijska reakcija..**336,** 341, 348
energija odvajanja.....147, 213
energija osnovnog stanja.....**249**
energija pobuđenog stanja.....**329**
energija praga.....**339,** 341
energija vezivanja.....1, 143
energija vezivanja.....
deuterona.....143
elektrona.....137
nukleona.....144
faktor cepanja.....191
faktor pakovanja.....144
fazna brzina.....30
fazni pomak.....**355,** 417
fenomenološki potencijal.....**410**
Fermi-ev nivo.....56, 209
Fermi-eva funkcija.....172
Fermi-eva selekciona pravila. .**288**
Fermi-eva teorija beta-raspada**269**
Fermi-Kurie grafik.....**277**
fisija.....146, 206
form faktor.....169
fotoefekat.....32
fotoelektrični efekat.....43
fotoelektrični efekat.....
presek.....34
ugaona distribucija elektrona
.....35
fotografska emulzija.....45
fotomultiplikator.....67
foton.....3, 37, 66
funkcija jačine.....384
fuzija.....146
g-faktor.....179
gama-zračenje.....1, 25, 42, **302**
gama-zračenje.....
Compton-ovo rasejanje.....37
Rayleigh-evo rasejanje...31, 37
stvaranje parova.....40
Thomson-ovo rasejanje..31, 36
gasna multiplikacija.....50, 60
Gauss-ova raspodela.....127, 171
Geiger-Müller-ov brojač.....46, 63
plato.....65
Geiger-Nuttall-ov zakon.....**246**
germanijumski (poluprovodnički) brojač.....46, 53
gustina jezgra.....170, 172, 204
Heisenberg-ova relacija neodređenosti.....380
Heisenberg-ova relacija neodređenosti 132
helicitet.....**268**
hiperfina struktura.....186
impuls prenosni.....**399**
invarijantnost.....**289**
inverzni procesi.....350
izborna pravila.....259, 286, 304, 331, 399
izobari.....139, 156
izomeri.....**311**
izospin.....329, **331,** 405
izotoni.....139
izotop.....130, 138
izotopska obilnost.....211, 214
izvor jona.....96
jaka interakcija.....331, 364
jedinice radioaktivnosti.....124
jednočestični model.....204
jednočestični model slojeva....220

jonizacija.....8
primarna.....10, 46
sekundarna.....10, 50
specifična.....9, 15
jonizaciona komora.....47
jonizacioni potencijal.....15
jonski par.....9, 46, 57
K-mezoni.....2
kanal reakcije.....**329**
karta izotopa.....149
kaskadni generator.....93
klasifikacija beta-prelaza.....**285**
Klein-Nishina formula.....39
koeficijent apsorpcije.....25
kolektivni model.....229
komparativni period poluraspada
.....**281,** 284
konačnia stanja.....**342**
konstanta alfa-raspada.....**258**
konstanta fine strukture.....166
konstanta slabe interakcije.....**274**
kontinualna stanja.....**380**
kontinualni spektar (beta raspad)
.....24
konverzioni elektroni.....82
konverzioni koeficient.....**325**
Kurie-dijagram.....**278**
kvadrupolni moment jezgra...129, 199, 426
kvantni broj.....220
kvazistacionarna stanja. .**368,** 378, 380
laboratorijski sistem koordinata
.....**330**
lavina u brojačima.....60, 64
Legendre-ovi polinomi...194, 198
leptonsko polje.....3, 270
linearni atenuacioni koeficijent...5
LS-sprega.....177
magična jezgra.....211
dvostruko magična jezgra. .211
magični brojevi.....213p., 222
maglena komora.....75, 77
magnetni kvantni broj.....178, **305**
magnetni moment jezgra.....129
magnetni momenti.....237
Magnetni spektrometri.....82
magneton.....
Bohr-ov.....132
nuklearni.....132, 134, 179
masa jezgra.....129
defekt.....144
semiempirijska jednačina...152
Masa jezgra.....136
masena zaustavna moć.....16
maseni koeficijent.....5, 16, 25
maseni spektrometar.....137
matrični element.....**273,** 275
mehurasta komora.....46, 78
metastabilna stanja.....**368**
mezon.....91
mezonska teorija nuklearnih sila
.....405
mezonsko polje.....404
model jezgra.....
Davidov-a.....236
Fermi-evog gasa. 207, 383, 388
jednočestični.....220
kolektivni.....229
model slojeva (shell model)
.....210
optički model.....392
statistički model.....383
tečne kapi.....204
model nezavisne čestice.....204
moment.....
električni dipolni.....199
električni kvadrupolni.....199
magnetni dipolni.....181
monopolni.....199

trajna.....120
tranzitna.....122
radioaktivni niz.....116
radioaktivni raspad.....24, 108
konstanta raspada.....110
radioaktivno grananje.....123
radioaktivnost (prirodna) 108, 122
radioaktivnost (prirodna).....
indukovana.....108
radiofrekventni izvor jona.....96
rasejanje.....
Compton-ovo.....31, 37
Coulomb-ovo.....3
dužina rasejanja.....419
elastično.....3, 22, 37, 90, 167, 329, 338, 346, 355, 359
elastičnom.....353
neelastično.3, 22, 90, 329, 339, 347, 353, 359
neutrona na neutronu.....429
neutrona na protonima.....376, 422
protona na protonu.....427
Rayleigh-evo.....31, 37
Thomson-ovo.....31, 36
rastojanje nivoa.....210, 367
ravan talas.....354, 417
reakcija dohvata (pick-up).....401
reakcija razdvajanja (stripping) 401
redukovana.....
talasna dužina.....387, 431
verovatnoća.....307p.
širina.....383
relativna zaustavna moć.....18
rezolucija (moć razlaganja) detektora, spektrometra.....57, 70
rezonanca.....364, 370
presek.....370
rotacioni spektri.....235
rotaciono kretanje.....232
Schmidt-ovi dijagrami.....185
Schrödinger-ova jednačina....220, 253, 395, 411
scintilacioni brojač.....46, 65
scintilator.....66, 68
vreme gorenja.....68
sile razmene.....434
singletno stanje.....177, 335, 376, 423
sinhrociklotron.....105
sistem centra mase.....343, 351
složeno jezgro.....328, 331
specifična jonizacija.....15
specifična jonizacija.....
srednja specifična jonizacija. .9
specifični gubitak energije.....9
srednji specifični gubitak. 9, 15
spin.....130, 375
spin-orbitalna sprega.....405, 427
srednja slobodna putanja....5, 205, 393p.
srednji domet.....9, 22
srednji život.....69, 110, 123, 271, 305, 367, 380
stabilnost jezgra.....147
stacionarna stanja.....368
stacionarno stanje.....200
statistički faktor beta-raspada. 271
struktura jezgra.....152
3.stvaranje parova.....31
presek.....41
sukcesivne radioaktivne transformacije.....113
svetlosna konverzija.....69
svojstvena funkcija.....220
talasna funkcija.....191, 235, 253, 273, 354, **414**
talasna funkcija.....
amplituda.....255, 354

talasni broj.....218, 354, 383
tandem Van de Graaf-ov akcelerator.....99
tenzorska sila.....422, 426
termalni neutron.....364
Thomson-ovo rasejanje.....31, 36
totalni presek.....6, 353, 357p.
trag.....8, 22, 81
transparencija barijere.....255
tripletno stanje.....177, 335, 376
tunel efekat.....161, 251
ugaona distribucija.....8, 431
unutrašnja konverzija.....324
uzmak kod nuklearne rezonance 319
Van de Graaff-ov generator.....89
varnična komora.....46, 81
verovatnoća interakcije.....4
verovatnoća nuklearne reakcije 345
verovatnoća prelaza.....303, 305
verovatnoća rasejanja.....3
vibracioni model.....241
virtuelna stanja.....386
virtuelni foton.....406
vreme maksimalne aktivnosti. 117
vreme oporavka brojača.....52, 62
Weizsäcker-ova formula.....152
Wilson-ova komora.....75
X-zračenje.....1, 32
Yukawa-in potencijal.....409
Z-N dijagram.....149
zabranjena zona.....42
zahvat elektrona.....151, 158, 260, 265
zakočno zračenje. 8, 11, 22, 26, 88
zakon održanja.....
energije.....32, 37, 40, 261, 330
impulsa....32, 37, 40, 248, 330, 336
momenta impulsa.....263
zapremina detektora.....47
zasićenje nuklearnih sila.....434
zaustavna moć.....9, 13, 15, 19
čeoni sudar.....14, 140
Čerenkovljev brojač.....46, 74
Čerenkovljevo zračenje...3, 11, 29
gubitak energije.....30
nuklearna emulzija.....45
širina linija.....323
širina linije.....84
širina nivoa.....318, 365, 368, 384, 387
žiromagnetni odnos.....180, 238
žiromagnetni odnos.....
moment.....185