

UNIVERSITY OF THESSALY



Νευρο-ασαφής Υπολογιστική

ECE447

Σετ προβλημάτων 1

Αλεξάνδρα Γιάννη Νίκος Στυλιανού

AEM: 3382

AEM: 2917

8 Δεκεμβρίου 2023

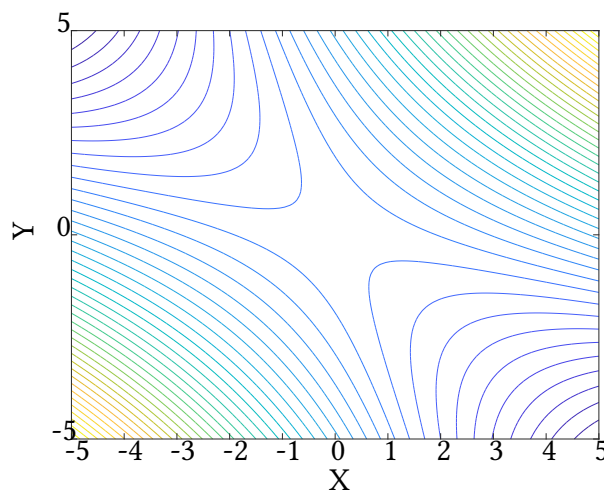
1 Πρόβλημα 1

Τα contour lines της συνάρτησης $f(x, y)$ που δίνεται στην εκφώνηση παράγεται με τον ακόλουθο κώδικα MATLAB και παρουσιάζεται στην εικόνα 1.

```
function [Z] = plot_contour(start_num, end_num)

    x = linspace(start_num, end_num, 100);
    y = x;
    [X, Y] = meshgrid(x, y);
    Z = X.^2 + 4*X.*Y + Y.^2;
    contour(X, Y, Z, 40);
    xlabel('X');
    ylabel('Y');

end
```



Σχήμα 1: Οι contour lines της συνάρτησης $f(x, y)$

Η γενική εξίσωση μιας quadratic συνάρτησης είναι η $f(x, y) = ax^2 + 2bxy + cy^2$, παίρνοντας έτσι τους συντελεστές $a = 1$, $b = 2$, $c = 1$. Ο υπολογισμός της διακρίνουσας μπορεί να μας βοηθήσει να υπολογίσουμε το σημείο όπου βρίσκεται το τοπικό ακρότατο της συνάρτησης.

$$D = \begin{bmatrix} f_{xx} & f_{xy} \\ f_{yx} & f_{yy} \end{bmatrix} = f_{xx}f_{yy} - f_{xy}^2 = 2 \times 2 - 4^2 = -12 < 0, \quad \text{όπου} \quad (1)$$

$$f_{xx} = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 2, \quad f_{yy} = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 2, \quad f_{xy} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right) = 4$$

Άρα, αρκεί να βρούμε το σημείο όπου $\frac{\partial f}{\partial x}$ και $\frac{\partial f}{\partial y}$ ισούνται με 0. Έτσι, το σημείο αυτό θα είναι saddle point ή σημείο καμπής όπου οι κλίσεις στις ορθογώνιες κατευθύνσεις είναι όλες μηδέν, αλλά το οποίο δεν αποτελεί τοπικό άκρο της συνάρτησης. Συγκεκριμένα έχουμε:

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x} = 2x + 4y = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial y} = 4x + 2y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Άρα, το σημείο $(x, y) = (0, 0)$ είναι το saddle point για την συνάρτηση που δίνεται και αυτό γίνεται γνωστό και από τις contour lines της συνάρτησης.