Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης
Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών

11/11/2022

1η Εργαστηριακή Άσκηση. Ελαχιστοποίηση κυρτής συνάρτησης μιας μεταβλητής σε δοσμένο διάστημα.

Μάθημα: Τεχνικές Βελτιστοποίησης
Καθηγητής:Γεώργιος Ροβιθάκης
Όνομα: Τσιμπλιαρίδης Νικόλαος
ΑΕΜ: 9652
E-mail: tenikola@ece.auth.gr

Χειμερινό εξάμηνο

2022-2023

Πίνακας περιεχομένων

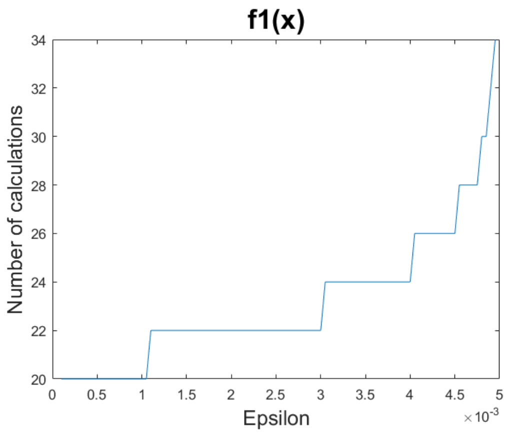
$1^{η}$ Εργαστηριακή Άσκηση

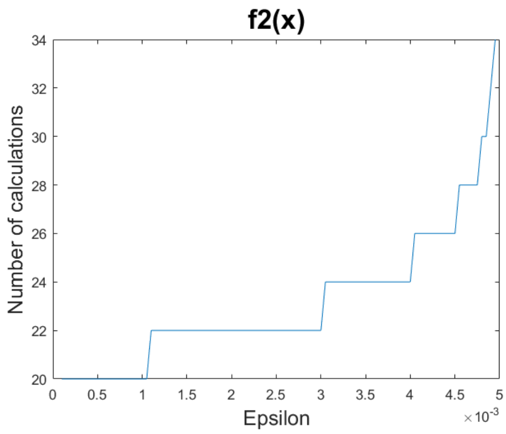
Ερώτημα 1ο: Μέθοδος Διχοτόμου

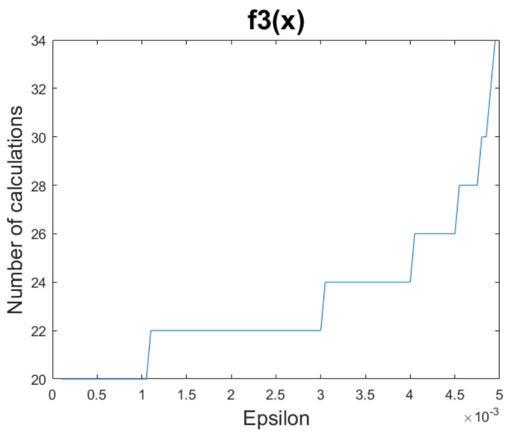
Στην μέθοδο της διχοτόμου, όπως έχει υλοποιηθεί, η αντικειμενική συνάρτηση υπολογίζεται δύο φορές σε κάθε επανάληψη, μια για x1(κ) $= \frac{a(k) + b(k)}{2} - e$ και μία για $x2(k) = \frac{a(k) + b(k)}{2} + e$. Άρα 2k υπολογισμοί

α) Μεταβολή των αντικειμενικών υπολογισμών της f,καθώς μεταβάλουμε την σταθερά ε, με σταθερό l = 0.01

Παρατηρούμε ότι και για τις τρείς συναρτήσεις έχουμε ακριβώς το ίδιο αποτέλεσμα, δηλαδή οι φορές που υπολογίζεται η fδεν έχει κάνει τόσο με την ίδια την συνάρτηση, αλλά περισσότερο με την τιμή της ε. Όσο μεγαλύτερη είναι η ε τόσο περισσότερες φορές καλείται η f, άρα ιδανικά θα θέλαμε όσο πιο μικρό ε γίνεται.

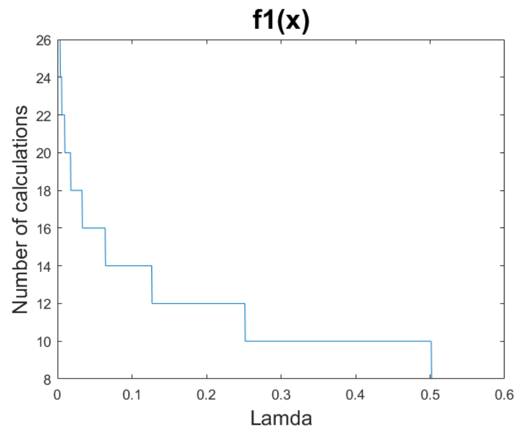


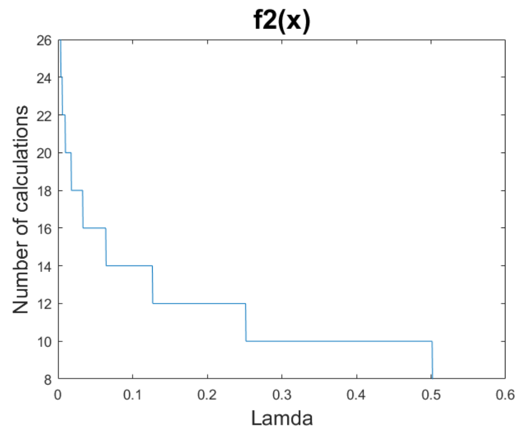


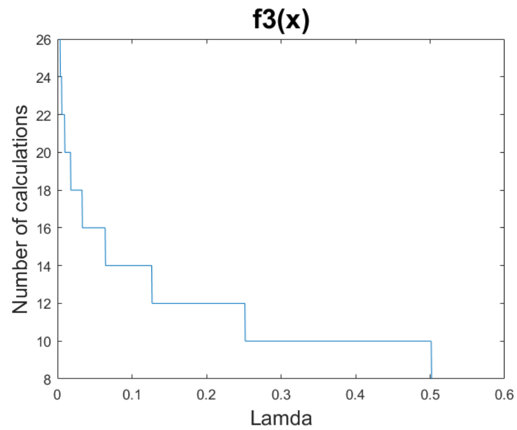


β) Μεταβολή των αντικειμενικών υπολογισμών της f,καθώς μεταβάλουμε την σταθερά l, με σταθερό ε = 0.001

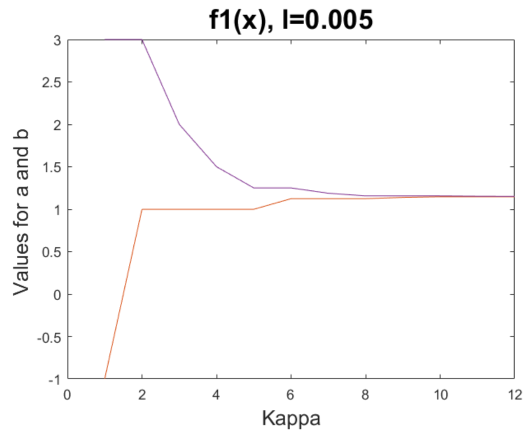
Επίσης παρατηρούμε ότι η συνάρτηση δεν φαίνεται να επηρεάζει το πόσες φορές γίνεται το κάλεσμα. Εξαρτάται μόνο από την τιμή του l, όσο αυξάνεται τόσο λιγότερες φορές καλείται η αντικειμενική συνάρτηση

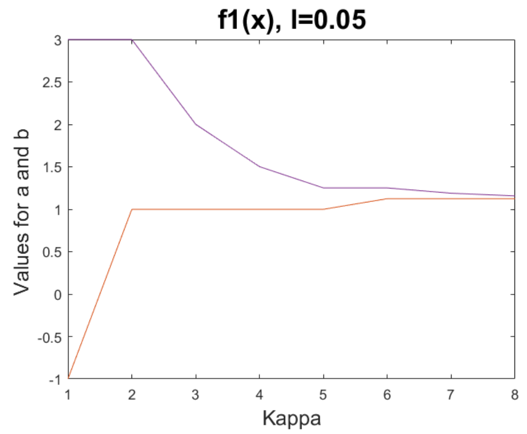


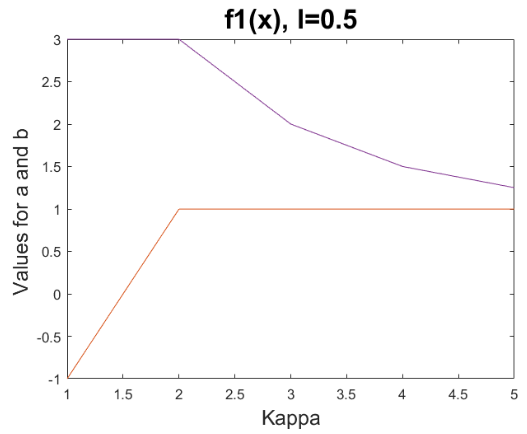


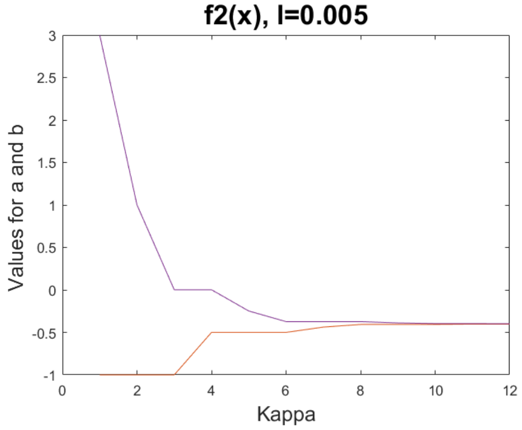


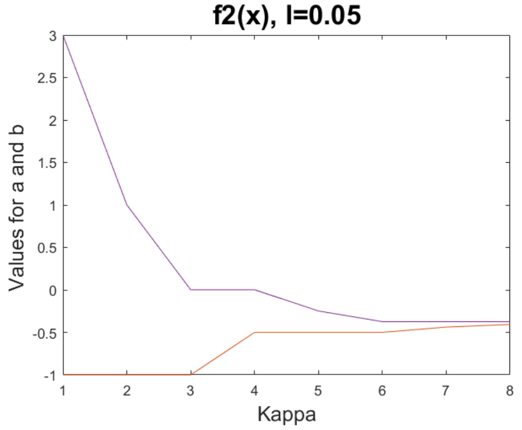
γ) Μεταβολή του α και β για διάφορες τιμές του l:

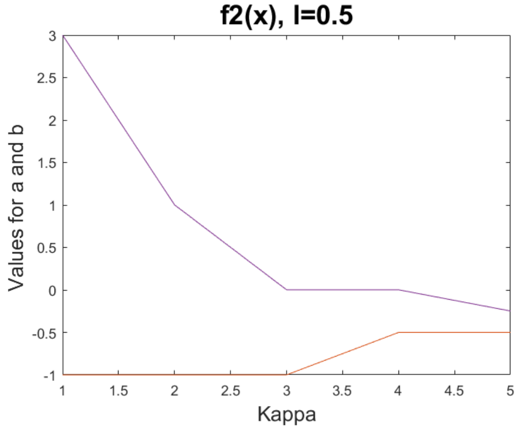


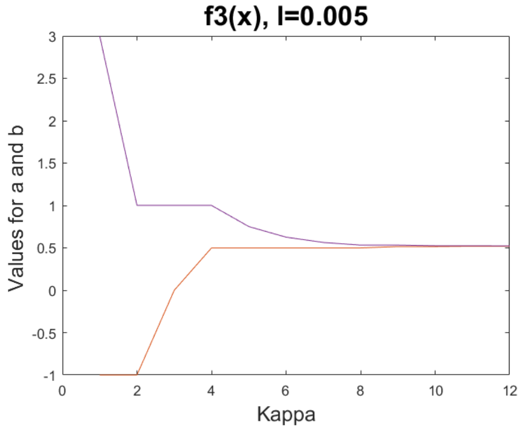


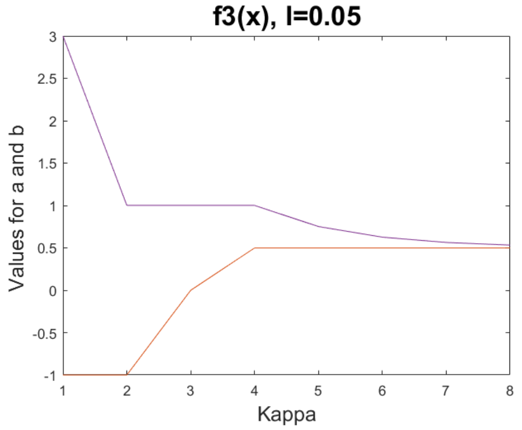


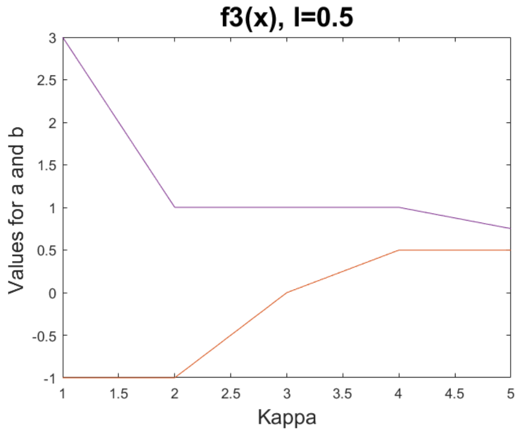












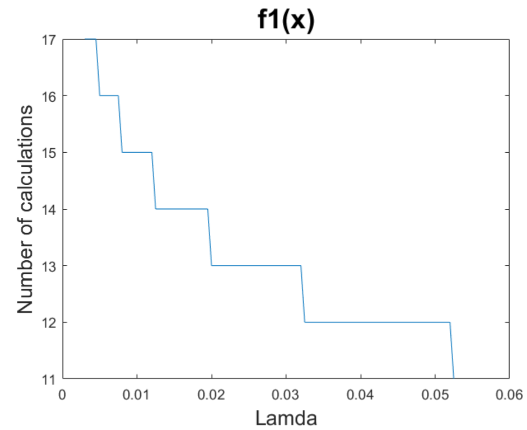
Όπως παρατηρούμε όσο μεγαλύτερο το lτόσο μεγαλύτερο το τελικό διάστημα που παίρνουμε αλλά και τόσο πιο αργά μικραίνει αυτό. Άρα σε συνδυασμό με το παραπάνω ερώτημα, θα θέλαμε ένα lαρκετά μεγάλο για μην κάνουμε πολλές επαναλήψεις, αλλά αρκετά μικρό για να έχουμε ένα καλό διάστημα στο τέλος.

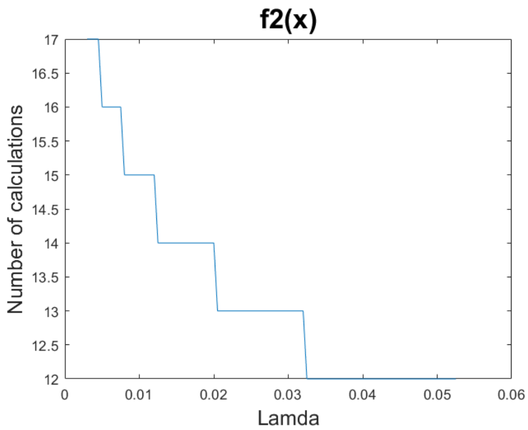
Ερώτημα 2ο: Μέθοδος Χρυσού Τομέα

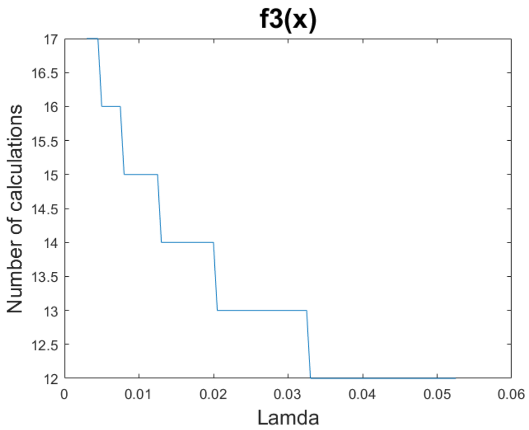
Στην μέθοδο του χρυσού τομέα όπως έχει υλοποιηθεί, η αντικειμενική συνάρτηση υπολογίζεται δύο φορές στην πρώτη επανάληψη, μια για $X1(1) = \alpha(1) + (1-\gamma)(\beta(1) - \alpha(1))$ και μία για $X2(1) = \alpha(1) + \gamma(\beta(1) - \alpha(1))$, ενώ στις επόμενες επαναλήψεις ανανεώνεται ένα από τα δυο x. Άρα k+1 υπολογισμοί.

α) Μεταβολή των αντικειμενικών υπολογισμών της f,καθώς μεταβάλουμε την σταθερά l

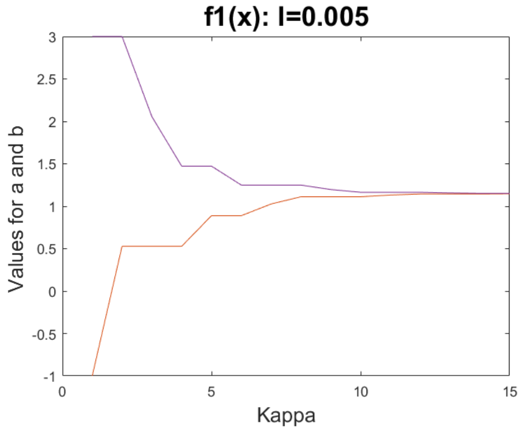
Σε αντίθεση με την μέθοδο της διχοτόμου εδώ έχουμε διαφορά ανάλογα με την συνάρτηση, οπότε για διαφορετικές συναρτήσεις θα επιλέγαμε διαφορετικά l.

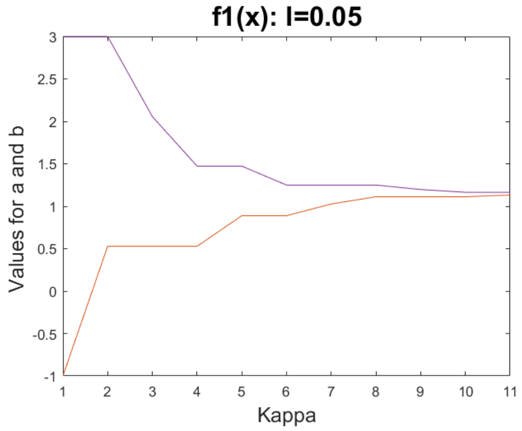


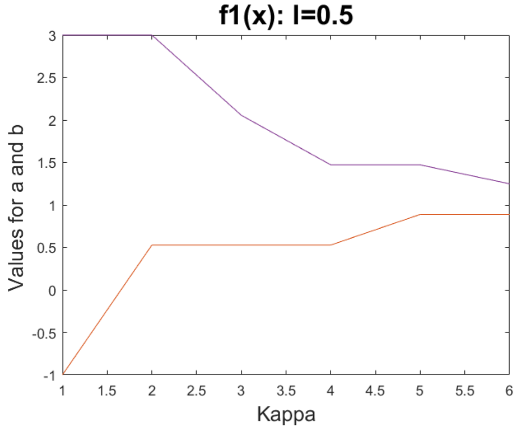


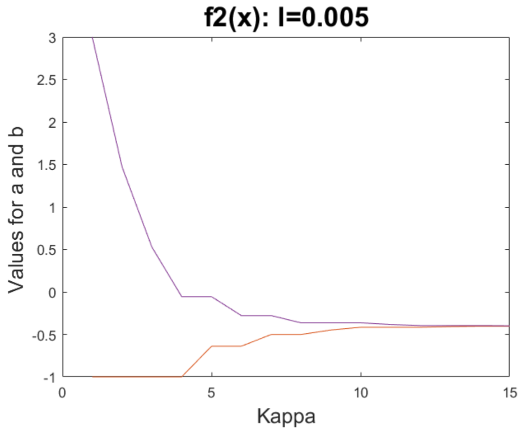


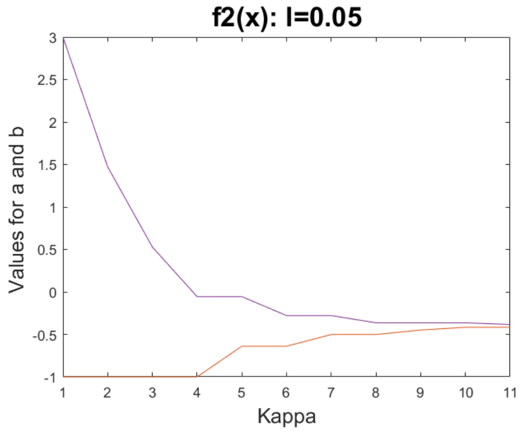
β)Μεταβολή του α και β για διάφορες τιμές του l:

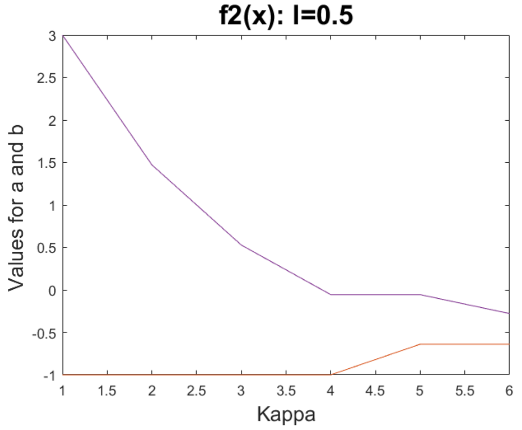


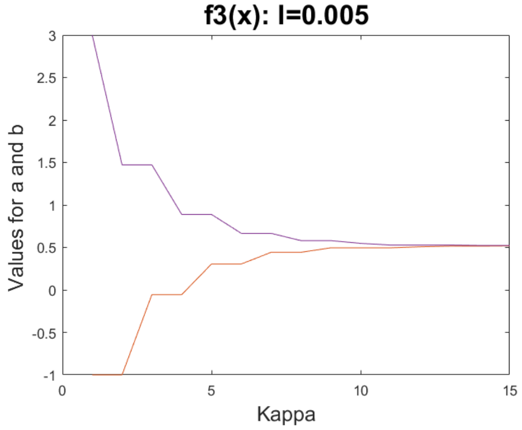


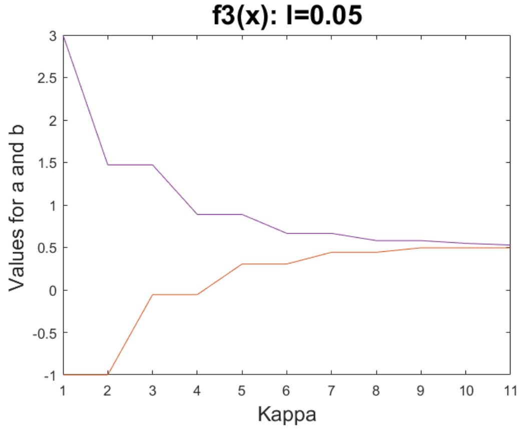


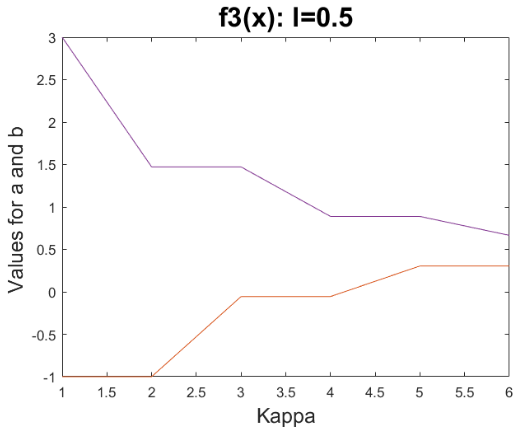








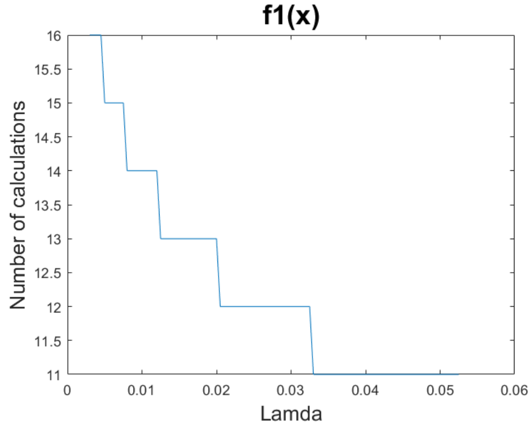


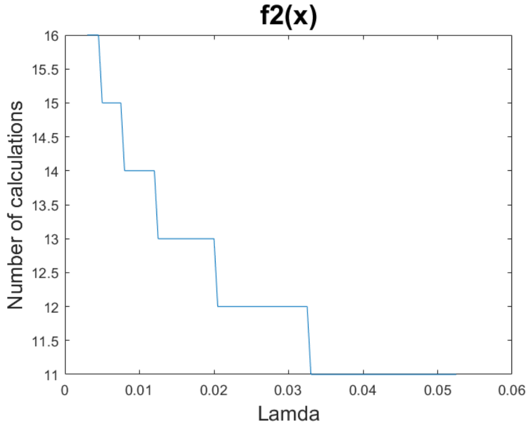


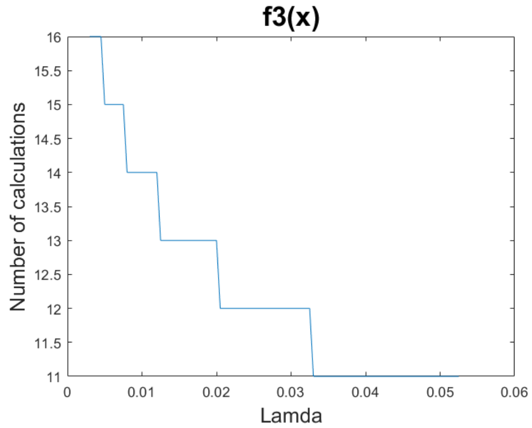
Ερώτημα 3ο: Μέθοδος Fibonacci

Στην μέθοδο Fibonacci, όπως έχει υλοποιηθεί, η αντικειμενική συνάρτηση υπολογίζεται μία φορά για $X1(1) = \alpha(1) + \left(\frac{F(n-2)}{F(n)}\right)(\beta(1) - \alpha(1))$ και μία για $X2(1) = \alpha(1) + \left(\frac{F(n-1)}{F(n)}\right)(\beta(1) - \alpha(1))$ ενώ στις επόμενες επαναλήψεις ανανεώνεται μόνο το ένα από τα δύο. Όμως ο αλγόριθμος τερματίζει για k = n-2, άρα μια λιγότερη επανάληψη. Οπότε έχουμε k υπολογισμούς.

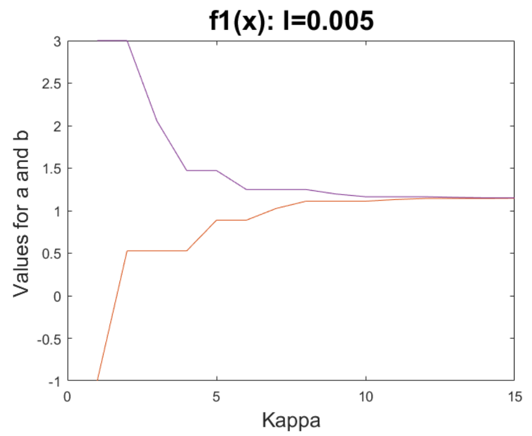
α) Μεταβολή των αντικειμενικών υπολογισμών της f,καθώς μεταβάλουμε την σταθερά l

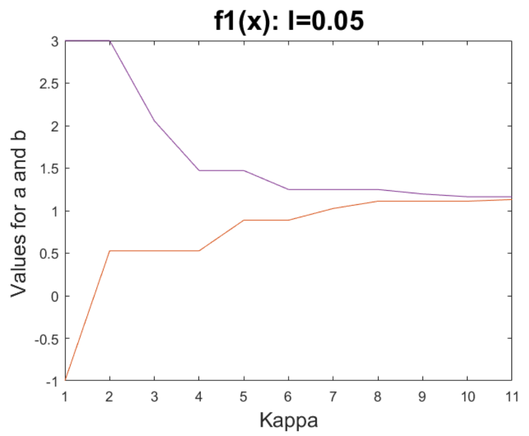


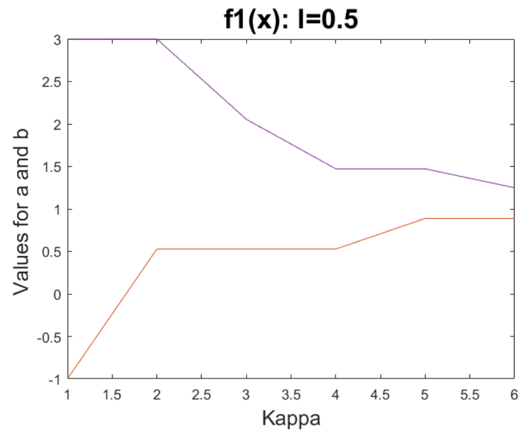


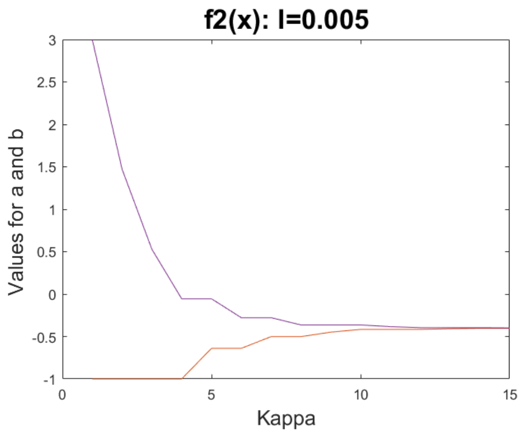


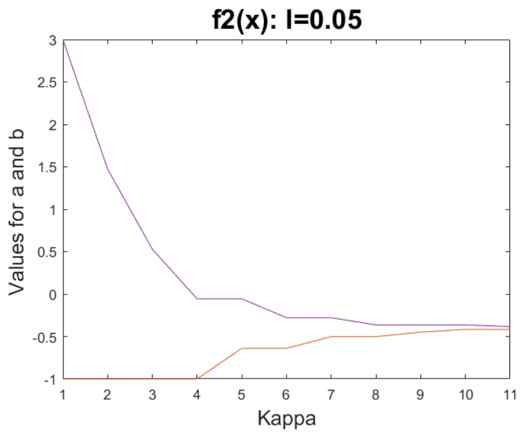
β)Μεταβολή του α και β για διάφορες τιμές του l:

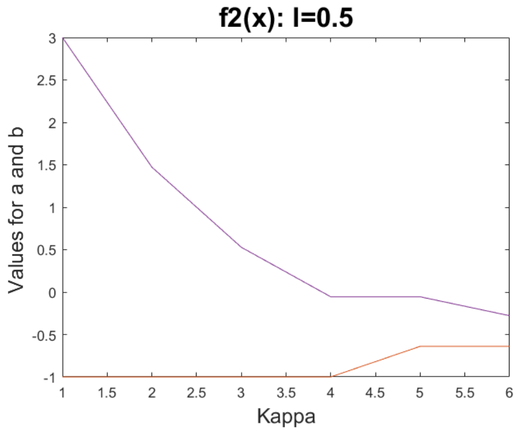


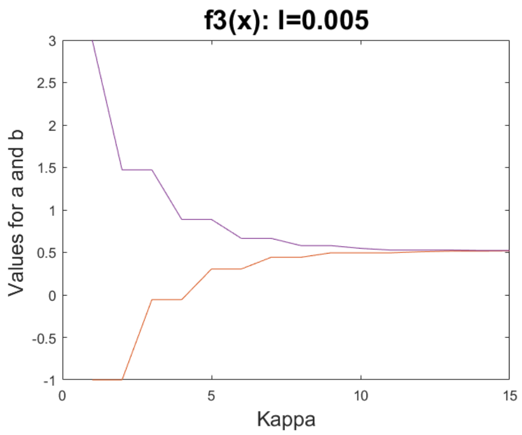


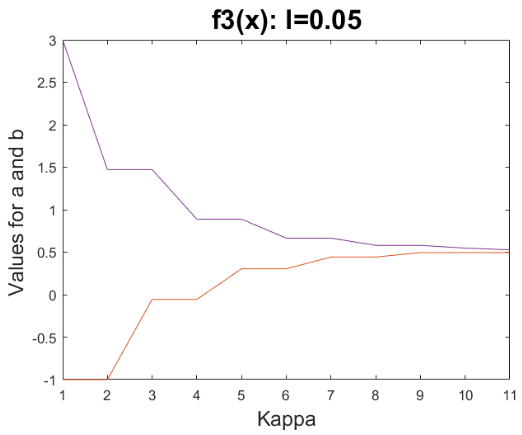


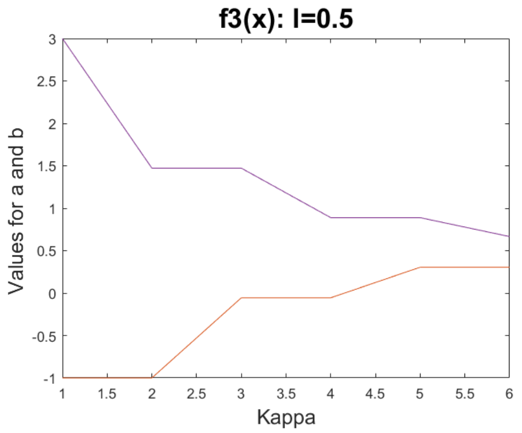

f2(x): l=0.005
Values for a and b
Kappa


f2(x): l=0.05
Values for a and b
Kappa


f2(x): l=0.5
Values for a and b
Kappa


f3(x): l=0.005
Values for a and b
Kappa

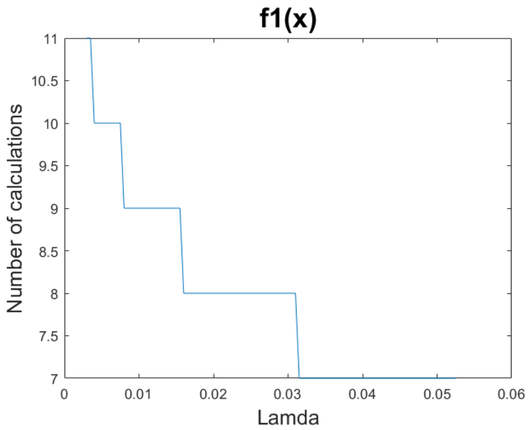

f3(x): l=0.05
Values for a and b
Kappa

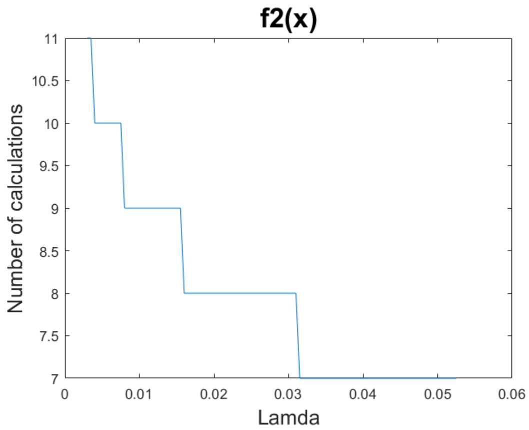

f3(x): l=0.5
Values for a and b
Kappa

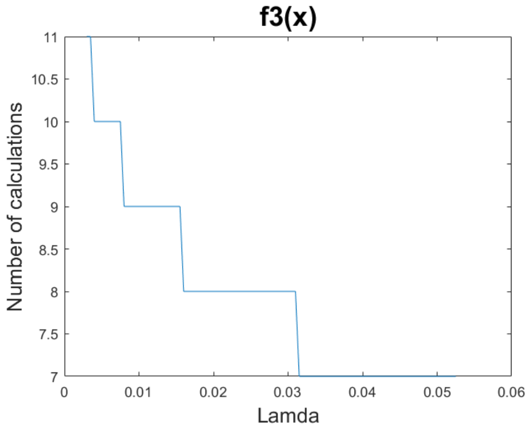
Ερώτημα 4ο: Μέθοδος διχοτόμου με παραγώγους

Στην μέθοδο διχοτόμου με παραγώγου, όπως έχει υλοποιηθεί, η παράγωγος της αντικειμενικής συνάρτησης υπολογίζεται μία φορά για ενώ στις επόμενες προστίθεται άλλος ένας υπολογισμός της παραγώγου της αντικειμενικής συνάρτησης. Οπότε έχουμε k υπολογισμούς.

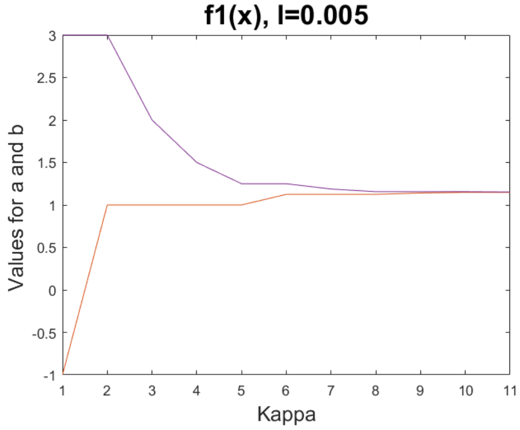
α) Μεταβολή των αντικειμενικών υπολογισμών της f,καθώς μεταβάλουμε την σταθερά l

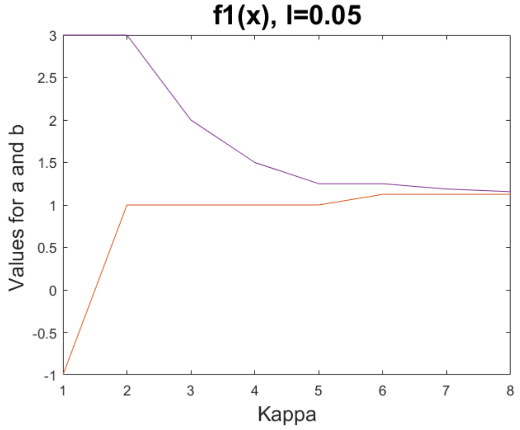


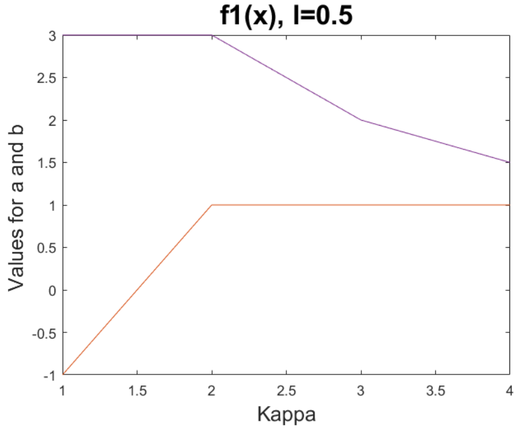


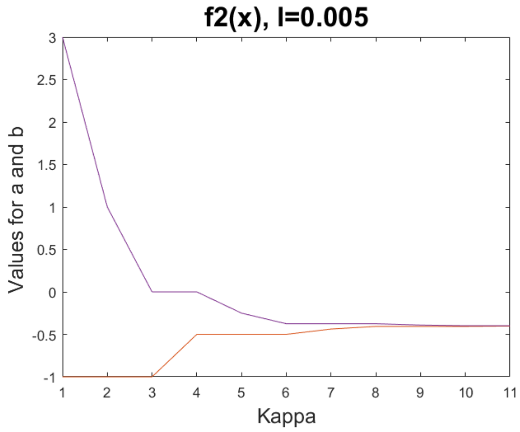


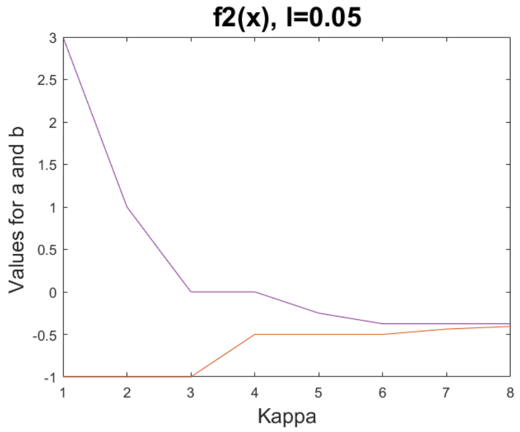
β)Μεταβολή του α και β για διάφορες τιμές του l:

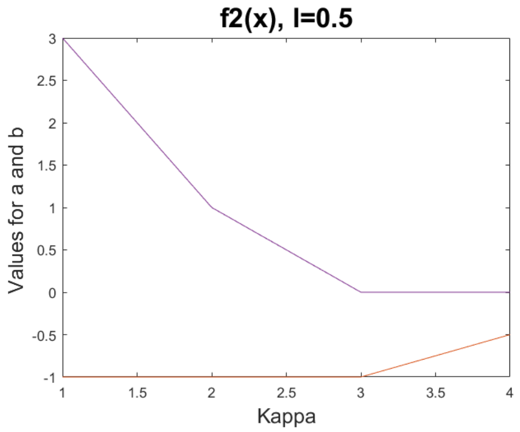


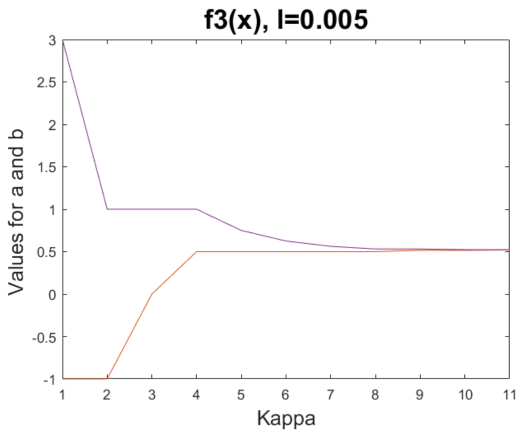


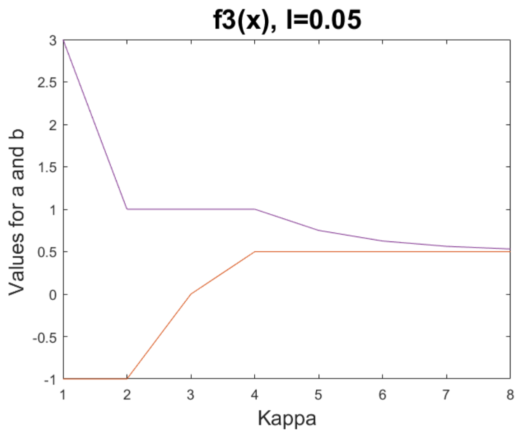


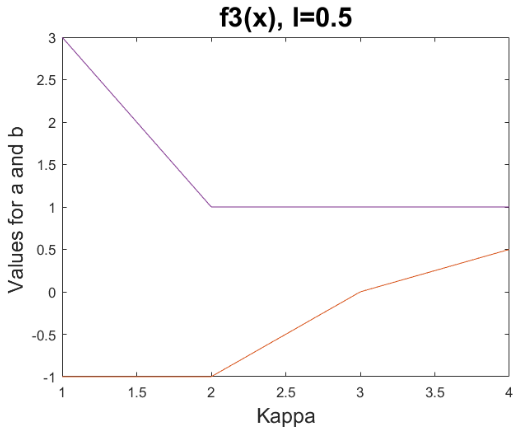












Συμπεράσματα

Το ελάχιστο υπολογίζεται για ε = 0.001 και l = 0.5, ενώ το μέγιστο για ε = 0.001 και l = 0.005

	Υπολογισμοί αντικειμενικής (min-max)		
Μέθοδος	F1(X)	F2(X)	F3(X)
Διχοτόμος	8-26	8-26	8-26
Χρυσού τομέα	12-17	12-17	12-17
Fibonacci	11-16	11-16	11-16
Διχοτόμος με παράγωγους	7-11	7-11	7-11

Από το παραπάνω πινακάκι καταλαβαίνουμε ότι οι μέθοδοι μπορούν να ταξινομηθούν κατά σειρά αποτελεσματικότητας ως εξής:

1)Μέθοδος διχοτόμησης με χρήση παραγώγων

2)Μέθοδος Fibonacci

3)Μέθοδος του χρυσού τομέα

4)Μέθοδος της διχοτόμου χωρίς την χρήση παραγώγων