

ИЗПИТ

по Математически анализ
15 септември 2006г.

Име:..... Фак.номер:.....

1. Напишете двойния интеграл, даващ лицето на фигурата

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 2, y \geq 0, y \geq 2x - 1, y \geq -2x - 1\}.$$

Представете получения интеграл като повторен по два начина: с вътрешно интегриране по x и с вътрешно интегриране по y . Няма нужда да пресмятате интеграла.

2. Напишете общата формула за свеждане на повърхнинен интеграл от първи род върху параметрично зададена повърхнина към риманов интеграл. Пресметнете площта на повърхнината на пресечения конус

$$K = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y^2 + z^2 \leq 2x^2, 2 \leq x \leq 3\}.$$

3. Напишете дефиницията на потенциал. Докажете, че криволинейният интеграл от втори род не зависи от пътя точно тогава, когато полето е потенциално.

4. Нека u е потенциал за полето F . Съществува ли друг потенциал? Ако да, свързан ли е той с u по някакъв начин? обосновете се.

5. Формулирайте и докажете формулата на Гаус- Остроградски за област, която е цилиндрично тяло по трите променливи едновременно.

6. Нека $f : [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}$ е непрекъсната функция. Докажете, че графиката ѝ е пренебрежимо множество в равнината. Тази графика измерима ли е по Пеано-Жордан?