



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский государственный технический университет имени  
Н.Э. Баумана  
(национальный исследовательский университет)»  
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

---

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

## Отчет по лабораторной работе №1 по курсу "Анализ алгоритмов"

Тема Расстояния Левенштейна и Дameraу-Левенштейна

Студент Артюхин Н.П.

Группа ИУ7-51Б

Преподаватели Волкова Л.Л., Строганов Ю.В.

Москва — 2022 г.

# Оглавление

<b>Введение</b>	<b>3</b>
<b>1 Аналитическая часть</b>	<b>5</b>
1.1 Расстояние Левенштейна . . . . .	5
1.2 Расстояние Дамерау-Левенштейна . . . . .	6
<b>2 Конструкторская часть</b>	<b>8</b>
2.1 Алгоритм поиска расстояния Левенштейна . . . . .	8
2.2 Алгоритмы поиска расстояния Дамерау - Левенштейна . . .	10
<b>3 Технологическая часть</b>	<b>16</b>
3.1 Требования к программному обеспечению . . . . .	16
3.2 Выбор средств реализации . . . . .	16
3.3 Реализация алгоритмов . . . . .	17
3.4 Тестирование . . . . .	21
<b>4 Исследовательская часть</b>	<b>22</b>
4.1 Пример работы программного обеспечения . . . . .	22
4.2 Технические характеристики . . . . .	23
4.3 Время выполнения реализаций алгоритмов . . . . .	23
4.4 Оценка затрат алгоритмов по памяти . . . . .	26
<b>Заключение</b>	<b>29</b>
<b>Список использованной литературы</b>	<b>30</b>

# Введение

**Цель лабораторной работы** - изучение метода динамического программирования на материале расстояний Дameraу-Левенштейна и Левенштейна.

**Расстояние Левенштейна (редакционное расстояние)** — метрика, измеряющая по модулю разность между двумя последовательностями символов. Оно определяется как минимальное количество редакторских операций, необходимых для преобразования одной строки в другую.

Редакторские операции:

- 1) вставка одного символа;
- 2) удаление одного символа;
- 3) замена 1 символа.

Операциям, используемым в преобразовании, можно назначить свои цены (штрафы).

**Расстояние Дameraу — Левенштейна** является модификацией расстояния Левенштейна, а именно к операциям вставки, удаления и замены символов, определённых в расстоянии Левенштейна добавлена операция транспозиции, то есть перестановки двух соседних символов.

Применение редакционных расстояний:

- компьютерная лингвистика (например, автозамена в поисковых запросах);
- биоинформатика (например, анализ иммунитета, сравнение генов).

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- 1) изучение расстояний Левенштейна и Дameraу-Левенштейна;
- 2) разработка алгоритмов поиска расстояний Левенштейна и Дameraу-Левенштейна;

- 3) реализация одного алгоритма поиска расстояния Левенштейна (нерекурсивный с заполнением матрицы расстояний), трех алгоритмов поиска расстояния Дамерау-Левенштейна (нерекурсивный, рекурсивный без кэширования, рекурсивный с кэшированием);
- 4) выполнение оценки затрат алгоритмов по памяти;
- 5) выполнение замеров процессорного времени работы реализаций алгоритмов: поиска расстояния Левенштейна (нерекурсивный), поиска расстояния Дамерау-Левенштейна (нерекурсивный, рекурсивный без кэширования, рекурсивный с кэшированием);
- 6) сравнительный анализ нерекурсивных алгоритмов поиска расстояний Левенштейна и Дамерау-Левенштейна, рекурсивных алгоритмов поиска расстояния Дамерау-Левенштейна (с кэшированием и без) по затрачиваемым ресурсам.

# 1 Аналитическая часть

В данном разделе будут представлены описания алгоритмов нахождения расстояний Левенштейна и Дамерау-Левенштейна.

**Расстояния Левенштейна и Дамерау-Левенштейна** – это минимальное количество редакторских операций, необходимых для преобразования одной строки в другую. Различаются данные расстояния только набором допустимых операций.

Введем следующие обозначения операций (в скобках указана цена операции (штраф)):

- D (delete) — удаление одного символа (штраф 1);
- I (insert) — вставка одного символа (штраф 1);
- R (replace) — замена одного символа (штраф 1);
- X (exchange) — перестановка соседних символов (штраф 1) – только для расстояния Дамерау-Левенштейна.

Также введем еще одно обозначение M (match) – совпадение (штраф 0).

Задача нахождения расстояний Левенштейна и Дамерау-Левенштейна сводится к поиску последовательности операций, дающих в сумме минимально возможный штраф. Данную задачу можно решить с помощью рекуррентных формул, которые будут рассмотрены далее в текущем разделе.

## 1.1 Расстояние Левенштейна

Пусть дано две строки  $S_1$  и  $S_2$  длиной  $L_1$  и  $L_2$  соответственно. Тогда расстояние Левенштейна можно найти по рекуррентной формуле (1.1):

$$D(S_1[1...i], S_2[1...j]) = \begin{cases} 0, i = 0, j = 0 \\ j, i = 0, j > 0 \\ i, i > 0, j = 0 \\ \min( \\ \quad D(S_1[1...i], S_2[1...j-1]) + 1, \\ \quad D(S_1[1...i-1], S_2[1...j]) + 1, \\ \quad D(S_1[1...i-1], S_2[1...j-1]) + \\ \quad \begin{cases} 0, S_1[i] == S_2[j] \\ 1, \text{ иначе} \end{cases} \\ \quad ), \text{ иначе} \end{cases} \quad (1.1)$$

Первые три формулы в системе (1.1) описывают тривиальные случаи:

- совпадение строк, так как обе строки пусты - M (match);
- вставка  $j$  символов в пустую строку  $S_1$  для создания строки-копии  $S_2$  длиной  $j$ ;
- удаление всех ( $i$  символов) из строки  $S_1$  для совпадения с пустой строкой  $S_2$ .

В последней формуле из системы (1.1) необходимо выбрать минимум из штрафов:

- операция вставки символа (I) в  $S_1$ ,
- операция удаления символа (D) из  $S_1$ ,
- совпадение (M, штраф отсутствует) или операция замены (R), в зависимости от равенства рассматриваемых на данном этапе символов строк [1].

## 1.2 Расстояние Дамерау-Левенштейна

Расстояние Дамерау-Левенштейна между строками  $S_1$  и  $S_2$  (длиной  $L_1$  и  $L_2$  соответственно) рассчитывается по схожей с (1.1) рекуррентной формуле, добавится еще один возможный вариант в группу  $\min$  (1.2):

$$\left[ \begin{array}{l} D(S_1[1...i-2], S_2[1...j-2]) + 1, \text{ если } i, j > 1, a_{i-1} = b_j, a_i = b_{j-1} \\ \infty, \text{ иначе} \end{array} \right. \quad (1.2)$$

Формула (1.2) означает перестановку двух соседних символов в  $S_1$ , если длины обеих строк  $L_1, L_2 > 1$ , и соседние рассматриваемые символы в строках  $S_1$  и  $S_2$  крест-накрест равны. Иначе, если хотя бы одно из условий не выполняется, данная операция не учитывается при поиске минимума, что и обозначает  $\infty$  в формуле (1.2).

Полученная формула для поиска расстояния Дамерау-Левенштейна (1.3):

$$D(S_1[1...i], S_2[1...j]) = \left\{ \begin{array}{l} 0, i = 0, j = 0 \\ j, i = 0, j > 0 \\ i, i > 0, j = 0 \\ \min( \\ \quad D(S_1[1...i], S_2[1...j-1]) + 1, \\ \quad D(S_1[1...i-1], S_2[1...j]) + 1, \\ \quad D(S_1[1...i-1], S_2[1...j-1]) + \\ \quad \left[ \begin{array}{l} 0, S_1[i] == S_2[j] \\ 1, \text{ иначе} \end{array} \right. \\ \quad , \\ \quad \left[ \begin{array}{l} D(S_1[1...i-2], S_2[1...j-2]) + 1, \\ \quad i, j > 1, a_i = b_{j-1}, b_j = a_{i-1}; \\ \quad \infty, \text{ иначе} \end{array} \right. \\ \quad \left. \right. \end{array} \right. \quad (1.3)$$

## Вывод

В данном разделе были рассмотрены основные материалы и формулы, которые потребуются далее при разработке и реализации алгоритмов поиска расстояний Левенштейна и Дамерау-Левенштейна.

## 2 Конструкторская часть

При разработке алгоритмов, решающих задачи поиска расстояний Левенштейна и Дамерау-Левенштейна, можно использовать несколько различных подходов: итеративный, рекурсивный с кешированием, рекурсивный без кеширования, которые будут рассмотрены в текущем разделе.

### 2.1 Алгоритм поиска расстояния Левенштейна

На рисунке 2.1 приведена схема итеративного алгоритма поиска расстояния Левенштейна с заполнением матрицы расстояний.



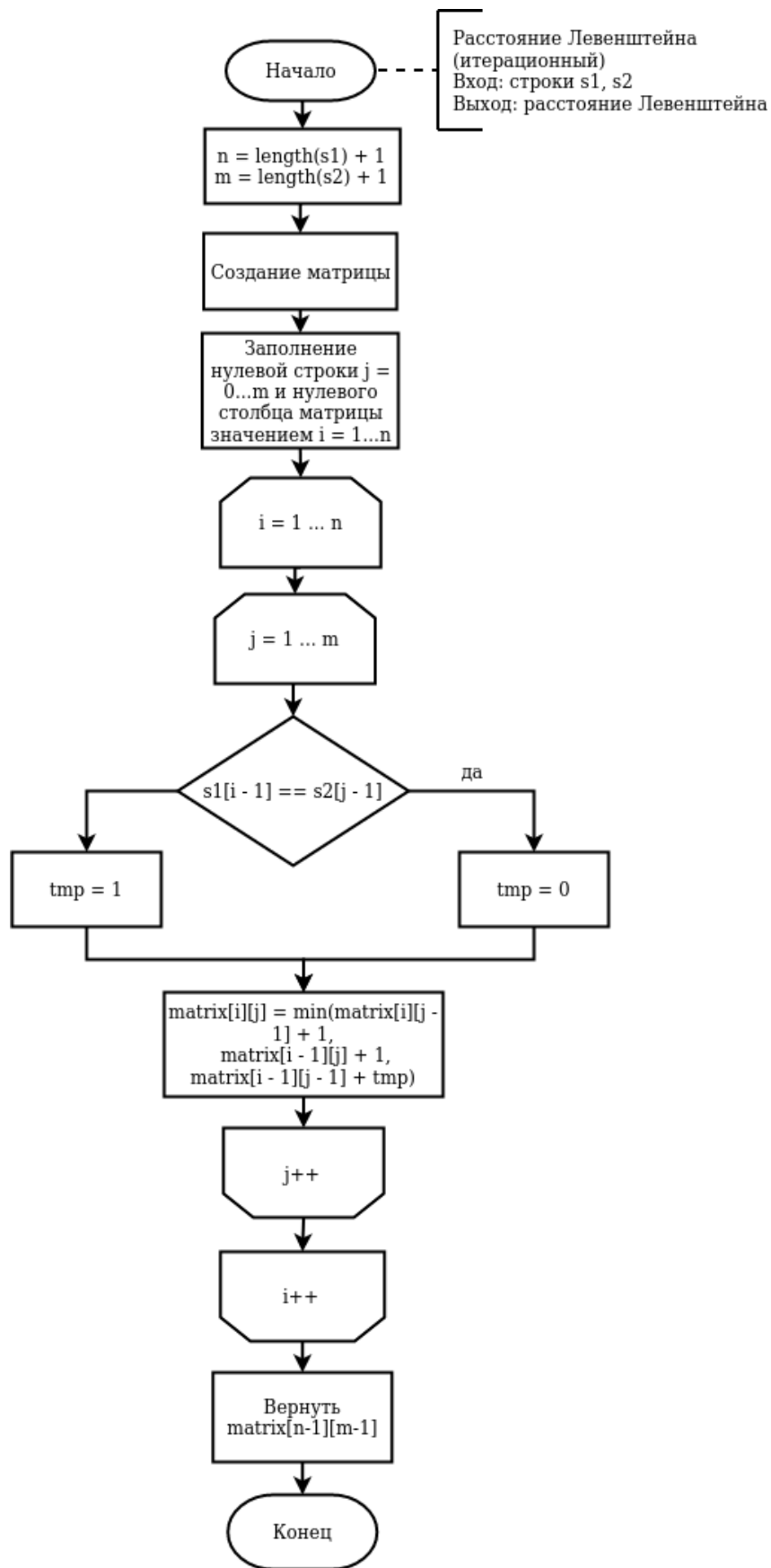


Рисунок 2.1 – Схема итеративного алгоритма поиска расстояния Левенштейна

## 2.2 Алгоритмы поиска расстояния Дамерау - Левенштейна

На рисунке 2.2 приведена схема итеративного алгоритма поиска расстояния Дамерау-Левенштейна с заполнением матрицы расстояний, на рисунке 2.3 – схема рекурсивного алгоритма поиска расстояния Дамерау-Левенштейна без кеширования и на рисунках 2.4 – 2.6 – схема рекурсивного алгоритма поиска расстояния Дамерау-Левенштейна с кешированием.

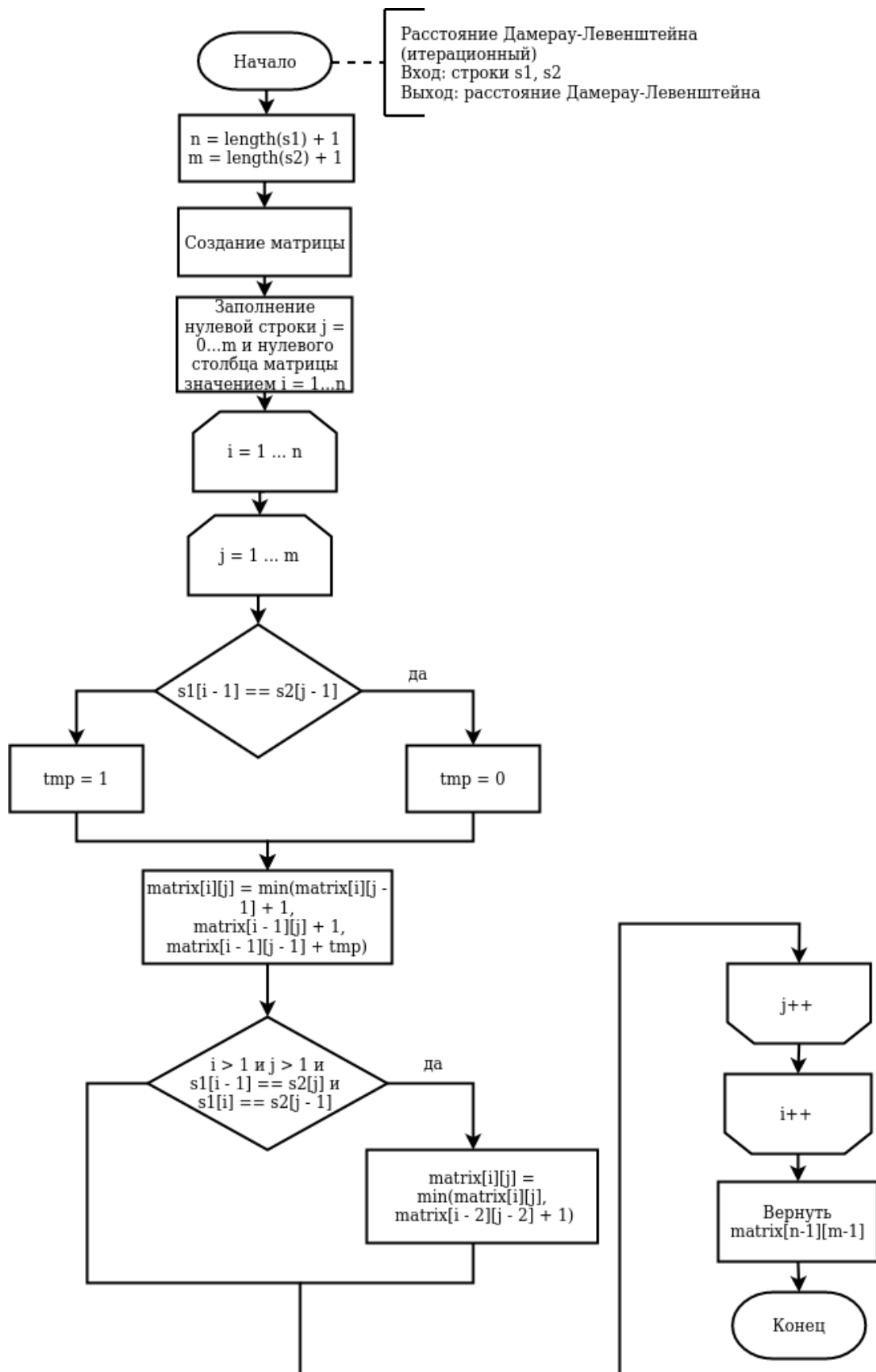


Рисунок 2.2 – Схема итеративного алгоритма поиска расстояния Дамерау-Левенштейна

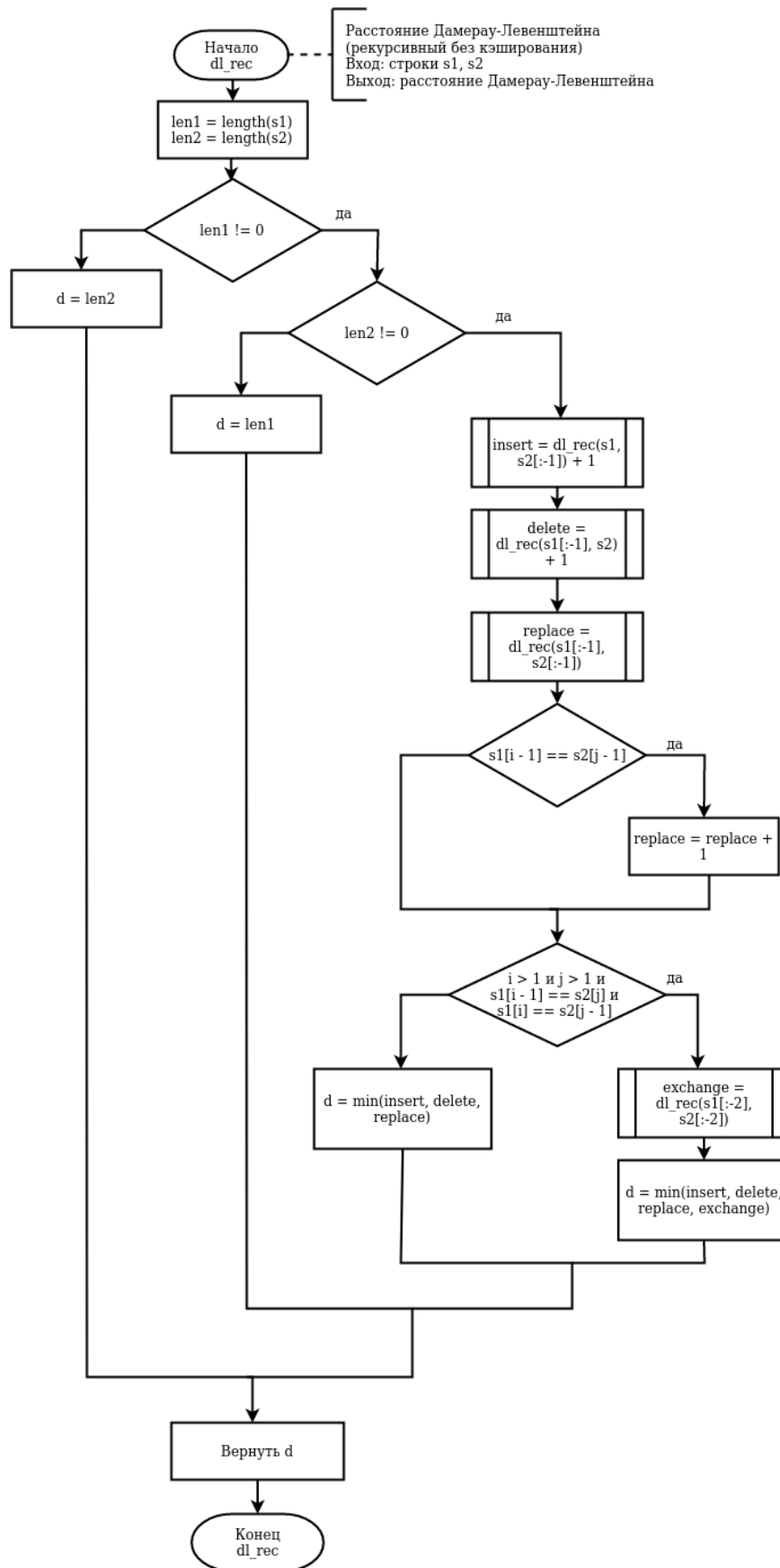


Рисунок 2.3 – Схема рекурсивного алгоритма поиска расстояния Дамерау-Левенштейна без кэширования

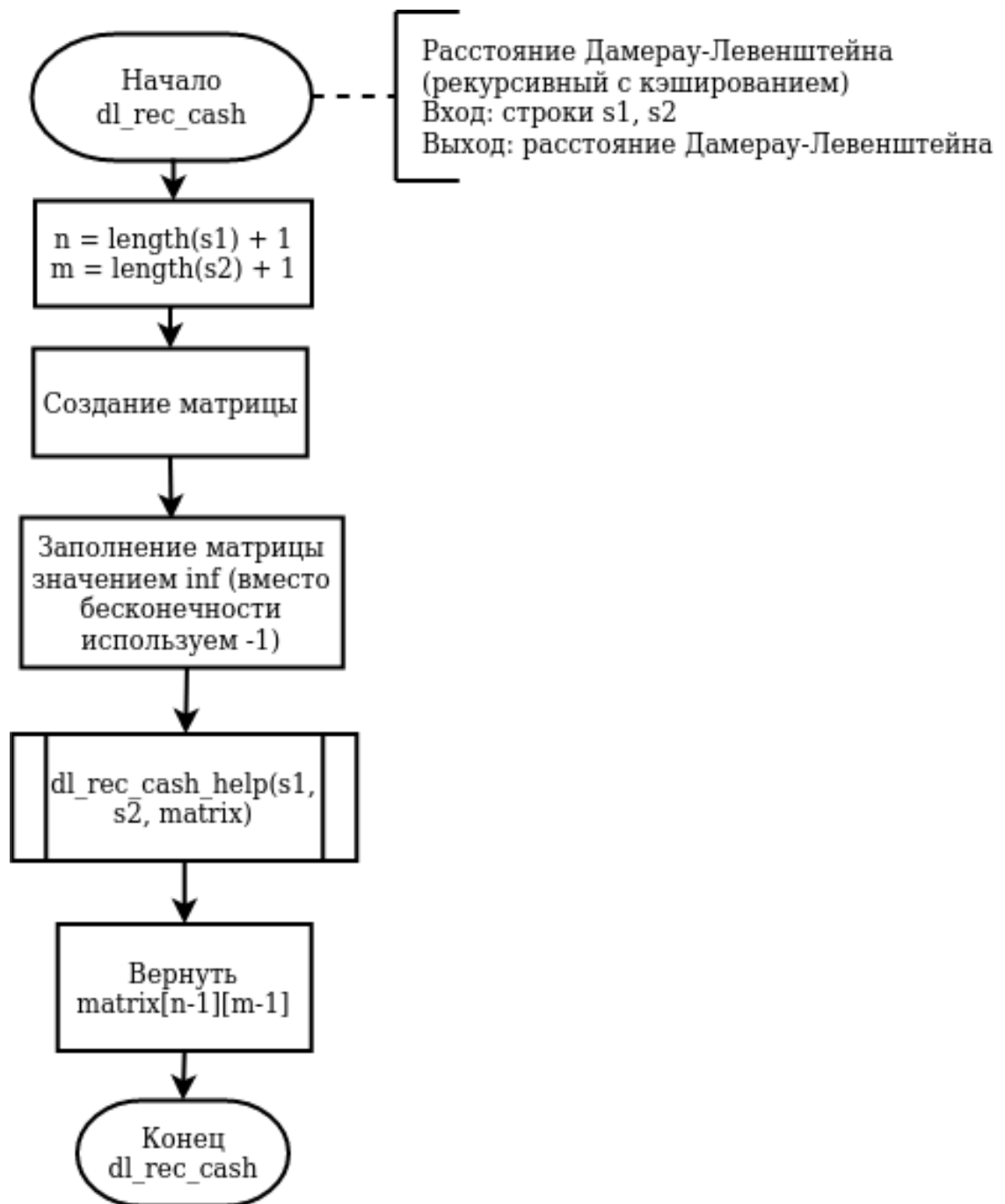


Рисунок 2.4 – Схема рекурсивного алгоритма поиска расстояния Дамерау-Левенштейна с кэшированием

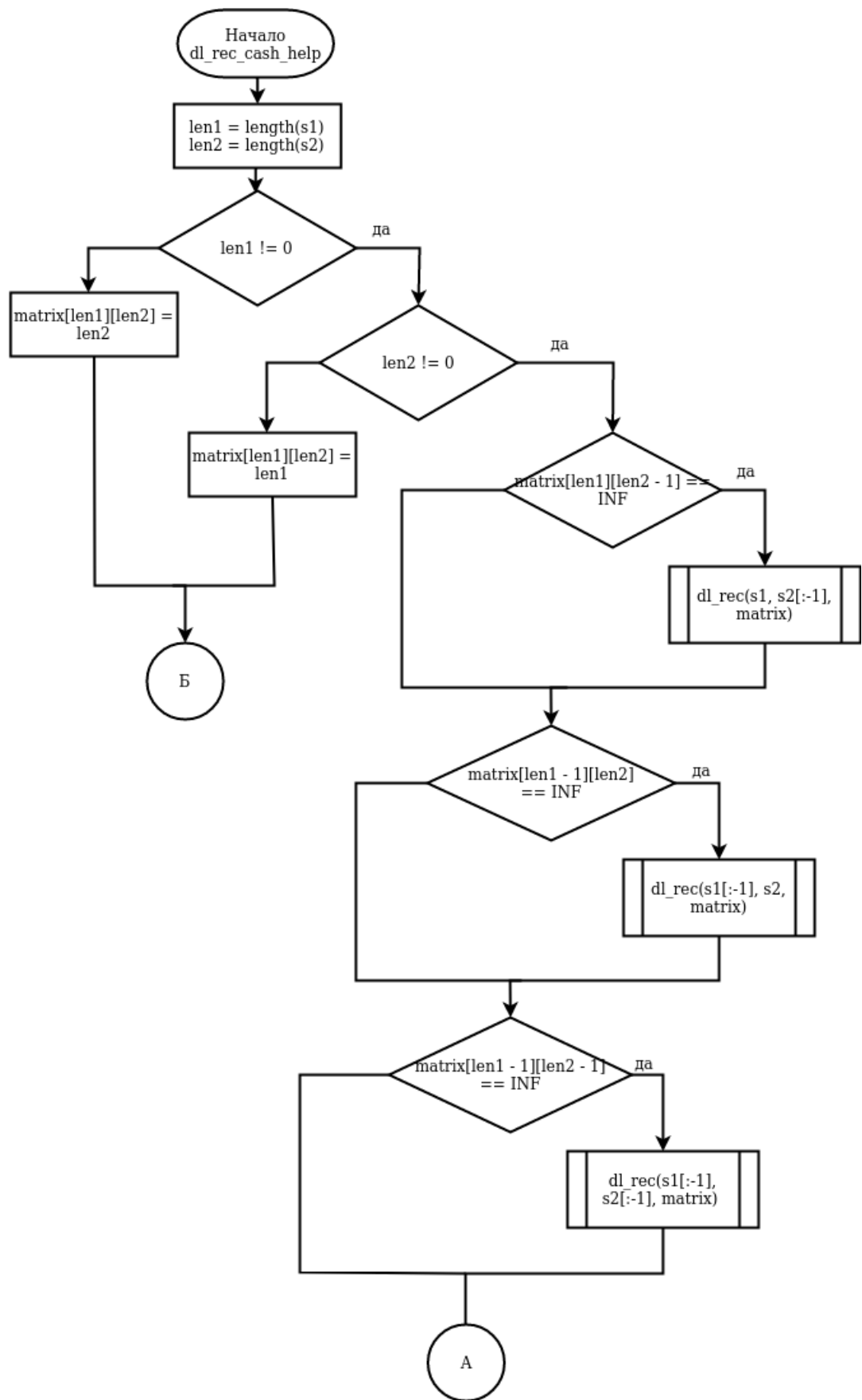


Рисунок 2.5 – Схема рекурсивного алгоритма поиска расстояния Дамерау-Левенштейна с кешированием

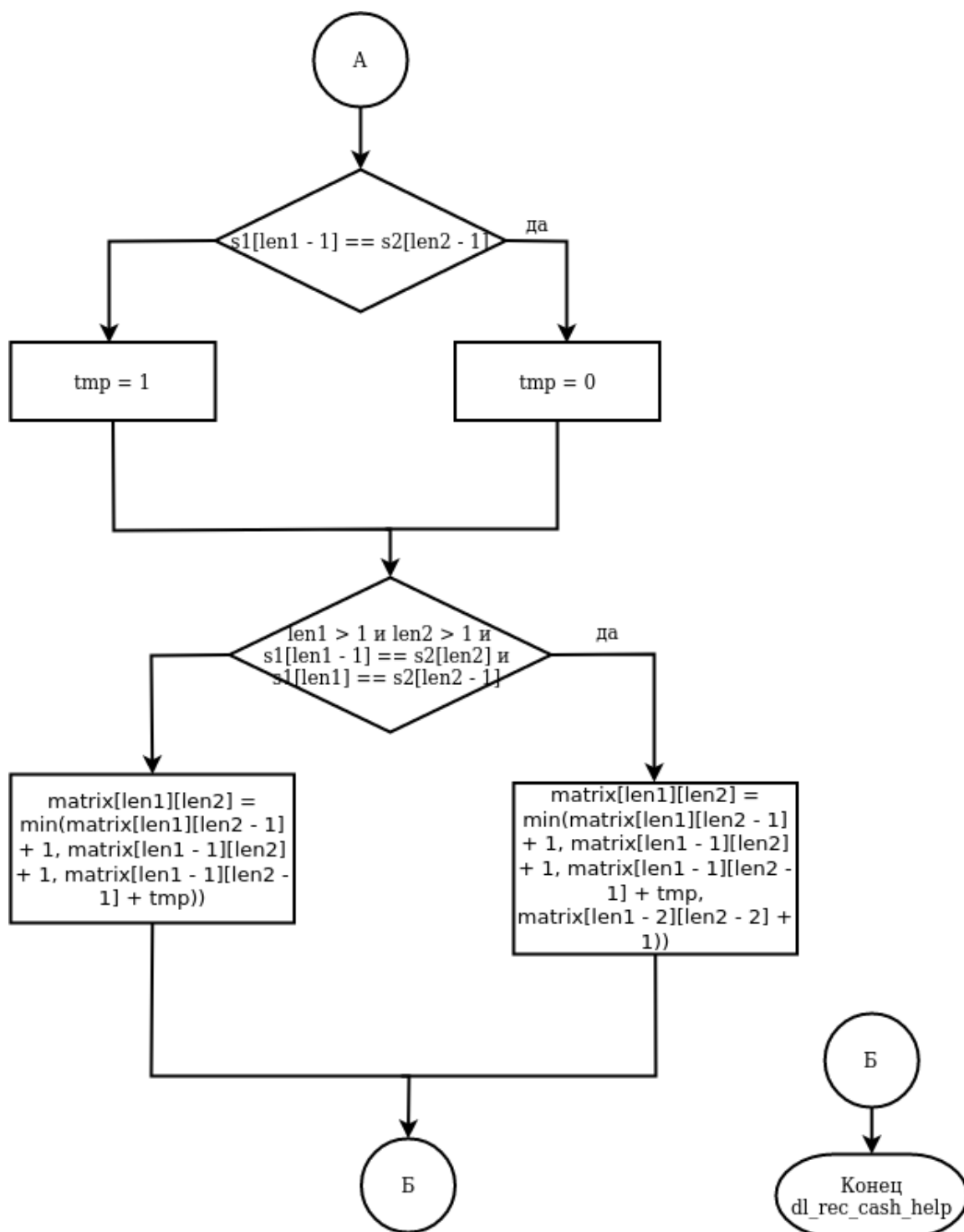


Рисунок 2.6 – Схема рекурсивного алгоритма поиска расстояния Дамерау-Левенштейна с кешированием

## Вывод

В данном разделе были разработаны схемы алгоритмов, которые позволяют с помощью различных подходов находить расстояния Левенштейна и Дамерау-Левенштейна.

## 3 Технологическая часть

В данном разделе будут представлены требования к программному обеспечению, средства реализации, листинги кода и тесты.

### 3.1 Требования к программному обеспечению

Вход: две строки (регистрозависимые);

Выход: искомое расстояние, посчитанное с помощью реализованных алгоритмов: для расстояния Левенштейна - итерационный, а для расстояния Дамерау-Левенштейна - итерационный, рекурсивный (с кешированием и без кеширования).

Если на вход программы подаются 2 пустые строки - это корректный ввод, программа должна завершаться без ошибок. В результате работы программа должна вывести число - расстояние Левенштейна или Дамерау-Левенштейна в зависимости от алгоритма, матрицу при необходимости.

### 3.2 Выбор средств реализации

В качестве языка программирования для реализации данной лабораторной работы был выбран язык программирования Python [2]. Данный язык ускоряет процесс разработки и удобен в использовании.

Процессорное время реализованных алгоритмов было замерено с помощью функции `process_time()` из библиотеки `time` [3].

В качестве среды разработки был выбран PyCharm Professional [4]. Данная среда разработки является кросс-платформенной, предоставляет функциональный отладчик, средства для рефакторинга кода и возможность быстрой установки необходимых библиотек при необходимости.



### 3.3 Реализация алгоритмов

В листингах 3.1 - 3.4 представлены реализации алгоритмов поиска расстояний Левенштейна и Дамерау-Левенштейна.

Листинг 3.1 – Функция итеративного алгоритма поиска расстояния Левенштейна с заполнением матрицы расстояний

```
1  def lowenstein_dist_non_recursive(s1, s2, flag=False):
2      # len of string + 1 empty symbol
3      n = len(s1) + 1
4      m = len(s2) + 1
5
6      matrix = [[0 for i in range(m)] for j in range(n)]
7
8      # trivial cases
9      for j in range(1, m):
10         matrix[0][j] = j # INSERT
11      for i in range(1, n):
12         matrix[i][0] = i # DELETE
13
14      # filling the rest part of the matrix
15      for i in range(1, n):
16         for j in range(1, m):
17             insert = matrix[i][j - 1] + 1
18             delete = matrix[i - 1][j] + 1
19             tmp = 1 # REPLACE
20             if s1[i - 1] == s2[j - 1]:
21                 tmp = 0 # MATCH
22             replace = matrix[i - 1][j - 1] + tmp
23             matrix[i][j] = min(insert, delete, replace)
24
25      if flag:
26         print('Matrix:')
27         for row in matrix:
28             print(row)
29
30      return matrix[n - 1][m - 1] # Result
```

Листинг 3.2 – Функция итеративного алгоритма поиска расстояния Дамерау-Левенштейна с заполнением матрицы расстояний

```

1 def damerau_lowenstein_dist_non_recursive(s1, s2, flag=False):
2     # len of string + 1 empty symbol
3     n = len(s1) + 1
4     m = len(s2) + 1
5
6     matrix = [[0 for i in range(m)] for j in range(n)]
7
8     # trivial cases
9     for j in range(1, m):
10         matrix[0][j] = j # INSERT
11     for i in range(1, n):
12         matrix[i][0] = i # DELETE
13
14     # filling the rest part of the matrix
15     for i in range(1, n):
16         for j in range(1, m):
17             insert = matrix[i][j - 1] + 1
18             delete = matrix[i - 1][j] + 1
19             tmp = 1 # REPLACE
20             if s1[i - 1] == s2[j - 1]:
21                 tmp = 0 # MATCH
22             replace = matrix[i - 1][j - 1] + tmp
23             matrix[i][j] = min(insert, delete, replace)
24             # i -> i-1, i-1 -> i-2 because string don't have zero
symbol in begin
25             if i > 1 and j > 1 and s1[i - 1] == s2[j - 2] and s1[i
- 2] == s2[j - 1]:
26                 exchange = matrix[i - 2][j - 2] + 1 # EXCHANGE
27                 matrix[i][j] = min(matrix[i][j], exchange)
28
29     if flag:
30         print('Matrix:')
31         for row in matrix:
32             print(row)
33
34     return matrix[n - 1][m - 1] # Result

```

Листинг 3.3 – Функция рекурсивного алгоритма поиска расстояния  
Дамерау-Левенштейна без кеширования

```

1 def damerau_lowenstein_dist_recursive(s1, s2):
2     # trivial cases (exit)

```

```

3     if not s1:
4         return len(s2)
5     elif not s2:
6         return len(s1)
7
8     insert = damerau_lowenstein_dist_recursive(s1, s2[:-1]) + 1
9     delete = damerau_lowenstein_dist_recursive(s1[:-1], s2) + 1
10    replace = damerau_lowenstein_dist_recursive(s1[:-1], s2[:-1])
        + int(s1[-1] != s2[-1])
11
12    if len(s1) > 1 and len(s2) > 1 and s1[-1] == s2[-2] and s1[-2]
        == s2[-1]:
13        exchange = damerau_lowenstein_dist_recursive(s1[:-2], s2
           [:-2]) + 1
14        return min(insert, delete, replace, exchange)
15    else:
16        return min(insert, delete, replace)

```

Листинг 3.4 – Функция рекурсивного алгоритма поиска расстояния  
Дамерау-Левенштейна с кешированием

```

1 INF = -1
2
3 def damerau_lowenstein_dist_recursive_cache_helper(s1, s2, matrix)
4     :
5     # len of string
6     len1 = len(s1)
7     len2 = len(s2)
8
9     # trivial cases
10    if not len1:
11        matrix[len1][len2] = len2
12    elif not len2:
13        matrix[len1][len2] = len1
14    else:
15        # insert
16        if matrix[len1][len2 - 1] == INF:
17            damerau_lowenstein_dist_recursive_cache_helper(s1, s2
18               [:-1], matrix)
19        # delete
20        if matrix[len1 - 1][len2] == INF:
21            damerau_lowenstein_dist_recursive_cache_helper(s1

```

```

20         [:-1], s2, matrix)
21     # replace
22     if matrix[len1 - 1][len2 - 1] == INF:
23         damerau_lowenstein_dist_recursive_cache_helper(s1
24             [:-1], s2[:-1], matrix)
25     # exchange
26     #if matrix[len1 - 2][len2 - 2] == INF:
27         #damerau_lowenstein_dist_recursive_cache_helper(s1
28             [:-2], s2[:-2], matrix)
29
30     matrix[len1][len2] = min(matrix[len1][len2 - 1] + 1,
31                             matrix[len1 - 1][len2] + 1,
32                             matrix[len1 - 1][len2 - 1] + int(
33                                 s1[-1] != s2[-1]))
34
35     if len1 > 1 and len2 > 1 and s1[-1] == s2[-2] and s1[-2]
36         == s2[-1]:
37         matrix[len1][len2] = min(matrix[len1][len2],
38                                 matrix[len1 - 2][len2 - 2] +
39                                     1)
40
41     return
42
43 def damerau_lowenstein_dist_recursive_cache(s1, s2, flag=False):
44     # len of string + 1 empty symbol
45     n = len(s1) + 1
46     m = len(s2) + 1
47     matrix = [[-1 for i in range(m)] for j in range(n)]
48     damerau_lowenstein_dist_recursive_cache_helper(s1, s2, matrix)
49
50     if flag:
51         print('Matrix:')
52         for row in matrix:
53             print(row)
54
55     return matrix[n - 1][m - 1]

```

### 3.4 Тестирование

В таблице 3.1 приведены функциональные тесты для алгоритмов вычисления расстояний Левенштейна и Дамерау — Левенштейна. В таблице приняты следующие обозначения: Расст. Л - результат алгоритма поиска расстояния Левенштейна, Расст. Д-Л - результат алгоритма поиска расстояния Дамерау-Левенштейна). Все тесты были пройдены успешно.

Таблица 3.1 – Тесты

№	Строка 1	Строка 2	Ожидаемый результат	
			Расст. Л	Расст. Д-Л
1	"пустая строка"	"пустая строка"	0	0
2	"пустая строка"	abc	3	3
3	abc	"пустая строка"	3	3
4	art	art	0	0
5	af	a	1	1
6	f	af	1	1
7	гора	горы	1	1
8	12345	12435	2	1
9	солнце	солнцестояние	7	7
10	солнцестояние	солнце	7	7
11	кот	скат	2	2
12	нитситту	институт	4	2
13	клсас	класс	2	1
14	аргон	арнон	1	1

### Вывод

В данном разделе были представлены требования к программному обеспечению и средства реализации, реализованы и протестированы алгоритмы поиска расстояний: Левенштейна - итерационный, Дамерау-Левенштейна - итерационный, рекурсивный (с кешированием и без)

## 4 Исследовательская часть

В текущем разделе будут представлены примеры работы разработанного программного обеспечения, постановка эксперимента и сравнительный анализ реализованных алгоритмов.

### 4.1 Пример работы программного обеспечения

На рисунках 4.1, 4.2 представлен результат работы программы.

```
Введите 1-ую строку: скат
Введите 2-ую строку: кат

Расстояние Левенштейна, нерекурсивный метод.
Матрица:
[0, 1, 2, 3]
[1, 1, 2, 3]
[2, 1, 2, 3]
[3, 2, 2, 3]
[4, 3, 3, 2]
Ответ: 2

Расстояние Дameraу-Левенштейна, нерекурсивный метод.
Матрица:
[0, 1, 2, 3]
[1, 1, 2, 3]
[2, 1, 2, 3]
[3, 2, 2, 3]
[4, 3, 3, 2]
Ответ: 2

Расстояние Дameraу-Левенштейна, рекурсивный без кеша.
Ответ: 2
```

Рисунок 4.1 – Пример работы программы

```
Расстояние Дамерау-Левенштейна, рекурсивный с кешем (матрицей).  
Матрица:  
[0, 1, 2, 3]  
[1, 1, 2, 3]  
[2, 1, 2, 3]  
[3, 2, 2, 3]  
[4, 3, 3, 2]  
Ответ: 2
```

Рисунок 4.2 – Пример работы программы

## 4.2 Технические характеристики

Технические характеристики устройства, на котором выполнялось тестирование:

- операционная система: Windows 10 [5];
- оперативная память: 16 Гб;
- процессор: Intel® Core™ i5 10300H 2.5 ГГц.

Во время тестирования ноутбук был включен в сеть питания и нагружен только встроенными приложениями окружения и системой тестирования.

## 4.3 Время выполнения реализаций алгоритмов

Замеры процессорного времени реализованных алгоритмов поиска расстояний Левенштейна и Дамерау-Левенштейна проводились с помощью функции `process_time()` из библиотеки `time` языка Python.

Функция `process_time()` возвращает время в секундах (сумму системного и пользовательского процессорного времени).

Замеры времени для каждой длины слов (от 0 до 9 символов) проводились 1e5 раз для нерекурсивных алгоритмов поиска расстояния Левенштейна и Дамерау-Левенштейна, 100 раз для рекурсивных (с кешированием и

без) алгоритмов поиска расстояния Дамерау-Левенштейна. В качестве результата бралось среднее время работы алгоритма на каждой длине слова.

На рисунке 4.3 представлено сравнение процессорного времени работы реализаций нерекурсивных алгоритмов поиска расстояний Левенштейна и Дамерау-Левенштейна. На графике видно, что оба алгоритма практически одинаково эффективны по времени, но чуть менее эффективен алгоритм поиска расстояния Дамерау-Левенштейна (с длины слова равной 4) из-за дополнительной операции обмена двух соседних символов.

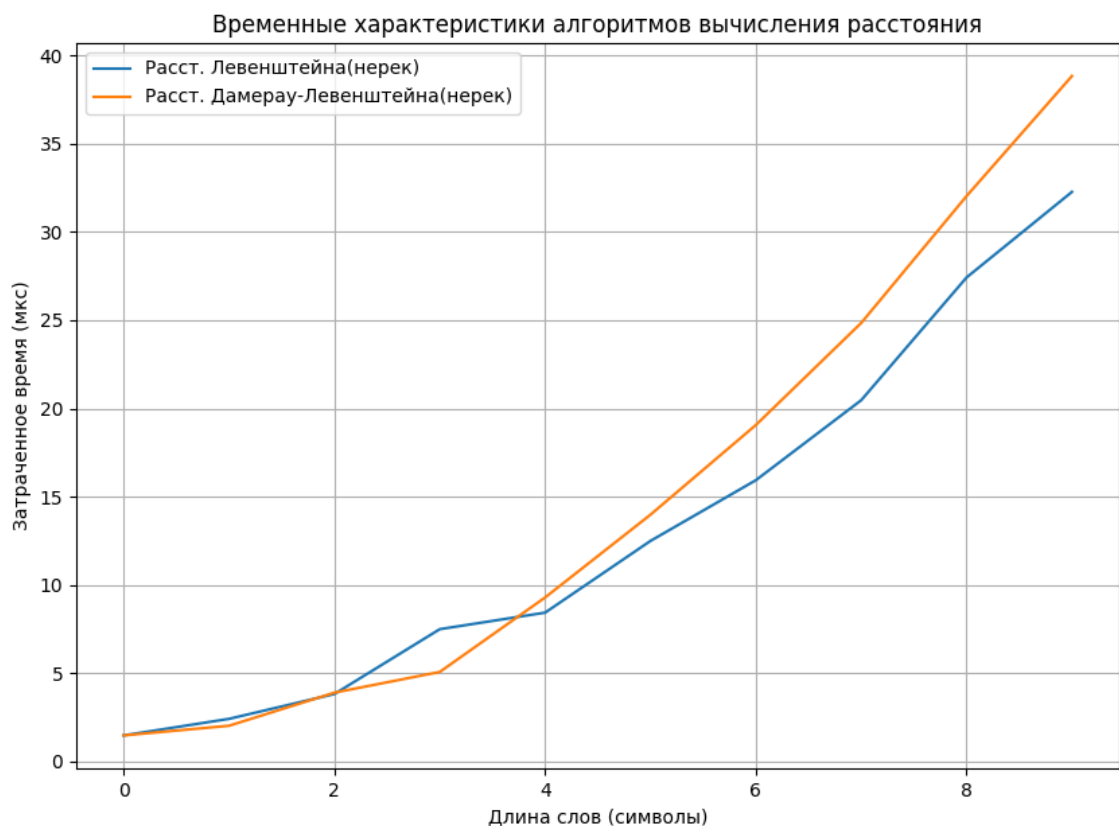


Рисунок 4.3 – Сравнение процессорного времени работы реализаций нерекурсивных алгоритмов поиска расстояний Левенштейна и Дамерау-Левенштейна

На рисунке 4.4 представлено сравнение процессорного времени работы реализаций рекурсивных алгоритмов (с кешированием и без) поиска расстояния Дамерау-Левенштейна. На графике видно, что полученные результаты почти накладываются друг на друга до длины слова равной 6, но при большей длине слова рекурсивный алгоритм Дамерау-Левенштейна с кешированием значительно эффективнее по времени, так как за счет ке-



ша в виде матрицы не производится повторных вычислений (отсутствие вызова функций для вычисления значений, которые уже были посчитаны ранее).

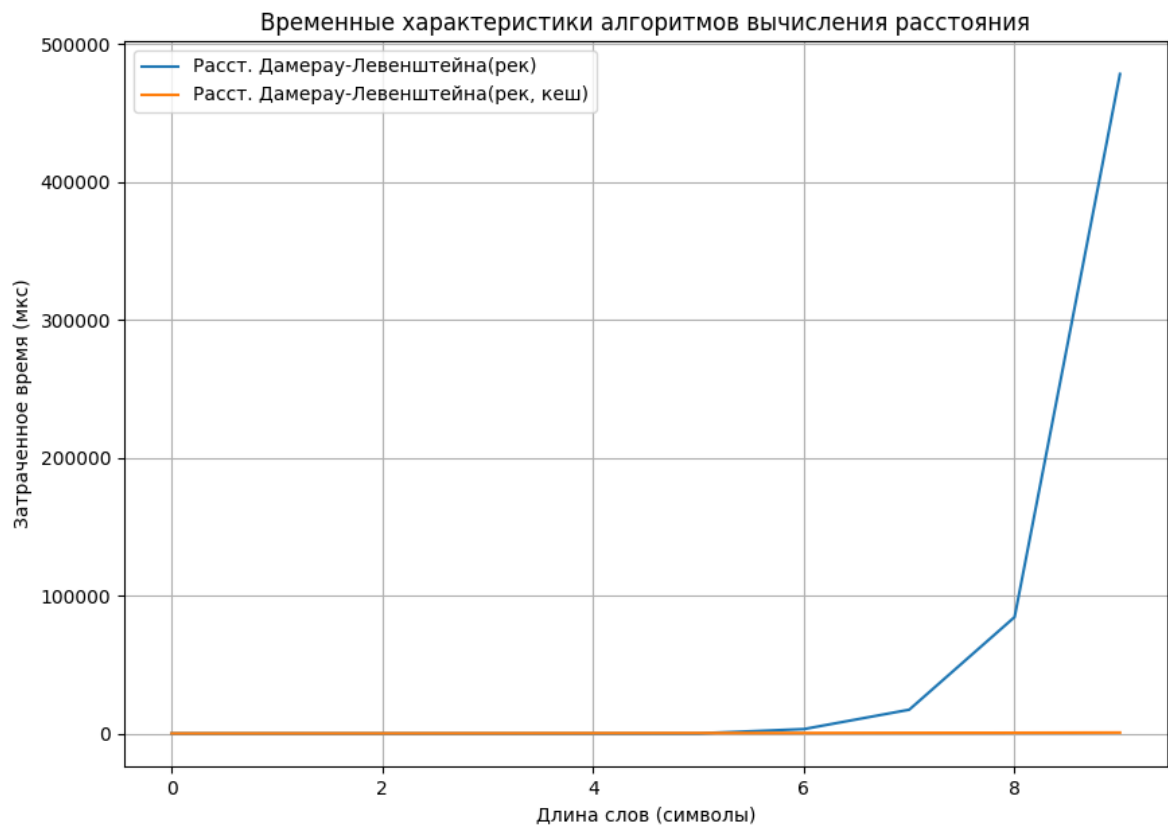


Рисунок 4.4 – Сравнение процессорного времени работы реализаций рекурсивных алгоритмов (с кешированием и без) поиска расстояния Дameraу-Левенштейна

На рисунке 4.5 представлено сравнение всех реализованных в рамках лабораторной работы алгоритмов поиска расстояния Левенштейна и Дameraу-Левенштейна. На графике видно, что при длине слова больше 6 символов самым неэффективным по времени алгоритмом является рекурсивный алгоритм поиска расстояния Дameraу-Левенштейна без кеширования из-за большого количества повторных вычислений.

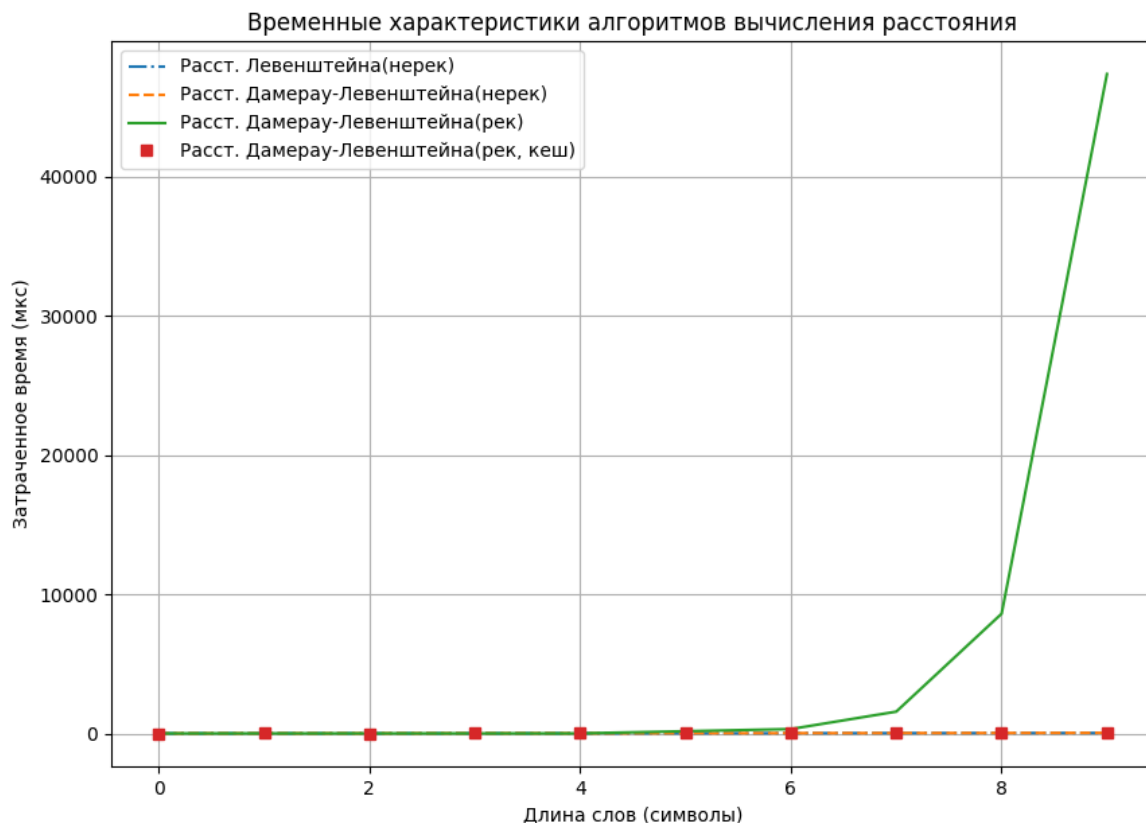


Рисунок 4.5 – Сравнение процессорного времени работы реализаций поиска расстояний Левенштейна и Дамерау-Левенштейна

## 4.4 Оценка затрат алгоритмов по памяти

Алгоритмы поиска расстояний Левенштейна и Дамерау-Левенштейна затрачивают схожее количество памяти, но оно будет варьироваться при использовании разных подходов (итеративный, рекурсивный).

Пусть длина строки  $S_1$  -  $m$ , длина строки  $S_2$  -  $n$ , тогда затраты памяти на приведенные выше алгоритмы будут следующими.

Итерационный алгоритмы поиска расстояния Левенштейна и Дамерау-Левенштейна:

- матрица -  $((m + 1) * (n + 1)) * \text{sizeof}(\text{int});$

- строки  $S_1, S_2$  -  $(m + n) * \text{sizeof}(\text{char})$ ;
- длины строк -  $2 * \text{sizeof}(\text{int})$ ;
- вспомогательные переменные -  $3 * \text{sizeof}(\text{int})$ ; (для алгоритма поиска расстояния Дамерау-Левенштейна -  $4 * \text{sizeof}(\text{int})$ )

Суммарные затраты памяти итерационного алгоритма поиска расстояния Левенштейна:  $((m + 1) * (n + 1) + 5) * \text{sizeof}(\text{int}) + (m + n) * \text{sizeof}(\text{char})$  байт.

Суммарные затраты памяти итерационного алгоритма поиска расстояния Дамерау-Левенштейна:  $((m + 1) * (n + 1) + 6) * \text{sizeof}(\text{int}) + (m + n) * \text{sizeof}(\text{char})$  байт.

Максимальная глубина стека вызовов при рекурсивной реализации равна сумме длин входящих строк  $(m + n)$ .

Затраты по памяти для каждого рекурсивного вызова:

- рекурсивный алгоритм поиска расстояния Дамерау-Левенштейна без кеширования:
  - строки  $S_1, S_2$  -  $(m + n) * \text{sizeof}(\text{char})$ ;
  - длины строк  $S_1, S_2$  -  $2 * \text{sizeof}(\text{int})$ ;
  - вспомогательные переменные -  $4 * \text{sizeof}(\text{int})$ ;
  - адрес возврата - `address_size`;
- рекурсивный алгоритм поиска расстояния Дамерау-Левенштейна с кешированием:
  - матрица -  $((m + 1) * (n + 1)) * \text{sizeof}(\text{int})$ ; (1 раз)
  - строки  $S_1, S_2$  -  $(m + n) * \text{sizeof}(\text{char})$ ;
  - длины строк  $S_1, S_2$  -  $2 * \text{sizeof}(\text{int})$ ;
  - вспомогательная переменная -  $1 * \text{sizeof}(\text{int})$ ;
  - указатель на матрицу -  $1 * \text{sizeof}(\text{int}^*)$ ;
  - адрес возврата - `address_size`;

Максимальные суммарные затраты памяти рекурсивного алгоритма поиска расстояния Дамерау-Левенштейна без кеширования:  $(m + n) * \text{sizeof}(\text{char}) + (m + n) * (6 * \text{sizeof}(\text{int}) + \text{address\_size})$  байт.

Максимальные суммарные затраты памяти рекурсивного алгоритма поиска расстояния Дамерау-Левенштейна с кешированием:  $(m + 1) * (n + 1) * \text{sizeof}(\text{int}) + (m + n) * \text{sizeof}(\text{char}) + (m + n) * (4 * \text{sizeof}(\text{int}) + \text{address\_size})$  байт.

## Вывод

Реализации итерационных алгоритмов поиска расстояний Левенштейна и Дамерау — Левенштейна почти одинаково эффективны по времени, но при увеличении длины слова незначительно больше времени затрачивает алгоритм поиска расстояния Дамерау-Левенштейна из-за дополнительной операции обмена двух соседних символов, но она довольно часто позволяет найти более короткое расстояние между строками.

Рекурсивный алгоритм нахождения расстояния Дамерау-Левенштейна без кеша работает намного дольше рекурсивного алгоритма с кешем и итеративного алгоритма поиска расстояния Дамерау-Левенштейна. Рекурсивный алгоритм с кешированием требует меньше времени, чем без кеширования, однако больше, чем итерационный алгоритм поиска расстояния Дамерау-Левенштейна, причем чем больше длина строки, тем больше разрыв по времени.

По количеству затрачиваемой памяти итеративные алгоритмы проигрывают рекурсивным без кеширования (максимальный размер используемой памяти в итеративных алгоритмах пропорционален произведению длин строк, в рекурсивных без кеширования — сумме длин строк), но рекурсивный алгоритм с кешированием является самым затратным по памяти, из-за того, что в отличие от рекурсивного алгоритма без кеширования нужно еще хранить матрицу расстояний.

# Заключение

В результате выполнения лабораторной работы цель достигнута, а именно при исследовании алгоритмов поиска расстояний Дамерау-Левенштейна и Левенштейна был изучен и применен метод динамического программирования.

В ходе выполнения данной работы были решены следующие задачи:

- изучены алгоритмы нахождения расстояний Левенштейна и Дамерау-Левенштейна;
- разработаны алгоритмы поиска расстояний Левенштейна и Дамерау-Левенштейна;
- реализованы алгоритмы поиска расстояния Левенштейна с заполнением матрицы, Дамерау-Левенштейна с использованием рекурсии и с помощью рекурсивного заполнения матрицы;
- выполнена оценка затрат алгоритмов поиска расстояний Левенштейна (итеративный), Дамерау-Левенштейна (итеративный, рекурсивный с кешем, рекурсивный без кеша) по памяти;
- выполнены замеры процессорного времени работы реализаций алгоритмов поиска расстояний Левенштейна (итеративный), Дамерау-Левенштейна (итеративный, рекурсивный с кешем, рекурсивный без кеша);
- проведен сравнительный анализ нерекурсивной и рекурсивной реализаций алгоритмов поиска расстояний Левенштейна и Дамерау-Левенштейна по времени и памяти;

В результате лабораторной работы можно сделать вывод, что итеративная реализация алгоритмов поиска расстояний Левенштейна и Дамерау-Левенштейна существенно выигрывает по времени с увеличением длины строк, но проигрывает по количеству затрачиваемой памяти рекурсивной реализации алгоритмов с кешированием.

# Литература

- [1] Левенштейн В. И. Двоичные коды с исправлением выпадений, вставок и замещений символов. — М.: Доклады АН СССР, 1965. Т. 163. С. 845–848.
- [2] Лутц Марк. Изучаем Python, том 1, 5-е изд. Пер. с англ. — СПб.: ООО “Диалектика”, 2019. Т. 832.
- [3] time — Time access and conversions [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://docs.python.org/3/library/time.html> (дата обращения: 20.09.2021).
- [4] Узнайте все о PyCharm [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.jetbrains.com/ru-ru/pycharm/learn/> (дата обращения: 20.09.2022).
- [5] Windows 10 [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://learn.microsoft.com/ru-ru/windows/> (дата обращения: 20.09.2022).