Discrete Event Simulation
IN2045
Exercise

Dr. Alexander Klein

Dr. Nils Kammenhuber

Prof. Dr.-Ing Georg Carle

Chair for Network Architectures and Services

Department of Computer Science
Technische Universität München
http://www.net.in.tum.de

Übungen zur Vorlesung Diskrete Simulation
Übungsblatt 2, SS 2011

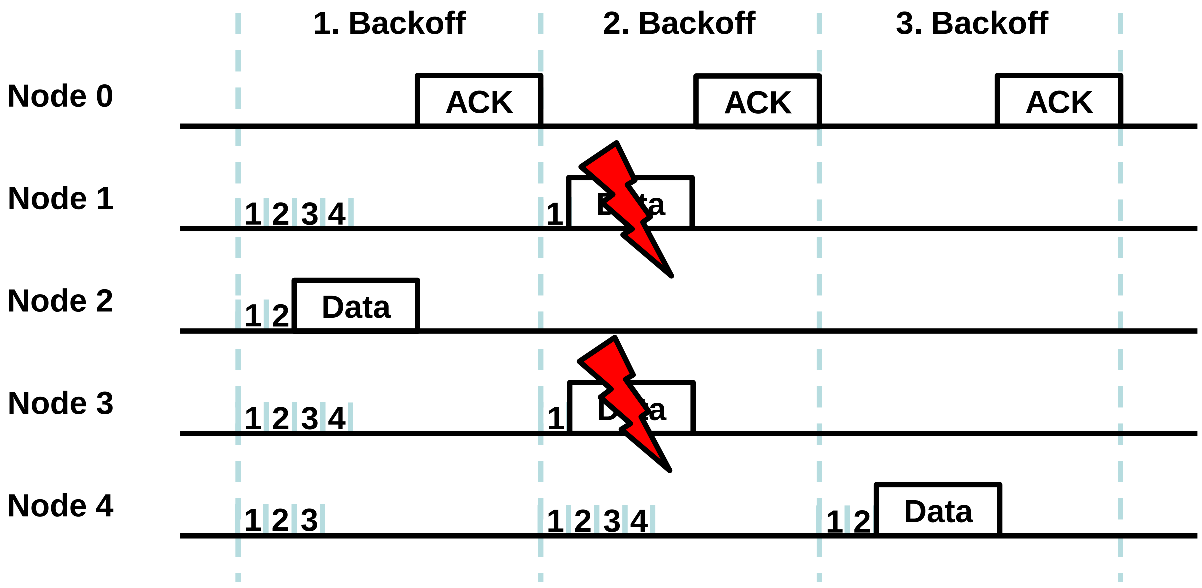
Die Aufgaben können jeweils von drei Studenten gemeinsam bearbeitet werden.

Thema: Simulation, Warteschlangen und Verteilungen

Übungsblatt 2, SS 2011

- Aufgabe 3 – Einfluss von Verteilungen auf den Kanalzugriff

  Eine Kollision kommt nur dann zustande, wenn zwei oder mehr Knoten den gleichen Backoffslot gewählt haben unter der Voraussetzung, dass kein anderer Knoten einen niedrigeren Backoffslot gewählt hat.



  - Teilaufgabe
    a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit kommt es zu einer Kollision aller vier Knoten (k=4)?

Übungsblatt 2, SS 2011

- Aufgabe 3 – Einfluss von Verteilungen auf den Kanalzugriff
  - n = Maximale Anzahl der Backoffslots
  - m = Anzahl der konkurrierenden Knoten
  - k = Anzahl der an der Kollision beteiligten Knoten
    - n=4, m=4
    - P(k=4) = „Alle 4 Knoten wählen den gleichen Slot =

      = P(„Kollision in Slot 1“) + P(„Kollision in Slot 2“) +
      P(Kollision in Slot 3“) + P(„Kollision in Slot 4)“

$$= b(1)^k + b(2)^k + b(3)^k + b(4)^k = \sum_{i=1}^{n} b(i)^k$$

    - Uniform

$$P_{Uni}(k=4) = 4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^4 = \left(\frac{1}{4}\right)^3 = 0.0156$$

    - Sift

$$P_{Sift}(k=4) = 0.10^4 + 0.14^4 + 0.22^4 + 0.54^4 = 0.0879$$

Übungsblatt 2, SS 2011

Teilaufgabe b)

- P(k=3) = P(„3 Knoten wählen den gleichen niedrigsten Slot“) =

  = P(„3 Kollisionen im Slot 1“) + P(„ 3 Kollisionen im Slot 2“) + („3 Kollisionen im Slot 3“)

- P(„3 Kollisionen in Slot 1“) = $4 \cdot b(1)^3 \cdot \big(b(2)+b(3)+b(4)\big)$

- P(„3 Kollisionen in Slot 2“) = $4 \cdot b(2)^3 \cdot \big(b(3)+b(4)\big)$

- P(„3 Kollisionen in Slot 3“) = $4 \cdot b(3)^3 \cdot b(4)$

- P(k=3) = $4 \cdot \sum_{i=1}^{n-1} b(i)^3 \cdot \sum_{q=i+1}^{n} b(i)$

$$P_{Uni}(k=3) = 4 \cdot \sum_{i=1}^{3} \left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \sum_{q=i+1}^{4} \frac{1}{4} = 0.0938 \qquad P_{Sift}(k=3) = 0.0349$$

Übungsblatt 2, SS 2011

- P(k=2) = P(„2 Knoten wählen den gleichen niedrigsten Slot“) =
  = P(„2 Kollisionen im Slot 1“) + P(„ 2 Kollisionen im Slot 2“) + („2 Kollisionen im Slot 3“)
- P(„2 Kollisionen in Slot 1“) = $\frac{4!}{2!\cdot 2!}\cdot b(1)^2\cdot\left(b(2)+b(3)+b(4)\right)^2$
- P(„2 Kollisionen in Slot 2“) = $\frac{4!}{2!\cdot 2!}\cdot b(2)^2\cdot\left(b(3)+b(4)\right)^2$
- P(„2 Kollisionen in Slot 3“) = $\frac{4!}{2!\cdot 2!}\cdot b(3)^2\cdot b(4)^2$
- P(k=2) = $\frac{4!}{2!\cdot 2!}\cdot\sum_{i=1}^{n-1} b(i)^2\cdot\left(\sum_{q=i+1}^{n} b(i)\right)^2$

$$P_{Uni}\left(k=2\right)=\frac{4!}{2!\cdot 2!}\sum_{i=1}^{3}\left(\frac{1}{4}\right)^2\cdot\left(\sum_{q=i+1}^{4}\frac{1}{4}\right)^2=0.3281 \qquad P_{Sift}\left(k=2\right)=0.2012$$

Übungsblatt 2, SS 2011

- P(k=1) = P(„1 Knoten wählt alleinig den niedrigsten Slot“) =
  = P(„Erfolgreicher Zugriff in Slot 1“) + P(„Erfolgreicher Zugriff in Slot 2“) + P(„Erfolgreicher Zugriff in Slot 3“)

- P(„Erfolgreicher Zugriff in Slot 1“) = $4 \cdot b(1) \cdot \left(b(2)+b(3)+b(4)\right)^3$

- P(„Erfolgreicher Zugriff in Slot 2“) = $4 \cdot b(2)^1 \cdot \left(b(3)+b(4)\right)^3$

- P(„ Erfolgreicher Zugriff in Slot 3“) = $4 \cdot b(3)^1 \cdot b(4)^3$

- P(k=1) = $4 \cdot \sum_{i=1}^{n-1} b(i) \cdot \left(\sum_{q=i+1}^{n} b(i) \right)^3$

$$P_{Uni}(k=1) = 4\sum_{i=1}^{3} \frac{1}{4} \cdot \left(\sum_{q=i+1}^{4} \frac{1}{4} \right)^3 = 0.5625 \qquad P_{Sift}(k=1) = 0.6760$$

Übungsblatt 2, SS 2011

- Aufgabe 3 – Einfluss von Verteilungen auf den Kanalzugriff
  - n = Maximale Anzahl der Backoffslots
  - m = Anzahl der konkurrierenden Knoten
  - k = Anzahl der an der Kollision beteiligten Knoten

  - Allgemeine Formel zur Berechnung der Kollisionswahrscheinlichkeit

$$P(k=1) = \binom{4}{1} \cdot \sum_{i=1}^{n-1} b(i)^1 \cdot \left(\sum_{q=i+1}^{n} b(i) \right)^3 \qquad P(k=3) = \binom{4}{3} \cdot \sum_{i=1}^{n-1} b(i)^3 \cdot \sum_{q=i+1}^{n} b(i)$$

$$P(k=2) = \binom{4}{2} \cdot \sum_{i=1}^{n-1} b(i)^2 \cdot \left(\sum_{q=i+1}^{n} b(i) \right)^2 \qquad P(k=4) = \sum_{i=1}^{n} b(i)^k$$

Übungsblatt 2, SS 2011

- Aufgabe 3 – Einfluss von Verteilungen auf den Kanalzugriff
  - n = Maximale Anzahl der Backoffslots
  - m = Anzahl der konkurrierenden Knoten
  - k = Anzahl der an der Kollision beteiligten Knoten

  - Allgemeine Formel zur Berechnung der Kollisionswahrscheinlichkeit

$$P(n,m,k) = \begin{cases} \binom{m}{k} \cdot \sum_{i=1}^{n-1} b(i)^k \cdot \left(\sum_{q=i+1}^{n} b(i) \right)^{m-k}, & 1 \leq k < m \\ \sum_{i=1}^{n} b(i)^k, & k = m \\ 0, & otherwise \end{cases}$$

Übungsblatt 2, SS 2011

- Anmerkung / Ergebnisse

  Warum erzielt die von Sift vorgeschlagene Verteilung bessere Ergebnisse?

$$P_{Uni}(k=1)=0.5625 \qquad P_{Sift}(k=1)=0.6760$$

$$P_{Uni}(k=2)=0.3281 \qquad P_{Sift}(k=2)=0.2012$$

$$P_{Uni}(k=3)=0.0938 \qquad P_{Sift}(k=3)=0.0349$$

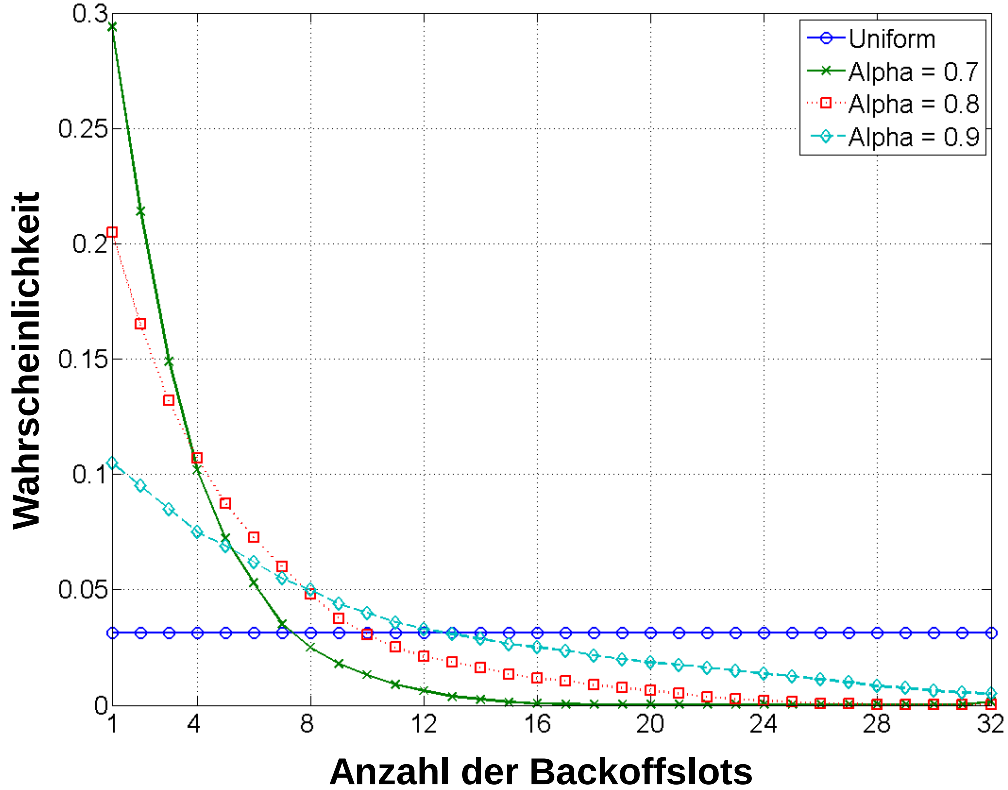
$$P_{Uni}(k=4)=0.0156 \qquad P_{Sift}(k=4)=0.0879$$

$$E_{Uni}[Z]=1 \qquad E_{Sift}[Z]=0.8587$$

Optimierung der Kollisionsauflösung

Auswahl geeigneter Verteilungsfunktionen

Idee: Durch die Schiefe der Verteilung wählt die Mehrheit der konkurrierenden Knoten einen hohen Slot, während die Minderheit der Knoten in den niedrigeren Slots konkurrieren.



Übungsblatt 2, SS 2011

- Anmerkung:

  Warum erzielt die von Sift vorgeschlagene Verteilung bessere Ergebnisse?